

偏好多目标进化算法研究综述

王丽萍^{1),2)} 丰美玲²⁾ 邱启仓³⁾ 章鸣雷²⁾ 邱飞岳⁴⁾

¹⁾(浙江工业大学 计算机科学与技术学院, 杭州 310023)

²⁾(浙江工业大学 信息智能与决策优化研究所, 杭州 310023)

³⁾(圣何塞州立大学, 圣何塞 美国 95148)

⁴⁾(浙江工业大学, 杭州 310023)

摘 要 多目标优化需要同时优化若干相互冲突的目标, 其目的是获得均匀分布于整个 Pareto 前沿上的最优解集。然而在实际多目标优化问题中, 决策者通常只对目标空间中部分区域内的 Pareto 最优解感兴趣, 因此将决策者的偏好信息与多目标优化方法相结合成为进化计算领域的研究热点。偏好多目标进化算法通过引入决策者的偏好信息, 将算法的搜索集中在决策者感兴趣的偏好区域, 有效利用算法的计算资源, 提高算法的求解效率, 降低计算复杂度, 同时有利于决策者高效地做出最终决策。本文从偏好的设置方法和算法性能对比两个角度介绍偏好多目标进化算法。在偏好的设置上, 从占优关系、角度关系、权重向量和偏好集四个方向综述融入偏好信息的多目标进化算法; 在性能对比上, 从上述四类偏好的设置方法中各选取两种偏好算法进行仿真实验, 从偏好策略的有效性、解集的整体性以及算法的复杂度三个方面进行实验对比并深入分析其优缺点。最后, 总结了偏好多目标进化算法的未来发展趋势。

关键词 多目标优化; 偏好设置; 占优关系; 角度关系; 权重向量; 偏好集

中图分类号: TP391.9

Survey on Preference-based Multi-Objective Evolutionary Algorithms

Wang Li-Ping^{1),2)} Feng Mei-Ling²⁾ Qiu Qi-Cang³⁾ Zhang Ming-Lei²⁾ Qiu Fei-Yue⁴⁾

¹⁾(College of Computer Science and Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

²⁾(Institute of Information Intelligence and Decision Optimization, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

³⁾(San Jose State University, San Jose 95148, America)

⁴⁾(Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract Multi-objective optimization needs to optimize several conflicting objective simultaneously. The aim of the optimization algorithms is to obtain the optimal solution sets which uniformly distributed on the whole Pareto front. However, decision makers usually are only interested in the Pareto optimal solutions in some regions of the objective space in practical multi-objective optimization problems. Therefore, combining decision maker's preference information with multi-objective optimization methods is gradually becoming a hot survey topic in the research field of evolutionary computing. Combining the decision maker's preference information with the multi-objective evolutionary algorithms, the search process of the algorithms can be concentrated in the preference region. This can not only use the computational resources effectively and improve the efficiency of the algorithms to solve the optimization problems, but also can reduce the computational complexity and help decision makers make the final decision efficiently. In this survey, our research team systematically describe the preference multi-objective evolutionary algorithms from two aspects: the preference setting methods and the performance

王丽萍(通讯作者), 女, 1964 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为智能计算、决策优化, E-mail: wlp@zjut.edu.cn. 丰美玲, 女, 1994 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为智能计算、决策优化, E-mail: 614150432@qq.com. 邱启仓, 男, 1992 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为智能控制. 章鸣雷, 男, 1992 年生, 硕士研究生, 主要研究方向为智能计算. 邱飞岳(通讯作者), 男, 1965 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为智能控制、深度学习, E-mail: qfy@zjut.edu.cn.

comparison of the algorithms. In the setting of preferences, we summarize the multi-objective evolutionary algorithms incorporating preference information from the four aspects: dominance relationship, angle relationship, weight vector and preference set. Firstly, we summarize the preference multi-objective evolutionary algorithms based on the dominance relationship. The core idea behind it is to modify the Pareto dominance relationship, enhance the selection pressure of the algorithms and guide the algorithms to quickly converge to the preference region. Secondly, we summarize the preference multi-objective evolutionary algorithms based on angle relationship. The core idea is to use the angle relationship between the solutions to guide the evolution of the population, while using the angle to control the range of the preference region to obtain the preference solutions. Thirdly, we summarize the preference multi-objective evolutionary algorithms based on weight vector. The core idea is to transform the decision-maker's preference information into a set of weight vectors carrying preference information, and then decompose the multi-objective optimization problem into several single-objective optimization sub-problems according to the weight vectors. We lastly introduce the preference multi-objective evolutionary algorithms based on preference sets. The core idea is coevolving a set of randomly generated preference sets together with population. Then, in the preference algorithm performance comparison, two kinds of preference multi-objective evolutionary algorithms are selected from each of the four methods to perform simulation experiments. In addition, in order to verify the robustness of the eight algorithms in different preference regions. Our research team select two different reference points in the feasible region and the infeasible region for experimental comparison. Next, We carry out a systematic comparison of the eight algorithms from three aspects: the effectiveness of the preference strategy, the overall performance of the solution set, as well as the complexity of the algorithm, and analyzed their advantages and disadvantages in depth. Finally, our research team end up with discussing some potential trends in preference-based multi-objective evolutionary algorithms' future development from the six aspects: preference information conversion, preference learning, implicit preference construction, performance indicators of preference algorithms, visualization problem and practical application.

Key words Multi-objective optimization; Preference setting; dominance relationship; angle relationship; weight vector; preference set

1 引言

在科学研究和实际应用中通常存在多个目标同时优化的问题, 这些问题称为多目标优化问题 MOPs(Multi-objective Optimization Problems)。MOPs 的最优解并不是单个的最优解, 而是一组由 Pareto 最优解组成的最优解集合^[1]。现阶段求解 MOPs 的主要方法是多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithms, MOEAs)。根据进化机制的不同, 又可以将 MOEAs 分为以下三类:

1) 基于支配关系的 MOEAs, 其基本思想是利用基于 Pareto 的适应度分配策略, 从当前种群中找出所有非支配个体。Deb^[2]等提出的 NSGA-II(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II)、

Zitzler^[3]等提出的 SPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2)和 Corne^[4]等提出的 PESA-II(Pareto Envelop-based Selection Algorithm-II)是该类算法的三种典型代表。然而传统 Pareto 支配关系随目标维度的增加而迅速恶化, 通过修改 Pareto 支配关系能有效增强对个体的选择压力。Laumanns^[5]等提出的 ϵ -支配通过修正因子 ϵ 来修改 Pareto 支配关系; Pierro^[6]等提出用优先排序方法取代了传统的非支配排序方法; Wang^[7]和 He^[8]等通过模糊化 Pareto 支配关系设计新的排序策略; Yang^[9]等提出基于网格的进化算法(Grid-based Evolutionary Algorithm, GrEA), 通过调整网格大小来选择优先级较高的非支配解; Antonio^[10]等通过交替使用收益函数和 ϵ -支配方法来提高算法性能; Li^[11]等提出基于偏移的密度估计策略, 对

算法中的多样性维持机制进行改进,使基于 Pareto 支配的算法更适用于求解 MOPs; Cheng^[12]等通过引入 DD(Directional Diversity)和 FC(Favorable Convergence)指标来衡量算法的收敛性和多样性,在交叉变异阶段,将 FC 指标与 Pareto 支配方法相结合以提高算法的收敛性,在选择阶段,提出一种多样性维持策略以平衡算法的多样性和收敛性。最近,学者们提出在支配关系的基础上引入偏好信息以提高算法的选择压力,如 Wang^[60]等提出的基于目标向量偏好集协同进化算法 (Preference-Inspired Co-evolutionary Algorithm Using Adaptively Generated Goal Vectors, PICEA-g)和 Zhang^[13]等提出的基于 Knee 点驱动的进化算法 (Knee Point Driven Evolutionary Algorithm, KnEA)等。

2)基于指标的 MOEAs,其基本思想是使用性能评价指标来引导搜索过程和对解的选择过程。IBEA(Indicator-based Evolutionary Algorithm)^[14]、HypE(Hypervolume Based Evolutionary Algorithm)^[15]和 SMS-EMOA(S-metric Selection Based Evolutionary Multi-objective Algorithm)^[16]是三种广泛使用的该类算法。IBEA 是一种基于评价指标的算法框架,可以与任意指标相结合,而 SMS-EMOA 和 HypE 则是利用超体积值对个体进行选择。Gerstl^[17]等提出一种基于 Δp 指标的算法(Δp indicator-based algorithm, Δp -EMOA),其中 Δp 为近似解集与真实 Pareto 前沿间的 Hausdorff 距离; Villalobos 和 Coello^[18]将 Δp 指标与差分进化相结合,以解决 10 维的 MOPs; Lopez^[19]等提出 IGD+EMOA(Inverse Generational Distance Plus Evolutionary Algorithm)算法,通过建立参考集以评估搜索过程中得到的解的质量。

