文章编号: 1674 - 0076(2016) 03 - 0071 - 05

自适应多策略粒子群优化算法的研究综述

喻 祥12,孙 辉12,赵 嘉12,刘祖涵12,覃 晖

(1. 南昌工程学院 信息工程学院 江西 南昌 330099;

- 2. 南昌工程学院 水信息协同感知与智能处理省级重点实验室 江西 南昌 330099; 3. 华中科技大学 水电与数字化工程学院 湖北 武汉 430074)
- 摘 要: 粒子群优化(particle swarm optimization PSO) 算法模拟鸟群或鱼群中生物体的运动行为 ,是一类优秀的元启发式算法。PSO 算法的研究现状是进行自适应多策略的探索。所谓多策略是指采用多种策略分别实现保持多样性、逃脱停滞/局部极值、加速收敛和局部搜索等目的 ,而自适应是指根据种群/粒子的演化状态动态地更新各策略中用到的关键参数以及恰当地进行策略的调用、转换和设置。通过对文献中各种自适应多策略 PSO 算法进行综述 ,分析得出 PSO 算法的发展趋势是结合维和更小尺度的搜索经验知识进行自适应多策略的研究。

关键词: 粒子群优化: 自适应: 多策略: 综述

中图分类号: TP301

文献标识码: A

Review on adaptive multi-strategy particle swarm optimization

YU Xiang^{1 2} SUN Hui^{1 2} ZHAO Jia^{1 2} LIU Zuhan^{1 2} QIN Hui³

- (1. School of Information Engineering Nanchang Institute of Technology Nanchang 330099 China;
- 2. Provincial Key Laboratory for Water Information Cooperative Sensing and Intelligent Processing, Nanchang Institute of Technology Nanchang 330099 China; 3. School of Hydropower and Information Engineering Huazhong University of Science and Technology Wuhan 430064 China)

Abstract: Particle swarm optimization (PSO) is a powerful class of meta-heuristics. PSO simulates the movements of organisms in a bird flock or fish school. The research status quo of PSO is the investigation of adaptive multi-strategy. Multi-strategy refers to the use of multiple strategies in order to realize preserving diversity escaping from stagnation/local optimum accelerating convergence and local search. Adaptive means dynamically updating key parameters involved in each strategy and appropriately invoking/switching/setting the strategies. Based on a survey of various adaptive multi-strategies PSO algorithms proposed in literature this paper comes to the conclusion that the future research trend of PSO is to study adaptive multi-strategy through incorporating search experience knowledge at the dimension and smaller scales.

Key words: particle swarm optimization; adaptive; multi-strategy; review

收稿日期: 2016 - 02 - 20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61261039 51209008); 江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ151099)

作者简介: 喻 祥(1983 -) 男 讲师 博士 xiang. yu@ nit. edu. cn.

1 典型 PSO 算法

在学界最初提出的全局 PSO(global PSO,GPSO) [1] 算法中,整个种群的历史最佳位置(即全局最佳位置)被用于更新粒子的飞行速度。具体而言 在每次迭代,每个粒子p的速度 Vel_p 和位置 Pos_p 在每一维通过如下方式进行更新。

$$Vel_{p,d} = w \times Vel_{p,d} + c_1 \times r_{1,d} \times (Pbest_{p,d} - Pos_{p,d}) + c_2 \times r_{2,d} \times (Gbest_d - Pos_{p,d}). \tag{1}$$

$$Pos_{p,d} = Pos_{p,d} + Vel_{p,d}. (2)$$

其中 $d(d=1\ 2\ ,\cdots\ D)$ 是维索引; w 是惰性权重; c_1 和 c_2 是加速系数; $r_{1,d}$ 和 $r_{2,d}$ 是 $[0\ 1]$ 区间的均匀分布随机数; $Pbest_p=\{Pbest_{p,1}\ Pos_{p,2}\ ,\cdots\ Pos_{p,p}\}$ 是 p 的个体最佳位置; $Gbest=\{Gbest_1\ Gbest_2\ ,\cdots\ Gbest_p\}$ 是全局最佳位置。GPSO 算法极易陷入早熟收敛,因此局部 PSO(local PSO ,LPSO) [2] 算法随后被提出。LPSO 算法构建一个社交拓扑(如环状、金字塔状和冯诺依曼状等)。每个粒子 p 的邻域包括 p 自身和在拓扑结构中与 p 直接邻接的粒子。LPSO 算法通过 p 邻域的历史最佳位置(即局部最佳位置) $Lbest_p$,而不是全局最佳位置 ,来引导 p 的飞行速度的更新,即

$$Vel_{p,d} = w \times Vel_{p,d} + c_1 \times r_{1,d} \times (Pbest_{p,d} - Pos_{p,d}) + c_2 \times r_{2,d}^* (Lbest_{p,d} - Pos_{p,d}).$$
 (3)

