

# 多机器人 SLAM 后端优化算法综述

卫 恒, 吕 强, 林辉灿, 张 洋, 梁 建

(陆军装甲兵学院控制工程系, 北京 100072)

**摘 要:** 对于移动机器人研究领域来说, 现阶段研究热点是如何在全球定位系统失效的情况下同时定位与地图构建(simultaneous localization and mapping, SLAM)。对于单个机器人 SLAM 已经有很多解决方案, 然而当转移到多机器人平台时, 对于存在的问题又面临很多新的挑战。本文首先分析了多机器人 SLAM, 着重探讨了多机器人 SLAM 后端优化算法。分析了多机器人 SLAM 研究过程中遇到的不同问题, 以及现阶段这些问题的处理算法。讨论了多机器人 SLAM 中扩展卡尔曼滤波、扩展信息滤波、粒子滤波、基于图优化的 SLAM、地图融合等后端优化算法的研究现状, 分析了算法的优缺点, 并提出了未来发展的方向。

**关键词:** 多机器人; 同时定位与地图构建; 扩展卡尔曼滤波 SLAM; 扩展信息滤波 SLAM; 粒子滤波 SLAM; 基于图优化的 SLAM; 地图融合

中图分类号: TP 24

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2017.11.24

## Survey on multi-robot SLAM back-end optimization algorithm

WEI Heng, LÜ Qiang, LIN Huican, ZHANG Yang, LIANG Jian

(Department of Control Engineering, Army Armoured Academy, Beijing 100072, China)

**Abstract:** One of the main issues for researchers in the field of mobile robots is the SLAM in the environment of GPS-denied. There are many solutions for single robot SLAM, however, when it is transferred to multi-robot platforms, there are a lot of new challenges to the existing problems. The most advanced multi-robot system is introduced in this paper, and the problem of multi-robot SLAM is studied. The different problems encountered in the research of multi-robot SLAM are introduced, and the solutions to these problems are discussed. In this paper, the research status of extended kalman filter(EKF)-SLAM, extended information filtering(EIF)-SLAM, particle filter(PF)-SLAM, graphSLAM and map fusion and other back-end optimization algorithms is discussed, the advantages and disadvantages of the algorithm are analyzed, and the possible direction of improvement is put forward.

**Keywords:** multi-robot; simultaneous localization and mapping (SLAM); extended Kalman filter (EKF)-SLAM; extended information filtering-SLAM; particle filter-SLAM; graphSLAM; map merging

## 0 引 言

目前移动机器人系统发展相当成熟, 但如果在全球定位系统失效的复杂环境中进行自主导航, 则需要对环境进行稳定有效的感知、地图构建并实时定位。同时定位与地图构建(simultaneous localization and mapping, SLAM)可以有效地解决这个问题<sup>[1-2]</sup>。

SLAM 过程一般可以分为前端和后端两个阶段, 以目前研究较热的视觉 SLAM 为例, 视觉里程计(visual odometry, VO)即为其前端, 主要研究图像帧之间的变换关系。具体过程为对每帧图像进行特征点提取, 并对相邻图像帧进行特征点匹配, 然后利用随机采样一致性算法(random sample consensus, RANSAC)去除噪声, 最后进行位姿运

算, 得到一个位姿信息, 同时还可以与惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)测得的数据进行信息融合。

后端则负责对前端提供的结果进行优化处理, 主要利用滤波理论(扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filter, EKF)、扩展信息滤波(extended information filtering, EIF)、粒子滤波(particle filter, PF))、优化理论((general graph optimization, GGO)、(tree-based network optimizer, TO-RO))或基于图优化的算法得到最佳的位姿估计<sup>[3]</sup>。

单个机器人 SLAM 后端优化算法目前研究已经较为深入, 从早期的基于滤波的 SLAM(EKF-SLAM, EIF-SLAM, PF-SLAM 等)到基于图优化的 SLAM(RGBD-SLAM, semi-direct monocular visual odometry (SVO)-SLAM, large-scale direct (LSD)-SLAM, oriented fast and rotated BRIEF (ORB)-

收稿日期: 2017-03-06; 修回日期: 2017-06-20; 网络优先出版日期: 2017-06-29。

网络优先出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20170629.1732.012.html>

SLAM, direct sparse odometry (DSO)-SLAM 等), 再到现在最前沿的基于深度学习的 SLAM, 单机器人 SLAM 已经初步实现了自主导航功能, 但也远没有达到实际应用阶段, 研究潜力依然巨大。对于多机器人 SLAM 后端优化算法, 由于涉及到局部地图到全局地图的转变, 不同类型地图到同一类型地图的转变, 以及各个机器人之间的相互位姿确定等问题<sup>[4-5]</sup>, 同时基于滤波后端优化算法在数据处理上具有可加性, 容易进行数据融合<sup>[6]</sup>, 这样从单机器人 SLAM 算法扩展到多机器人比较方便, 所以目前应用到实际的多机器人 SLAM 还多是基于滤波的 SLAM 算法<sup>[7-8]</sup>, 但是由于基于图优化的 SLAM 和基于深度学习的 SLAM 算法在复杂性和精确性上的优势, 多机器人 SLAM 领域也逐步开始向基于图优化的 SLAM 和基于深度学习的 SLAM 算法研究方向迁徙<sup>[9]</sup>。

## 1 多机器人 SLAM 问题分析

SLAM 算法一般需要处理 3 个方面<sup>[2]</sup>: ① 传感器 (包括: 数据读取、数据传输); ② 数据处理; ③ 地图构建 (包括: 特征地图、栅格地图、拓扑地图、混合地图、外观地图等地图构建)。当机器人通过合适的传感器捕获到数据后, 数据处理即开始运行, 算法一般包括滤波、平滑和人工智能。在数据处理过程中, 需要考虑计算能力、算法和数学模型等方面的不确定性, 解算出当前机器人的运动姿态和运动轨迹<sup>[11]</sup>。最后是进行地图构建、数据处理和地图构建相互影响从而得到合理的估计<sup>[12-13]</sup>。

假设一个机器人从 1 时刻到  $t$  时刻的姿态为序列  $\{x_1, x_2, \dots, x_t\}$ , 用  $x_{1:t}$  表示。当包含多个机器人时, 用一个上标来区分不同的机器人, 所以多机器人系统中某个机器人从 1 时刻到  $t$  时刻的姿态可以表示为

$$x_{1:t}^i = \{x_1^i, x_2^i, \dots, x_t^i\} \quad (1)$$

式中,  $i=1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为机器人的序号。从 1 时刻到  $t$  时刻驱动该机器人运动的控制信号和该机器人对其他机器人观测产生的观测值表示为

$$u_{1:t}^i = \{u_1^i, u_2^i, \dots, u_t^i\} \quad (2)$$

$$z_{1:t}^i = \{z_1^i, z_2^i, \dots, z_t^i\} \quad (3)$$

对于单机器人, SLAM 后端优化的目的<sup>[14-15]</sup>是为了分析、整合机器人的初始姿态、控制信号、测量信号、运动轨迹、所处环境从而完成对环境的地图构建并同时定位自己在地图中的位置, 并求得后验概率进行系统评估和状态决策:

$$p(m, x_{1:t} | z_{1:t}, u_{1:t}, x_0) \quad (4)$$

式中,  $m$  为所构建地图;  $x_0$  为机器人初始姿态。可以看出, 地图构建和轨迹估计是一系列相关联的问题, 因此要求对其同时进行估计。式(4)估计的是从 1 时刻到  $t$  时刻机器人的运行轨迹, 当要求进行在线 SLAM 时, 依据的则是当前时刻姿态  $x_t$ , 此时式(4)则变为

$$p(m, x_t | z_{1:t}, u_{1:t}, x_0) \quad (5)$$

当环境地图已知时, SLAM 则只需要完成定位问题。此时式(4)则变为

$$p(x_{1:t} | m, z_{1:t}, u_{1:t}, x_0) \quad (6)$$

当机器人运动轨迹已知时, SLAM 则只需要完成对环境的地图构建问题。此时式(4)则变为

$$p(m | z_{1:t}, x_{1:t}) \quad (7)$$

式(4)中对 SLAM 的概括性定义可以很容易的扩展到多机器人系统。

假设一个由机器人  $i$  和机器人  $j$  组成的双机器人系统, 则多机器人 SLAM 则可以表示为

$$p(x_{1:t}^i, x_{1:t}^j, m | z_{1:t}^i, z_{1:t}^j, u_{1:t}^i, u_{1:t}^j, x_0^i, x_0^j) \quad (8)$$