3)基于分解的 MOEAs,其基本思想是将复杂的 MOP 分解为单目标子问题(Single-Objective Problems, SOPs)或多个简单的 MOPs 进行求解。Zhang^[20]等将传统的数学规划方法与进化算法相结合提出基于分解的 MOEA/D(Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition)算法;在此基础上,众多学者对 MOEA/D 进行改进,提出许多 MOEA/D 的改进算法^[21-24];此外,Cheng^[57]等提出的 RVEA(Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm)算法也是通过将 MOP 分解为多个 SOPs 进行求解。Liu^[25]等提出的 MOEA/D-M2M(Decomposition of a Multiobjective Optimization Problem into a Number of Simple Multiobjective Subproblems)算法将整个目标空间划分为若干子区域从而进行求解;Deb^[64]等提出的 NSGA-III(An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-point

Based Non-dominated Sorting Approach)算法,将 NSGA-II 中的非支配分层机制和 MOEA/D 中的分解机制相结合,避免了 Pareto 支配带来的退化问题,同时保证种群的多样性。

随着目标维度的增加,传统 MOEAs 的搜索机制迅速陷入瓶颈,算法性能急剧下降,使其面临极大地挑战^[26]: 1)逼近整个 Pareto 前沿所需解的数量呈指数级增长,使得算法的计算复杂度明显增大; 2)种群中非支配解的比例急剧增长,严重削弱了传统 Pareto 支配关系对种群的选择压力,导致算法的收敛性能严重恶化; 3)增加了解集可视化的难度,使得决策者(Decision Maker, DM)难以从大量的非支配解中选择其满意的最优解。

针对传统 MOEAs 求解高维目标问题面临的诸多困难,学者们提出了许多改进方法:

1)降低目标维度。Zhou^[27]和 Zitzler^[28]等都通过删除冗余目标的方法以达到目标降维的目的。Murata^[29]等运用目标函数加权法对冗余目标进行加权,可有效防止重要信息的丢失。然而,目标降维的前提是优化问题中必须存在多个冗余目标。但在实际优化问题中往往不存在多个冗余目标且冗余目标的确定需要花费巨大的计算资源。

2)使用指标函数。在 MOEAs 中,需要运用评价指标对算法的性能进行评价,因此可以直接利用性能评价指标指导算法的搜索方向。其中,超体积指标(HyperVolume, HV)^[68]是最常用的指标函数。然而在高维目标空间中, HV 指标的计算复杂度很大,这也限制了该方法的广泛应用。

3)修改 Pareto 支配关系。目前已提出众多新的支配关系,如 ϵ -支配关系^[5]、排序支配关系^[6]、模糊支配关系^[7-8]等。虽然新的支配关系能增强种群在进化过程中的选择压力,但其重复利用目标函数的信息使得算法的计算复杂度明显增大。

4)结合 DM 偏好。Fleming^[30]等运用偏好表示方法来解决 MOPs^[31],通过逐渐缩小搜索区域来获得偏好解。Deb^[32]等将参考点的偏好信息纳入到 NSGA-II 算法中以获得非支配解集。Molina^[33]等提出给定参考点的 g-占优方法(Reference Point Based Dominance For Multi-objective Metaheuristics, g-dominance),将参考点作为偏好信息引导种群的搜索趋势和前沿的逼近方向。其中,参考点是目标空间中由 DM 定义的点,用于表示 DM 对每个目标不同的期望程度。由于该类方法只需要搜索 DM 感兴趣的区域,不仅提高 MOEAs 的求解效率,还能帮助 DM 选择其偏好解,因而受到研究者的广泛关注。

本文第 1 节引言部分简要介绍 MOEAs 主流研究者和研究团队的工作概况;第 2 节偏好多目标进化算法,着重介绍了偏好 MOPs 的相关概念,

从占优关系、角度关系、权重向量和偏好集四个方向对偏好的设置方法进行详细分析。第 3 节偏好多目标进化算法性能对比分析, 从四类偏好设置方法中各选取两种代表性的偏好算法进行仿真实验, 从偏好策略的有效性、解集的整体性以及算法的复杂度三个方面进行实验对比并深入分析其优缺点, 并给出了专门用于评价偏好 MOEAs 性能的指标。第 4 节结语, 提出了偏好 MOEAs 有待进一步研究的若干方向。

2 偏好多目标进化算法

在现实问题中, DM 通常只对 MOPs 的 Pareto 前沿部分区域感兴趣。而随目标维度的增加, 种群中非支配解的比例急剧增长, 将导致算法的性能衰减严重^[34]。若能结合 DM 的偏好信息, 将算法的搜索集中在 Pareto 前沿的特定区域, 便能降低算法的计算复杂度, 提高收敛性能。因此如何结合 DM 的偏好信息以及如何利用偏好信息引导种群的搜索成为当前的研究热点。

2.1 偏好多目标优化问题相关概念

多目标优化是指同时优化多个目标使其达到最优, 然而各个目标间往往是相互冲突的, 因此 MOPs 的解是一组折中的最优解集合。本文以最小化问题为例, 对于一个具有 m 个目标, n 维决策变量的 MOPs, 其数学模型描述如下:

$$\begin{cases} \text{Min } y = F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T \\ g_i(x) \geq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ h_j(x) \geq 0, j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$, x 为决策变量, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in Y$, y 为优化目标, X 为 n 个决策变量构成的决策空间, Y 为 m 个优化目标构成的目标空间, $F(x)$ 为目标向量, $g_i(x)$ 和 $h_j(x)$ 分别为问题的约束条件。

定义 2.1(Pareto 支配) 设 x 和 y 是种群中任意两个个体, 需满足如下约束条件, 则称 x 支配 y , 记作 $x \succ y$ 。

$$\begin{cases} f_i(x) \leq f_i(y), \forall i = 1, 2, \dots, m \\ f_j(x) < f_j(y), \exists j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (2)$$

定义 2.2(非支配解) 设 x 是集合 Q 中的任意解, 需满足公式(3), 则称 x 为集合 Q 中的非支配解。

$$\nexists y \in Q: y \succ x \quad (3)$$

定义 2.3(Pareto 最优解) 设可行域 R 中任意两个个体 x 与 y , 需满足公式(4), 则称个体 x 为 Pareto 最优解。

$$\nexists y \in R: y \succ x \quad (4)$$

定义 2.4(Pareto 最优解集) 可行域 R 中所有的 Pareto 最优解组成 Pareto 最优解集(Pareto Set, PS)。

$$S = \{x | x \in R \text{ 且 } x \text{ 是 Pareto 最优解}\} \quad (5)$$

定义 2.5(Pareto 前沿) Pareto 最优解集中所有 Pareto 最优解在目标空间上的映射, 称为: Pareto

前沿 (Pareto Front, PF)。

$$PF = \{f(x) \in R | x \in PS\} \quad (6)$$

定义 2.6(决策偏好) 在多准则决策(Multiple Criteria Decision Making, MCDM)领域, 决策偏好是指决策者在面对几个选项或备择方案时选择其中某一选项或备择方案的倾向^[35]。

定义 2.7(偏好表示) DM 通常将参考点的位置信息作为偏好信息的载体, 不同参考点的位置信息代表 DM 不同的偏好要求^[36]。此外, 由参考点确定的参考方向、光束搜索等方法也用来表示 DM 的偏好信息^[44]。

定义 2.8(偏好支配) 设种群中任意两个个体 x 与 y , 若个体 x 偏好支配 y , 当且仅当满足如下 2 个条件之一, 记作 $x \succ_r y$, r 为 DM 偏好。

(1) x 支配 y ;

(2) x 与 y 互不支配, x 在偏好意义上占优 y 。

定义 2.9 (偏好最优解) 设可行域 R 中的个体 x , 若不存在任意个体 y , 使得 $y \succ_r x$, 则称个体 x 为偏好最优解。由偏好最优解组成的最优解集合为偏好最优解集。

2.2 偏好的理论研究

多准则决策(MCDM)主要解决具有多个相互冲突方案的偏好决策问题^[37]。MCDM 包括适用于解决有限离散问题的多属性决策(Multiple Attribute Decision Making, MADM)和适用于连续问题的多目标决策(Multiple Objective Decision Making, MODM)。目前已有许多求解 MCDM 问题的方法, 如理想点法、主成分分析法、加权平方和法等, 这些方法大多需要给出各指标的权重, 即 DM 的偏好^[38]。权重是各个准则相对于总准则作用的量化, 能反映每个准则的相对重要性。

在 MCDM 领域中, 偏好的表示方法主要有以下三种: 序数法、不确定法和基数法^[39]。序数法主要是处理序数关系值类的偏好信息, 即 DM 给出对多个方案的排序信息。不确定法一般用于决策过程中存在不确定因素时的偏好信息表示。基数法是指能够明确度量 DM 偏好、决策规则以及效用函数时的决策信息表示方法。根据以上三种表示方法, 决策偏好的表示形式一般有序关系值、效用值、互反偏好关系、模糊偏好关系等^[40]。

Sindhya^[41]等将 MCDM 与 MOEA 相结合的方法归纳为两类: MOEAs 融入到 MCDM 和 MCDM 融入到 MOEAs。MOEA 融入到 MCDM 是指应用 MOEAs 求解 MCDM 方法中的 SOPs, MOEAs 可以帮助 MCDM 解决数学规划(Mathematical Programming, MP)方法难以处理的

