

## ESFORÇOS SOLICITANTES INTERNOS EM ELEMENTOS ISOSTÁTICOS

Após as seções iniciais, onde foram descritas muitas convenções importantes e necessárias para o prosseguimento do curso, chegamos ao núcleo deste capítulo que é a *determinação de esforços solicitantes (internos) em elementos estruturais isostáticos*. Vamos tratar duas técnicas para a determinação destes esforços.

O primeiro técnica que adotaremos é o chamado *Método das Seções*. Como veremos este método consiste na aplicação reiterada dos *Princípios de Equilíbrio da Estática* às partes dos corpos em análise. O método é simples, requer pouca teoria, mas é necessário desenvolver uma sistemática de tratamento dos problemas. Este é o enfoque da próxima seção.

A segunda técnica que abordaremos para determinação de esforços solicitantes internos é baseada nas *Equações Diferenciais de Equilíbrio* para um elemento estrutural. Veremos que, neste enfoque, um problema de equilíbrio será transformado em um problema de Valor de Contorno. Esta abordagem não é muito usual, mas mostraremos que ela contém muitos aspectos interessantes ligados à generalização, via matemática, dos métodos da mecânica dos sólidos e será muito útil ao tratarmos os problemas da Teoria Técnica nos capítulos posteriores deste curso.

### MÉTODO DAS SEÇÕES

O Método das Seções consiste na determinação dos esforços que garantam o equilíbrio de partes dos corpos em análise. O início usual do tópico é feito com auxílio da famosa "batata", tal como mostrado nas figuras 2.38a e 2.38b. A primeira figura mostra um corpo de geometria arbitrária (a batata) sujeito a esforços externos e vinculado de forma a estar em equilíbrio estático.

A idéia é analisar os esforços internos que se desenvolvem nas seções transversais do corpo. Para tanto o corpo é dividido em duas partes por um plano  $P$ , tal como mostrado na figura 2.38b. Sabemos, da estática, que se um corpo está em equilíbrio todas as suas partes também o estão. Desta forma, as partes  $I$  e  $II$  do corpo mostrado em 2.38b estão em equilíbrio.

Para que estas partes estejam em equilíbrio é necessário que existam esforços internos de interação entre as superfícies caracterizadas pelas normais  $n^+$  e  $n^-$ . Estes esforços estão distribuídos ao longo de toda a superfície do plano  $P$ . Entretanto, no curso de estática foi mostrado que qualquer sistema de forças pode ser substituído por seu *equivalente estático*, que em geral consiste de uma Força Resultante  $F_R$  e de um Momento Resultante  $M_R$ , aplicados em um ponto arbitrário. Na figura 2.38b estão assinalados estes esforços resultantes das forças de interação distribuídas entre as superfícies separadas através do plano  $P$ . Repare que a terceira Lei de Newton, o princípio da ação e reação, está aplicada entre as partes do corpo. A finalidade básica desta seção será encontrar os esforços resultantes  $F_R$  e  $M_R$  que garantam o equilíbrio das partes dos corpos.

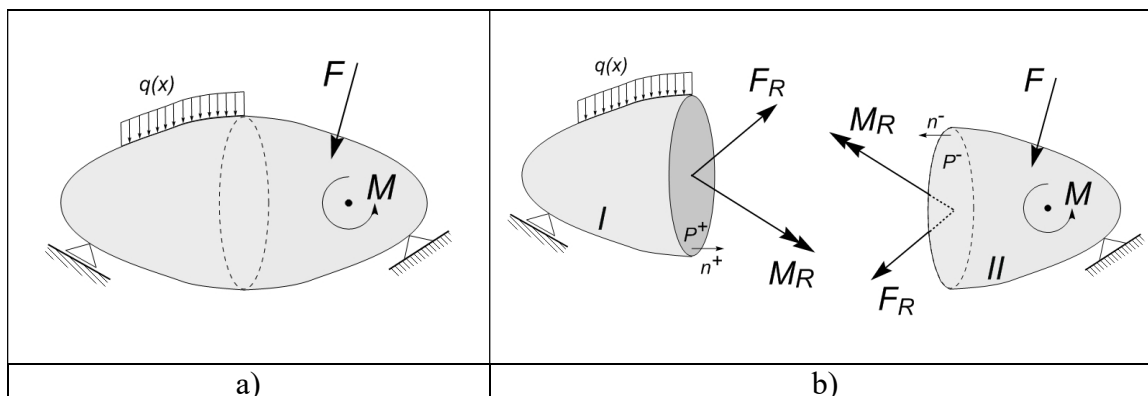


Figura 2.38: Um corpo em equilíbrio e duas partes em equilíbrio

Neste curso vamos tratar basicamente da análise de elementos estruturais de geometria simples, geralmente elementos prismáticos retilíneos com uma dimensão claramente superior às demais. Um tal elemento é mostrado na figura 2.39a. Supõe-se que este elemento esteja em equilíbrio. Vamos imaginar que este corpo seja dividido em duas partes através do plano  $P$  perpendicular ao eixo ( $x$ ) de maior comprimento da peça, caracterizado pela normal  $n$  e que está situado a uma distância  $L_X$  da extremidade esquerda do elemento. A figura 2.39b mostra a parte esquerda do corpo com seu carregamento, vinculação e esforços resultantes  $F_R$  e  $M_R$  que atuam na seção transversal  $P$  e garantem o equilíbrio desta parte do corpo.

Para o caso de corpos prismáticos com uma dimensão superior às demais, é conveniente colocarmos um sistema de eixos coordenados no centro geométrico da seção transversal  $P$ , e cuja normal seja paralela ao eixo  $x$ ,  $n=n_X$ . Devemos também decompor os esforços resultantes segundo as direções dos eixos coordenados. Esta etapa está mostrada na figura 2.39c. Desta forma as componentes da força resultante  $F_R$  são definidas como:

$$\{F_R\} = \{N_X, V_Y, V_Z\}^T \quad (0.1)$$

Analogamente as componentes do momento resultante  $M_R$  são escrita como:

$$\{M_R\} = \{M_X, M_Y, M_Z\}^T \quad (0.2)$$

Estas seis componentes recebem, no âmbito da Resistência dos Materiais, nomes específicos. A componente  $N_X$  é chamada de *força axial* ou *força normal*. Ela atua paralelamente à normal  $n_X$  da seção transversal. As componentes  $V_Y$  e  $V_Z$  são chamadas de *forças cortantes* e suas direções são paralelas aos eixos  $y$  e  $z$ , respectivamente. Notar que estas forças  $V_Y$  e  $V_Z$  são tangentes ao plano  $P$ . O Momento  $M_X$ , em torno do eixo  $x$  é conhecido como *momento torsor*. Por sua vez, as componentes  $M_Y$  e  $M_Z$  recebem o nome de *momentos fletores*, respectivamente, em torno dos eixos  $y$  e  $z$ . A tabela 2.1 contém um resumo da nomenclatura utilizada no presente curso.

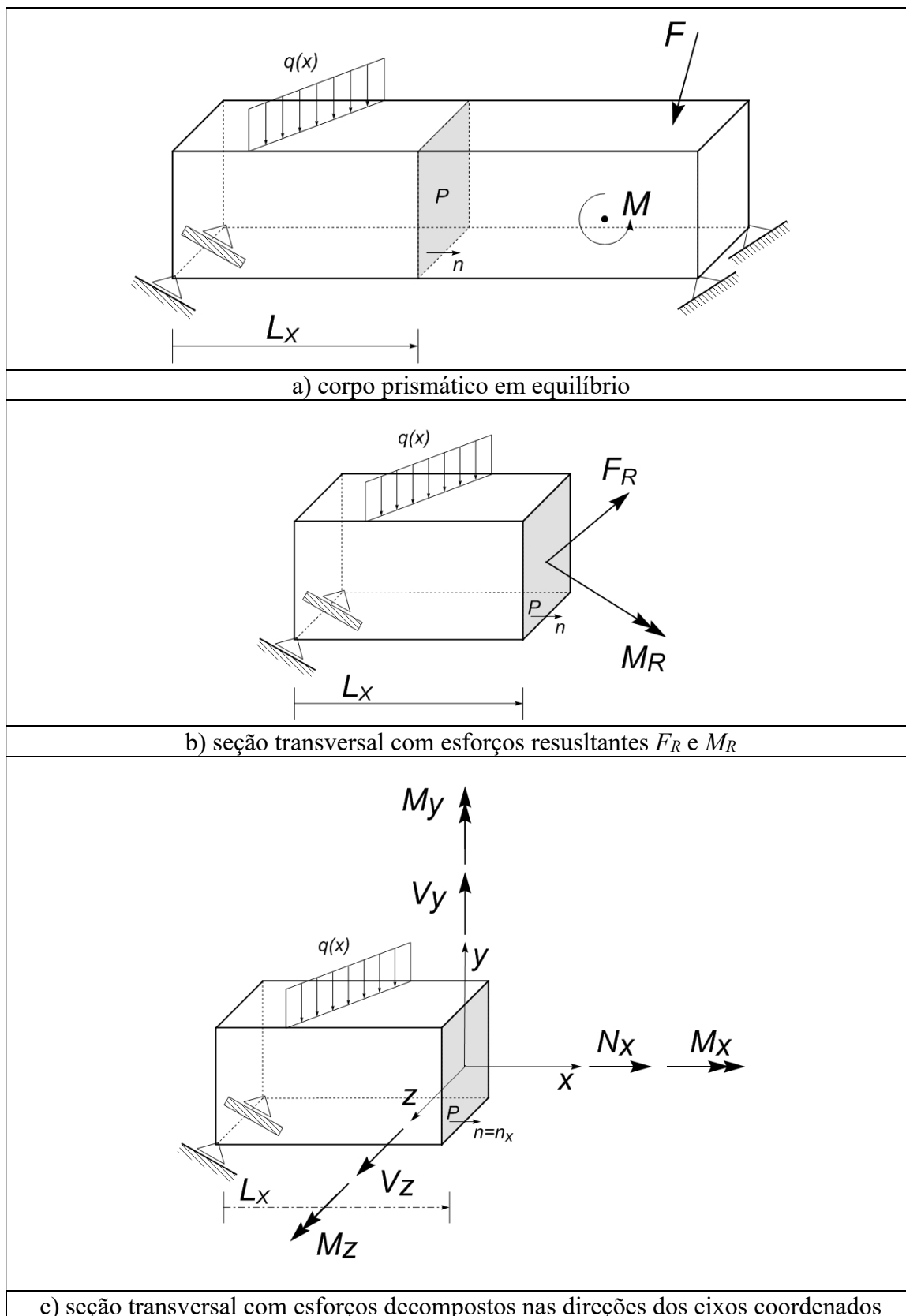


Figura 2.39: Um corpo prismático e a convenção de esforços internos em uma seção transversal

a

Tabela 2.1 Nomenclatura e efeito dos esforços sobre um elemento estrutural.