式中,  $x_0^i, x_0^j$  为机器人  $i, j$  的初始姿态;  $m$  为机器人系统所处环境地图。其简单的贝叶斯网络如图 1 所示。

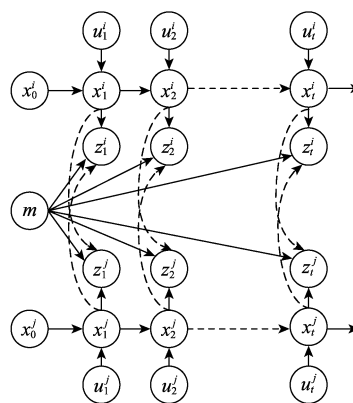


图 1 双机器人系统简单贝叶斯网络

Fig. 1 Simple Bayesian network of dual robot system

一般情况下, 多机器人系统处理数据方式可以分为集中式、分散式、分布式或非分布式 4 种<sup>[16]</sup>。多机器人 SLAM 后端优化算法可以依据机器人性能, 采用 4 种数据处理方式中的一种或多种混合搭配, 合理分配计算资源, 从而提高效率。

### (1) 集中式

在集中式系统中, 数据处理由多机器人系统中的某一个机器人或一个中央处理器进行计算。中央处理器对进入的数据进行处理后, 再将每个机器人所需要的信息传输回去。文献[17]研究并实现了此种解决方案。

### (2) 分散式

在分散式系统中, 数据处理由多机器人系统中多个机器人完成。这种结构要求机器人具有足够的计算能力来满足数据处理的要求<sup>[18]</sup>。文献[19]研究并实现了此种解决方案。

### (3) 分布式

在分布式系统中, 数据处理是分散在多机器人系统中的每个机器人上<sup>[20-22]</sup>。

多机器人 SLAM 后端优化算法 (如 PF-SLAM<sup>[23]</sup>、地图融合<sup>[24]</sup>、EKF-SLAM<sup>[25]</sup>) 可以依据机器人性能, 采用 4 种数据处理方式中的一种或多种混合搭配, 合理分配计算资源, 从而提高效率。

上述定义中, 一个集中式或分散式系统可以是分布式或非分布式。例如, 一个系统的某个任务可以由几个机器

人协作来处理<sup>[26]</sup>,但是由一个外部中央处理器来产生最后的结果。自主飞行器与自主车协作构建地图就是一个分布集中式系统的例子<sup>[27]</sup>。另外,在一些系统中也应用了混合解决方案,即一些机器人只负责数据处理,剩余的一些只负责运行结果<sup>[28]</sup>。

在选取 SLAM 后端优化算法时要注意许多方面,例如,可用内存大小、数据处理能力以及传感器信息的数据类型。多机器人 SLAM 后端优化算法中较经典的是 EKF-SLAM<sup>[9,25]</sup>和 GraphSLAM<sup>[29]</sup>。EKF-SLAM 采用线性化系统模型来处理系统的非线性,但其计算量比较大,它时刻要求对数据信息通过概率分布进行重新处理,这虽然保持了系统的前瞻性,但是却大大降低了运行速度。GraphSLAM 的解决方案例如增量平滑与映射(incremental smoothing and mapping, ISAM)<sup>[30]</sup>和 HOGMAN<sup>[31]</sup>利用的是泰勒展开来进行系统近似。它不同于 EKF-SLAM 的地方在于该算法将数据信息进行积累,后续再进行处理,因此也被称为离线算法。此外还有系统模型是非线性的粒子滤波算法<sup>[23]</sup>,尽管粒子滤波对计算能力提出较高要求,但是 FastSLAM 和网格地图构建<sup>[32]</sup>都可以有效地降低该算法的复杂度。后续章节将会对这些算法进行详细分析。

## 2 多机器人 SLAM 后端优化相关问题

本节简要介绍了多机器人 SLAM 中遇到的困难,列举了与多机器人 SLAM 后端优化中相关的 10 个问题。

### 2.1 机器人之间未知的相对位姿

在多机器人 SLAM 中,每个机器人依据自身参数、坐标系构建的地图称为局部地图。单个机器人都试图将所有的局部地图进行融合从而产生一个关于周围环境的全局地图。然而,这是一个非常困难的任务,因为这些局部地图之间的转换矩阵是未知的,所以这就需要提供机器人间的相对位姿。机器人间的相对位姿问题一般还要考虑多机器人数据关联问题。

### 2.2 相对位姿的不确定性

文献<sup>[29]</sup>指出当机器人在执行任务时,如果缺少严格的限定条件就会出现位姿不确定性。限定条件主要有 5 个方面:环境、传感器、机器人、模型、算法。在更新地图和位姿时将用到协方差矩阵,所以位姿不确定性与由协方差矩阵表示的相对转换矩阵有关,主要受到模型的不确定性、传感器噪声和线性化影响,因此依据不同方法找到的相对转换矩阵就会导致协方差矩阵出现不同的值,从而造成多机器人中每个机器人相对位姿的不确定性。在多机器人系统中,需要分析每个机器人所处环境对机器人位姿的影响,尤其当存在多种机器人时,相对位姿的不确定性更加凸显。

### 2.3 更新的地图和位姿

一旦机器人之间的相对转换矩阵找到了,就可以进行地图融合<sup>[24]</sup>。最终的地图需要整合所有局部地图的信息,所以要求将局部地图和机器人的位姿进行更新上传,这就需要考虑机器人的运行轨迹以及从其他局部地图接收到的

新的信息。在多机器人 SLAM 中,更新地图和位姿是一系列的问题。例如,在基于特征的 SLAM 算法中,多个机器人找到相同地标时的通信及数据关联性分析就是更新地图问题中的一个重要方面。

### 2.4 视线内观测

在一些情况下,机器人之间能够观察到对方并进行测量,因此某个机器人可能已经对另外的机器人的位姿有了一定的判断估计,这就有助于机器人减少在构建地图和定位时出现的错误<sup>[33]</sup>。在一些应用中,尤其是在闭环检测中,视线观察比其他一些间接的估计算法具有更高的可靠性,这也是多机器人系统最重要的优势之一。文献<sup>[34]</sup>研究的自主飞机着陆中,视线观察在其中起着关键性的作用。在这个应用中,一个旋翼无人机自主降落在一个移动的平台。无人机配备了一个摄像头,其可以识别移动平台上的一个已知标识,然后计算出无人机相对于移动平台的距离及方位,最后利用运算结果来控制并降落无人机。

### 2.5 闭环检测

闭环检测也称作环路检测,其定义是指机器人能够识别出先前已经观察过的地方<sup>[35]</sup>。在多机器人 SLAM 中,许多情况会引起闭环检测,例如,机器人之间的直接或间接的相遇,此时它们会“看到”相同的区域或特征,从而引起闭环检测。单机器人的闭环检测已经很有挑战性,当扩展到多机器人系统,这就要求整合所有单个机器人的传感器采集到的信息来解决问题。

### 2.6 复杂性

机器人技术应用大多数都是实时的,所以设计的算法必须在一定时间和内存范围内,能够解决上述问题。在多机器人 SLAM 中,空间复杂性和时间复杂性是两个重要的问题,一个多机器人算法的复杂性直接影响了系统的可扩展性。

### 2.7 数据传输

机器人之间数据共享介质的可用性是多机器人 SLAM 中一个重要要求<sup>[36]</sup>。机器人之间的信息可以通过通信信道进行交换。通信信道的质量依赖于环境。例如,一个多机器人系统在水下环境中,通信问题是一个具有挑战性的课题,环境限制传输带宽和数据速率<sup>[37]</sup>。

### 2.8 多种机器人和传感器

多机器人系统构建地图的一个重要优势是具有不同类型的机器人,配备不同的传感器,可以提供一个更好的环境模型。例如,一个地面机器人可以看到旋翼机器人不能“看到”的特征,同时旋翼机器人也可以看到地面机器人不能“看到”的地方。然而,这就需要处理和整合不同类型的信息。例如,如果地面机器人提供了网格地图,旋翼机器人产生的是特征点地图,接下来这些不同类型的地图必须融合并产生一个全局并且一致性的地图<sup>[38]</sup>。由于传感器和地图类型的变化,这个问题有许多不同的呈现方式,如整合拓扑地图和栅格地图,拓扑地图和特征点地图,相机数据和激光扫描测距仪数据,卫星、空中与地面的观测数据<sup>[39]</sup>等。文献<sup>[40]</sup>提出了一个非常好的多机器人的例子,包括一个

旋翼机器人和两个地面机器人,如图 2 所示。该系统中各个机器人协同构建了地震中受损的多楼层建筑地图,如图 3 所示。



(a) 单个地面移动机器人  
(a) Single ground mobile robot  
(b) 地面机器人搭载无人  
(b) Ground robot equipped with  
unmanned aerial vehicles

图 2 Michael 等人构建的多机器人系统

Fig. 2 Multi-robot system constructed by Michael et al

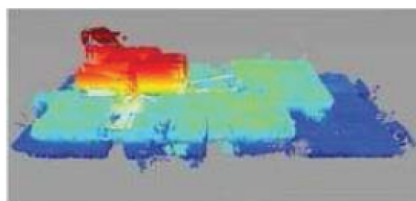


图 3 多机器人构建的地震中受损建筑地图

Fig. 3 Construction of multi robot mapping in earthquake damage

## 2.9 同步性

作为一个一般性的准则,每次获得的传感器数据应该有一个时间戳字段,这表示了数据采集的时间。在多机器人、多传感器的系统中一个重要问题就是时钟的同步。同步可以认为是在两个层次:第一,局部同步,这意味着单个机器人上的传感器应该是同步的;第二,全局同步,这意味着多机器人系统中的所有机器人必须有同步的时钟<sup>[21]</sup>。