难题。MCDM 融入到 MOEAs 是指将 DM 的偏好信息以先验或交互的方式结合到 MOEAs 中, 将算法的搜索集中在偏好区域, 可以有效利用算法资源, 同时降低计算复杂度, 提高算法的求解效率^[42]。

2. 3 偏好的设置方法

通过将 DM 的偏好信息融入到 MOEAs 框架中, 可以将算法的搜索集中在 Pareto 前沿的期望区域。基于以上思想, 学者们提出了许多偏好的设置方法, 有效地将 DM 的偏好信息融入到 MOEAs 框架中。本文根据偏好的设置方法从占优关系、角度关系、权重向量以及偏好集这四个角度, 综述融入偏好的 MOEAs。

2. 3. 1 占优关系

除偏好信息外, 偏好设置方法的不同也在很大程度上影响算法的性能。根据 DM 给定的参考点, 通过修改 Pareto 占优关系, 在一定程度上增强解之间的选择压力, 引导算法快速向 DM 的偏好区域搜索。同时, 基于占优关系的设置方法实现简单, 能容易的融入到其他的 MOEAs 中。

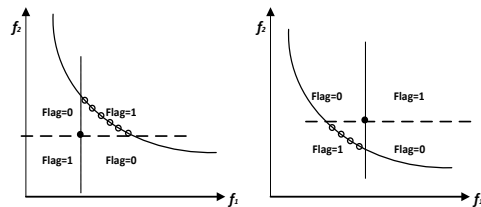
Molina^[33]等提出了一种基于 DM 给定参考点的 g-占优方法。该方法根据参考点划分搜索空间, 定义了搜索的优先区域, 通过修改 Pareto 占优关系, 使算法的搜索区域集中在该参考点附近。定义 $\text{Flag}_g(x)$ 如下:

$$\text{Flag}_g(x) = \begin{cases} 1, & g_i \leq x_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ 1, & g_i \geq x_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

其中, g 为 DM 给定的参考点, x 是目标空间中的任意一点。从以上定义可得, 参考点 g 将目标空间划分为 $\text{Flag} = 0$ 和 $\text{Flag} = 1$ 两部分, 如图 1 所示。利用公式(7)可以定义如下支配关系:

定义 2. 10(g-占优): 可行域中任意 2 个个体 x 和 y 要满足 x g-占优 y 当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1) $\text{Flag}_g(x) > \text{Flag}_g(y)$;
- (2) $\text{Flag}_g(x) = \text{Flag}_g(y)$ 且有 x Pareto 支配 y 。



(a)参考点在可行域时 (b)参考点在不可行域时

图 1 g-占优

g-占优机制能容易的将 DM 的偏好信息融入到 MOEAs 中, 且在 2、3 维优化问题上种群能较好的收敛到偏好区域。但该算法存在两个明显的不足: 1) 参考点严格控制了优先区域, 种群容易

丢失多样性, 使得算法在局部最优较多的问题上收敛性差。2) 参考点位置对算法的影响很大, 当参考点设置在距离 Pareto 前沿附近时, 算法性能表现得十分不稳定, 甚至导致算法不收敛。

为解决 g-占优机制在高维 MOPs 上不收敛和对参考点位置敏感等问题, Said^[43]等提出了一种 r-占优 (Reference Solution Based Dominance, r-dominance) 方法, 该方法通过在 Pareto 非支配解集上建立严格的偏序集, 引导算法朝偏好区域进行搜索。与 g-占优相比, r-占优受偏好点位置的影响较小, 但 r-占优只能保证弱 Pareto 支配的最优性, 特别是在不连续 Pareto 前沿的问题中会产生大量的弱 Pareto 最优解, 即所得解集中存在大量的非支配解, 这将严重影响算法的收敛性能。

定义 2. 11(r-占优): 可行域中任意 2 个个体 x 和 y 要满足 x r-占优 y 当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1) x Pareto 支配 y ;
- (2) x 与 y 是 Pareto 互不支配的, 且 $D(x, y, g) < -\delta, \delta \in [0, 1]$ 。

其中, $D(x, y, g) = \frac{\text{Dist}(x, g) - \text{Dist}(y, g)}{\text{Dist}_{\max} - \text{Dist}_{\min}}$

$$\text{Dist}_{\max} = \text{Max}_{z \in P} \text{Dist}(z, g)$$

$$\text{Dist}_{\min} = \text{Min}_{z \in P} \text{Dist}(z, g)$$

$$\text{Dist}(x, g) = \sqrt{\sum_{i=1}^m w_i \left(\frac{f_i(x) - f_i(g)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} \right)^2} \quad (8)$$

$w_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^m w_i = 1$, g 为参考点, $\delta \in [0, 1]$ 为控制偏好区域大小的参数。

邱飞岳^[44]等同时考虑 DM 的正、负偏好信息, 提出了双极偏好占优机制, 并将其融入到 NSGA-II 中, 形成 2p-NSGA-II 算法。该算法在非支配解间建立更为严格的占优关系, 能有效解决在高维目标空间中因非支配解的比例急剧增长导致算法性能衰减严重的问题。首先定义正、负参考点 P^+ 和 P^- , 在种群 P_{op} 中其他任意个体 i 到正、负参考点的距离分别为 d_i^+ 和 d_i^- , 如图 2 所示。为了综合考虑个体 i 到正参考点的贴近度和到负参考点的远离度定义如下贴近度计算公式:

$$C_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \quad (9)$$

定义 2. 12(双极占优): 在种群 P_{op} 中任意两个个体 $x, y \in P_{op}$, DM 给定正负参考点 P^+, P^- , 定义 x 双极占优 y , 当且仅当满足如下 3 个条件之一(其中 Flag 计算方法同 g-占优):

- (1) $\text{Flag}_p^+(x) > \text{Flag}_p^-(y)$;
- (2) $\text{Flag}_p^+(x) = \text{Flag}_p^-(y)$ 且 x Pareto 支配 y ;
- (3) 当(1)和(2)都不成立, $C_x > C_y$ 。

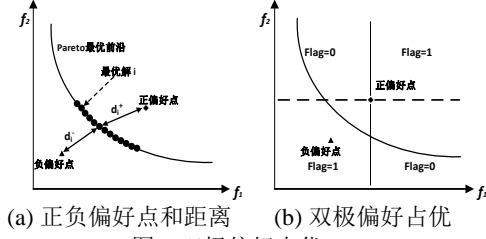


图2 双极偏好占优

2p-NSGA-II 算法提高对种群的选择压力, 引导种群快速向靠近正参考点同时远离负参考点的偏好区域收敛。但该算法只考虑了正、负偏好点间的相对距离, 算法的求解效果并不理想, 且在不同的测试函数上算法的表现差异较大, 算法的鲁棒性较差。当 DM 设置的正参考点远离 Pareto 前沿, 负偏好点靠近 Pareto 前沿时, 该算法容易陷入局部最优而丢失部分偏好最优解。

Jaimes^[45]等定义新的偏好占优关系, 该偏好占优关系将整个目标空间划分为两个子空间, 其中一个子空间的个体使用强化的 Pareto 支配关系进行比较, 另一个子空间的个体使用收益标量函数(Achievement Scalarizing Function, ASF)进行比较, 如图 3(a)所示。通过设定参考点, 利用新的偏好关系引导种群向偏好区域进化, 如图 3(b)所示, 定义解 z_1 占优解 z_2 。随后, 将新的偏好占优关系以交互的方式嵌入到优化过程中, 在每个交互点处向 DM 提供当前的近似 Pareto 解, 以便 DM 指导后续搜索的进行。该偏好占优关系其优点在于, 不仅可以根据 DM 的需求直观的设置参数, 与 DM 进行实时交互, 而且在高维上也能获得较优的解。ASF 函数定义如下:

$$\text{Min } S_g(f(x)) = \max_{i=1,2,\dots,m} \{w_i(f_i(x) - g_i)\} + \lambda \sum_{i=1}^p (f_i(x) - g_i) \quad (10)$$

其中 $\lambda > 0$ 是一个很小的增量系数, i 代表第 i 个目标, w_i 为第 i 个目标上的权重即重要程度, g_i 为参考点第 i 维的值。

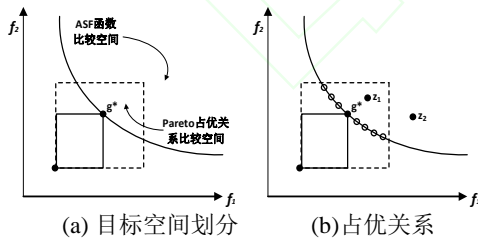


图3 定义新的偏好占优关系

2.3.2 角度关系

基于占优关系的偏好设置方法虽实现简单, 但其不能灵活控制偏好区域的范围, 且在高维目标优化问题上表现较差。而通过角度引入 DM 的偏好信息, 根据参考点和角度值确定偏好区域, 利用个体间的角度关系引导算法的进化, 增强算