对于 GPSO 和 LPSO 算法,一旦与邻域相关的范本位置(即全局/局部最佳位置)被确定。该范本就被用于在搜索空间的所有 D 维上引导粒子飞行速度的更新。单个范本并不总是在每一维上都能提供有益的引导,综合 学习 PSO(comprehensive learning PSO,CLPSO) $^{[3]}$ 算法 和 正 交 学 习(orthogonal learning PSO,OLPSO) $^{[4]}$ 算法因此分别被提出以鼓励粒子在进行飞行轨迹的更新时在不同的维上向不同的范本学习。CLPSO 算法和 OLPSO 算法根据如下公式在每次迭代更新每个粒子 p 的速度 Vel_p 。

$$Vel_{p,d} = w \times Vel_{p,d} + c \times r_d \times (Exe_{p,d} - Pos_{p,d}). \tag{4}$$

其中 $Exe_p = \{Exe_{p,1} Exe_{p,2} , \cdots Exe_{p,p}\}$ 是 p 对应的范本位置。在 CLPSO 算法中,每个粒子关联有一个独立的学习概率以控制在每一维 d 上 p 是 p 自身的个体最佳位置还是 p 之外随机选择的某个粒子的个体最佳位置学习。OLPSO 算法通过正交实验设计确定在不同维上由 p 的个体最佳位置或全局 / 局部最佳位置引导飞行速度更新的最佳组合。相应地,OLPSO 算法有两个版本,即全局版 OLPSO-G 和局部版 OLPSO-L。对于 CLPSO和 OLPSO 算法,每个粒子 p 向某一范本位置学习若干次连续迭代步,当 p 的个体最佳适应度值陷入停滞时会重新为 p 确定范本位置。 $Zhan^{[4]}$ 等比较了 OLPSO-G、OLPSO-L、CLPSO 和其它 PSO 算法在一系列常用基准测试函数上的性能;结果显示 OLPSO-L 和 CLPSO 算法在许多"多峰" 优化问题上性能显著优于 OLPSO-G 和传统

的 PSO 算法(包括 GPSO 和 LPSO 算法),这是因为 OLPSO-L 和 CLPSO 算法能够较好地保持种群的多样性,对搜索空间实现更为充分的采样。GPSO、LPSO、CLPSO 和 OLPSO 算法是通过不同方式利用 粒子自身的搜索经验和其它粒子的搜索经验更新粒子飞行轨迹的4种典型 PSO 算法 表1总结了这4种 PSO 算法在粒子飞行速度更新方面的不同之处。

_			
	PSO 算法	范本	在搜索空间各维 使用同样的范本
	GPSO	个体最佳位置和全局最佳位置	是
	LPSO	个体最佳位置和局部最佳位置	是
	CLPSO	粒子 p 自身的个体最佳位置或 p 之外随机 选择的某个粒子的个体最佳位置	n 否
_	OLPSO	个体最佳位置或全局 / 局部最佳位置	否

表 1 4 种 PSO 算法在粒子速度更新方面的不同之处

2 自适应多策略 PSO 算法的研究现状

近20年来,国内外学者对PSO 算法进行了深入的研究。PSO 算法的研究现状是在 GPSO、LPSO、CLPSO 或 OLPSO 算法的基础上进行自适应多策略的探索。所谓多策略是指采用多种策略分别实现保持多样性、逃脱停滞/局部极值、加速收敛和局部搜索等目的,而自适应是指根据算法的演化状态动态地更新算法各策略中用到的关键参数以及恰当地进行策略的调用、转换和设置。自适应多策略的目的的让算法高效地寻找到最优解或者一个令人满意的次优解。

