

本节内容

# 二叉树

## 常考性质

王道考研/CSKAOYAN.COM

1

### 二叉树的常考性质


常见考点1: 设非空二叉树中度为0、1和2的结点个数分别为 $n_0$ 、 $n_1$ 和 $n_2$ , 则  **$n_0 = n_2 + 1$**   
(叶子结点比二分支结点多一个)

假设树中结点总数为  $n$ , 则

- ①  $n = n_0 + n_1 + n_2$
- ②  $n = n_1 + 2n_2 + 1$

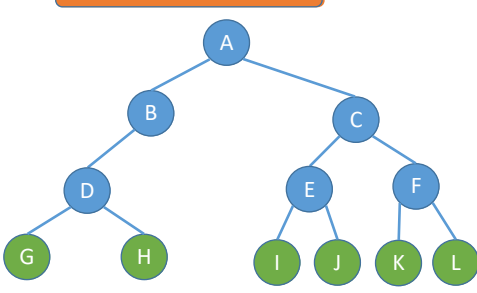
② - ①

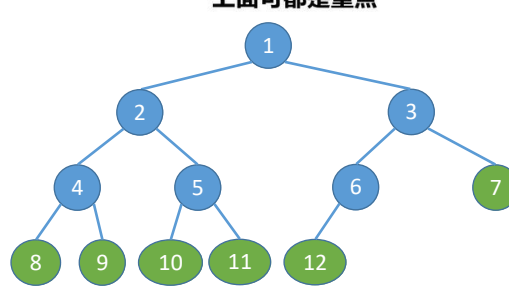
$n_0 = n_2 + 1$



上面可都是重点

树的结点数=总度数+1





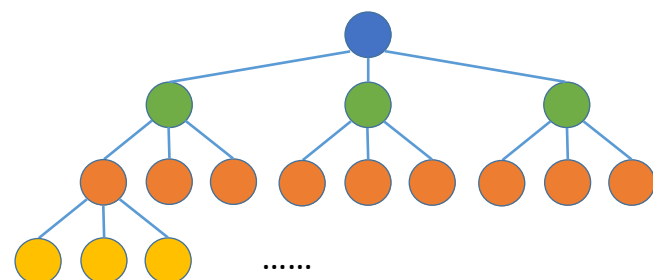
王道考研/CSKAOYAN.COM

2

## 二叉树的常考性质

常见考点2: 二叉树第  $i$  层至多有  $2^{i-1}$  个结点 ( $i \geq 1$ )

$m$  叉树第  $i$  层至多有  $m^{i-1}$  个结点 ( $i \geq 1$ )



第 1 层:  $m^0$

第 2 层:  $m^1$

第 3 层:  $m^2$

第 4 层:  $m^3$

王道考研/CSKAOYAN.COM

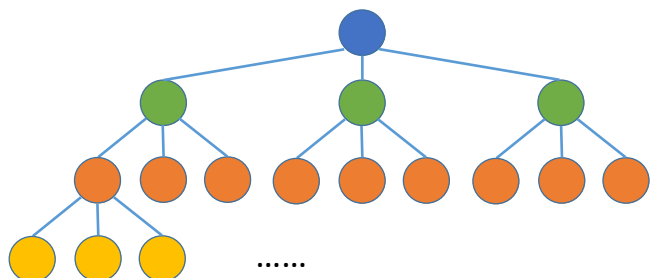
3

## 二叉树的常考性质

常见考点3: 高度为  $h$  的二叉树至多有  $2^h - 1$  个结点 (满二叉树)

高度为  $h$  的  $m$  叉树至多有  $\frac{m^h - 1}{m - 1}$  个结点

等比数列求和公式:  $a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$



第 1 层:  $m^0$

第 2 层:  $m^1$

第 3 层:  $m^2$

第 4 层:  $m^3$

王道考研/CSKAOYAN.COM

4

### 完全二叉树的常考性质

常见考点1: 具有 $n$ 个( $n > 0$ )结点的完全二叉树的高度 $h$ 为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