法的选择压力, 同时利用角度控制偏好区域的范围, 最终获得 DM 的偏好解。

Zheng^[46]等提出一种基于个体间角度关系的 AD-NSGA-II(Angle Dominated NSGA-II)算法。该算法通过重新定义个体间支配关系和聚集距离, 优先保留距离偏好点近的个体, 引导种群朝偏好区域进行搜索。偏好点仅用于搜索种群中离其最近的点, 以最近点为基点使用角度控制偏好区域, 因此算法的性能不会受偏好点位置的影响。如图 4(a)所示, DM 首先设置一个偏好点 p , 然后求得种群中距离偏好的最近点 N , 其中 α 为 DM 指定的角度范围, θ 是 DM 定义的角度下界用于避免个体过度集中。对于种群中的其他个体, 采用离偏好最近点 N 最近的个体优先保留策略。其中, 利用角度信息引入 DM 偏好的相关定义如下:

定义 2.13(个体间角度) 种群中任意两个个体 x 与 y 间的角度:

$$\text{Angle}(x,y) = F(x) \cos \left(\frac{F(x)-F(y)}{|F(x)|+|F(y)|} \right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F(x) &= ((x_1 - p_1)/(f_1^{\max} - f_1^{\min}), \dots, \\ &\quad (x_m - p_m)/(f_m^{\max} - f_m^{\min})) \\ F(y) &= ((y_1 - p_1)/(f_1^{\max} - f_1^{\min}), \dots, \\ &\quad (y_m - p_m)/(f_m^{\max} - f_m^{\min})) \end{aligned} \quad (12)$$

定义 2.14(偏好角度支配) 设种群中任意两个个体 x 与 y , 若个体 x 偏好角度支配 y 当且仅当满足如下 2 个条件之一:

(1) x Pareto 支配 y ;

(2) x 与 y 是 Pareto 互不支配的, 且 $\text{Angle}(y, N) - \text{Angle}(x, N) \geq \alpha$, 其中, N 为距离偏好最近的点, α 为 DM 指定的角度范围。

定义 2.15(偏好聚集距离) 非支配排序后, 对处于同一层级的个体, 优先选择距离偏好点近的个体进入下一代。重新定义个体间的聚集距离如下, 其中, B 是一个很大的正数。

Crowd(x)

$$= \begin{cases} B - \text{Angle}(x, p), & \text{if } \text{Min}(\text{Angle}(x, y)) > \theta \\ \text{Min}(\text{Angle}(x, y)) \end{cases} \quad (13)$$

AP- ϵ -MOEA(AP- ϵ -multi-objective evolutionary algorithm)^[47]算法通过参考点及角度值来引入 DM 的偏好信息。首先将目标空间划分为偏好区域和非偏好区域两部分, 使算法在 DM 的偏好区域进行搜索, 有效提高算法搜索效率; 随后利用 DM 定义的角度值控制偏好区域的大小, 如图 4(b)所示。进而, 在 Pareto 最优解中利用 AP- ϵ 支配策略建立更为严格的偏序关系, 从而区分非支配解中的偏好解和非偏好解。该支配策略可以通过角度值有效控制偏好解集的分布范围, 并且支持多偏好区域的搜索, 同时算法能以较快的速度收敛到 Pareto 前沿且搜索到 DM 感兴趣的偏好解。

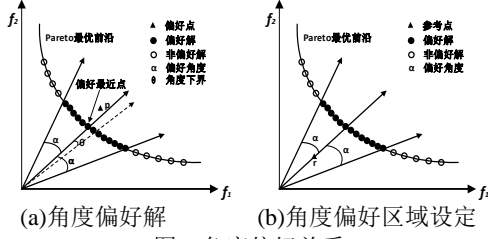


图4 角度偏好关系

定义 2.16 (ε 支配策略) 设种群中任意两个个体 x 与 y , 若个体 x 和 y 满足如下公式, 则称 $x \varepsilon$ 支配 y , 记作 $x \succ_{\varepsilon} y$.

$$\begin{cases} B_i(x) \leq B_i(y), \forall i = 1, 2, \dots, m \\ B_j(x) < B_j(y), \exists j = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (14)$$

其中, 向量 $B(x)$ 表示个体 x 在目标空间中的格子位置, 定义为

$$B_i(x) = [(f_i(x) - f_i^{\min}) / \varepsilon_i] \quad (15)$$

f_i^{\min} 为第 i 个目标的最小值, ε_i 为第 i 个目标的偏差强度值。

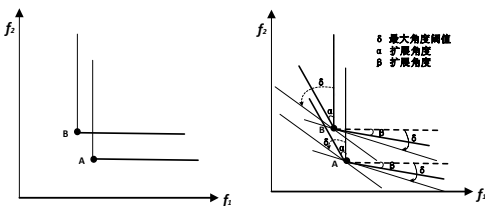
定义 2.17 (AP- ε 支配策略) 可行域中任意 2 个个体 x 和 y 要满足 x AP- ε 支配 y 当且仅当满足如下 2 个条件之一:

- (1) 个体 x 和 y 同属于偏好区域或非偏好区域, 且 $x \varepsilon$ 支配 y ;
- (2) 个体 x 属于偏好区域, y 属于非偏好区域。

ADA (adaptive angle based pruning algorithm)^[48]

是一种自适应角度修剪算法, 该算法根据 DM 提供的角度信息修剪 Pareto 最优解。ADA 算法首先根据 MOEA 获得 Pareto 最优解, 然后根据 DM 提供的最大角度阈值, 运用自适应角度修剪机制对上一阶段所得到的 Pareto 最优解进行修剪。自适应修剪机制通过计算每个目标上每对解之间的角度且与最大角度阈值相比较来确定占优关系, 然后使用拥挤距离策略维持解集的多样性。其基本原理是通过扩大每个目标上每对解间的角度, 增强解之间的选择压力, 以消除那些仅在某些目标上占优但在其他目标上显著更差的解。

如图 5(a) 所示, 根据传统 Pareto 支配关系, A、B 两点互不支配。然而在图 5(b) 中, 根据自适应角度修剪机制对 A、B 两点分别进行角度扩展, A、B 两点两侧扩展的角度为 α 和 β , 经角度扩展后, A 点明显支配 B 点, 其中 δ 为最大角度阈值, α 、 β 分别为修剪的角度值。通过对 A、B 两点进行角度扩展, 重新定义了两点间的支配关系, 增强了对优秀解集的选择压力, 引导解集朝 Pareto 前沿上的偏好区域收敛。



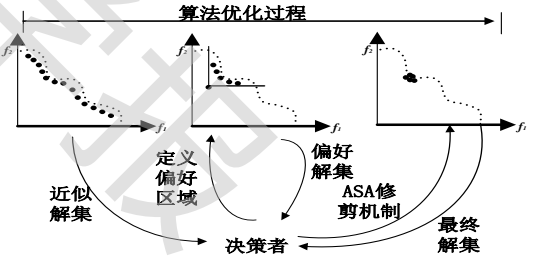
(a) Pareto 占优关系 (b) 角度修剪确定占优关系

图5 自适应角度修剪算法

随后, Sudeng^[49] 等对 ADA 算法进行改进, 提出了基于特定角度偏差参数的修剪算法 (Angle based with Specific bias parameter pruning Algorithm, ASA)。该算法首先使用反正切函数计算每对解间的角度, 然后引入偏差强度参数计算角度阈值, 从而在偏好区域内确定偏好解, 其中可以根据偏好信息在不同的目标上对偏差强度参数进行适当的调整。将基于特定角度偏差参数的修剪机制应用于获得 Pareto 最优解阶段, 可以帮助 DM 获得鲁棒性更强的 Pareto 最优偏好解。

i -ASA-NSGA-II (Interactive Preference-based Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm)^[50] 是一种基于 DM 偏好信息的交互式算法。该算法首先根据参考点及扩展角度确定 DM 的偏好区域, 然后应用偏好信息扩展角度的支配策略来替换原始 NSGA-II 中的拥挤距离策略。在种群进化过程中, 多次与 DM 进行交互, 使用 ASA 算法对得到的解集进行修剪, 直到最终获得 DM 满意的偏好最优解。

i -ASA-NSGA-II 算法的模型如图 6 所示, 由 i -ASA-NSGA-II 算法产生初始的近似解集呈现给 DM, DM 根据初始解集以及其偏好要求通过给定参考点的形式确定偏好区域, 随后算法将划定的偏好区域呈现给 DM, 若偏好区域满足 DM 的要求, 则通过 ASA 角度修剪机制对偏好区域内的解集进行修剪, 将修剪后的偏好解集再次呈现给 DM, 直到最终满足 DM 的要求。

图6 i -ASA-NSGA-II 算法模型

2.3.3 权重向量

参考向量和权重向量在聚合功能上相似, 但因其物理意义不同, 在搜索过程中对算法有不同的影响。通常, 参考向量表示解向量的方向, 权重向量表示不同目标的重要性; 参考向量在目标空间中, 权重向量在权重空间中。参考点是以结构化方式预先定义或由 DM 定义的点^[34]。参考向量和参考点都能表示目标的期望或重要性, 且参考点、参考向量与权重向量之间可以相互转换^[35]。如 RVEA^[57] 中的参考向量和 NSGA-III^[64] 中的参考点都是由均匀分布的权重向量转换而来。