Esforço	Designação
$N_X$	Força normal ou axial na direção $x$
$V_Y$	Força cortante na direção $y$
$V_Z$	Força cortante na direção $z$
$M_X$	Momento torsor em torno do eixo $x$
$M_Y$	Momento fletor em torno do eixo $y$
$M_Z$	Momento fletor em torno do eixo $z$

Uma vez feitas estas definições podemos prosseguir para explicitar o Método das Seções. Tomemos, por exemplo, um elemento estrutural isostático mostrado na figura 2.40. Ele é constituída de uma viga engastada na extremidade  $x=L$  e sujeita a um carregamento transversal uniformemente distribuído  $q(x)=q_0$ , bem como a um carregamento torsional distribuído cuja taxa é dada pela expressão  $t(x)=t_0.x/L$ . Na extremidade  $x=0$ , existe uma força axial de valor  $F$ . O sistema de coordenadas adotado está indicado na figura 2.40.

Nosso interesse é determinar a distribuição dos esforços das seções transversais do elemento estrutural. Vamos passar um plano  $P$  a uma distância  $x$  da extremidade esquerda da viga e dividi-la em duas partes. Após esta separação imaginária coloquemos os esforços resultantes que podem ser desenvolvidos ao longo da seção transversal da viga e que garantem o equilíbrio das partes. No presente problema 4 esforços podem atuar na seção transversal. Elas são os esforços que se desenvolvem no plano  $x-y$  da figura, força normal  $N_X(X)$ , força cortante  $V_Y(X)$  e momento fletor  $M_Z(X)$ , bem como o momento torsor  $M_X(X)$ , o qual, a rigor, não está no plano, mas cuja representação pode ser feita no plano  $x-y$ .

A determinação do esforços internos solicitantes,  $N_X(X)$ ,  $V_Y(X)$ ,  $M_Z(X)$  e  $M_X(X)$ , pode agora ser obtida aplicando-se as equações de equilíbrio da estática tanto para a parte esquerda (0-x) como para a parte direita da estrutura (x-L). Aqui vamos aplicar o equilíbrio na parte esquerda, pois assim não necessitamos calcular as reações de apoio no ponto  $x=L$ . A tabela 2.2 contém as equações resultantes aplicação das equações de equilíbrio à figura mostrada em 2.41.

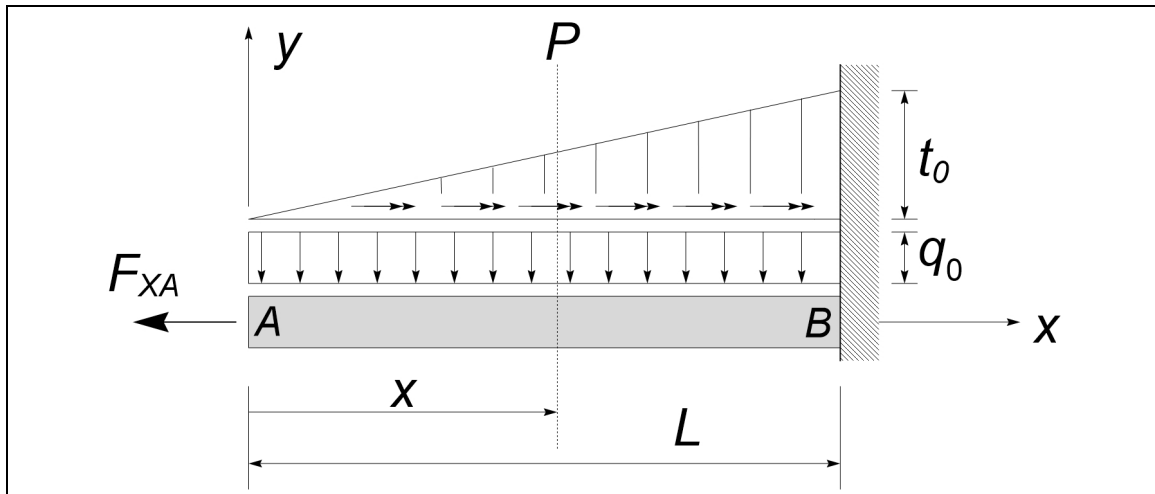


Figura 2.40: Elemento estrutural isostáticos submetidos a diversos esforços

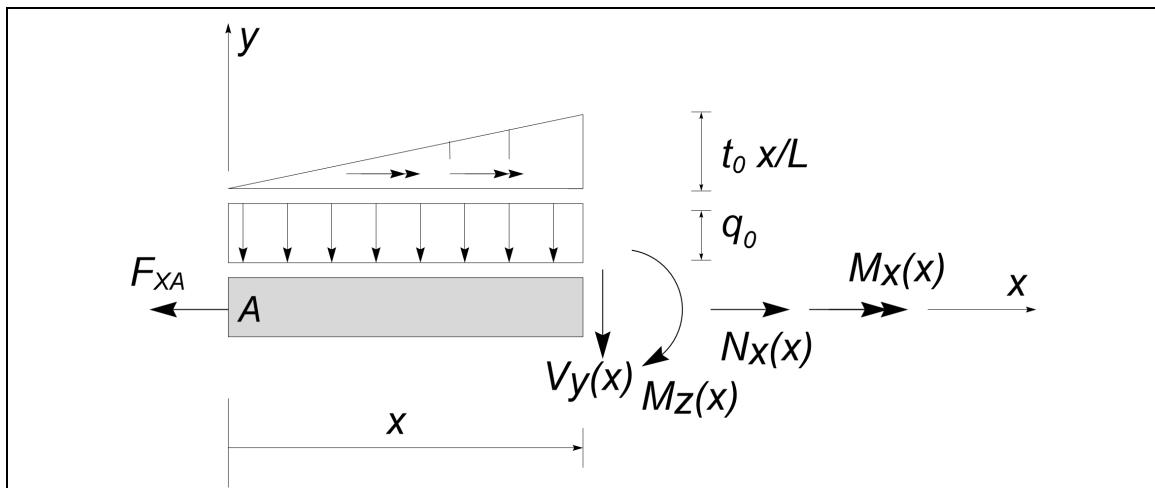


Figura 2.41: Uma parte do elemento estrutural e forças de equilíbrio na seção transversal-x

Tabela 2.2: Equações dos esforços nas seções transversais da estrutura

Equação Utilizada	Equação de equilíbrio	Equação do esforço resultante	Tipo de esforço
$\sum F_X = 0$	$-F_{XA} + N_X(x) = 0$	$N_X(x) = F_{XA}$	Força Axial
$\sum M_X = 0$	$+\frac{1}{2}x\left(t_0 \frac{x}{L}\right) + M_X(x) = 0$	$M_X(x) = -t_0 \frac{x^2}{2L}$	Momento Torsor
$\sum F_Y = 0$	$-q_0 x - V_Y(x) = 0$	$V_Y(x) = -q_0 x$	Esforço Cortante
$\sum M_Z = 0$	$+q_0 x\left(\frac{x}{2}\right) - M_Z(x) = 0$	$M_Z(x) = +q_0 \frac{x^2}{2}$	Momento Fletor

Neste caso não existem descontinuidades em nenhum dos carregamentos externos, logo as equações fornecidas na Tabela 2.2 possuem validade para todo o intervalo ( $0 < x < L$ ).

A figura 2.42 ilustra a distribuição dos esforços na seção transversal, resultantes das equações mostradas na tabela 2.2.