为了使不同机器人时钟同步,Chrony 是一个不错的选择<sup>[41]</sup>,该软件已经嵌入到机器人操作系统(robot operating system,ROS)中。Chrony 通过两种不同的应用程序支持在线和离线时间调节。在线情况下,网络时间协议(network time protocol,NTP)守护进程在后台运行并通过时间服务器同步时间。对于单个机器人,可能会定期输入时间,同步时间以标签的形式显示在获取的数据头上。文献[42]也提出了类似的方法。

## 2.10 性能指标评估

在多机器人 SLAM 中,由于缺乏环境的模型和机器人实际运动轨迹,所以确保评估结果的准确性是一个极具挑战性的问题。此外,当机器人依靠 SLAM 结果来进行自主行为时,评估 SLAM 结果的实时性、准确性变的更加关键。因此,需要性能指标测试,以确定多机器人 SLAM 的可靠性。

## 3 目前多机器人 SLAM 解决方案

针对上述问题,总结了现阶段多机器人 SLAM 后端优

化算法,指明了各个算法发展阶段,并对算法进行简要分析,指明了其特点及优缺点,并对未来可能的研究方向进行展望。

### 3.1 EKF-SLAM

EKF 算法是在线性化非线性模型后,依据卡尔曼滤波原理,来处理非线性滤波问题。EKF-SLAM 是一种递推估计算法,通过变量协方差矩阵  $\Sigma_t$  和均值  $\mu_t$  来表示概率分布:

$$p(x_t, M | z_t, u_t) =$$

$$N(\mu_t, \Sigma_t) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}(x_t - \mu_t)^T \Sigma_t^{-1}(x_t - \mu_t)\right) \quad (9)$$

式中,  $N(\mu_t, \Sigma_t)$  为高斯分布,当协方差矩阵  $\Sigma_t$  越大时,不确定性越高。

EKF-SLAM 算法原理图如图 4 所示,“^”表示估计值,“-”表示先验值。EKF-SLAM 算法分为时间更新和估计值更新两个循环迭代的部分,同时对构建的地图进行扩增(状态扩增)从而实现机器人同时定位与地图构建。

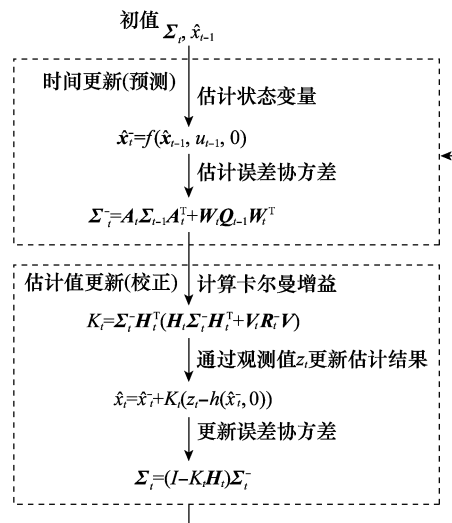


图 4 EKF-SLAM 算法原理图

Fig. 4 EKF-SLAM algorithm principle diagram

EKF-SLAM 比较容易从单机器人系统扩展到多机器人系统,因此许多人在解决多机器人 SLAM 问题时都用到 EKF-SLAM 结构,提出了较多的基于 EKF 的 SLAM 算法。下面以多机器人集结问题为例,简要对 EKF-SLAM 算法进行分析。

文献[43]解决的多机器人集结问题是基于特征点的 SLAM 问题,算法中利用 EKF 对机器人的姿态和标志点位置进行滤波,主要解决了 4 个问题:①未知的相对位姿;②相对位姿的不确定性;③更新地图和位姿;④复杂性。多机器人模型中的状态矢量包含了机器人的姿态和标志点的位置,例如,由机器人  $a$  和机器人  $b$  组成的双机器人系统,地图中有  $N$  个特征点,则状态矢量为

$$x_t^{ab} = [x_t^a \quad x_t^b \quad x_t^{l_1} \quad y_t^{l_1} \quad \cdots \quad x_t^{l_N} \quad y_t^{l_N}]^T \quad (10)$$

式中,  $x_t^{l_i}, y_t^{l_i}$  为第  $i$  个特征点的二维坐标。

多机器人系统中,机器人之间存在视线内观测,该测量值可以用来计算局部地图之间的转换关系,同时可以通过线性化观测方程来计算机器人相对位姿的不确定性,通过协方差矩阵表示。

设  $t-1$  时刻状态为  $x_{t-1}^{ab}, \Sigma_{t-1}^{ab}$ ,  $t$  时刻控制信号为  $u_t^a, u_t^b$ ,  $t$  时刻观测值为  $z_t^a, z_t^b$ ,  $t$  时刻状态为  $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ , 在已知相对位姿的情况下,双机器人系统 EKF-SLAM 算法步骤如下:

```

for robot id=a→b do
predict ( $x_{t-1}^{ab}, \Sigma_{t-1}^{ab}, u_t^{id}$ ) → ( $\bar{x}_t^{ab}, \bar{\Sigma}_t^{ab}$ )
update ( $\bar{x}_t^{ab}, \bar{\Sigma}_t^{ab}, z_t^{id}$ ) → ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ )
augment ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}, z_t^{id}$ ) → ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ )
end for
merge ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ ) → ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ )
return ( $x_t^{ab}, \Sigma_t^{ab}$ )

```

其中,函数 predict()和 update()是卡尔曼滤波的标准程序,函数 augment()通过式(10)向状态矢量增加新的特征点,函数 merge()将不同机器人观测到的重复的特征点进行融合<sup>[44]</sup>。EKF-SLAM 算法在实现过程中,为了提高运算效率,在重复特征点融合时可以采用 K 维(K-dimension, KD)树来进行最近临标志点搜索,从而降低运算的复杂度。同时,由于 EKF 估计需要循环迭代,因此先前计算过的就不需要重复计算,从而降低对机器人计算和存储能力的要求。EKF-SLAM 算法具有较好的一致性和精确度,但是由于机器人应用环境越来越复杂,越来越多样化,特征点随之也越来越多,然而 EKF-SLAM 算法需要不断更新协方差矩阵,状态协方差矩阵的计算量又与特征点个数成正比,因此在大范围、复杂、动态环境地图中该算法仍需要改进。

### 3.2 EIF-SLAM

扩展信息滤波算法(EIF-SLAM)是将 EKF-SLAM 算法中的协方差矩阵用信息矩阵替换来处理 SLAM 问题,它们是一个问题的两种表达方式。因此,EIF-SLAM 与 EKF-SLAM 的步骤类似,可以概括为 3 个部分:运动更新、观测更新以及状态扩增。相较于 EKF-SLAM 由于 EIF-SLAM 用信息格式数据来处理 SLAM 问题,又因为信息格式的数据具有可加性,所以对于多机器人系统 EIF-SLAM 算法更合适。

文献[45]最早提出利用信息格式的数据来处理多机器人 SLAM 问题,他们当时解决的核心问题是利用 EIF 来处理多机器人 SLAM 的复杂性问题。然而当多机器人系统的机器人数量增加时,更新地图的时间会以对数形式大幅度增加,为了解决这个问题,文献[44]提出一种基于特征的稀疏 EIF 多机器人 SLAM 算法。在 Sparse EIF-SLAM(SEIF-SLAM)中主要解决了两个问题:①未知相对位姿;②更新地图和位姿。可以利用 EKF-SLAM 中提到的 KD-树,通过匹

配地图中的特征点来计算相对位姿。当得到相对位姿后,可以通过最小化特征点的二次位移来进行优化。在信息格式下,相对位姿、地图都被转换到世界坐标系下。

可加性是 EIF-SLAM 用于多机器人 SLAM 的优势。机器人可以通过简单的叠加即可整合其他机器人获得的信息,也可以直接融合不同局部地图中重复的标志信息。例如,假设一个信息矩阵和矢量(表示一个 4 特征点的地图),第 2 个特征点和第 4 个特征点是重复的:

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} \\ \Omega_{31} & \Omega_{32} & \Omega_{33} & \Omega_{34} \\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & \Omega_{43} & \Omega_{44} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varsigma_1 \\ \varsigma_2 \\ \varsigma_3 \\ \varsigma_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

EIF 算法中这两个特征点融合为一个特征点:

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} + \Omega_{14} & \Omega_{13} \\ \Omega_{21} + \Omega_{41} & \Omega_{22} + \Omega_{24} + \Omega_{42} + \Omega_{44} & \Omega_{23} + \Omega_{43} \\ \Omega_{31} & \Omega_{32} + \Omega_{34} & \Omega_{33} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \varsigma_1 \\ \varsigma_2 + \varsigma_4 \\ \varsigma_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

虽然 EIF-SLAM 在多机器人 SLAM 中可以有效降低计算的复杂性,但是 EIF-SLAM 在运动更新部分,同时更新了机器人位姿以及与机器人相关的特征信息,所以信息矩阵的维数会以特征点增加的 2 倍速度增加,导致计算量也随之增大。之后的研究可以通过研究如何降低机器人位姿与特征、不同特征之间的关联性,来减少计算量。同时也可以研究如何对信息矩阵进行快速求逆,从而提高运算速度。