Mohammadi^[51]等提出的 R-MEAD (Reference Point Based Multi-objective Optimization Through Decomposition)算法通过引入分解机制,将参考点的位置信息和 DM 的偏好信息转化为一组携带偏好信息的权重向量,随后这组权重向量将 MOPs 分解为若干个单目标优化子问题进行求解。该算法通过计算每个个体与每个参考点的距离,将距离参考点最近的个体所对应的权重向量作为初始权重,在初始权重向量附近重新生成一组新的权重向量,动态调整权重向量使其逐渐靠近 DM 的偏好区域。

由于 R-MEAD 从 MOEA/D 中继承了单格子点设计方法进行初始化权重,使得种群的大小受到目标维度的约束。Mohammadi^[52]等提出了 R-MEAD2 以解决 R-MEAD 在权重初始化时存在的问题。R-MEAD2 采用均匀随机数生成方法产生权重向量代替 R-MEAD 中的单格子点设计方法,并且在权重生成的过程中不断重构调整权重向量,这不仅消除了目标维度对种群大小的约束,而且能够在高维目标空间中产生均匀分布的权重向量。

图 7 所示为算法在进化过程中权重向量的重构示意图。图 7 左侧的黑色方块表示在第 t 次迭代前的解,灰色方块表示经过算法迭代后的解,箭头表示由权重向量和每个解所决定的更新方向, r 为 DM 设定的偏好区域。其中,与参考点最近的解所对应的权重向量被视为最优权重 W_b 。一旦确定最优权重,则使用均匀随机数生成法生成一组新的围绕最优权重的权重向量,如图 7 中心处的方框所示,权重向量 W_1 和 W_2 由最优权重 W_b 生成。随后,将这些权重分配回上次迭代中所获得的解。最后,使用新生成的权重进行算法优化。如图 7 右侧所示,由五角星标记的新解在参考点的方向上逐渐收敛于偏好区域。

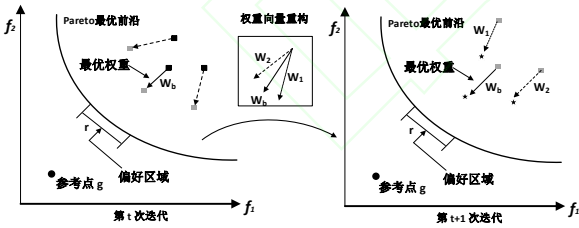


图 7 权重向量重构

Li^[53]等在 MOEA/D-STM(Stable Matching-Based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization)算法的基础上,提出了应用权重向量引入 DM 偏好信息的 r-MOEA/D-STM 算法。该算法首先根据 DM 提供的参考点,使用单格子点设计方法生成大量的权重向量,然后选择距离参考点最近的若干权重向量作为 DM 的偏好区域。

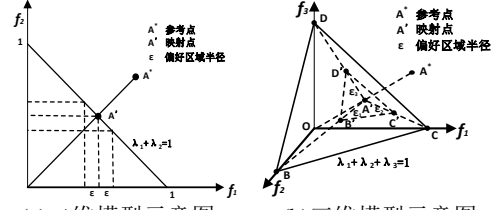


图 8 MOEA/D-PRE 算法

Zheng^[54]等提出一种基于权重迭代的偏好多目标分解算法 MOEA/D-PRE(Preference-based And Decomposition-based MOEA),该算法首先利用权重迭代方法产生一组均匀分布的权重向量,随后利用该权重向量对偏好区域进行映射,消除参考点位置对算法性能的影响,如图 8 所示。MOEA/D-PRE 算法还提出了一种新型的偏好区域模型,该模型可以根据 DM 的偏好信息动态调整偏好区域的大小。此外,在高维问题上,MOEA/D-PRE 算法也具有优越的性能。

Hu^[55]等提出的基于权重向量选择机制的 P-NSGA-II(A Preference-based Multi-objective Evolutionary Algorithm using Preference Selection Radius)算法,有效缓解了基于 Pareto 占优关系的偏好算法随目标维度增加算法整体性能急剧下降的问题。该选择机制分为两部分,首先根据权重向量及偏好半径构建偏好区域,将整个目标空间划分为偏好区域和非偏好区域两部分;其次通过 Pareto 支配关系在偏好区域中选择最优解,若所获得偏好解的数量未达到 DM 的要求,则依次在非偏好区域内选择与参考向量距离最小的解直到满足 DM 的要求,如图 9(a)所示。

Zhang^[56]等提出一种基于权重向量的偏好 MOEA,该算法首先将均匀分布的权重向量映射到偏好点附近,随后根据映射后的权重向量搜索偏好点附近的 Pareto 最优解。然而,映射后的权重向量并不能搜索到偏好点附近的 Pareto 最优解。文中证明了解的搜索方向不是映射后权重向量 $w'_i = (w'_{i1}, \dots, w'_{im})$ 的方向,而是沿着 $\lambda_i = (1/w'_{i1}, \dots, 1/w'_{im})$ 方向进行搜索。为能有效搜索到偏好点附近的 Pareto 最优解,需要将映射到偏好点附近的权重向量 $w'_i = (w'_{i1}, \dots, w'_{im})$ 修改为 $\lambda_i = (\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{im})$,其中 $\lambda_{i1} = 1/w'_{i1}$,如图 9(b)所示是由权重向量 w 的方向搜索到的偏好解。

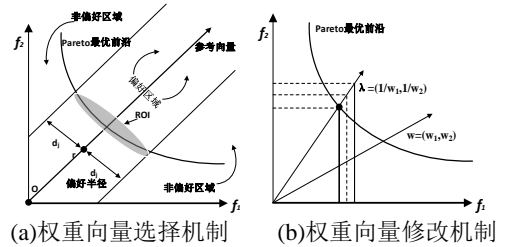


图 9 权重向量调整

RVEA(A Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization)^[57]是

一种由参考向量引导的偏好 MOEA。该算法产生若干个均匀分布的权重向量，将目标空间划分为与权重向量数量相等的若干个子空间，通过精英选择策略和角度惩罚距离 APD(Angle-Penalized Distance)机制在各个子空间中进行搜索，使得子种群中的最优解能够快速向 Pareto 前沿收敛。同时结合基于偏好的参考向量生成方法，根据 DM 的要求确定中心参考向量 v_c 和偏好半径 r ，通过公式(16)的变换生成若干子空间中的参考向量。

$$v'_i = \frac{r \cdot v_i + (1-r) \cdot v_c}{\|r \cdot v_i + (1-r) \cdot v_c\|} \quad (16)$$

其中， v_c 是单位向量，半径 $r \in (0,1)$ ， v_i 是均匀分布的参考向量， v'_i 是由 v_i 转化得到的子空间中的参考向量，DM 的偏好区域由 v_c 和 r 确定。通过参考向量引入偏好信息，引导种群朝 DM 的偏好区域进化，最终得到偏好解。

随后，王丽萍^[58]等于 2018 年提出了一种基于角度惩罚距离精英选择策略的偏好高维目标优化算法 G-RVEA，该算法首先提出一种基于等比缩放的偏好向量生成策略，将目标空间中均匀分布的权重向量按照一定的比例进行缩放，形成均匀分布的偏好向量，然后通过种群划分策略将种群中的个体划分给与其最近的偏好向量形成子种群，最后通过 APD 精英选择策略筛选子种群中的最优个体，使个体沿偏好向量的方向朝 Pareto 前沿快速收敛。其中，等比缩放策略的公式如下：

$$V_i = G_i + (W_i - G_i) \cdot \varepsilon_i \quad (17)$$

公式(17)中， $\varepsilon_i \in [0,1]$ 为 DM 给定的偏好区域半径， W_i 为均匀分布的权重向量， G_i 为映射点， V_i 是等比缩放后生成的偏好向量。G-RVEA 算法将 DM 偏好信息融入到基于分解的 MOEA 中，避免参考点位置对算法性能的影响，同时能够有效利用计算资源，提高算法求解效率。

2.3.4 偏好集

针对高维目标优化问题，DM 通常很难直观给出确切的偏好信息，因此有学者提出偏好集概念，通过一组随机生成的偏好集与种群协同进化，以实现偏好信息与种群的共同更新，最终使种群逼近 Pareto 前沿，寻找到 DM 感兴趣的区域。

偏好集驱动下的协同进化算法 PICEA (Preference-Inspired Co-evolutionary Algorithms for Many-Objective Optimization)^[59]，主要思想是由多个随机偏好组成的偏好集与多个候选解集相互协同进化。受启发于此，Wang^[60]等将目标向量作为偏好集，提出基于目标向量偏好集协同进化算法 PICEA-g。在该算法中引入适应性分配策略，候选解与偏好集进行比较，若满足偏好集的要求，则赋予候选解一定的适应度值，同时偏好集在被候选解满足的情况下也获得一定的适应度值。候选解 s 和偏好 g 的适应度计算公式定义如下：

$$F_s = 0 + \sum_{\{g \in G \cup G_c | s \leq g\}} \frac{1}{n_g}, F_g = \frac{1}{1+\alpha}$$

$$\alpha = \begin{cases} 1, & n_g = 0 \\ \frac{n_g-1}{2N-1}, & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