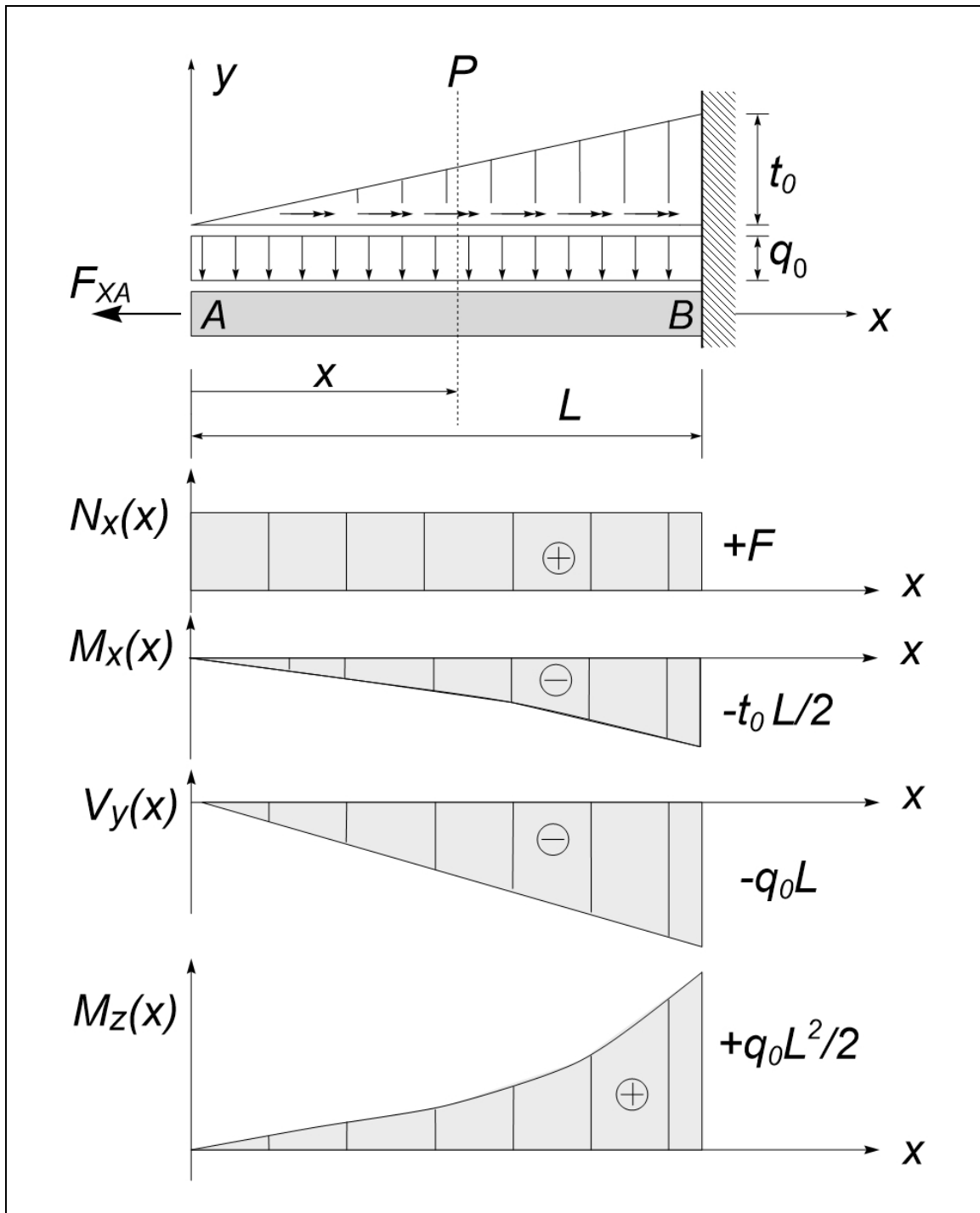


Figura 2.42: Diagramas de esforços solicitantes em um elemento estrutural em balanço

Com o exemplo acima não pretendemos detalhar o Método das Seções. As figuras 2.39 a 2.42 tem por finalidade indicar qual o objetivo do método. A idéia é determinar as forças solicitantes interna nas seções transversais, em função da variável  $x$ . Os gráficos mostrados na figura 2.42 mostram o tipo de representação que vamos utilizar para descrever a variação dos esforços solicitantes internos. O detalhamento da metodologia para obtenção das equações e dos gráficos será descrito adiante.

**A convenção de sinais da Resistência dos Materiais.** Antes de prosseguirmos explicando o Método das Seções é necessário mostrar a necessidade de uma *Convenção de Sinais* própria para a Resistência dos Materiais.

Para determinação das reações de apoio de um corpo rígido através das equações de equilíbrio da Estática é utilizada recorrentemente uma convenção de sinais. Vamos exemplificar este procedimento. A figura 2.43a mostra uma viga bi-apoiada e sujeita a um carregamento concentrado  $F$  aplicado no centro da viga. A *Convenção de Sinais da Estática* está também indicada na figura 2.43a. O diagrama de corpo livre desta viga está indicada em 2.43b. Em geral como não sabemos de antemão o sentido das reações de apoio, que são as incógnitas do problema, temos que arbitrar um sentido para elas. Sabemos que qualquer sentido pode ser arbitrado inicialmente e que o sinal obtido na determinação do esforço, indica se o sentido arbitrado era correto ou não. No caso da figura 2.43b, arbitramos as forças  $F_{XA}$ ,  $F_{YA}$  e  $F_{YB}$  com o sentido positivo da convenção da estática.

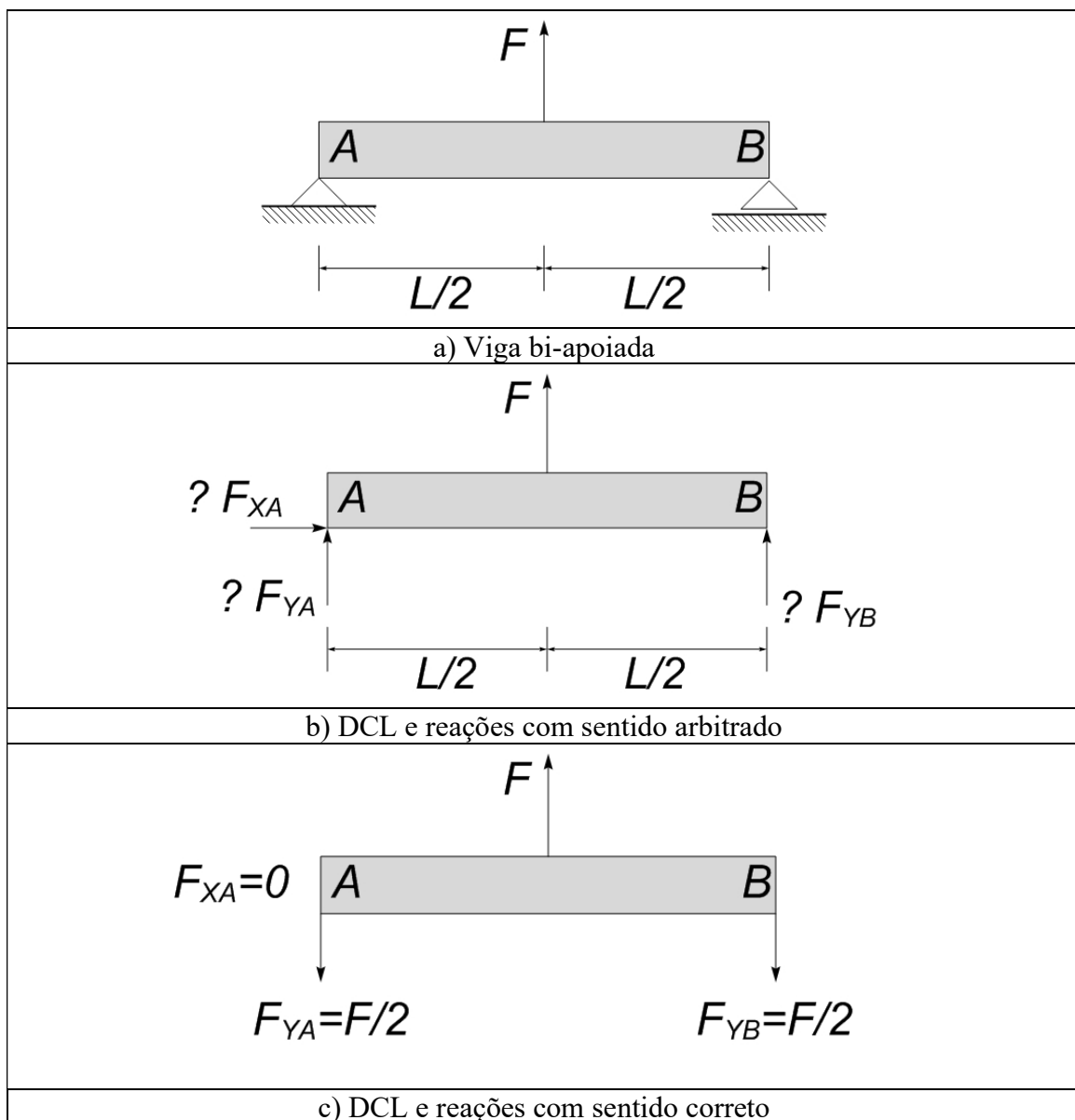


Figura 2.43: Exemplo de aplicação da convenção de estática na determinação de reações de apoio.

Após a determinação das forças pelos princípios de equilíbrio da estática obtemos:

$$\begin{aligned}F_{XA} &= 0 \\F_{YA} &= -\frac{F}{2} \\F_{YC} &= -\frac{F}{2}\end{aligned}\tag{0.3}$$

O sinal negativo em frente às forças  $F_{YA}$  e  $F_{YC}$  indica que o sentido arbitrado inicialmente para elas era equivocado. A figura 2.43c mostra as reações com o sentido correto. Isto não é novidade. É o "bê-a-bá" da aplicação dos métodos da estática. Mas este exemplo simples indica que para a determinação de esforços pelos métodos da estática, basta a convenção de sinais da estática, mostrada nas figuras 2.43. Ou seja, sabendo o sinal de uma força, podemos ir à convenção e determinar seu sentido.

Na Resistência dos Materiais temos uma situação física um pouco mais complexa. Mostraremos que somente um sinal não é suficiente para descrever o que acontece, em termos físicos, com uma peça submetida a esforços solicitantes interno. Vamos ilustrar esta particularidade através de exemplos.

A figura 2.44a mostra uma barra engastada na extremidade direita ( $B$ ) e submetida um esforço na axial  $F_X$  extremidade esquerda ( $A$ ), que possui o sentido positivo da estática. Fazemos um corte na barra a uma distância  $\Delta x$  à direita do ponto  $A$ . Para garantir o equilíbrio esta porção  $\Delta x$  desenvolve-se uma força normal  $N_X(x)=F_X$ , tal como mostrado na parte inferior da figura 2.44a.

Passemos a analisar a figura 2.44b. Ela é semelhante à figura 2.44a, exceto pela direção da força externa  $F_X$ , aplicada no ponto  $A$ . Neste caso a força  $F_X$  possui o sentido negativo da convenção da estática. Fazemos novamente um corte na barra a uma distância  $\Delta x$  do ponto  $A$  e analisemos as forças internas que garantem o equilíbrio da seção.

Observando a parte inferior das figuras 2.44a e 2.44b verificamos que a primeira está comprimida enquanto a segunda está tracionada. Mas forças normais  $N_X$  com **sentido positivo e negativo** aparecem em ambas as figuras. As duas figuras contêm forças positivas e negativas. Percebe-se que, somente indicando o sentido da força segundo a convenção da estática, não é possível dizer se a seção da estrutura está sendo comprimida ou tracionada.

Para dizer se a peça está tracionada ou comprimida é necessário fornecer o sentido da força, mas é necessário acrescentar mais uma informação, no caso, se a força atua na face esquerda ou direita da peça. Observando a figura 2.44a verificamos que uma força positiva, segundo a convenção da estática e aplicada na face esquerda, provoca um efeito de compressão. Da mesma forma se considerarmos a face direita, o efeito de compressão é provocado por uma força normal  $N_X$  com sinal negativo, segundo a convenção de estática. O oposto ocorre em relação à figura 2.44b, onde o corpo está tracionado. Na face esquerda a força é negativa para a estática e na face direita é positiva.



Portanto, para diferenciar uma solicitação de *tração* de uma solicitação de *compressão* é necessário informar a força e o lado ou a face na qual ela atua. Isto é uma particularidade da análise dos esforços solicitantes internos que são objeto de estudo da Resistência dos Materiais.