### 3.3 PF-SLAM

2001 年 Thrun 在卡内基梅隆大学首次提出将粒子滤波用于多机器人 SLAM<sup>[23]</sup>。在他的研究中主要解决了更新地图和位姿以及闭合环路检测两个问题,提出一种结合了最大似然估计和后验位姿估计的统计结构,将最大似然估计地图构建和蒙特卡罗定位结合在一起,在此算法中应用了基于扫描匹配的概率运动模型和概率测量模型。在测量模型中,它假设每次扫描构建了一个局部地图,其包括 3 种类型的区域:自由空间、占用空间、未知空间。与 EKF-SLAM 相比,PF-SLAM 具有多模态、非线性系统、非高斯系统的处理能力,具有更好的鲁棒性,并且可以闭环检测。然而,仍有两个主要问题:①多机器人在地图构建开始时需要有大量的重复区域;②在任务开始之前需要知道机器人的初始位姿。2006 年南加州大学 Howard 对 Thrun 的研究进行了扩展,提出了基于 Rao-Blackwellised 粒子滤波的多机器人 SLAM 算法。

Howard 提出的算法主要解决了多机器人 SLAM 的 3 个问题:①未知相对位姿;②更新地图和位姿;③闭合环路检测。此算法假定机器人相对位姿已知或是机器人之间会在

某一点相遇。在相遇点,机器人之间出现视线内观测,此时机器人可以通过摄像头等传感器来识别它们的相对位置,同时粒子滤波器以反向时间顺序从相遇点到初始点融合所有数据,从而得到机器人的运动轨迹。假设,机器人的姿态已知,则双机器人系统的基于 Rao-Blackwellised 粒子滤波的多机器人 SLAM 算法的后验概率,依据式(4)可以表示为

$$\begin{aligned} p(x_{1:t}^a, x_{1:t}^b, m_t | z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, u_{1:t}^a, u_{1:t}^b, x_0^a, x_0^b) = \\ p(m_t | z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, x_{1:t}^a, x_{1:t}^b, x_0^a, x_0^b) \times \\ p(x_{1:t}^a, x_{1:t}^b | z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, u_{1:t}^a, u_{1:t}^b, x_0^a, x_0^b) \end{aligned} \quad (13)$$

假设视线内观测已经完成,则式(13)可分解为

$$\begin{aligned} p(x_{1:t}^a, x_{1:t}^b, m_t | z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, u_{1:t}^a, u_{1:t}^b, x_0^a, x_0^b) = \\ p(m_t | z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, x_{1:t}^a, x_{1:t}^b, x_0^a, x_0^b) \times \\ p(x_{1:t}^a | z_{1:t}^a, u_{1:t}^a, x_0^a) \times \\ p(x_{1:t}^b | z_{1:t}^b, u_{1:t}^b, x_0^b) \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)中因式一是已知位姿进行地图构建问题,因式二与因式三则为每一个机器人通过粒子滤波求得的后验概率。粒子集由下列形式构成,例如第  $i$  个为

$$\langle x_t^{a(i)}, x_t^{b(i)}, m_t^{(i)}, w_t^{(i)} \rangle \quad (15)$$

式中,  $x_t^{a(i)}, x_t^{b(i)}$  为机器人  $a$  和  $b$  在  $t$  时刻的位姿;  $m_t^{(i)}$  为地图;  $w_t^{(i)}$  为粒子的权重。

设  $t-1$  时刻后验粒子集为  $S_{t-1}$ ,  $t$  时刻控制信号为  $u_t^a$ ,  $u_t^b$ ,  $t$  时刻观测值为  $z_t^a, z_t^b$ ,  $t$  时刻后验粒子集为  $S_t$ , 在已知相对位姿的情况下,双机器人系统 PF-SLAM 算法步骤如下:

```

 $\phi \rightarrow S_t$ 
for  $i=1 \rightarrow M$  do
 $S_{t-1} \rightarrow \langle x_{t-1}^{a(i)}, x_{t-1}^{b(i)}, m_{t-1}^{(i)}, w_{t-1}^{(i)} \rangle$ 
sample  $x_t^{a(i)} \sim p(x_t^{a(i)} | x_{t-1}^{a(i)}, u_t^a)$ 
sample  $x_t^{b(i)} \sim p(x_t^{b(i)} | x_{t-1}^{b(i)}, u_t^b)$ 
 $p(z_t^a | x_t^{a(i)}, m_{t-1}^{(i)}) p(z_t^b | x_t^{b(i)}, m_{t-1}^{(i)}) w_{t-1}^{(i)} \rightarrow w_t^{(i)}$ 
map  $(m_{t-1}^{(i)}, z_t^a, z_t^b, x_t^{a(i)}, x_t^{b(i)}) \rightarrow m_t^{(i)}$ 
 $\langle x_t^{a(i)}, x_t^{b(i)}, m_t^{(i)}, w_t^{(i)} \rangle \cup S_t \rightarrow S_t$ 
end for
resample ( $S_t$ )
return ( $S_t$ )

```

此算法可以有效进行 SLAM 并实时更新地图和位姿,但是不可用于当机器人之间不存在视线内观测或是不知初始位姿的情况下。同时该算法未考虑相对位姿的不确定性,也未考虑当机器人同时拥有多个被观测值时的情况。文献[72]对 Howard 的方法进行了改进,在构建地图时将机器人相对位姿的不确定性考虑进去,并将 PF-SLAM 应用于栅格地图,然而该算法没有能同时计算机器人相对位姿和运动轨迹。同时,由于该算法机器人只在相遇时才进

行数据交换,可能会导致机器人缓存溢出或占用机器人数据处理资源。

文献[46]在 FAST-SLAM 基础上提出了基于特征的多机器人 SLAM 算法,该算法通过分析处理视觉特征点之间的数据关联性,主要解决了更新地图和位姿问题。但由于该算法将所有机器人的位姿信息都加入到粒子集中,所以当对多维变量分布的姿态进行表示时,粒子的数量会以指数形式随着机器人的个数增加而增加。

PF-SLAM 在非线性、非高斯系统具有较好的鲁棒性,其多模态处理能力也决定了其在多机器人 SLAM 领域的广泛应用,但该算法也仍然存在一些亟需改进的地方。其最大问题是需要大量的粒子数量来较准确的近似系统的后验概率。随着机器人应用环境的不断复杂,用来描述后验概率的粒子数量也越多,算法复杂度越大,多机器人系统更是这样。因此,如何有效地减少粒子数量是该算法改进的方向,文献[47]提出了基于多地图融合假设的 PF-SLAM 算法,在减少粒子数量的情况下提高 SLAM 精度。其次,PF-SLAM 在重采样部分可能造成粒子有效性、多样性的缺少,出现贫化现象,因此如何在保持粒子有效性、多样性前提下进行重采样,克服贫化现象,也是接下来研究方向。

### 3.4 GraphSLAM

之前分析的可以统称为基于滤波器的多机器人 SLAM 算法,基于图优化的 SLAM 属于基于平滑的算法。基于滤波器算法只对当前位姿进行分析,基于平滑的算法与它不同的是需要分析所有的观测信息来估计机器人运动的完整轨迹和地图,因此也称为 full-SLAM。

文献[17]基于多位姿图建立和优化之间的关系将索引顺序存取法(iSAM)用于多机器人 GraphSLAM。该算法利用机器人之间间接相遇(即某一标志点被多个机器人观测到)解决相对位姿问题,利用 GraphSLAM 解决地图和位姿更新问题。同时,文献[17]还将该算法用于具有多样机器人的多机器人系统中:一个地面机器人和一个四旋翼无人机。

GraphSLAM 是一个最小二乘问题,对应于机器人轨迹的最大后验(maximum a posteriori, MAP)估计。假设一个多机器人系统有  $a, b$  两个机器人,  $r=a, b$ ,  $x_t^r, u_t^r, z_t^r$  为机器人  $i$  时刻的状态值、控制量、观测值。  $X^*$  为估计的机器人轨迹,  $p^r$  为机器人初始位姿,  $M_r$  为机器人已经得到的位姿,  $\Delta^r$  为机器人轨迹偏移量,  $N_r$  为机器人已经得到的观测值,  $C = \{c_k\}_{k=1}^C$  表示机器人相遇。则优化问题可以表示如下:

$$\begin{aligned} X^* = \arg \min \{ & \sum_{r, r'=a, b, r \neq r'} \| p^r - x_0^{r'} \|^2_{\Sigma} + \sum_{i=1}^{M_r} \| f(x_{i-1}^r, u_i^r) - x_i^r \|^2_{A_i^r} + \\ & \sum_{j=1}^{M_r} h \| (x_j^r, m) - z_j^r \|^2_{\tilde{A}_j^r} + \sum_{k=1}^C \| g(x_k^r, c_k, \Delta^r, \Delta^{r'}) - x_k^r \|^2_{I_k^r} \} \end{aligned} \quad (16)$$