其中， n_g 为满足偏好 g 的数量， N 为候选解的个数。若候选解 s 不满足任何的偏好 g ，则 s 的适应度值 F_s 被定义为 0。

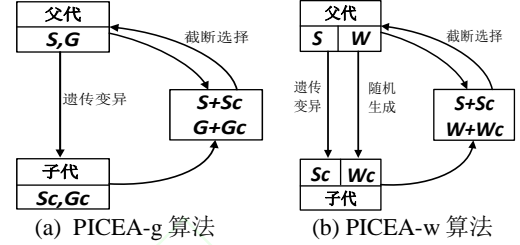


图 10 $(\mu + \lambda)$ 精英选择框架

PICEA-g 算法采用 $(\mu + \lambda)$ 精英选择机制选择适应度值较高的偏好集和候选解进入下一代的遗传操作，如图 10(a)所示，其中 S 表示候选解集， G 表示目标向量集合， Sc 和 Gc 分别由 S 和 G 经遗传变异产生。在协同机制下，目标向量不断选择出高质量的候选解进入父代，并且引导种群向 Pareto 前沿逼近。

PICEA-W (Preference-inspired co-evolutionary algorithms using weight vectors)^[61] 算法将权重向量作为偏好集，实现偏好集和候选解集协同进化。该算法首先在每次迭代过程中使用与初始化不同的参考点生成方法获取更多的偏好集以供选择，并通过保留每个解在不同偏好集定义下获得的适应度值的排序，实现先用偏好集选择非支配解，再用候选解的密度选择偏好集，在实现解的选择的同时完成偏好集的自适应调整，如图 10(b)所示，其中 S 为候选解集， W 为权重向量集合， Sc 由 S 遗传变异产生， Wc 由 W 随机生成。PICEA-W 消除了算法优化前确定权重向量的需要，使得算法对测试问题几何形状敏感度降低。

局部偏好集驱动下的协同进化算法 LPICEA-g (Local Preference-inspired Co-evolutionary Algorithms)^[62] 在局部区域内执行进化操作，解决了 PICEA-g 算法在适应度分配方法上的局限性，且局部区域内进行遗传变异可以产生更有效的子代解。首先根据多个随机偏好点，运用聚类方法将候选集划分成若干个簇，然后分别在每个簇上执行进化操作，使每个簇上的进化操作协同进行。

考虑到 DM 通常以不同的方式表达其偏好信息，Wang^[63]等提出基于偏好集的混合交互式协同进化算法 iPICEA-g (a new hybrid evolutionary multi-criteria decision making approach using the brushing technique)，该算法能够同时处理多种偏好类型 (例如权重、期望等)。该算法通过初始给定的多组随机偏好与候选解协同进化来实现偏好与种群的共同更新，采用适应度赋值法保持解集

良好的分布性,通过混合排序机制将解集快速逼近 DM 偏好区域内的 Pareto 前沿。该算法既能搜索多个偏好区域,又能同时处理多种不同类型的偏好信息。

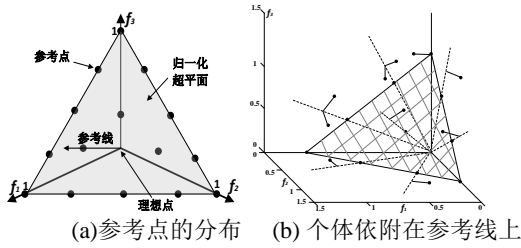


图 11 NSGA-III 算法

NSGA-III^[64]是一个具有代表性的由偏好集引导的 MOEA,该算法首先设置一组均匀分布的参考点,参考点与原点的连线作为参考线,随后计算种群中的所有个体与每条参考线间的垂直距离,将种群中的所有个体都绑定在相应的参考线上,优先选择那些 Pareto 非支配的且距离所绑定的参考线较近的个体,如图 11 所示。该算法结合空间分解的思想,通过偏好集引导种群进化,以获取相对均匀的解集。

在偏好 MOEAs 中,偏好可以理解决策者对目标空间中某一特定区域(ROI)解的重视程度。根据决策者能否直接给出明确的偏好信息,可以将偏好分为确定性偏好和不确定性偏好。当决策者具有一定的先验知识时,能直接给出目标的重要程度(偏好信息),该类偏好称为确定性偏好。通过参考点和参考权重设定的偏好为确定性偏好,这种由决策者直接给定目标信息是表达偏好信息最直接的方式。当决策者不具备足够的先验知识而不能给出明确的偏好信息时(不确定性偏好),可以通过随机生成一组偏好集与种群共同进化,实现偏好集与种群的共同更新,最终使种群逼近 Pareto 前沿,从而寻找决策者的偏好解。

偏好 MOEAs 的性能在很大程度上受偏好设置方法的影响,一个良好的偏好设置方法能快速引导种群朝 DM 感兴趣的偏好区域进行搜索,最终获得 DM 满意的偏好解。表 1 是对上述四类偏好 MOEAs 的研究总结,其中包括占优关系、角度关系、权重向量以及偏好集这四类偏好设置方法的主要思想以及各算法在性能测试时所使用的测试函数。

表 1 偏好多目标进化算法研究综述

参考文献	算法	主要思想	测试函数
占优关系			
[33]	g-NSGA-II	参考点划分搜索空间,修改 Pareto 占优关系	ZDT1,Deb32
[43]	r-NSGA-II	在 Pareto 非支配解集上建立严格的偏序关系	ZDT1,ZDT3,DTLZ7,10 维 DTLZ2
[44]	2p-NSGA-II	双极偏好占优机制, σ 控制策略	ZDT1-ZDT3,{3,5,10,15} 维 DTLZ2
[45]	i-MOEA	划分目标空间,定义新的偏好占优关系	{2,3,6} 目标的机翼设计问题
角度关系			
[46]	AD-NSGA-II	定义偏好角度支配和偏好聚集距离	ZDT1-ZDT4,{3,5,10} 维 DTLZ1-DTLZ3
[47]	AP- ϵ -MOEA	AP- ϵ 支配策略,角度控制偏好区域	ZDT1-DT3,3 维 DTLZ1-DTLZ3
[48]	ADA	自适应角度修剪机制,角度修剪 Pareto 最优解	ZDT4,WFG1-WFG2,3 维 DTLZ5
[49]	ASA	ADA 的改进算法,引入特定角度偏差参数	ZDT,DTLZ,3 维 WFG1-WFG9
[50]	i-ASA-NSGA-II	偏好信息扩展角度支配策略,ASA 的交互式算法	4 目标的工程设计问题
权重向量			
[51]	R-MEAD	带偏好信息的权重向量,动态调整权重向量	ZDT,3 维 DTLZ1-DTLZ2
[52]	R-MEAD2	R-MEAD 改进算法,均匀随机数生成法产生权重	4-10 维的 DTLZ1-DTLZ6
[53]	r-MOEA/D-STM	选择距离参考点最近的若干权重作为偏好区域	ZDT,3 维 DTLZ
[54]	MOEA/D-PRE	权重迭代方法获取权重,对偏好区域进行映射	ZDT,{3,5,8,10,15} 维 DTLZ1-DTLZ6
[55]	P-NSGA-II	根据参考向量及偏好半径构建偏好区域	ZDT,{3,5,8,10,15} 维 DTLZ1-DTLZ6
[56]	ω -MOEA/D	将权值向量映射到偏好点附近,用具有偏好信息的权值向量搜索偏好解	ZDT1-ZDT4,{2,3,4,6,8,10} 维的 DTLZ1-DTLZ7
[57]	RVEA	种群划分策略,角度惩罚距离机制,采用基于偏好的参考向量生成方法	{3,4,6,8,10} 维的 DTLZ1-DTLZ4,DTLZ1,SDTLZ3,WFG1-WFG9
[58]	G-RVEA	RVEA 改进算法,引入精英保留策略,等比缩放的偏好向量生成策略	ZDT,{3,4,6,8,10} 维 DTLZ1-DTLZ4
偏好集			
[60]	PICEA-g	目标向量作为偏好集,候选解与偏好集协同进化	{2,7} 维的 WFG2-WFG9
[61]	PICEA-w	PICEA-g 的改进算法,权重向量作为偏好集	2-8 维的 WFG4
[62]	LPICEA-g	PICEA-g 的改进算法,引入聚类方法划分种群	{2,4} 维 WFG2-WFG9
[63]	iPICEA-g	PICEA-g 的改进算法,能同时处理多种偏好类型	ZDT4,2-5 维的 DTLZ1-DTLZ2
[64]	NSGA-III	空间分解思想,设置多个随机偏好引导种群进化	{3,5,8,10,15} 维 DTLZ1-DTLZ4, WFG6-WFG7

3 偏好多目标进化算法性能对比分析

为能够全面地对偏好算法性能进行对比分析, 本文根据偏好的设置方法, 从四类偏好 MOEAs (占优关系、角度关系、权重向量和偏好集) 中各选取两种代表性算法进行实验对比。将基于占优关系的 g-NSGA-II(2009 年提出) 和 2p-NSGA-II(2013 年提出) 算法、基于角度偏好关系的 AD-NSGA-II(2014 年提出) 和 AP-ε-MOEA(2014 年提出) 算法、基于权重向量的 MOEA/D-PRE(2016 年提出) 和 RVEA 算法(2016 年提出)、基于偏好集的 NSGA-III(2014 年提出) 和 PICEA-g(2013 年提出) 算法分别在 3、5、7、10 维目标的 DTLZ1-DTLZ4^[65] 测试函数上进行仿真实验, 以比较这八种偏好 MOEAs 其偏好策略的有效性、所得解集的整体性能和算法的复杂度。