2.1 基于 GPSO/LPSO 算法的自适应多策略研究

 $Zhan^{[5]}$ 等提出自适应 GPSO 算法; 算法基于每个粒子与所有其它粒子之间的距离分布实时地识别出种群的演化状态; 然后根据种群的演化状态自适应地更新惰性权重和加速系数以加速收敛; 算法利用高斯扰动给全局最佳位置施加适当的动量以帮助逃脱停滞 / 局部极值。Beheshti [6] 等提出面向中值(median value) 的 GPSO 算法; 算法对每个粒子 p 采用独立的加速系数; 算法在更新 p 的飞行速度时有意将 p 远离种群的中值位

置,并且基于 p 的适应度值、种群的最差适应度值和种群的中值适应度值自适应地更新 p 对应的加速系数以 实现逃脱停滞/局部极值和加速收敛。Chen[7] 等引入衰老机制以实现保持多样性,提出基于衰老领导者 (aging leader) 和挑战者(challengers) 的 GPSO 算法; 算法根据全局最佳适应度、个体最佳适应度以及领导 者的适应度值的历史改进情况自适应地分析领导者的领导能力,并且通过均匀变异算子生成挑战者取代不 合格的领导者。Hu[8] 等提出增广多种自适应方法的 GPSO 算法; 算法将非均匀变异和自适应次梯度 (subgradient) 法轮换作用于全局最佳位置; 非均匀变异有助于保持多样性,而自适应次梯度法有助于局部 搜索; 算法在某个随机选择的粒子上进行柯西变异操作; 由于变异会阻碍种群的收敛, 算法针对每个粒子采 用不同的惰性权重和加速系数 并且将参数控制定义成最小化各粒子与全局最佳位置之间的距离之和以自 适应地设置参数实现加速收敛。Leu^[9] 等基于灰色相关分析(grey relational analysis) 计算每个粒子与全局 最佳位置之间的距离分布情况。并且根据该计算结果在 GPSO 算法中自适应地更新惰性权重和加速系数。 Wang[10] 等提出自适应变异 GPSO 算法; 在算法中 柯西、利维和高斯 3 种变异算子具有独立的选择概率; 柯 西和利维变异比高斯变异的变异尺度更大 适用于保持多样性 ,而高斯变异可用于帮助局部搜索; 每种变异 算子的选择概率根据对应算子的成功概率自适应地进行设置。Lim 和 Isa[11] 提出自适应时变拓扑连接度 (connectivity) LPSO 算法; 算法根据每个粒子 p 对全局最佳适应度的历史贡献情况和 p 的拓扑连接度陷入阈 值的历史情况自适应地改变 p 在社交拓扑中的连接度; 算法通过邻域搜索技术帮助个体最佳适应度值在当 前迭代步停止改进的粒子逃脱停滞。Xia[12] 等提出在收缩空间中进行禁忌检测和局部搜索的 GPSO 算法; 算 法将搜索空间的各维 d 分割成 7 块大小相同的子区域; 算法每隔若干次连续迭代步根据所有粒子的个体最 佳适应度排序和每个粒子的个体最佳位置在各维 d 上的子区域分布计算维 d 上各子区域的"优秀"程度; 在 维 d 上,算法根据 $Gbest_d$ 所属的子区域的优秀程度恰当地从其它子区域中随机生成一个可能的替代值帮助 逃脱局部极值; 算法当全局最佳位置在维 d 上落入某个子区域内足够长的连续迭代步后 i 会将维 i 上的搜索 空间缩小到 Gbest, 所属的子区域以加速收敛; 此外, 算法通过差分学习策略实现局部搜索。Netjinda [13] 等提 出基于燕八哥(starling) 集合响应机制的 GPSO 算法; 算法当全局最佳适应度停滞改进一定的连续迭代步时 对每个粒子 p 根据 p 的 7 个最近邻进行飞行轨迹的更新以帮助实现逃脱停滞 / 局部极值。Tang 等 [14] 提出所 谓的多策略自适应 GPSO 算法; 算法将种群的最差适应度值和种群的最佳适应度值所构成的区间分割成多 个大小相同的子区间, 计算所有粒子落入每个适应度子区间的概率, 并且通过熵值法得出种群的适应度多样 性指标 根据该指标自适应地更新惰性权重;算法在全局最佳位置和靠近全局最佳位置的其它粒子上实施变 异操作。余庆[15] 等提出一种改进的 GPSO 和人工蜂群融合算法; 算法对于粒子群采用改进的反向学习策略, 以增强种群的多样性;蜂群中的跟随峰根据个体停滞次数自适应地改变进化策略;同时,算法交替共享两个 种群的全局最优位置,通过相互引导获得更好的寻优能力。孙辉[16] 等提出自适应子空间高斯学习 LPSO 算 法; 算法基于适应值离散度和子空间高斯学习自适应地调整参数和搜索策略, 帮助粒子逃离局部最优; 此外, 算法动态构建每个粒子 p 的领域以增强种群的多样性。 $Vitorino^{[17]}$ 等将人工蜂群算法的保持多样性机制引 入 Zhan^[5] 等提出的自适应 GPSO 算法。Meng^[18] 等提出十字形(crisscross) GPSO 算法; 算法通过纵向交叉 (crossover) 算子增强种群的多样性和横向交叉算子加速收敛。Taherkhani和 Safabaksh [19] 在 GPSO 算法中根 据每个粒子p 的适应度在当前迭代步的改进情况和 Pos_n 在搜索空间各维d 上与 $Pbest_n$ 之间的距离自适应地 设置 p 在各维 d 上使用的独立惰性权重和加速系数以实现加速收敛。