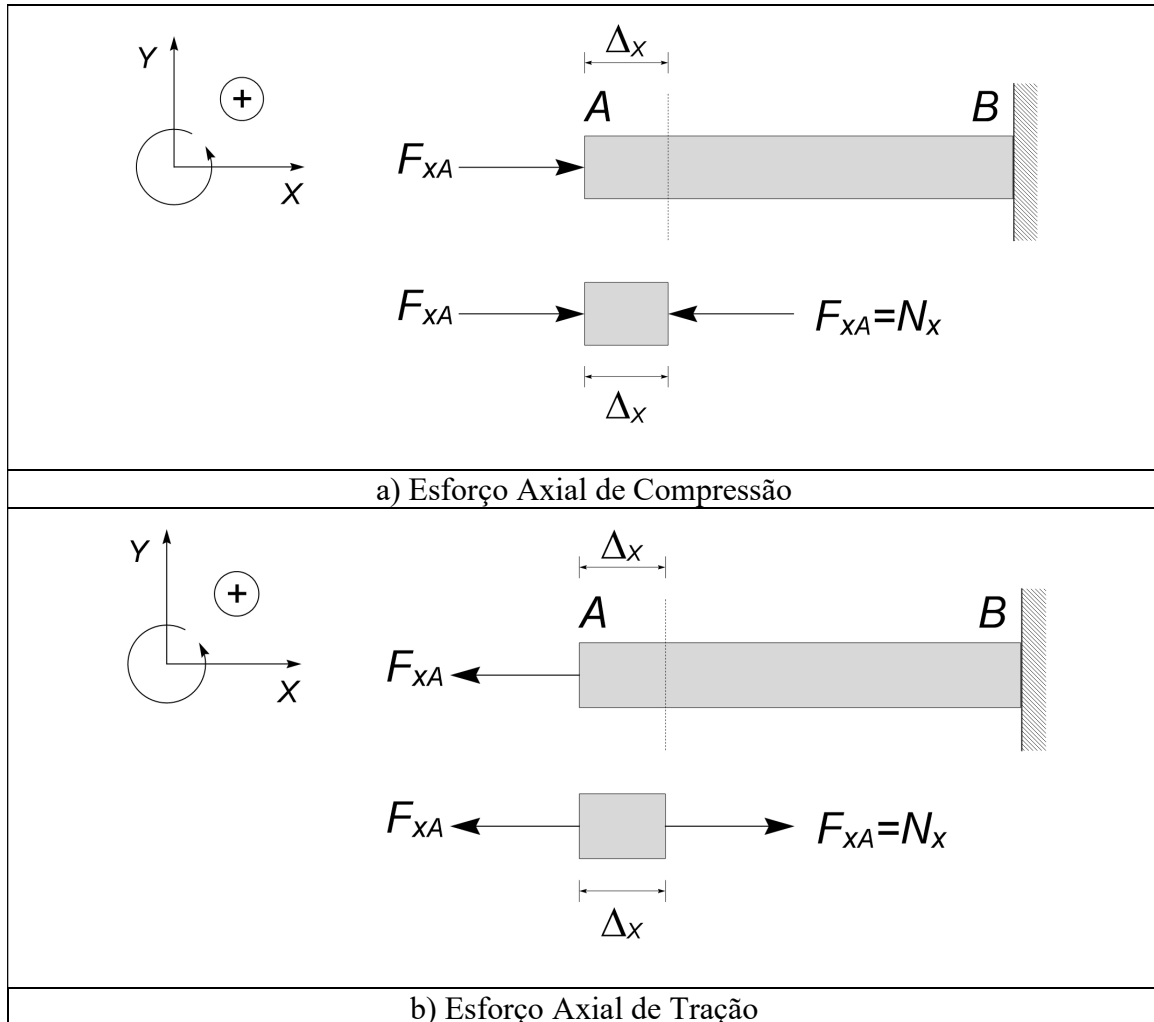


Figura 2.44: Esforços axiais - sentido dos esforços e necessidade de convenção da ResMat

A mesma análise vale para os casos mostrados nas figuras 2.45 a 2.47. Nesta figuras são tratados, respectivamente, os casos de momento torsor  $M_X$ , esforço cortante  $V_Y$  e momento fletor  $M_Z$ . Em todos os casos existem esforços positivos e negativos, segundo a convenção da estática, aplicados na extremidade esquerda ( $A$ ) do elemento estrutural. Todos os elementos são cortados a uma distância  $\Delta x$  da extremidade  $A$ , e os esforços necessários para o equilíbrio das partes são indicados. Em todos os casos existem esforços positivos e negativos, segundo a convenção da estática. Mas claramente os efeitos físicos sobre a peça, decorrentes das solicitações são distintos.

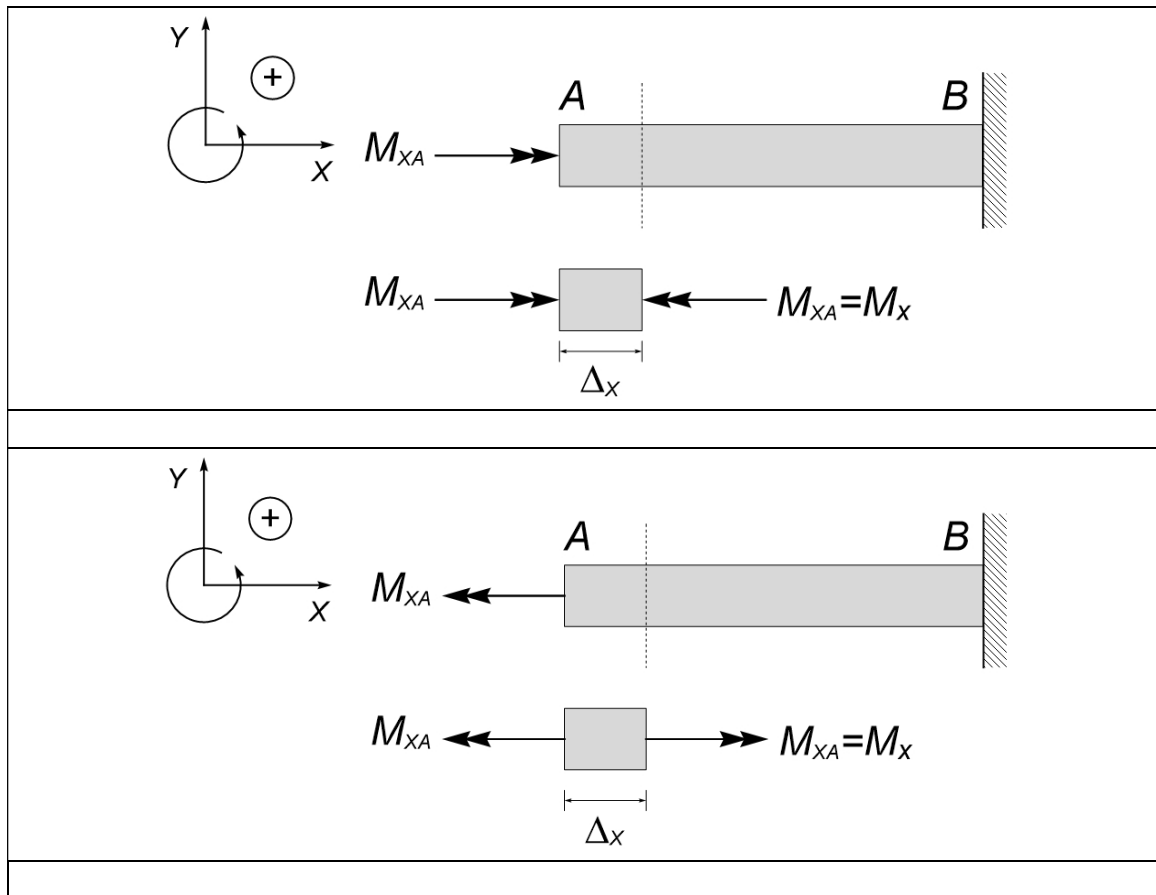


Figura 2.45: Momentos torsores - sentido dos esforços e necessidade de convenção da ResMat