高为 $h$ 的满二叉树共有 $2^h - 1$ 个结点  
高为 $h-1$ 的满二叉树共有 $2^{h-1} - 1$ 个结点

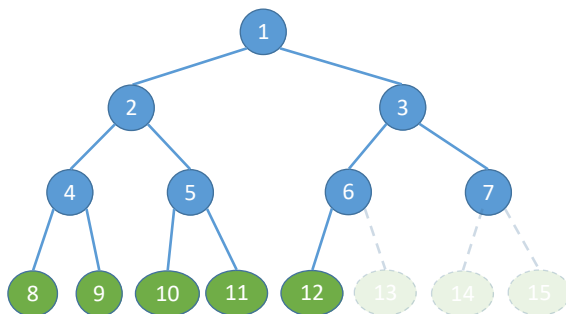


$$2^{h-1} - 1 < n \leq 2^h - 1$$

$$2^{h-1} < n + 1 \leq 2^h$$

$$h - 1 < \log_2(n + 1) \leq h$$

$$h = \lceil \log_2(n + 1) \rceil$$



王道考研/CSKAOYAN.COM

5

### 完全二叉树的常考性质

常见考点1: 具有 $n$ 个( $n > 0$ )结点的完全二叉树的高度 $h$ 为 $\lceil \log_2(n+1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$

高为 $h-1$ 的满二叉树共有 $2^{h-1} - 1$ 个结点  
高为 $h$ 的完全二叉树至少 $2^{h-1}$ 个结点  
至多 $2^h - 1$ 个结点



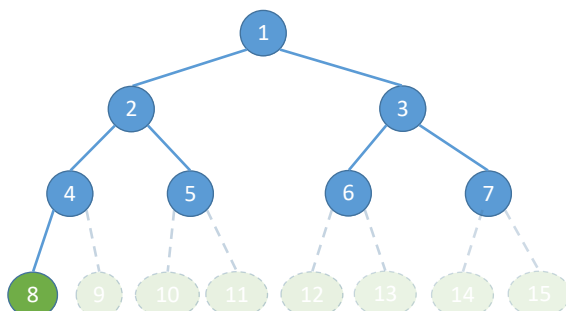
$$2^{h-1} \leq n < 2^h$$

$$h - 1 \leq \log_2 n < h$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1$$



第 $i$ 个结点所在层次为 $\lceil \log_2(n + 1) \rceil$ 或 $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$



王道考研/CSKAOYAN.COM

6

## 完全二叉树的常考性质

常见考点2: 对于完全二叉树, 可以由的结点数  $n$  推出度为0、1和2的结点个数为  $n_0$ 、 $n_1$  和  $n_2$

完全二叉树最多只有一个度为1的结点, 即

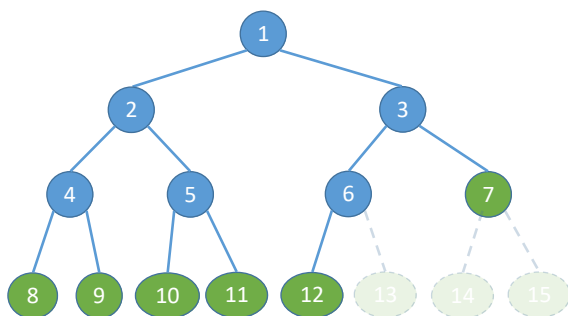
$n_1=0$ 或1

$n_0 = n_2 + 1 \rightarrow n_0 + n_2$  一定是奇数



若完全二叉树有  $2k$  个(偶数)个结点, 则必有  $n_1=1$ ,  $n_0=k$ ,  $n_2=k-1$

若完全二叉树有  $2k-1$  个(奇数)个结点, 则必有  $n_1=0$ ,  $n_0=k$ ,  $n_2=k-1$



王道考研/CSKAOYAN.COM

7

## 知识回顾与重要考点

二叉树:

- $n_0 = n_2 + 1$
- 第  $i$  层至多有  $2^{i-1}$  个结点 ( $i \geq 1$ )
- 高度为  $h$  的二叉树至多有  $2^h - 1$  个结点

完全二叉树:

- 具有  $n$  个 ( $n > 0$ ) 结点的完全二叉树的高度  $h$  为  $\lceil \log_2(n+1) \rceil$  或  $\lfloor \log_2 n \rfloor + 1$
- 对于完全二叉树, 可以由的结点数  $n$  推出为0、1和2的结点个数为  $n_0$ 、 $n_1$  和  $n_2$  (突破点: 完全二叉树最多只会会有一个度为1的结点)

王道考研/CSKAOYAN.COM

8