2.2 基于 CLPSO/OLPSO 算法的自适应多策略研究

在 CLPSO 算法中,每个粒子 p 对应的学习概率控制 p 的探测(exploration) / 开采(exploitation) 搜索能力。Liang 和 Suganthan $^{[20]}$ 提出基于历史学习的自适应 CLPSO 算法; 每隔若干次连续迭代步 T 算法根据过去采样时段 T 中种群的历史最佳学习概率值(即实现了个体最佳位置的最大改进) 通过高斯分布自适应地调整每个粒子的学习概率。 $Ni^{[21]}$ 等提出结合模因(memetic) 方案的 CLPSO 算法; 该模因方案通过混沌(chaotic) 局部搜索算子让在连续多次迭代步都无法改进个体最佳适应度的粒子逃脱停滞并且通过模拟退火方法对个体最佳适应度在连续多次迭代步持续改进并且个体最佳位置是全局最佳位置的粒子进行细粒度的局部搜索。 $Zheng^{[22]}$ 等在 CLPSO 算法中根据当前迭代步适应度有改进的粒子数的相对比率自适应地设置惰性权重 此外根据所有粒子在当前迭代步的适应度改变值相对于空间位置改变值的比率之和自适应地设置加速系数。 $Hu^{[23]}$ 等提出免疫(immune) OLPSO 算法; 算法通过引入免疫机制以进一步增强种群的多样性。 $Wu^{[24]}$ 等提出基于优秀解(superior solution) 引导的 CLPSO 算法; 在算法中,优秀解集不仅包括每个粒子的个体最佳位置,也包括其它适应度较好的历史经验位置; 算法利用非均匀变异实现逃脱停滞 / 局部极值以及

通过局部搜索技术(如 BFGS 拟牛顿法、DFP 拟牛顿法、模式搜索法和 NM 纯流形法) 提高解的精度; 算法在两个条件同时满足时才激活每个粒子p上的变异操作,第一个条件是p的个体最佳适应度是否停滞改进了一定的连续迭代步,而第二个条件是p在当前迭代步的空间位置与以前若干次迭代步的空间位置之间的平均距离是否小于一个阈值。Yu 和 Zhang [25] 提出增强 (enhanced) CLPSO 算法; 算法构建了所谓的"规范"(normative) 界限,即所有粒子的个体最佳位置在搜索空间各维上的下界和上界; 算法认为当某维的规范界限足够小(即小于搜索空间在该维上区间的 1% 和绝对值 2) 时,该维处于开采搜索阶段(即已经定位到最优解在该维所处的可能子区域,可以将搜索集中到该子区域以改进解的精度),反之该维仍处于探测搜索阶段(即仍在搜索该维上的不同子区域);算法根据所有粒子的个体最佳适应度值的排序和进入开采搜索阶段的维数自适应地更新各粒子的学习概率; 此外,算法通过高斯扰动对进入搜索阶段的各维进行局部搜索。Lynn 和 Suganthan [26] 提出异构(heterogeneous) CLPSO 算法; 整个种群被划分成两个子种群,分布专注于探测搜索和开采搜索。Qin [27] 等提出多策略 OLPSO 算法; 算法基于正交设计和 4 种辅助策略生成适当的范本位置以帮助实现保持多样性、逃脱停滞 / 局部极值、加速收敛和局部搜索;此外,算法在全局最佳位置上实施变异以增强全局搜索能力。