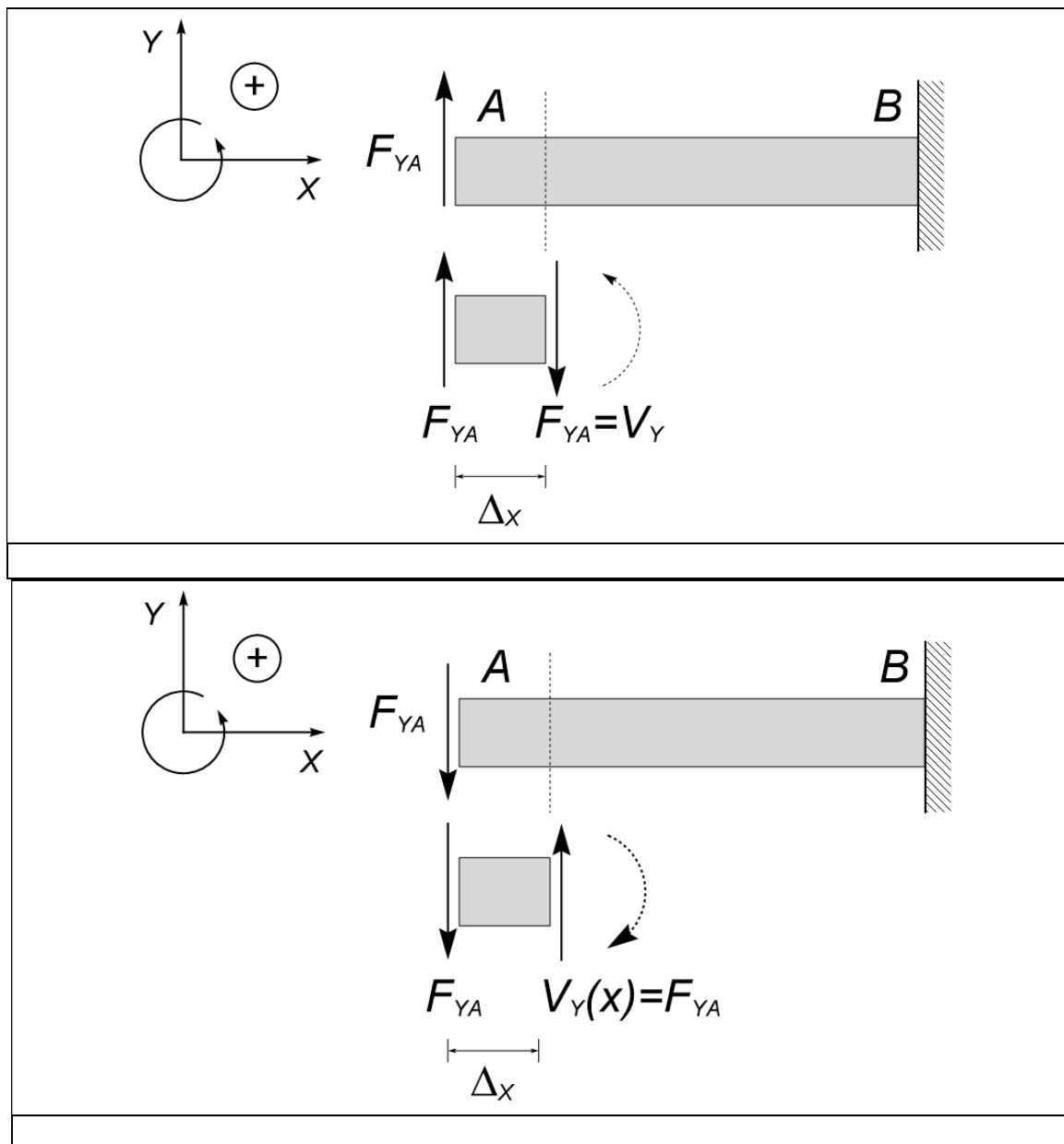


Figura 2.46: Esforços cortantes - sentido dos esforços e necessidade de convenção da ResMat

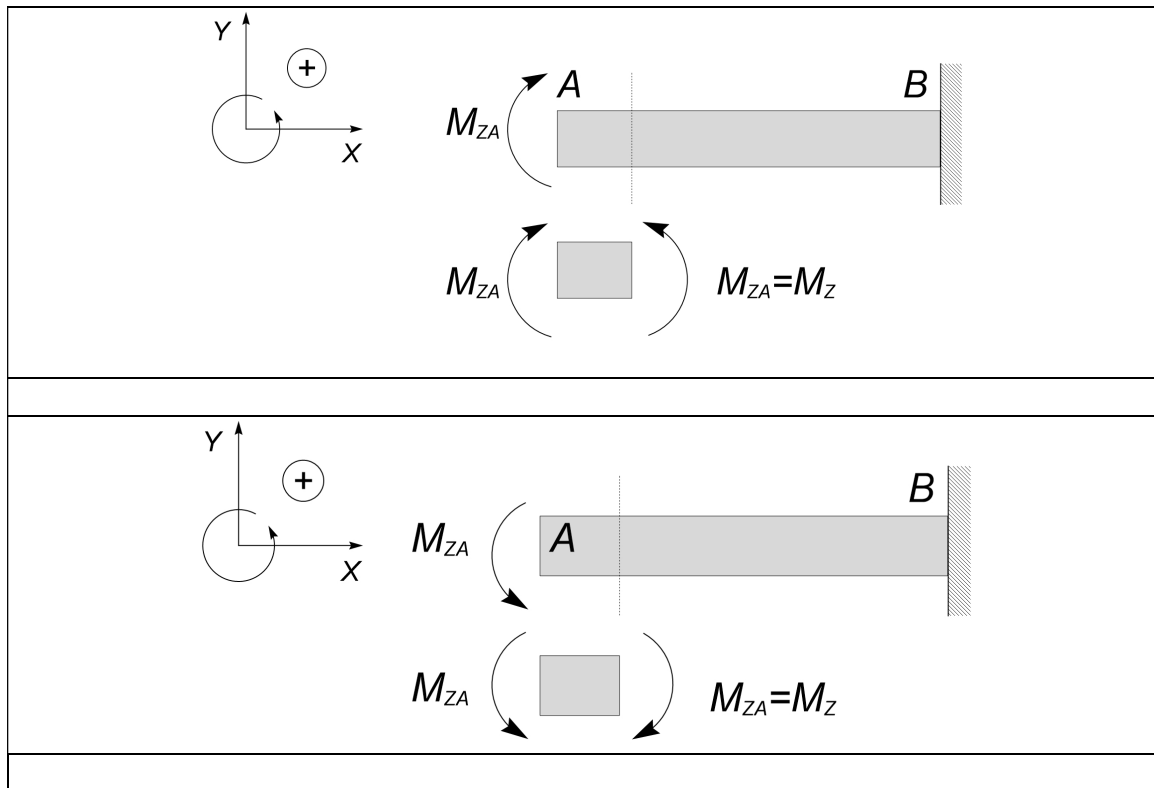


Figura 2.47: Momentos fletores - sentido dos esforços e necessidade de convenção da ResMat

Em todos estes casos mostrados, para se poder dizer o que está acontecendo fisicamente com a seção ou com parte da estrutura de dimensões  $\Delta x$ , é necessário informar o sentido do esforço segundo a convenção da estática e ainda a face, esquerda ou direita, onde a força está atuando. Somente com este conjunto de informações, sentido da força e orientação da face, é que conseguiremos recuperar o que fisicamente está se passando com elemento estrutural. Este fato indica a necessidade de uma nova convenção capaz de indicar o que fisicamente acontece no elemento estrutural. Esta nova convenção é a *Convenção de Sinais da Resistência dos Materiais*.

Como o próprio nome já indica, convenção é uma escolha feita com um certo grau de arbitrariedade. No presente texto vamos adotar a convenção indicada na figura 2.48. É importante que o leitor se familiarize com esta convenção pois ela tem um eminente sentido prático.

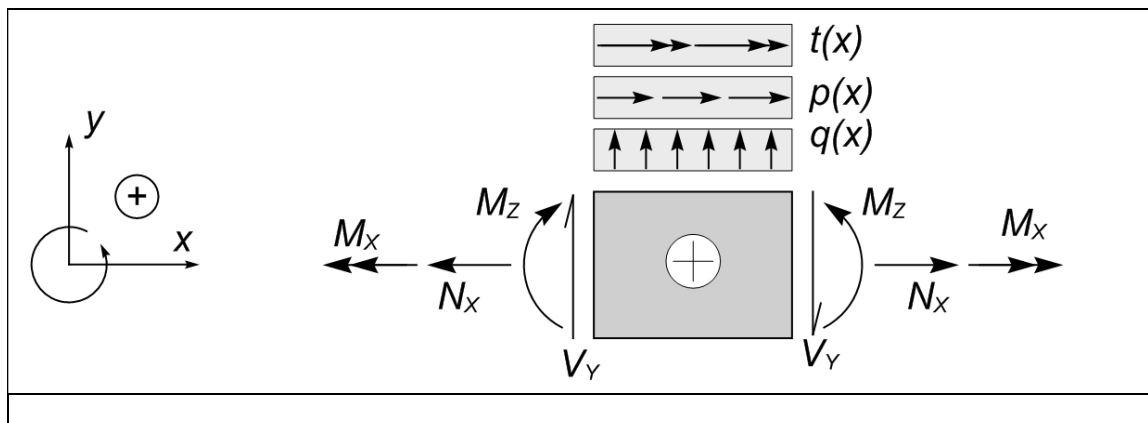


Figura 2.48: Convenção da Resistência dos Materiais adotada no texto.

Vamos exemplificar, na sequência, o uso da convenção da Resistência dos Materiais. Tome, por exemplo, a viga mostrada na figura 2.49. Ela é uma viga com um apoio deslizante em  $x=L$  e um apoio fixo em  $x=4L$ . A viga está sujeita a um carregamento uniformemente distribuído  $q_0$ . A figura 2.49 também mostra a variação do diagrama de esforço cortante  $V_Y(x)$  e do diagrama de momento fletor  $M_Z(x)$  ao longo do comprimento da viga. Neste ponto não estamos interessados em como estes diagramas foram obtidos, mas sim em interpretá-los à luz da convenção da Resistência dos Materiais.

Vamos interpretar os esforços, aos quais estão submetido duas seções da viga mostrada em 2.49. Escolhemos dois segmentos designados, respectivamente, por  $\Delta x_1$  e  $\Delta x_2$ . Seguindo as linhas hachuradas que demarcam estes segmentos, podemos verificar que o segmento  $\Delta x_1$  está submetido a um esforço cortante negativo  $V_Y(-)$  e também a um momento fletor negativo  $M_Z(-)$ . Já a seção  $\Delta x_2$  está submetida a um esforço cortante positivo  $V_Y(+)$  e também a um momento fletor positivo  $M_Z(+)$ . A interpretação do sentido dos esforços está na parte final das linha hachuradas. Esta é a interpretação que se deve aplicar ao sinal dos diagramas de esforços solicitantes internos que serão determinados nesta seção, assim como em todos os demais capítulos do presente texto.

A determinação precisa dos *diagramas de esforços solicitante internos*, bem como de seu sinal correto, é uma tarefa muito importante tanto no âmbito da Resistência dos Materiais e também de toda a análise estrutural. Gostaria de salientar que este aspecto não é importante porque os professores de Resistência dos Materiais possuem certas "idiossincrasias". Não, o sinal correto dos diagramas possui profundas implicações práticas na análise estrutural. É o que vamos tentar demonstrar na sequência.

Segundo a convenção da resistência dos materiais adotada no presente texto e mostrada na figura 2.48, para um elemento estrutural submetido a esforços axiais de tração a convenção deve indicar uma força normal positiva  $N_X(+)$ . Da mesma forma se o elemento estrutural estiver comprimido o diagrama deve mostrar um sinal negativo,  $N_X(-)$ . É importante olhar o diagrama e saber se a peça está tracionada ou comprimida. Isto porque o comportamento de barras à tração e à compressão é muito distinto. Não estamos falando somente do fato de que se tracionada a barra tende a se alongar, enquanto que a barra comprimida tende a se encurtar. Este aspecto está ilustrado na figura 2.50a. Mas existe um outro aspecto muito importante. As barras, que possuem

um comprimento claramente superior às dimensões da seção transversal, podem sofrer problemas de *instabilidade* ou de *flambagem* quando comprimidas. Este fenômeno que está ilustrado na figura 2.50b não ocorre em elementos sujeitos à tração.