式中,  $f(\cdot)$  为运动模型;  $h(\cdot)$  为每个机器人是被观测对象时的观测模型;  $g(\cdot)$  为机器人相遇时的观测模型。由于将 iSAM 应用到 SLAM 中, 所以算法将直接相遇和间接相遇设定为 GraphSLAM 中的约束条件, 通过线性化公式 (16) 进行优化。设  $1 \rightarrow t$  时刻控制信号  $u_{1:t}^a, u_{1:t}^b, 1 \rightarrow t$  时刻观测值为  $z_{1:t}^a, z_{1:t}^b, 1 \rightarrow t$  时刻状态为  $x_{1:t}^{ab}, \Sigma_{1:t}^{ab}$ , 已知相对位姿的情况下, 双机器人系统 EKF-SLAM 算法步骤如下:

```
repeat
linearize ( $u_{1:t}^a, u_{1:t}^b, z_{1:t}^a, z_{1:t}^b$ )  $\rightarrow$  ( $\tilde{x}_{1:t}^{ab}, \tilde{\Sigma}_{1:t}^{ab}$ )
solve ( $\tilde{x}_{1:t}^{ab}, \tilde{\Sigma}_{1:t}^{ab}$ )  $\rightarrow$  ( $x_{1:t}^{ab}, \Sigma_{1:t}^{ab}$ )
until convergence
return ( $x_{1:t}^{ab}, \Sigma_{1:t}^{ab}$ )
```

由于该 GraphSLAM 优化算法直接求解逆矩阵并对机器人的整个轨迹进行优化, 因此如果运动轨迹非常长, 计算量则会非常大, 对机器人的数据处理能力提出较高要求。在文献[48]的算法基础上, 文献[49]基于多机器人协同构建地图, 提出了一种 3D GraphSLAM 算法。该算法主要解决了地图和位姿更新问题, 其通过多机器人协同构建了一种数字高程地图, 并应用里程计和扫描匹配数据作为约束条件, 在全局范围内进行优化。图 5 为应用激光测距仪构建的简单 3D 地图。2016 年文献[50]基于实时数据集, 利用多机器人系统对水下环境构建了 3D 地图, 应用地理参考光作为约束条件, 进行了图优化处理。



图 5 基于 GraphSLAM 构建的 3D 地图

Fig. 5 Construction of 3D map based on GraphSLAM

文献[51]也提出了一种 GraphSLAM 算法用于解决相对位姿问题和多机器人数据关联问题。该算法的核心思想是在多机器人数据关联的部分区分内点和异常值, 由于只有内点才会产生正确的结果, 所以其将多机器人之间的通信应用到确定机器人相对位姿转换关系的问题上。

虽然提出了各种 GraphSLAM 算法, 但其核心思想是相同的, 即对非线性运动和观测值约束条件进行优化, 不同点在于选择的优化方法不同。近几年 GraphSLAM 研究已经取得较大进展, 但其在运算效率上仍存在许多问题。针对 GraphSLAM 效率问题, 文献[52]提出了基于松弛与随机梯度下降的算法提高了运算效率, 但由于该算法只利用了函数的一阶特性, 所以在收敛到最优解附近时会比较缓慢, 尤其在运算处理能力、迭代次数受到限制时会影响运

算精度。针对上述问题, 文献[53]提出了基于非线性最小二乘的 GraphSLAM 算法, 其在 SLAM 稀疏结构的基础上, 应用稀疏线性代数方面的算法, 从而使得运算效率大幅提升, 但在多机器人 GraphSLAM 领域仍未进行应用。其次, 传统的 GraphSLAM 是以正确的数据关联为基础, 即前端处理后的图必须具有正确的拓扑结构, 否则图优化会出现较大误差甚至失效, 文献[54]提出允许算法在优化过程中对图的拓扑结构进行微调, 从而发现错误的闭环环路信息并对其进行剔除或修改等处理, 这也是接下来的研究方向。

总的来说后来研究者已经逐步放弃传统的滤波理论优化算法而走向基于图优化的算法。因为基于滤波的优化算法, 滤波器的稳态增长速度太快, 这对于需要不断求逆的 EKF、PF 等压力较大。而基于图优化的算法, 一般以一个关键帧为基础, 然后建立节点之间的相对变换关系, 如仿射变换矩阵, 通过对关键节点的维护, 达到优化目的, 这样在保证精度的同时, 大大降低了计算量。

### 3.5 地图融合

地图融合是将多机器人系统中各机器人构建的地图信息通过融合构建一张全局地图来解决多机器人 SLAM 问题<sup>[55-56]</sup>。一般可以分为两步: ①找到各个子地图之间的对准信息; ②通过整合对准信息达到地图融合<sup>[57]</sup>。一般地, 地图之间的对准信息可以通过地图和位姿进行查找, 因此如果机器人的相对位姿或是地图中重复区域已知, 则有可能解算出地图之间的转换关系<sup>[2]</sup>。目前, 多机器人地图融合主要从已知初始位姿、多机器人会合<sup>[43]</sup>、相对定位<sup>[58-59]</sup>、依据子地图间重复区域<sup>[3]</sup>等 4 个方面进行研究, 现在研究较多的是基于子地图间的重复区域地图融合算法, 因为该类型算法不需要机器人会合, 也不需要某个机器人时刻保持在另外一个机器人的视线观测范围内。

基于子地图间重复区域的地图融合算法目前仍主要针对 2D-SLAM, 接下来对该算法进行分析, 至于 3D-SLAM 问题, 还未发现有文献对此有较好的处理算法, 这也是接下来将要研究的方向。假设一个转换关系由  $2 \times 2$  的旋转矩阵  $R_\phi$  和  $2 \times 1$  的平移矢量  $T$  组成:

$$R_\phi = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{bmatrix} \quad (17)$$

假设有  $m_1, m_2$  两个栅格地图, 若将  $m_2$  融合进  $m_1$ , 则地图融合问题可以理解为: 依据  $m_1, m_2$  的重叠区域找到一个旋转矩阵  $R_\phi$  和平移矢量  $T$ , 将  $m_2$  转换为  $m'_2$ , 然后再与  $m_1$  相融合。为了确保找到的旋转矩阵和平移矢量可以有效完成地图转换, 需要对其进行验证、评价。

$$(R_\phi, T) = \arg \max_{\phi, \delta_x, \delta_y} V(m_1, m'_2) \quad (18)$$

式中,  $V(\cdot)$  是一个评价标准, 类似于文献[3], 用于判断地图融合的进展。

图 6 描述了地图融合的一个简单例子<sup>[60]</sup>。虚线圈住的为  $map_1$  与  $map_2$  的重叠区域, 实线圈住的为  $map_1$  与

$map_3$  的重复区域。第一步是识别地图中的重复区域,然后利用重复区域计算旋转矩阵和平移矢量,再利用式(18)对其验证。多机器人地图融合问题可以理解为计算机视觉中图像配准的特殊情况(需要配准的图形是不规则的几何图形),类似于视觉里程计,通过对连续图像帧的匹配来确定帧之间的相对运动。例如,文献[61]利用多机器人基于特征点算法对水下环境进行地图构建。然而,在多机器人地图融合算法中,子地图之间的重复区域有时会很小,如何在较小的重复区域条件下进行图像配准找到转换关系用于地图融合是接下来研究的重点。

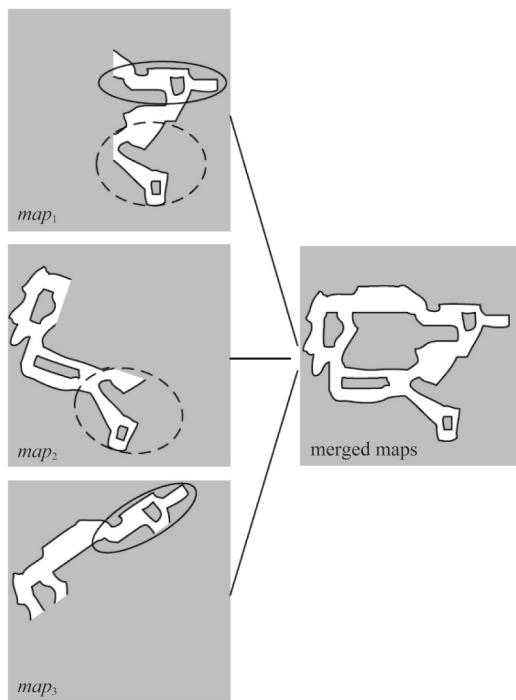


图 6 地图融合示例

Fig. 6 Example of map merging

需要指出的是基于地图融合的多机器人 SLAM 算法中,非常依赖各机器人所构建子地图的准确性。例如,利用 Howard 提供的标准数据集<sup>[28]</sup>,基于激光测距仪利用 FastSLAM1.0 算法构建的子地图,相较于 FastSLAM2.0 算法构建的子地图,在地图融合时,若达到相同效果,则 FastSLAM1.0 算法比 FastSLAM2.0 算法需要至少多 10 倍的粒子数量<sup>[32]</sup>。