为了保证算法对比的公平性, 本文所有的实验数据都是通过每种算法在每个测试问题上重复独立运行 20 次获得。采用模拟二进制交叉和多项式变异, 交叉分布指数 η_c 为 20, 交叉概率 P_c 为 0.99, 分布指数 η_m 设置为 20, 变异概率 P_m 为 $1/n$, 其中 n 表示决策变量的个数。RVEA 和 MOEA/D-PRE 的偏好半径参数 ε_i 在每一维上的值均设置为 0.1, AD-NSGA-II 和 AP-ε-MOEA 算法的角度偏好区域 α 值设置为 0.1, 2p-NSGA-II 中的参数 δ 设置为 10^{-4} 。为验证在不同偏好区域时算法的鲁棒性, 本文分别在可行域内和不可行域内选取两个不同参考点进行实验对比, 其中, 可行域内的参考点 g_i 设置为 (0.8, 0.3, 0.8, 0.3, 0.8, 0.3, 0.8, 0.3, 0.8, 0.3), 不可行域内的参考点 g_i 设置为 (0.1, 0.5, 0.1, 0.5, 0.1, 0.5, 0.1, 0.5, 0.1, 0.5), i 为目标维度。为消除 2p-NSGA-II 中负参考点对偏好区域的影响, 将其设置在 0.001 点处。文中 DTLZ2 和 DTLZ4 测试函数的最大迭代次数 Maxgen 为 500, DTLZ1 和 DTLZ3 测试函数的最大迭代代数为 Maxgen 为 1000。本实验的测试环境为 Inter(R) Core(TM) i3-2310M CPU @ 2.10GHz 4.00GB。

3.1 性能评价指标

3.1.1 基于复合前沿的反转世代距离评价指标 (Inverted Generational Distance based on Composite Front)

偏好 MOEAs 通过将 DM 的偏好信息结合到算法优化过程中, 可以将算法的搜索集中在 DM 偏好的某一特定区域, 从而有效提高算法的收敛速度。对于一般的 MOEAs 算法, 国际上已有很多专项的或者综合性的评价方法, 例如 GD^[66]、IGD^[67]、HV^[68] 等。然而, GD 指标只能衡量算法

所得解集到真实 Pareto 前沿的距离, 不能反映所得解集与 DM 偏好的解之间距离。IGD 和 HV 指标对偏好 MOEAs 并不适用。这是因为当解集收敛到特定的偏好区域时, 因其聚集在小部分区域, 所以其 IGD 值会较大, HV 值会较小, 但所得解集确实是 DM 的偏好解; 当解集靠近前沿但未收敛到偏好区域时, 因其分布较广且距离前沿较近, IGD 值会较小, 而 HV 值会较大, 但此时所得的解集却并不是 DM 的偏好解。

本文选取由 Mohammadi^[69] 等提出的基于复合前沿的反转世代距离评价指标 (IGD-CF) 分析各种算法的性能。IGD-CF 指标不需要真实的 Pareto 前沿, 而是从所有要比较的算法的合并解集中提取非支配解作为复合前沿以代替真实的 Pareto 前沿。随后, 通过 DM 提供的参考点的位置在复合前沿上定义偏好区域。最后在该偏好区域中使用 IGD 指标进行测量。IGD-CF 的具体步骤如下:

Step 1: 生成复合前沿。将所有要比较的算法的解集进行合并, 对合并后的解集进行非支配排序, 将得到的非支配的解集作为复合前沿, 以替代真实的 Pareto 前沿。如图 12 所示, 菱形和圆圈为两种不同的偏好 MOEAs 的解集, 复合前沿由黑色菱形和黑色圆圈组成, 图中的灰色图形为被复合前沿所支配的解集。

Step2: 为每个参考点生成偏好区域。要定义偏好区域, 需要计算复合前沿中所有解与参考点之间的欧几里得距离, 将距离参考点最小距离的点作为中心点, 即偏好区域的圆心, 半径 r 由 DM 指定, 如图 12 所示。最后, 以中心点为圆心, r 为半径的区域内的解集被视为偏好区域。

Step3: 计算 IGD 值。通过使用合成的复合前沿代替真实的 Pareto 前沿, 在生成的偏好区域内计算 IGD 值。

基于复合前沿的反转世代距离 (IGD-CF) 性能评价指标为一个综合性能的评价指标, 其通过计算每个在偏好区域内复合前沿上的点到算法所获得解集之间的最小距离和, 来综合评价算法在偏好区域内的收敛性和分布性。IGD-CF 的值越小, 表明算法的收敛性和解集在偏好区域内的分布性越好。IGD-CF 的定义如下:

$$IGD-CF(P^*, Q) = \frac{\sum_{v \in P^*} d(v, Q)}{|P^*|} \quad (19)$$

其中, P^* 为偏好区域内的复合前沿, $|P^*|$ 为偏好区域内复合前沿的解集个数, Q 为算法所获得的最优 Pareto 解集, $d(v, Q)$ 为偏好区域内复合前沿上的个体到种群 Q 的最小欧氏距离。

需要注意的是, IGD-CF 值有效性的前提是复合前沿分布的均匀性。只有当复合前沿分布较为均匀时, 求得的 IGD-CF 值才有比较意义, 因此本文对复合前沿的均匀性进行分析, 实验结果如表 2 所示。由表 2 可知, 当参考点位于不可行域

与可行域时, 复合前沿的 SP 指标值的范围均在 (0.001,0.02) 之间, 这表明复合前沿分布较为均匀, IGD-CF 值具有比较意义。

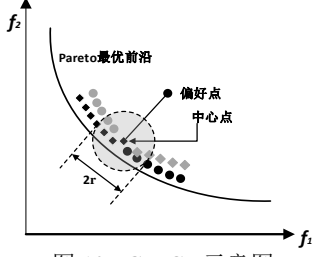


图 12 IGD-CF 示意图

3.1.2 反转世代距离评价指标

反转世代距离评价指标(Inverted Generational Distance, IGD)^[67]能同时评价算法的收敛性和多样性, 是一个综合性能评价指标。设点集 P 为均匀分布在 Pareto 前沿上的参考点集合, 解集 Q 为算法所得的最优 Pareto 解集, 解集 Q 的 IGD 值定义如下:

$$IGD(P, Q) = \frac{\sum_{v \in P} d(v, Q)}{|P|} \quad (20)$$

其中, $d(v, Q)$ 为点集 P 中的个体 v 到解集 Q 的最小欧氏距离。由式 (18) 可知, 当算法所得解集距离真实的 Pareto 前沿较近时, $d(v, Q)$ 值相对较小, IGD 值也相应较小, 因此 IGD 值能评价算法的收敛性; 当算法所得解集聚集在小部分区域, 即算法分布性很差时, $d(v, Q)$ 值会很大, IGD 值也相应较大, 因此 IGD 值也能评价算法的分布性。

3.1.3 超体积指标

超体积指标(Hypervolume, HV)^[68]是另一种能综合衡量算法收敛性和多样性的性能评价指标, 表示算法所得的非支配解集覆盖参考点的体积, 其定义如下: $HV(Q, r) = volume(\cup_{f \in Q} [f_1, r_1] \times \dots \times [f_m, r_m])$ (21)

其中, $volume()$ 表示 Lebesgue 测度, 解集 Q 为算法求得的 Pareto 前沿面近似解集, $r = (r_1, r_2, \dots, r_m)^T$ 为目标空间中被解集 Q 的所有目标向量所支配的参考点。HV 值越大, 表明算法的整体性能越优。

3.2 偏好策略的有效性

在基于占优关系、角度关系、权重向量和偏好集这四类偏好 MOEAs 中, 前三类是旨在获得特定局部偏好解的偏好 MOEAs, 而第四类是由偏好集引导的获得全局解的偏好 MOEAs。因此, 在仿真实验中, 将前三类算法中的 g-NSGA-II、2p-NSGA-II、AD-NSGA-II、AP-ε-MOEA、MOEA/D-PRE 和 RVEA 这六种算法进行实验对比, 分析其偏好策略的有效性以及解集整体的性能; 对于第四类由偏好集引导的 MOEAs 中的

NSGA-III 和 PICEA-g 这两种算法单独进行实验对比, 分析其解集的整体性能。最后, 从算法的收敛速度以及算法的运行时间上对以上八种算法的复杂度进行详细分析。

为比较基于占优关系的 g-NSGA-II 和 2p-NSGA-II 算法、基于角度关系的 AD-NSGA-II 和 AP-ε-MOEA 算法、基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 这六种算法其偏好策略的有效性, 即所获得的解集是否能满足 DM 的要求, 本文在 3、5、7、10 维上的可行域内和不可行域内分别选取两个不同的参考点进行仿真实验, 实验结果 IGD-CF 值如表 3 和表 4 所示。此外, 本文绘制了六种算法在测试函数 DTLZ2 的 3、5、7 维上所获得的偏好解。其中, 图 13-15 为参考点在不可行域内, 图 16-18 为参考点在可行域内。