A figura 2.51a mostra uma ponte treliçada constituída de barras. Se observarmos com cuidado os detalhes construtivos da treliça, indicados na figura 2.51b, então veremos que algumas barras possuem uma seção transversal pequena, constituída de uma única peça, enquanto outras barras possuem seções transversais maiores e constituídas pela associação de perfis. A explicação é simples. As barras da ponte sujeitas à tração não sofrem instabilidade, flambagem, e podem ter uma seção transversal pequena. Por sua vez as barras que estão comprimidas podem sofrer flambagem e necessitam de uma seção transversal maior. Vamos neste curso aprender as grandezas que caracterizam as propriedades geométricas das seções transversais e mostrar como se procede para fazer o dimensionamento de barras sujeitas à tração e também à compressão. Por hora, é suficiente mencionar que a "área" da seção transversal é a propriedade básica a ser dimensionada no caso de barras sujeitas à tração. Já para o caso de barras comprimidas, o "momento de inércia" da seção transversal, o comprimento da barra e sua forma de vinculação, tem efeitos importantes no dimensionamento.

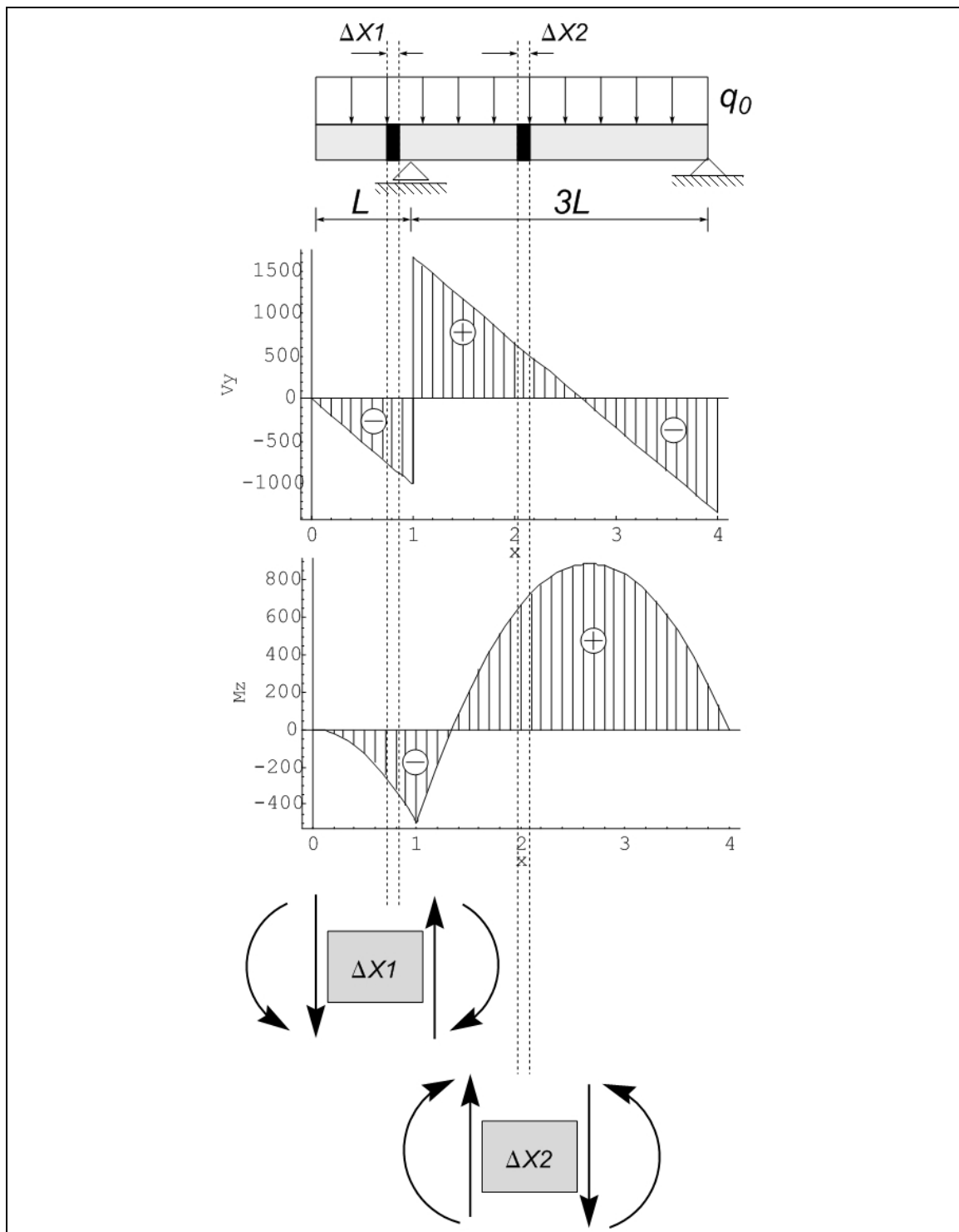


Figura 2.49: Exemplo de utilização da Convenção da Resistência dos Materiais.

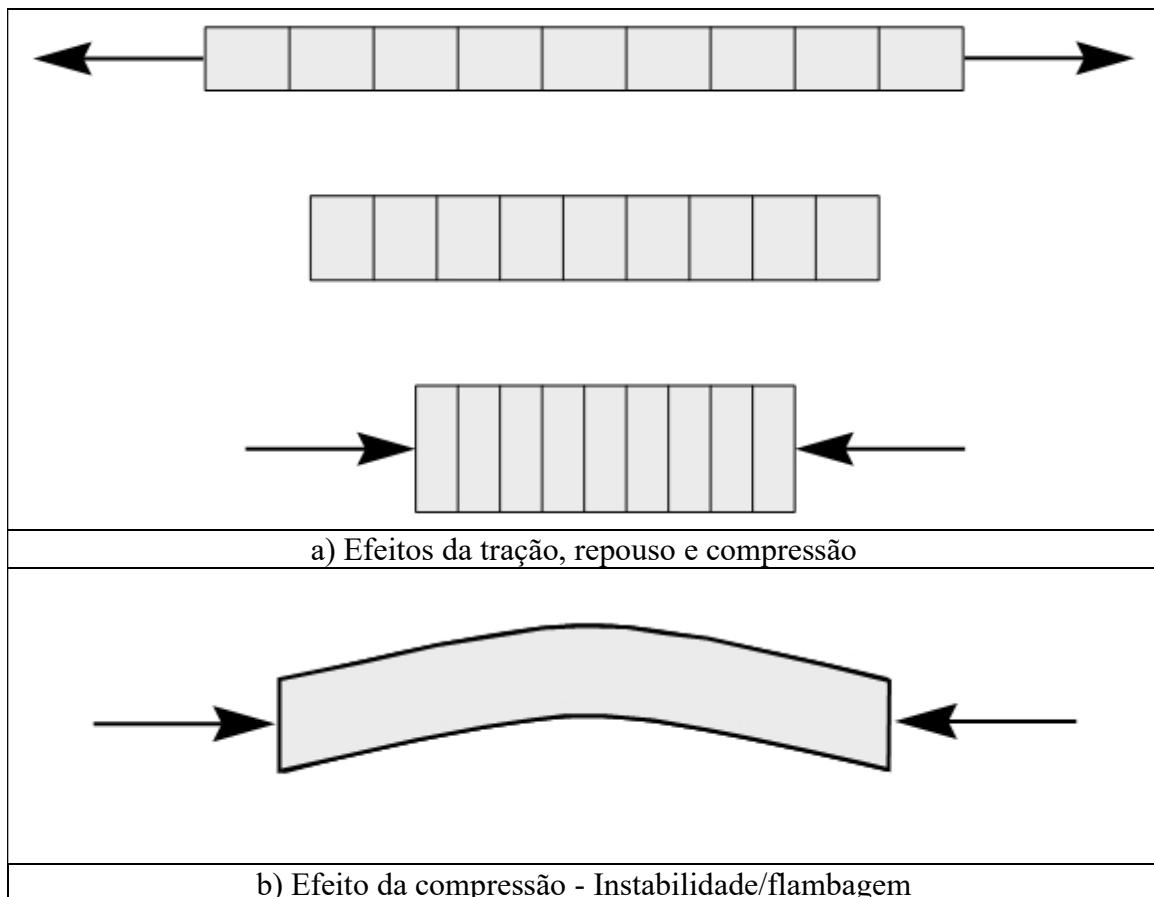


Figura 2.50: Barra tracionada e comprimida e instabilidade na compressão

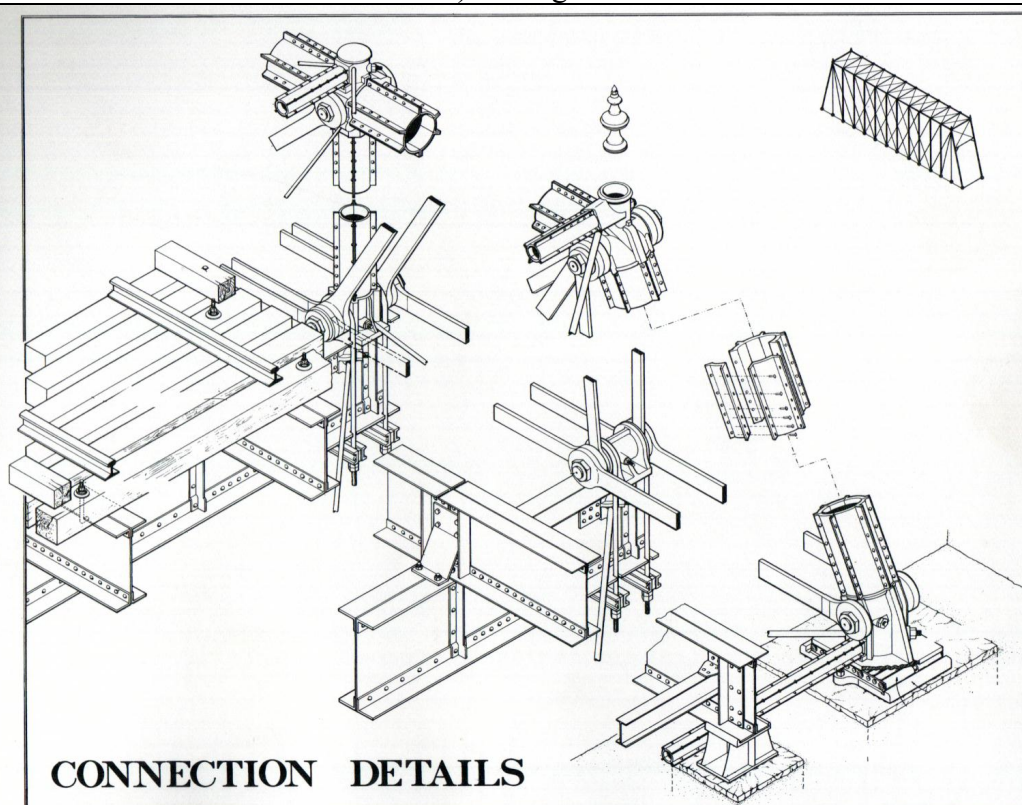
O fato a ser enfatizado no exemplo citado é que é determinante para o correto comportamento da estrutura saber se as peças estão comprimidas ou tracionadas. E é através da correta aplicação da *Convenção da Resistência dos Materiais* que indicamos qual o tipo de esforço ao qual a peça está submetida.