基于重复区域地图融合算法中,若在欧式空间内寻找地图间的重复区域会比较困难,因此许多算法通过将地图转换到其他不同的空间,利用某些特殊属性,从而简化问题。Radon 变换和 Hough 变换是线提取的两种经典算法, Radon 变换是将图像亮度以某一特定角度沿着一条射线进行投影,而 Hough 变换是每个非背景点的参数化模型。尽管两种算法采用的方法不同,但是达到的效果却基本相同。还有一些其他的算法例如 Split-Merge 也可以快速、有效地进行线提取。

Carpin 提出了基于 Hough 谱的地图融合算法<sup>[62]</sup>。该算法的核心思想是基于 Hough 图之间相关性来找到子地图之间的转换关系,主要解决的是机器人相对位姿问题。该算法将文献[63]在 Hough 空间定义的谱函数应用于 Hough 图,然后利用结果的相关性来找到旋转矩阵和平移矢量,此时可能会找到多个。然后对每一组旋转矩阵和平移矢量进行评价筛选,最后只有一组被选中用于进行地图融合。由于需要对所有可能的旋转关系进行计算分析,所以此算法需要占用机器人大量的数据处理资源。需要注意的是,若子地图之间存在较多重复区域,且某些关键区域也存在时,该算法具有较高的准确性,但是当子地图之间存在较少的重复区域时该算法可能会失效。

文献[60,64]提出了一种基于 Hough 空间栅格地图利用 Hough 峰匹配的地图融合算法,主要解决了多机器人 SLAM 中未知相对位姿问题和相对位姿的不确定性问题。该算法的核心思想是首先将子地图转换到 Hough 空间,利用 Hough 图的峰值点和 Hough 变换的特性来找到重复区域,然后再利用重复区域确定转换关系,最后进行地图融合。由于在欧式空间转换关系是由三角函数组成的非线性关系,而在 Hough 空间,转换关系是线性关系,所以在该算法中欧式空间的一个线片段相当于 Hough 空间的一个峰值点,欧式空间的一个旋转相当于 Hough 空间的一个位移,从而简化算法复杂性。

当已经找到重复区域后,地图融合 SLAM 算法同样适用于特征点地图<sup>[43,65]</sup>。可以通过将一个地图内的特征点全部复制到另外一个地图,但是由于噪声和特征点位置的不确定性,会造成全局地图内某些位置重复出现,这些重复了的区域需要再融合,此时需再运用 EKF-SLAM 算法对其进行处理优化,后续还可研究不同类型的子地图如何高效融合,从而更加适应多样传感器、多种机器人系统。

近年来由于人工智能、神经网络等领域研究不断深入,也出现了基于深度学习的多机器人 SLAM 算法。针对多机器人基于深度学习 SLAM 算法,在训练模型过程中需要海量数据以及移动机器人有限的数据处理能力等问题,文献[66]提出了基于稀疏编码的迁移学习 SLAM 算法,有效减小了训练模型的数据量,并对模型进行完善的通用化,使其能够理解不同类型的数据,从而得到更好的底层规则。针对多机器人系统高速、低延迟的避障问题,文献[67]提出了将导航策略转变为一个深度神经网络,障碍物信息为输入量,速度控制信号为输出量,通过大量数据训练模型,从而完成避障。文献[68]结合基于无监督学习的 SLAM 算法,将深度学习应用于解决视觉 SLAM 过程中的闭环检测部分,提出了基于去噪堆叠自编码器的方法。总的来说,基于深度学习的多机器人 SLAM 算法目前仍处于探索尝试阶段,没有形成系统的体系方法,但潜力却非常巨大,这也是多机器人 SLAM 研究领域的新方向。

以上即为现阶段主要的多机器人 SLAM 后端优化算法,总结如表 1 所示。



表 1 多机器人 SLAM 后端优化算法  
Table 1 Multi-robot SLAM back-end optimization algorithm

算法	算法出处	着重研究问题
EKF-SLAM: 基于扩展卡尔曼滤波。 优点: 利于进行多机器人数据融合, 易于从单机器人 SLAM 算法扩展到多机器人系统, 当特征点非常明显时具有很好的效果。 缺点: 当加入新的特征到状态空间时数据处理需要成倍的时间, 在基于特征的 SLAM 中需要进行特征提取, 当某一特征缺失时即无法识别。	2004 年文献[69] 2006 年文献[43] 2013 年文献[70] 2015 年文献[71] 2016 年文献[22]	地图和位姿更新 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性; (3) 复杂性 (1) 未知的相对位姿; (2) 视线观察 (1) 未知的相对位姿; (2) 闭合环路 (1) 未知的相对位姿; (2) 视线观察; (3) 复杂性
EIF-SLAM: 基于扩展的信息滤波。 优点: 以固定时间对测量结果进行更新, 有效处理多机器人 SLAM 信息可加性问题。 缺点: 需要分析信息矩阵, 估计地图和位姿时需要非常大的矩阵进行转换	2000 年文献[45] 2005 年文献[44]	(1) 地图和位姿更新; (2) 复杂性 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新; (3) 复杂性
PF-SLAM: 基于粒子滤波。 优点: 有利于进行闭环检测, 可以进行在线 SLAM, 在一些特征的对数复杂度上不需要参数化。 缺点: 估计结果的好坏很大程度依赖于粒子数目大小。	2001 年文献[23] 2006 年文献[28] 2010 年文献[72] 2010 年文献[73] 2016 年文献[47]	(1) 地图和位姿更新; (2) 复杂性 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新; (3) 闭合环路; (4) 多种机器人和传感器 (1) 相对位姿不确定性; (2) 视线观察; (3) 数据传输 地图和位姿更新 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性
GraphSLAM: 利用平滑技术来估计运动轨迹和构建地图。 优点: 计算量小, 可以上传整个运动轨迹。 缺点: 对多机器人系统来说, 对数据处理能力要求高, 较难恢复协方差矩阵, 同时数据类型较多, 对数据融合算法提出更高要求。	2008 年文献[74] 2010 年文献[17] 2011 年文献[49] 2012 年文献[75] 2013 年文献[76] 2014 年文献[51] 2015 年文献[77] 2016 年文献[50]	(1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性; (3) 地图和位姿更新 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新; (3) 多种机器人和传感器 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新 地图和位姿更新 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新
Set-based SLAM: 基于随机有限集(RFS)和有限集统计学(FISST)。 优点: 通过贝叶斯滤波器来估计特征个数和数据关联性。 缺点: 相较于基于矢量的算法具有较高的时间复杂性。	2014 年文献[78]	(1) 地图和位姿更新; (2) 闭合环路
子地图匹配算法: 匹配小的局部地图来构建大的全局地图。 优点: 可以上传完整轨迹, 适应大环境下 SLAM。 缺点: 局部地图的大小需要进行调整。	2002 年文献[79] 2011 年文献[80]	(1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新; (3) 多种机器人和传感器 (1) 未知的相对位姿; (2) 地图和位姿更新; (3) 多种机器人和传感器
地图融合: 整合单个机器人的局部地图来生成全局地图。 地图融合算法已经逐步发展成为多机器人 SLAM 必不可少的手段, 现有的地图融合算法主要有: 自适应随机游走, 霍夫变换峰值匹配, 泰森多边形概率法, 傅里叶霍夫变换等等。	2011 年文献[66] 2012 年文献[40] 2013 年文献[81] 2014 年文献[82] 2015 年文献[83] 2016 年文献[47]	(1) 未知的相对位姿; (2) 复杂性 (1) 未知的相对位姿; (2) 多种机器人和传感器 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性 (1) 未知的相对位姿; (2) 相对位姿不确定性 多传感器 未知的相对位姿

#### 4 结束语

本文对 SLAM 问题进行综述, 分析了多机器人 SLAM 后端优化算法的数据处理方式, 总结了与其相关的 10 个问题, 并对现阶段提出的多机器人 SLAM 后端优化算法进行了分析, 指明了算法的优缺点和其着重解决的问题, 以及需要改进的方面。总体来讲, 随着多机器人应用从小范围静态环境向大范围动态环境变迁, 所需处理数据急剧增加, 多机器人 SLAM 后端优化算法逐步由基于滤波理论优化向基于图像、深度学习优化转变, 由单一优化算法向多种优化

算法混合搭配转变, 由集中处理向分布式优化转变。

文中已对现有算法的改进方向提出了作者的观点, 在改进单个优化算法的基础上, 多机器人 SLAM 后端优化算法未来发展趋势包括以下几点:

(1) 多重区段地图构建。目前, 多机器人 SLAM 研究较多的是单个机器人构建局部地图之后, 再对所有局部地图进行融合完成多机器人 SLAM, 然而此类算法在动态、缺乏特征、类似特征的环境中容易出现错误。若在时域上进行拓展, 即分时对局部地图进行融合, 使多机器人系统整合不同时段内所构建的局部地图, 完成全局地图构建(此算法

