

# Tramonti

## Radiazione di Corpo Nero

La radiazione di corpo nero descrive la densità di energia irradiata da un corpo a temperatura  $T$  in funzione della lunghezza d'onda  $\lambda$  per via dell'agitazione termica degli atomi o delle molecole costituenti:

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \text{ (} Jm^{-3}s^{-1} \text{)}$$

L'energia di un fotone dipende dalla sua frequenza  $\nu$  o dalla sua lunghezza d'onda come:

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

Quindi la densità di fotoni per lunghezza d'onda è  $D(\lambda, T) = \frac{B(\lambda, T)}{E_\gamma}$ :

$$D(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \frac{\lambda}{hc} \text{ (fotoni} \cdot m^{-2}m^{-1} \text{)}$$

## Scattering di Rayleigh

La luce solare che attraversa l'atmosfera viene diffusa dalle molecole d'aria secondo il processo chiamato scattering di Rayleigh che si applica quando la dimensione del centro di diffusione è molto minore della lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica considerata.

Sebbene nello scattering Rayleigh i fotoni non vengano assorbiti ma solo deviati rispetto alla direzione di propagazione iniziale, si può considerare che un fotone che abbia interagito tramite scattering Rayleigh non faccia più parte del flusso di fotoni iniziale.

A tale scopo la probabilità di interazione può essere descritta tramite il coefficiente di scattering Rayleigh:

$$\beta(\lambda, n, N) = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4 N} (n^2 - 1)^2 (m^{-1})$$

dove  $n$  corrisponde all'indice di rifrazione e  $N$  alla densità di molecole.

Per l'atmosfera terrestre si può considerare:

- $n = 1.00029$
- $N = 2.504 \times 10^{25} \text{ (molecole} \cdot m^{-3} \text{)}$

L'andamento  $\beta$  con  $\frac{1}{\lambda^4}$  spiega perché il cielo appaia azzurro all'occhio umano ed il cielo si arrossi al tramonto.

Considerando quest'ultimo fenomeno, il numero di fotoni osservati ad una data lunghezza d'onda senza essere stati deviati  $N_{obs}(\lambda)$ , dipende dal numero di fotoni iniziali  $N_0(\lambda)$  e dalla lunghezza del percorso in atmosfera  $S$  secondo la legge:

$$N_{obs}(\lambda) = N_0(\lambda) \times e^{-\beta(\lambda)S}$$

## Spessore massa d'aria

Lo spessore della massa d'aria attraversata dalla luce prima di arrivare all'osservatore dipende dalla direzione di arrivo (direzione di osservazione).

Per analizzare l'effetto dell'arrossamento del cielo al tramonto possiamo confrontare lo spessore (approssimativo) attraversato da un fotone che proviene dalla direzione zenitale  $S_{zenith}$  e da quella orizzontale  $S_{oriz}$ .

Considerando che l'atmosfera cala in densità con la quota si può assumere un valore efficace

- $S_{zenith} = 8000 \text{ m}$

Trascurando l'effetto della rifrazione atmosferica si può utilizzare il teorema di Pitagora per ricavare

- $S_{oriz} = \sqrt{(R_T + S_{zenith})^2 - R_T^2}$

dove  $R_T$  è il raggio terrestre.

Considerando invece un angolo  $\theta$  qualsiasi rispetto allo Zenith, lo spessore di massa d'aria  $S_\theta$  può essere approssimato come:

$$S_\theta = \sqrt{(R_T \cos \theta)^2 + 2R_T S_{zenith} + S_{zenith}^2} - R_T \cos \theta$$

## Richieste

### Simulazione Tramonto

In prima approssimazione lo spettro di emissione del Sole può essere considerato quello di corpo nero a temperatura

$$T_\odot = 5.75 \times 10^3 \text{ K}$$

Attraverso una simulazione Monte Carlo, utilizzando le formule fornite sopra:

- studiare e confrontare la distribuzione di fotoni solari in funzione di  $\lambda$ 
  - senza assorbimento;
  - considerando l'effetto dello scattering Rayleigh quando il sole è allo Zenith;
  - considerando l'effetto dello scattering Rayleigh quando il sole è all' Orizzonte;
- studiare l'andamento relativo del flusso integrato di fotoni in funzione della posizione del Sole rispetto allo Zenith.

### Tramonti Esotici

Immaginando che la Terra orbiti attorno ad una stella diversa dal Sole, ripetere lo studio precedente per alcune stelle notevoli a varie temperature:

$$T_{antares} = 3 \times 10^3 \text{ K} \quad (1)$$

$$T_{sirius} = 10 \times 10^3 \text{ K} \quad (2)$$

$$T_{rigel} = 25 \times 10^3 \text{ K} \quad (3)$$

## Stella X

Viene fornito lo spettro di una stella osservata con il relativo angolo zenitale di osservazione ( $\theta_{zenith}$ ).

Determinare la temperatura della stella ignota ( $T_X$ ) con un fit dello spettro dopo aver corretto per l'effetto dello scattering di Rayleigh.

- File di dati `observed_starX.csv` nella stessa cartella del file pdf con la descrizione del progetto.
- $\theta_{zenith} = 45^\circ$