Mas não somente no caso de barras tracionadas e comprimidas que o sinal correto do esforço é importante. A figura 2.52 mostra o efeito produzido em uma peça pela aplicação de esforços cortante positivo ou negativo. Por sua vez as figuras 2.53 e 2.54 trazem a ilustração de estruturas que contém rótulas. A forma de ser construir "fisicamente" uma rótula pode variar de caso a caso. As figuras 2.53b e 2.53c mostram em detalhe duas rótulas existentes na estrutura cuja vista geral é dada na figura 2.53a. É fácil perceber que a rótula da figura 2.53b suporta esforço cortante positivo  $V_Y(+)$ , mas não é capaz de suportar um esforço cortante negativo. Da mesma forma a rótula indicada na figura 2.53c pode suportar um esforço cortante negativo  $V_Y(-)$  mas não resiste a uma força cortante positiva. Finalmente a figura 2.54 ilustra outra rótula que suporta esforço cortante negativo. Estes exemplos também evidenciam que a determinação correta do sinal no diagrama de esforço solicitante interno, no caso força cortante, é vital para o projetista e que um "simples" erro de sinal pode ter conseqüências muito deletérias para a mecânica da estrutura em análise.





a) Vista geral



b) Detalhes construtivos

Figura 2.51: Treliça com barras tracionadas e comprimidas. Fonte: Eric DeLony, Landmark American Bridges. Ed. ASCE, ISBN 0-87262-857-4

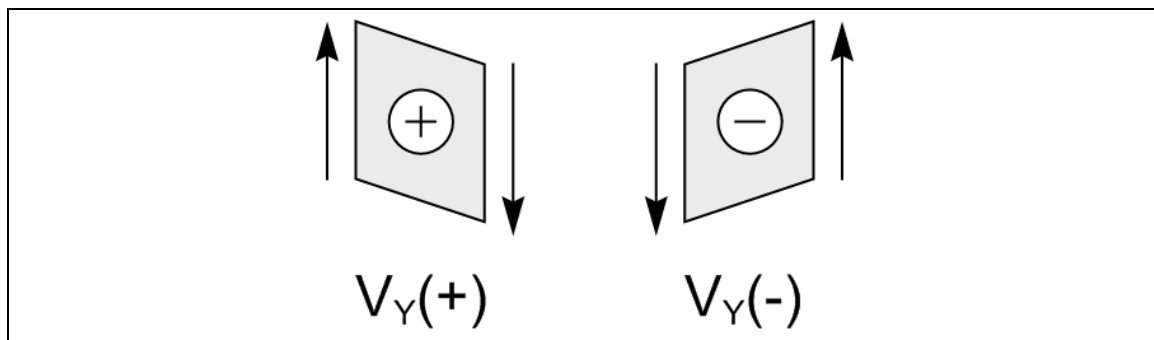


Figura 2.52: Efeitos do esforço cortante positivo e negativo







b) Rótula capaz de suportar esforço cortante positivo



c) Rótula capaz de suportar efeito cortante negativo

Figura 2.53: Estruturas com rótulas



Figura 2.54 Detalhe de rótula capaz de suportar esforço cortante negativo  
(detalhe viaduto início Linha Vermelha-Rio de Janeiro)

Também para elementos estruturais submetidos a momentos torsores e fletores, é importante a correta determinação do sentido dos esforços internos aos quais as seções transversais estão sujeitas. Para o caso da torção muitas vezes é necessário saber se o ângulo de torção, que fornece a rotação relativa entre duas seções possui esta ou aquela direção.

No caso da flexão a questão é muito mais dramática. A figura 2.55 mostra os efeitos de um momento fletor positivo ou negativo sobre uma viga. O leitor deve perceber que no caso de momento fletor positivo existe um alongamento da parte inferior da viga, enquanto a parte superior da viga é encurtada. Isto implica que uma seção sujeita a um momento fletor positivo  $M_z(+)$ , a parte inferior é tracionada ao passo que a parte superior é comprimida. No caso de momento fletor negativo ocorre o contrário, a parte superior é tracionada e a parte inferior comprimida. Isto sempre segundo a convenção que adotamos na figura 2.48.

Agora considere que o "concreto" possui uma capacidade muito pequena de resistir a esforços de tração. Então, a princípio, o concreto não poderia ser usado em elementos estruturais submetidos à flexão. Isto porque nos casos comuns de flexão, sempre uma parcela da seção transversal da viga está submetida à tração enquanto outra parcela da seção transversal está submetida à compressão. A forma como a engenharia solucionou este dilema é "armando" as vigas de concreto com barras de aço. As barras de aço devem ser colocadas na porção da seção transversal sujeita à tração. Assim o concreto resiste à compressão e os esforços de tração são suportados pelo aço. É muito importante saber se o aço é colocado na parte superior ou inferior da seção transversal. Se a seção está submetida a um momento fletor positivo  $M_z(+)$ , sempre segundo nossa convenção, então o aço deve ser colocado na parte inferior da seção transversal. Se o

momento for negativo o aço deve ser colocado na parte superior da seção transversal. A figura 2.56 mostra a seção transversal de uma viga cuja armação está colocada na parte inferior da seção transversal. Esta distribuição das barras de aço na seção seria adequada para uma seção sujeita a momentos fletores positivos  $M_z(+)$ , segundo nossa convenção. Desnecessário mencionar que um "simples erro" no sinal do diagrama de momentos fletores implicaria em colocar o aço na extremidade errada e as consequências para a estrutura seriam desastrosas.

Com estes exemplos pretendemos enfatizar a importância da correta determinação dos esforços internos solicitantes em elementos estruturais. Não somente o valor do esforço é importante, mas também seu sinal, associado à Convenção da Resistência dos Materiais escolhida. O sinal do diagrama indica o tipo de efeito físico que os esforços causam.

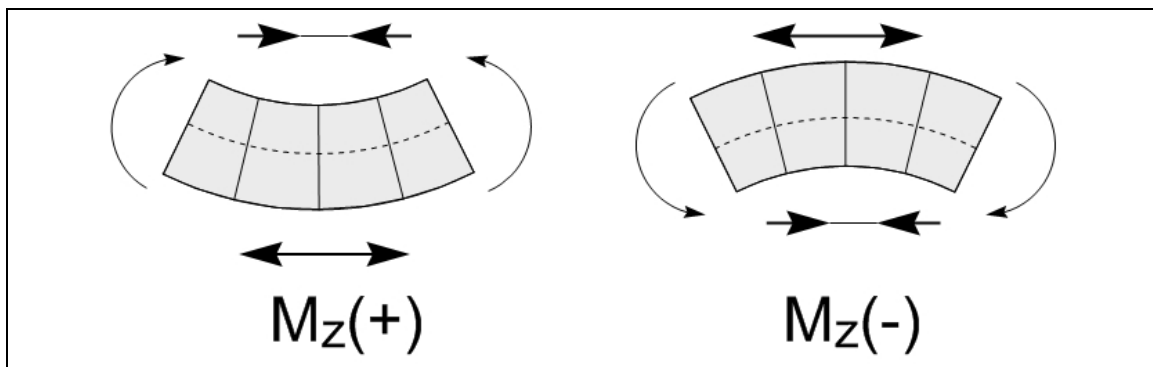


Figura 2.55: Efeitos do momento fletor positivo e negativo

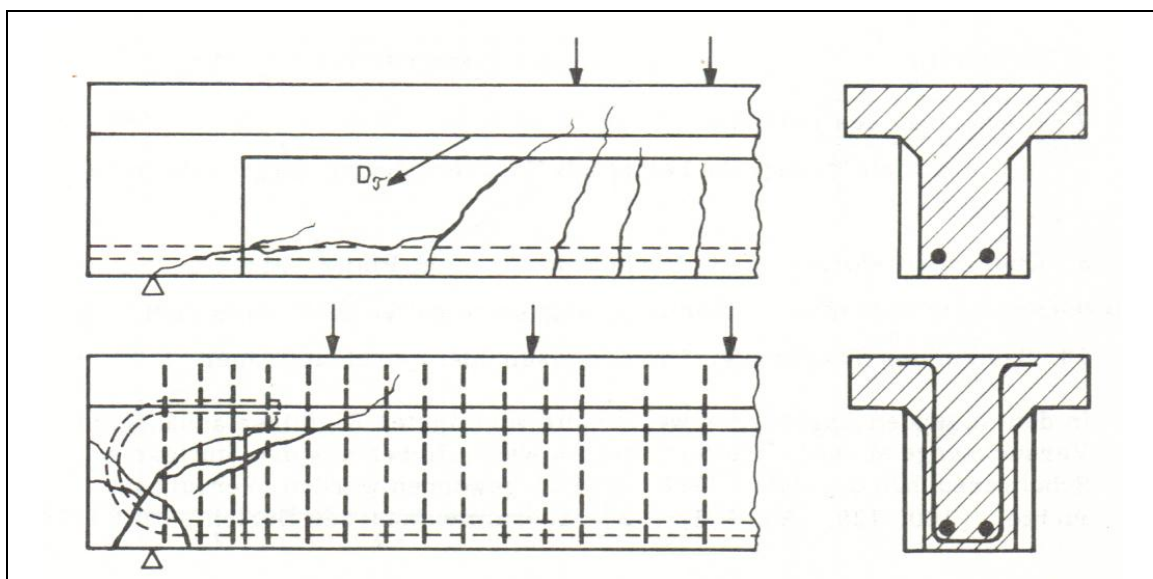


Figura 2.56: Exemplo de viga com ferragem na parte inferior e capaz de resistir a momentos fletores positivos, segundo a convenção adotada no presente texto.