称为多重区段地图构建),可有效解决动态环境内的 SLAM 问题。

(2)基于视觉的语义 SLAM+深度学习。为了使机器人了解任务目的并制定执行方案,利用语义 SLAM 相对于利用一系列无关的点云或是特征组的算法具有明显优势。为完成语义 SLAM,第一步是创建对象的语义数据库,然后对其进行学习;第二步是对数据进行语义分割,然后对比分析。语义 SLAM 相对于几何度量 SLAM,研究程度尚浅,目前还没有形成系统的方法。近年来,深度学习的迅速发展,为语义 SLAM 提供了新的思路。在视觉语义 SLAM 基础上叠加深度学习算法,使机器人能够进行更加细致的语义分割,自主地理解图像特征、识别目标,同时能判断图像的相似性,完成闭环检测,甚至进行推理,发现环境中新的分类,这样在动态环境中也可以用此种方法进行 SLAM。而且相对于单机器人,多机器人系统具有更强的数据处理能力,同时某个机器人可以分析其他机器人对图像语义理解的正确性,完成任务更加高效。

(3)基于超宽带(ultra wide band,UWB)的定位技术。近年来 UWB 技术发展迅速,测距精度有较大提高(目前室内定位精度可以达到 5cm,如 DecaWave 公司最新推出的 DW1000 芯片),相对于机器人其他测距传感器(深度摄像头、运动捕获系统等)更加经济、便捷,而且 UWB 技术具有实时性高,穿透性强,弥补了单目、双目、RGBD、激光测距仪等传感器在光照、丛林、遮挡等环境下的不足,同时,处理 UWB 数据对机器人计算能力要求非常低,极大节省了机器人数据处理能力。后续研究,可以从以下两点出发:①基于 UWB 测距进行 SLAM,并与 IMU 进行数据融合;②UWB 测距结果作为基于图优化 SLAM 的约束条件,提高 SLAM 效果,扩大多机器人应用范围。

(4)设计多机器人 SLAM 分布式多主控数据处理系统。分布式,即采用云计算处理方式,将数据处理任务分配给每个机器人,充分发挥每个机器人的计算能力,提高后端优化算法效率。多主控即每个机器人都可以扮演中央处理机的角色,设计加入和退出机制,当执行任务时出现某个机器人故障或中途有其他机器人加入时,整个系统可以合理分配现有计算能力,从而高效完成 SLAM。

(5)多传感器数据融合,多类地图融合。异构多机器人搭载多种传感器相对于单一种类的多机器人系统具有更大的优势,其搭载不同传感器可以更加有效的对复杂环境进行全面的地图构建。基于多传感器数据融合 SLAM,如文中综述,虽有研究,但仍远远不够成熟。尤其伴随人工智能技术不断进步、传感器不断更新、地图类型更加多样(最新的如 Intel 公司的 Aero Vision Accessory Kit 系统由一个 RGBD 传感器加两个单目照相机组成),对 SLAM 算法提出了更高要求,此方向研究潜力巨大。

## 参考文献:

- [1] WHYTE H D, BAILEY T. Simultaneous localization and mapping (SLAM): Part I the essential algorithms[J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2006, 13(3):108-117.
- [2] RONE W, BENTZVI P. Mapping, localization and motion planning in mobile multi-robotic systems[J]. Robotica, 2013, 31(1):1-23.
- [3] BIRK A, CARPIN S. Merging occupancy grid maps from multiple robots[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7):1384-1397.
- [4] KELLY A, AMIDI O, BODE M, et al. Toward reliable off road autonomous vehicles operating in challenging environments. [J]. International Journal of Robotics Research, 2006, 25(56):599-608.
- [5] CHAIMOWICZ L, GROCHOLSKY B, KELLER J F, et al. Experiments in multirobot air-ground coordination[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004:4053-4058.
- [6] YUAN J, ZHANG J, DING S, et al. Cooperative localization for disconnected sensor networks and a mobile robot in friendly environments[J]. Information Fusion, 2017, 37(C):22-36.
- [7] LI Q L, SONG Y, HOU Z G. Neural network based FastSLAM for autonomous robots in unknown environments[J]. Neurocomputing, 2015, 165(C):99-110.
- [8] KAPOUTSIS A C, CHATZICHRISTOFIS S A, DOITSIDIS L, et al. Real-time adaptive multi-robot exploration with application to underwater map construction [J]. Autonomous Robots, 2016, 40(6):987-1015.
- [9] SAEEDI S, PAULL L, TRENTINI M, et al. Neural network-based multiple robot simultaneous localization and mapping. [J]. Journal of Field Robotics, 2016, 33(1):3-46.
- [10] BARCA J C, SEKERCIOGLU Y A. Swarm robotics reviewed[J]. Robotica, 2013, 31(3):345-359.
- [11] CHEHREGHAN A, ABBASPOUR R A. An assessment of spatial similarity degree between polylines on multi-scale, multi-source maps[J]. Geocarto International, 2016:23-31.
- [12] KOCH P, MAY S, SCHMIDPETER M, et al. Multi-robot localization and mapping based on signed distance functions[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2015, 83:1-20.
- [13] CLEMENS J, REINEKING T, KLUTH T. An evidential approach to SLAM, path planning, and active exploration[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2016, 73(C):1-26.
- [14] GIL A, JULIA M, ÓSCAR R. MRXT: the multi-robot exploration tool[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2015:45-53.
- [15] LEUNG K Y, BARFOOT T D, LIU H H. Decentralized cooperative SLAM for sparsely-communicating robot networks: a centralized-equivalent approach[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2012, 66(3):321-342.
- [16] LEUNG K Y K. Cooperative localization and mapping in sparsely-communicating robot networks[J]. Doctoral, 2012:4-16.
- [17] KIM B, KAESSE M, FLETCHER L, et al. Multiple relative

- pose graphs for robust cooperative mapping[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010:3185-3192.
- [18] HOWARD A. Multi-robot simultaneous localization and mapping using particle filters.[J]. International Journal of Robotics Research, 2005, 25(12):1243-1256.
- [19] FRANCHI A, STEGAGNO P, ORIOLO G. Decentralized multi-robot encirclement of a 3D target with guaranteed collision avoidance[J]. Autonomous Robots, 2016, 40(2):245-265.
- [20] HOLLINGER G A, YERRAMALLI S, SINGH S, et al. Distributed data fusion for multirobot search[J]. IEEE Trans. on Robotics, 2015, 31(1):55-66.
- [21] NELSON E, INDELMAN V, MICHAEL N, et al. An experimental study of robust distributed multi-robot data association from arbitrary poses[M]. Experimental Robotics. Springer International Publishing, 2016:631-643.
- [22] PORTUGAL D, RUI P R. Cooperative multi-robot patrol with Bayesian learning[J]. Autonomous Robots, 2016, 40(5):929-953.
- [23] THRUN S. A probabilistic on-line mapping algorithm for teams of mobile robots.[J]. International Journal of Robotics Research, 2001, 20(20):335-363.
- [24] CARPIN S, BIRK A, JUCIKAS V. On map merging[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2005, 53(1):1-14.
- [25] SASAOKA T, KIMOTO I, KISHIMOTO Y, et al. Multi-robot SLAM via information fusion extended Kalman filters[J]. IFAC-PapersOnLine, 2016, 49(22):303-308.
- [26] BIRK A, CARPIN S. Merging occupancy grid maps from multiple robots[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(7):1384-1397.
- [27] FORSTER C, LYNEN S, KNEIP L, et al. Collaborative monocular SLAM with multiple micro aerial vehicles[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2013:3962-3970.
- [28] HOWARD A, PARKER L E, SUKHATME G S. Experiments with a large heterogeneous mobile robot team: exploration, mapping, deployment and detection[J]. International Journal of Robotics Research, 2005, 25(5):431-447.
- [29] THRUN S. Probabilistic robotics[J]. Communications of the ACM, 2002, 45(3):52-57.
- [30] KAESSE M, RANGANATHAN A, DELLAERT F. iSAM: fast incremental smoothing and mapping with efficient data association[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007:1670-1677.
- [31] GRISETTI G, KUMMERLE R, STACHNISS C, et al. Hierarchical optimization on manifolds for online 2D and 3D mapping[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010:273-278.
- [32] GRISETTI G, STACHNISS C, BURGARD W. Improved techniques for grid mapping with rao-blackwellized particle filters[J]. IEEE Trans. on Robotics, 2007, 23(1):34-46.
- [33] FOSSEN T I, PETTERSEN K Y, GALEAZZI R. Line-of-sight path following for dubins paths with adaptive sideslip compensation of drift forces[J]. IEEE Trans. on Control Systems Technology, 2014, 23(2):820-827.
- [34] RICHARDSON T S, JONES C G, LIKHODED A, et al. Automated vision-based recovery of a rotary wing unmanned aerial vehicle onto a moving platform[J]. Journal of Field Robotics, 2013, 30(5):667-684.
- [35] NEGRE P L, BONIN-FONT F, OLIVER G. Cluster-based loop closing detection for underwater slam in feature-poor regions[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2016:2589-2595.
- [36] MAHDOUNI N, NATALIZIO E, FREMONT V. Multi-UAVs network communication study for distributed visual simultaneous localization and mapping[C]//Proc. of the International Conference on Computing, Networking and Communications, 2016:1-5.
- [37] ELIBOL A, SHIM H, HONG S, et al. Online underwater optical mapping for trajectories with gaps[J]. Intelligent Service Robotics, 2016, 9(3):217-229.
- [38] WURM K M, STACHNISS C, GRISETTI G. Bridging the gap between feature- and grid-based SLAM[J]. Robotics & Autonomous Systems, 2010, 58(2):140-148.
- [39] HUSSEIN M, RENNER M, WATANABE M, et al. Matching of ground-based LiDAR and aerial image data for mobile robot localization in densely forested environments[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2013:1432-1437.
- [40] MICHAEL N, SHEN S, MOHTA K, et al. Collaborative mapping of an earthquake-damaged building via ground and aerial robots[J]. Journal of Field Robotics, 2012, 29(5):832-841.
- [41] CURNOW R. CHRONY 1. 29. 1. Retrieved: 2013. [EB/OL]. [2017-02-26]. <http://chrony.tuxfamily.org/>.
- [42] LEUNG K Y, HALPERN Y, BARFOOT T D, et al. The UTIAS multi-robot cooperative localization and mapping dataset[J]. International Journal of Robotics Research, 2011, 30(8):969-974.
- [43] ZHOU X S, ROUMELIOTIS S I. Multi-robot SLAM with unknown initial correspondence: the robot rendezvous case[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006:1785-1792.
- [44] THRUN S, LIU Y. Multi-robot SLAM with sparse extended information filters[J]. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2005, 15(5):254-266.
- [45] DASARATHY B V. Closed form solutions to the multiple-platform simultaneous localization and map building (SLAM) problem[J]. Proceedings of SPIE-the International Society for Optical Engineering, 2000, 4051:428-437.
- [46] MONTEMERLO M, THRUN S, KOLLER D, et al. FastSLAM: a factored solution to the simultaneous localization and mapping problem[C]//Proc. of the Arch Environ Contam Toxicol, 2002:593-598.