3 总结和未来研究方向

PSO 算法涉及到种群、粒子、维、飞行速度、空间位置和适应度。PSO 算法通过多个粒子组成的种群实现 对搜索空间的并行搜索,从而具备较强的全局搜索能力。粒子之间的距离分别情况,如 Zhan [5] 等计算的每个 粒子与其它所有粒子之间的平均距离以及 Leu^[9] 等计算的每个粒子与全局最佳位置之间的距离 ,能够反映 种群的搜索状态。一般而言,当粒子之间距离分布较分散时,种群处于探测搜索状态;而当粒子之间距离分别 较集中时 种群处于开采搜索状态。种群在搜索空间中的位置分布多样性往往也会导致种群在适应度上的取 值多样性。粒子适应度的历史改进情况有助于判断粒子是否陷入停滞/局部极值。文献[12,17,25]的工作 指出 PSO 算法在搜索空间各维上的搜索进度往往不一致 对 PSO 算法的种群 / 粒子在各维上使用统一的策 略和参数可能会在某些维上影响搜索效率。因此,有必要结合种群/粒子在维和更小尺度上的搜索经验知 识,即基于种群/粒子在各维和更小尺度上的距离分布情况和各粒子适应度分布和历史改进情况进行自适 应多策略的研究。但是 研究种群在各维 d 和更小尺度上的距离分布情况不能只是已有文献研究工作的简单 延展,如计算每个粒子与其它所有粒子之间在维 d 上的平均距离、每个粒子与全局最佳位置之间在维 d 上的 距离或每个粒子与个体最佳位置在维d上的距离依此自适应地设置惰性权重和加速系数等参数,而应该是 如 Yu 和 $\operatorname{Zhang}^{[25]}$ 中计算所有粒子的个体最佳位置在各维 d 的上界和下界依此快速判断种群在维 d 上的搜 索状态和计算已进入开采搜索阶段的维数依此自适应地更新最大学习概率,以及 $Xia^{[12]}$ 等将各维 d 分成多 块相同大小的子区域 根据全局最佳位置和每个粒子的个体最佳位置在维 d 上各子区域的分布实施禁忌检 测和收缩那样进行更为深入的研究。

在 PSO 算法中,每个粒子 p 在各维 d 根据当前飞行速度、当前空间位置和单个或多个范本位置的线性组合更新飞行轨迹。在运行初期,算法需要通过选择合适的范本位置将种群中的粒子引导到搜索空间不同的区域进行探索以定位最优解可能处于的希望区域。CLPSO 算法和 OLPSO 算法鼓励粒子在进行飞行轨迹的更新时在不同的维上向不同的范本学习。在文献 [3 4 7] 中,每个粒子向某一范本向量学习一定的连续迭代步,当种群 / 粒子的适应度历史改进情况不够理想时会重新确定范本向量。Beheshti [6] 等和 Wu [24] 等建议粒子在更新飞行轨迹时不应该只考虑自身和其它粒子的个体最佳位置,也应该参考其它的位置经验信息。若粒子陷入停滞 / 局部极值,可以通过实施变异、扰动、重新初始化或混沌搜索将粒子引导到搜索空间的其它区域。变异和扰动算子也可以用于实现局部搜索。文献中已有的工作在探测搜索阶段仅仅基于种群 / 粒子的适应度情况选择范本,没有考虑到范本的作用是为了将种群中的粒子引导到搜索空间不同的区域进行探索。文献中已有的工作仅仅在种群 / 粒子的适应度历史改进情况不够理想时会重新确定范本向量。未来需要研究如何根据种群 / 粒子在维和更小尺度的距离分布情况和各粒子的适应度分布和历史改进情况进行范本的选择和更新以及变异、扰动、重新初始化或混沌搜索策略帮助实现逃脱停滞 / 局部极值。Yu 和 Zhang [25] 和 Xia [12] 等认为在搜索空间各维上实现开采搜索需要在比原搜索区间更小的区域内进行。未来需要研究如何在各维 d 上更有效且高效地从探测搜索阶段进入开采搜索阶段。

参考文献:

- [1] Kennedy J Eberhart R C. Particle swarm optimization [C]. International Conference on Neural Networks ,1995: 1942 1948.
- [2] Kennedy J ,Mendes R. Population structure and particle swarm optimization [C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation , 2002: 1671 1676.
- [3] Liang J J Qin A K Suganthan P N et al. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2006, 10(3): 281 – 295.
- [4] Zhan Z H Zhang J Li Y et al. Orthogonal learning particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2011 15(6):832 –847.
- [5] Zhan Z H Zhang J Li Y et al. Adaptive particle swarm optimization [J]. IEEE Transactions on Systems "Man "and Cybernetics , Part B: Cybernetics 2009 39(6):1362-1381.
- [6] Beheshti Z Shamsuddin S M H Hasan S. MPSO: median-oriented particle swarm optimization [J]. Applied Mathematics and Computation 2013 219(11):5817 5836.
- [7] Chen W N Zhang J Lin Y et al. Particle swarm optimization with an aging leader and challengers [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2013 ,17(2): 241 258.
- [8] Hu M Q ,Wu T F ,Weir J D. An adaptive particle swarm optimization with multiple adaptive methods [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation 2013 ,17(5):705 720.
- [9] Leu M S ,Yeh M F ,Wang S C. Particle swarm optimization with grey evolutionary analysis [J]. Applied Soft Computing 2013 ,13 (10): 4047 - 4062.
- [10] Wang H ,Wang W J ,Wu ZJ. Particle swarm optimization with adaptive mutation for multimodal optimization [J]. Applied Mathematics and Computation 2013 221: 296 305.
- [11] Lim W H Jsa N A M. Particle swarm optimization with adaptive time-varying topology connectivity [J]. Applied Soft Computing, 2014 24:623 642.
- [12] Xia X W Liu J N Hu Z B. An improved particle swarm optimizer based on tabu detecting and local learning strategy in a shrunk search space [J]. Applied Soft Computing 2014 23:76 90.
- [13] Netjinda N Achalakul T Sirinaovakul B. Particle swarm optimization inspired by staling flock behavior [J]. Applied Soft Computing 2015 35:411 422.
- [14] Tang K Z Li Z Y Luo L M et al. Multi-strategy adaptive particle swarm optimization for numerical optimization [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence 2015 37:9-19.
- [15] 余庆 李冰 孙辉 / 等. 一种改进的粒子群与人工蜂群融合算法 [J]. 南昌工程学院学报 2015 / 34(1):18 24.
- [16] 孙辉 朱德刚 汪晖 爲. 自适应子空间高斯学习的粒子群优化算法[J]. 南昌工程学院学报 2015 34(4):31-42.
- [17] Vitorino L N Ribeiro S F Bastos-Filho C J A. A mechanism based on artificial bee colony to generate diversity in particle swarm optimization [J]. Neurocomputing 2015 ,148: 39 45.
- [18] Meng A B Li Z ,Yin H ,et al. Accelerating particle swarm optimization using crisscross search [J]. Information Sciences 2016 , 329: 52 72.
- [19] Taherkhani M "Safabakhsh R. A novel stability-based adaptive inertia weight for particle swarm optimization [J]. Applied Soft Computing 2016 38: 281 295.
- [20] Liang J J Suganthan P N. Adaptive comprehensive learning particle swarm optimization with history learning [C]. International Conference on Simulated Evolution and Learning 2006: 213 220.
- [21] Ni J C Li L Qiao F et al. A novel memetic algorithm based on the comprehensive learning PSO [C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation 2012: 1 8.
- [22] Zheng Y J Ling H F Guan Q. Adaptive parameters for a modified comprehensive learning particle swarm optimizer [J]. Mathematical Problems in Engineering 2012.
- [23] Hu Y F Ding Y S Hao D G et al. An immune orthogonal learning particle swarm optimization algorithm for routing recovery of wireless sensor networks with mobile sink [J]. International Journal of Systems Science 2014 45(3):337 350.
- [24] Wu G H Qiu D S ,Yu Y et al. Superior solution guided particle swarm optimization combined with local search techniques [J]. Expert Systems with Applications 2014 41(16):7536 -7548.
- [25] Yu X Zhang X Q. Enhanced comprehensive learning particle swarm optimization [J]. Applied Mathematics and Computation , 2014 242: 265 276.
- [26] Lynn N Suganthan P N. Heterogeneous comprehensive learning particle swarm optimization with enhanced exploration and exploitation [J]. Swarm and Evolutionary Computation 2015 24:11 24.
- [27] Qin Q D Cheng S Zhang Q Y et al. Multiple strategies based orthogonal design particle swarm optimizer for numerical optimization [J]. Computers & Operations Research 2015 60:91 110.