(Fonte: Vorlesungen über Massivbau, Fritz Leonhardt, Springer)

Após o estabelecimento da convenção da resistência dos materiais, podemos prosseguir e detalhar a metodologia a ser seguida para se aplicar o Método das Seções.

**Aplicação do Método das Seções.** O Método das Seções é, como já dissemos, uma aplicação reiterada dos princípios do equilíbrio estático à partes do elemento estrutural. Existem alguns passos que devem ser observados na determinação dos diagramas de esforços solicitantes pelo método das seções. Sugerimos que o leitor siga as seguintes etapas:

- 1) Adote um sistema de eixos coordenados associados à estrutura. Anote também a convenção de sinais da Resistência dos Materiais, associados ao sistema de eixos coordenados.
- 2) Faça o Diagrama de Corpo Livre da Seção e determine as reações de apoio da estrutura.
- 3) Analise a estrutura e verifique qual o número de seções, nas quais a estrutura deverá ser dividida. Toda mudança de carregamento ou vínculo implica em uma nova seção,
- 4) Realize uma sequência de cortes na estrutura a uma distância  $x$  indicando as forças internas solicitantes que garantem o equilíbrio da parcela em análise. Duas sugestões. Primeira. Neste texto iremos iniciar o diagrama de esforços fazendo cortes a partir do lado esquerdo, da origem do sistema coordenado. Segunda. Ao colocar os esforços internos na seção transversal, coloque-os com a direção dada pelo sentido positivo da convenção da resistência dos materiais. Com isto o sinal obtido nas equações de equilíbrio é também o sinal que deverá ser colocado no diagrama de esforço.
- 5) Escreva as equações de equilíbrio do sistema isolado. Determine as expressões dos esforços internos que garantem este equilíbrio.
- 6) Desenhe os diagramas de esforços solicitantes internos. Verifique se os diagramas possuem saltos ou descontinuidades onde existem esforços externos ou reações de apoio concentrados. Verifique se os valores dos diagramas nas partes iniciais e finais dos gráficos são compatíveis com as condições de contorno do problema ou com as reações da apoio calculadas.

Estes passos estão mostrados de maneira esquemática na figura 2.57 e 2.58.

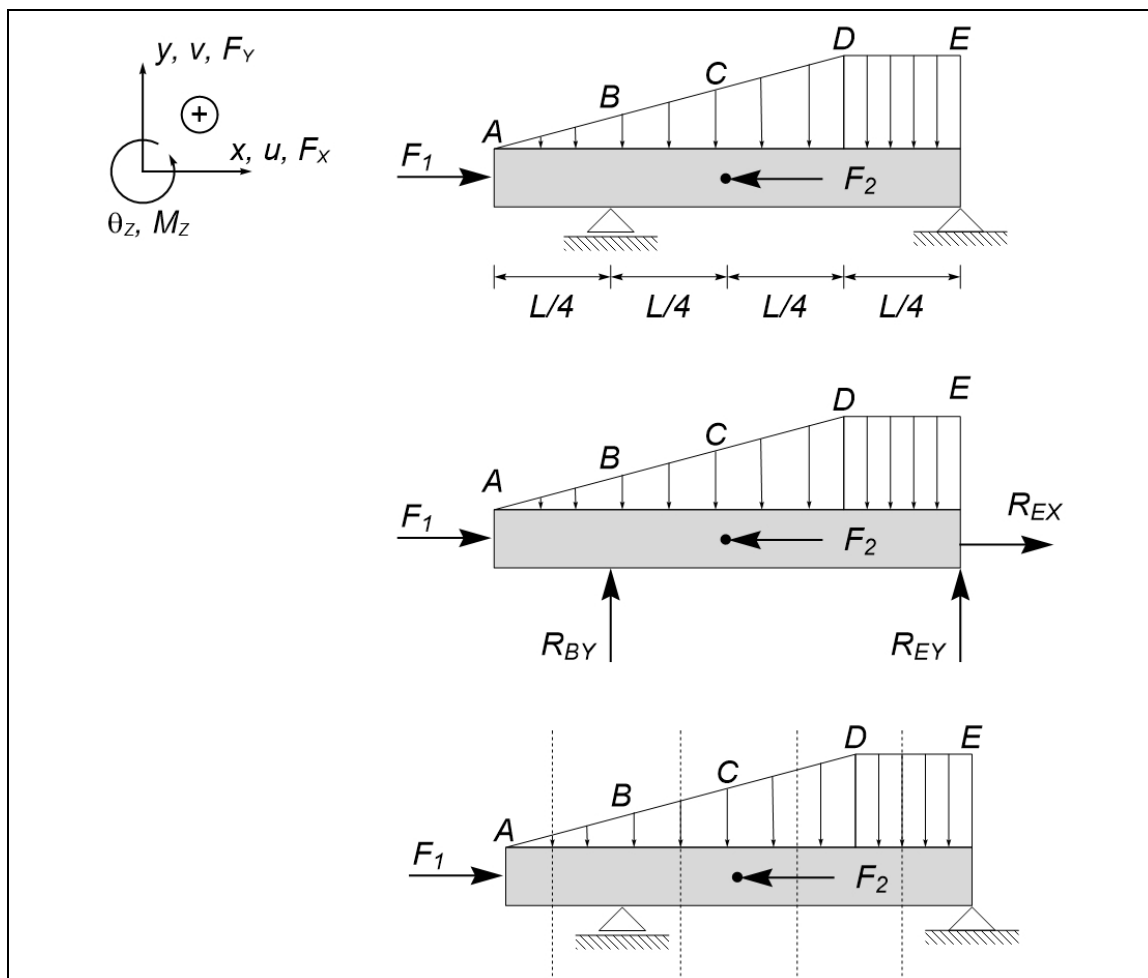


Figura 2.57: Etapas para aplicação do método das seções

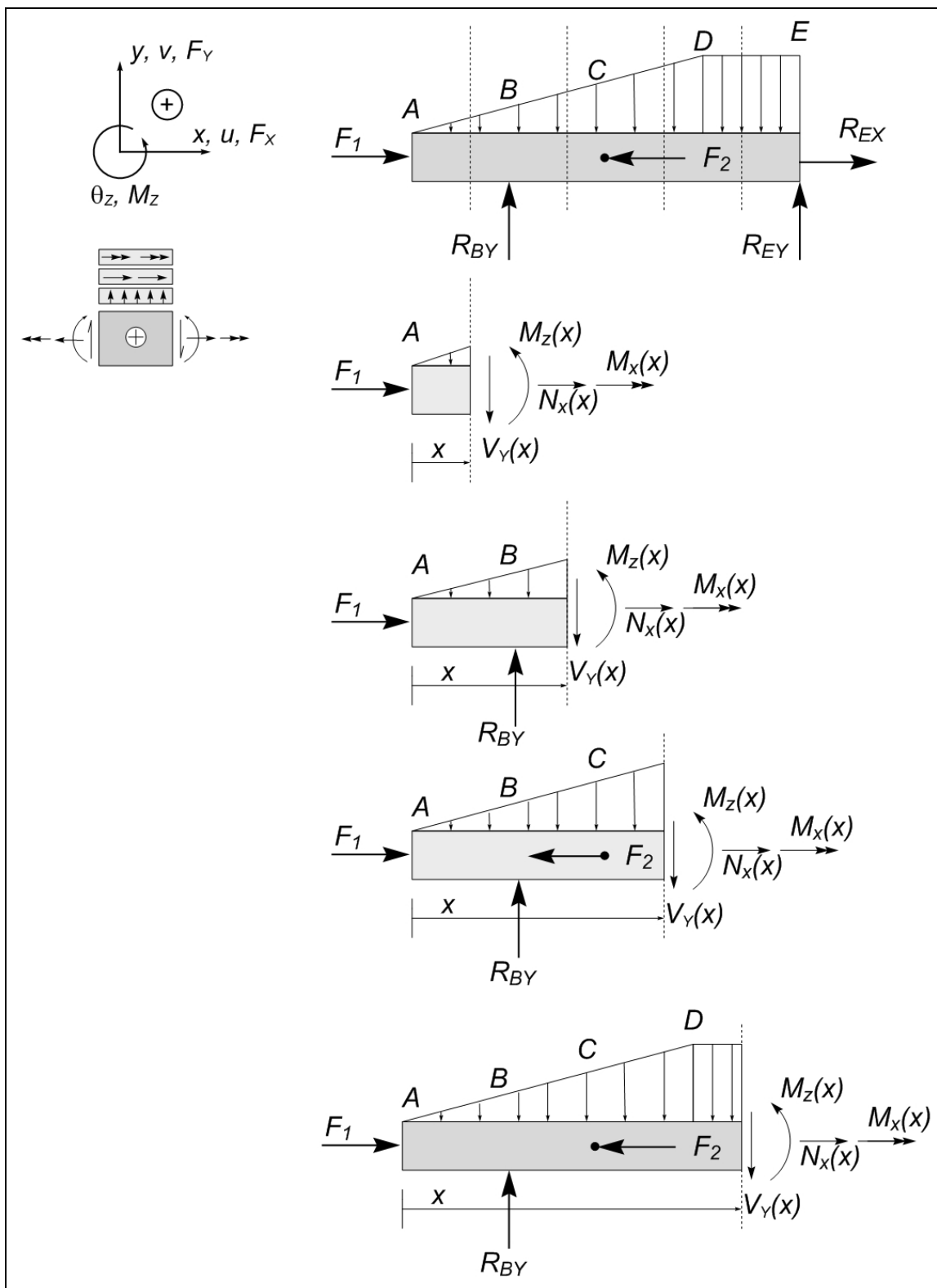


Figura 2.58: Etapas do Método das seções