- [47] LEE H C, ROH B S, LEE B H. Multi-hypothesis map merging with sinogram-based PSO for multi-robot systems[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(14):1213-1214.
- [48] TAKEUCHI E, TSUBOUCHI T. Multi sensor map building based on sparse linear equations solver[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008:2511-2518.
- [49] NAGATANI K, OKADA Y, TOKUNAGA N, et al. Multi-robot exploration for search and rescue missions: a report of map building in RoboCupRescue 2009[J]. *Journal of Field Robotics*, 2009, 28(3):373-387.
- [50] RICARD C, NUNO G, PERE R. Underwater multi-vehicle trajectory alignment and mapping using acoustic and optical constraints[J]. *Sensors*, 2016, 16(3).
- [51] INDELMAN V, NELSON E, MICHAEL N, et al. Multi-robot pose graph localization and data association from unknown initial relative poses via expectation maximization[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2014:593-600.
- [52] BONNANS J F, GILBERT J C, LEMARECHAL C, et al. *Numerical optimization*[M]. Springer, Berlin, 1997.
- [53] KONOLIGE K, GRISETTI G, KUMMERLE R, et al. Efficient sparse pose adjustment for 2D mapping[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2010:22-29.
- [54] SUNDERHAUF N, PROTZEL P. Towards a robust back-end for pose graph SLAM[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2012:1254-1261.
- [55] HOWARD A, SUKHATME G S, MATARIC M J. Multirobot simultaneous localization and mapping using manifold representations[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2006, 94(7):1360-1369.
- [56] SAEEDI S, PAULL L, TRENTINI M, et al. Group mapping: a topological approach to map merging for multiple robots[J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2014, 21(2):60-72.
- [57] HOWARD A. Multi-robot mapping using manifold representations[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006:4198-4203.
- [58] FOX D, KO J, KONOLIGE K, et al. Distributed multirobot exploration and mapping[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2005, 94(7):1325-1339.
- [59] KO J, STEWART B, FOX D, et al. A practical, decision-theoretic approach to multi-robot mapping and exploration[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003:3232-3238.
- [60] SAEEDI S, PAULL L, TRENTINI M, et al. Map merging for multiple robots using Hough peak matching[J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2014, 62(10):1408-1424.
- [61] ELIBOL A, KIM J, GRACIAS N, et al. Efficient image mosaicing for multi-robot visual underwater mapping[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2014, 46(46):20-26.
- [62] CARPIN S. Fast and accurate map merging for multi-robot systems[J]. *Autonomous Robots*, 2008, 25(3):305-316.
- [63] CENSI A, IOCCHI L, GRISETTI G. Scan matching in the hough domain[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005:2739-2744.
- [64] SAEEDI S, PAULL L, TRENTINI M, et al. Map merging using hough peak matching[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2012:4683-4688.
- [65] KONOLIGE K, FOX D, LIMKETKAI B, et al. Map merging for distributed robot navigation[C]//Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2003:212-217.
- [66] UTKIN L V, POPOV S G, ZHUK Y A. Robust transfer learning in multi-robot systems by using sparse autoencoder[C]//Proc. of the XIX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, 2016:224-227.
- [67] LONG P, LIU W, PAN J. Deep-learned collision avoidance policy for distributed multiagent navigation[J]. *IEEE Robotics & Automation Letters*, 2017, 2(2):656-663.
- [68] GAO X, ZHANG T. Unsupervised learning to detect loops using deep neural networks for visual SLAM system[J]. *Autonomous Robots*, 2017, 41(1):1-18.
- [69] MADHAVAN R, FREGENE K, PARKER L E. Distributed cooperative outdoor multirobot localization and mapping[J]. *Autonomous Robots*, 2004, 17(1):23-39.
- [70] JAFRI S R U N, CHELLALI R. A distributed multi robot SLAM system for environment learning[C]//Proc. of the Robotic Intelligence in Informationally Structured Space, 2013:82-88.
- [71] KOMENDERA E, CORRELL N. Precise assembly of 3d truss structures using EKF-based error prediction and correction[M]//*Experimental Robotics*. Springer International Publishing, 2016.
- [72] CARLONE L, NG M K, DU J, et al. Rao-blackwellized particle filters multi robot SLAM with unknown initial correspondences and limited communication[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010:243-249.
- [73] GIL A, OSCAR REINOSO, BALLESTA M, et al. Multi-robot visual SLAM using a Rao-Blackwellized particle filter[J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2010, 58(1):68-80.
- [74] ANDERSSON L A A, NYGARDS J. C-SAM: multi-robot SLAM using square root information smoothing[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008:2798-2805.
- [75] CUNNINGHAM A, WURM K M, BURGARD W, et al. Fully distributed scalable smoothing and mapping with robust multi-robot data association[C]//Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2012:1093-1100.
- [76] PILLONETTO G, BELL B M, DEL FAVERO S. Distributed Kalman smoothing in static Bayesian networks[J]. *Automatica*, 2013, 49(4):1001-1011.

- [77] WANG H, HUANG S, KHOSOUSI K, et al. Dimensionality reduction for point feature SLAM problems with spherical covariance matrices[J]. *Automatica*, 2015, 51(C):149-157.
- [78] MORATUWAGE D, WANG D, RAO A, et al. RFS collaborative multivehicle SLAM: SLAM in dynamic high-clutter environments[J]. *Robotics & Automation Magazine*, 2014, 21(2): 53-59.
- [79] WILLIAMS S B, DISSANAYAKE G, DURRANT-WHYTE H. Towards multi-vehicle simultaneous localisation and mapping[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002:2743-2748.
- [80] VIDAL-CALLEJA T A, BERGER C, LACROIX S, et al. Large scale multiple robot visual mapping with heterogeneous landmarks in semi-structured terrain[J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2011, 59(9):654-674.
- [81] BLANCO J L, GONZALEZJIMENEZ J, FERNANDEZMADRIGAL J A. A robust, multi-hypothesis approach to matching occupancy grid maps[J]. *Robotica*, 2013, 31(5):687-701.
- [82] SAEEDI S, PAULL L, TRENTINI M, et al. Map merging for multiple robots using Hough peak matching[J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2014, 62(10):1408-1424.
- [83] HENG L, LEE G H, POLLEFEYS M. Self-calibration and visual SLAM with a multi-camera system on a micro aerial vehicle[J]. *Autonomous Robots*, 2015, 39(3):1-19.

## 作者简介:

卫 恒(1992-),男,博士研究生,主要研究方向为多机器人协同控制、多机器人协同 SLAM。

E-mail:wh\_killer@foxmail.com

吕 强(1962-),男,教授,博士,博士研究生导师,主要研究方向为自主移动机器人、计算机视觉、神经网络。

E-mail:rokyou@live.cn

林辉灿(1989-),男,博士研究生,主要研究方向为 SLAM 自主导航、四旋翼飞行器。

E-mail:18606921232@163.com

张 洋(1989-),男,博士研究生,主要研究方向为单目 SLAM 算法。

E-mail:zhang\_yang\_tec@113.com

梁 建(1992-),男,硕士研究生,主要研究方向为 RGB-D SLAM 自主导航。

E-mail:1245996969@qq.com