从图 13 和图 16 可以看出, 当参考点分别位于不可行域和可行域时, 六种算法在 3 维 DTLZ2 上所获得的解集均能接近真实的 Pareto 前沿。但对基于占优关系的 g-NSGA-II 算法而言, 当参考点位于不可行域时, 所获得的解集虽有收敛于参考点的趋势, 但解集分布较为广泛, 不能较好的满足 DM 的偏好要求, 而当参考点位于可行域内时, g-NSGA-II 算法所获得的解集基本能满足 DM 的偏好要求。这表明 g-NSGA-II 算法受参考点位置的影响严重, 算法稳定性差。对于 2p-NSGA-II 算法, 当参考点位于可行域和不可行域时, 均能搜索到位于参考点附近的 Pareto 最优解, 这是由于 2p-NSGA-II 算法同时考虑 DM 的正、负偏好信息, 定义了更为严格的占优关系, 一定程度上增加了算法的选择压力, 使得算法朝 DM 偏好的 Pareto 前沿收敛。

对于基于角度关系的 AD-NSGA-II 和 AP-ε-MOEA 算法, 当参考点位于可行域与不可行域时, 算法均能较好的收敛到 DM 的偏好区域。这是由于 AD-NSGA-II 算法通过重新定义个体间的支配关系, 优先保留距离参考点较近的个体, 有效引导种群朝偏好区域搜索, 采用角度控制偏好区域范围, 最终获得 DM 的偏好解。而 AP-ε-MOEA 算法利用的 AP-ε 支配策略, 将目标空间划分为偏好区域和非偏好区域两部分, 使算法在偏好区域进行搜索, 同时利用 DM 定义的角度值控制偏好区域大小, 引导算法收敛到 DM 的偏好区域。

基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法, 其不受参考点位置区域的影响, 当参考点在可行域和不可行域时, 算法均能收敛到偏好区域。这是由于 MOEA/D-PRE 算法利用权重迭代方法产生均匀分布的权重, 随后利用该权重对偏好区域进行映射, 消除了参考点位置对算法性能的影响; 而 RVEA 算法将种群划分为与权重向量数量相等的若干个子种群, 通过权重向量引入 DM 的偏好信息, 同时利用角度惩罚距离机制在各个子

种群中进行搜索，引导子种群朝偏好区域进化，从而得到 DM 满意的偏好解。

从图 14 和图 17 可以看出，在 5 目标的 DTLZ2 测试函数上，基于占优关系的 g-NSGA-II 算法虽有收敛的趋势，但都未能完全收敛到真实 Pareto 前沿的偏好区域，而 2p-NSGA-II 算法虽已收敛到 Pareto 前沿的偏好区域，但所得解集十分密集，其在偏好区域内的分布性差。这是因为 2p-NSGA-II 算法采用的 δ 控制策略是线性选择个体的，而个体间的相对贴进度差值 δ 是非线性分布的，故算法所得解集在偏好区域内分布性差。

基于角度关系的 AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法均已近似收敛到 Pareto 前沿的偏好区域，且 AP- ϵ -MOEA 算法的收敛性略优于 AD-NSGA-II 算法。这是因为 AP- ϵ -MOEA 算法采用的 AP- ϵ 支配策略提高了解集在目标空间中的选择压力，从而能较好地维持算法在高维目标空间中的收敛性能。

基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法均已完全收敛到 Pareto 前沿的偏好区域，且解集在偏好区域内分布较为均匀。这是因为 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法通过引入分解机制将参考点的位置信息转化为一组携带偏好信息的权重向量，有效避免了参考点位置对算法性能的影响，算法只需根据原先设定的偏好方向进行搜索，最终能获得 DM 的偏好区域。

从图 15 和图 18 可以看出，在 7 目标的 DTLZ2 测试函数上，基于占优关系的 g-NSGA-II 算法所得解集距离真实的 Pareto 前沿较远，这是因为 g-NSGA-II 算法采用的 Flag 分区严格限制了种群的搜索路径，导致算法难以收敛到 Pareto 前

沿上的偏好区域。当参考点位于不可行域与可行域内时，2p-NSGA-II 算法已完全收敛到真实 Pareto 前沿的偏好区域，但算法所得解集在偏好区域内的分布性很差。

基于角度关系的 AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法均已近似收敛到 DM 的偏好区域，且 AP- ϵ -MOEA 算法所得解集更接近于 Pareto 前沿上的偏好区域。这是因为 AP- ϵ -MOEA 算法利用基于角度关系的 AP- ϵ 支配策略，有效减少了高维目标空间中非支配解的数目，增强了解集的选择压力，在一定程度上提高了算法的收敛性能。

基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法均已完全收敛到 DM 的偏好区域，且不受参考点位置的影响，算法稳定性好。这是因为 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法将复杂的 MOPs 转化为若干个 SOPs，有效降低算法的计算复杂度，从而维持算法对种群中优秀个体的选择压力，同时结合 DM 的偏好信息，使算法的收敛性和解集在偏好区域内分布的均匀性能获得较好的平衡。

3.3 解集整体性能对比

如表 3 和表 4 所示，分别为参考点位于不可行域和可行域时，基于占优关系的 g-NSGA-II 和 2p-NSGA-II、基于角度关系的 AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA、基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 这六种局部偏好 MOEA 在 3-10 维 DTLZ1-DTLZ4 测试函数上的 IGD-CF 指标值的均值和方差。表 4 所示为基于偏好集的 NSGA-III 和 PICEA-g 这两种全局偏好 MOEAs 在 3-10 维的 DTLZ1-DTLZ4 上的 IGD 和 HV 指标测试结果。

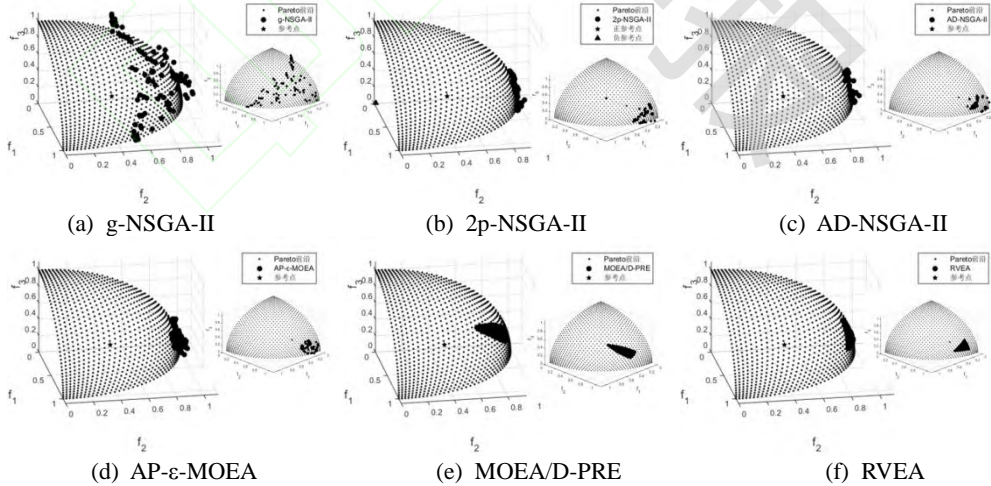


图 13 参考点在不可行域时六种算法在 3 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解

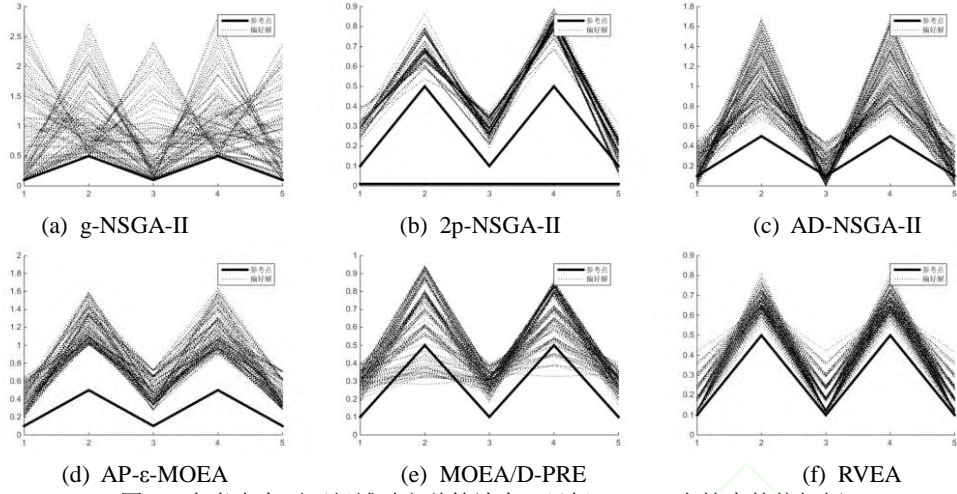


图 14 参考点在不可行域时六种算法在 5 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解

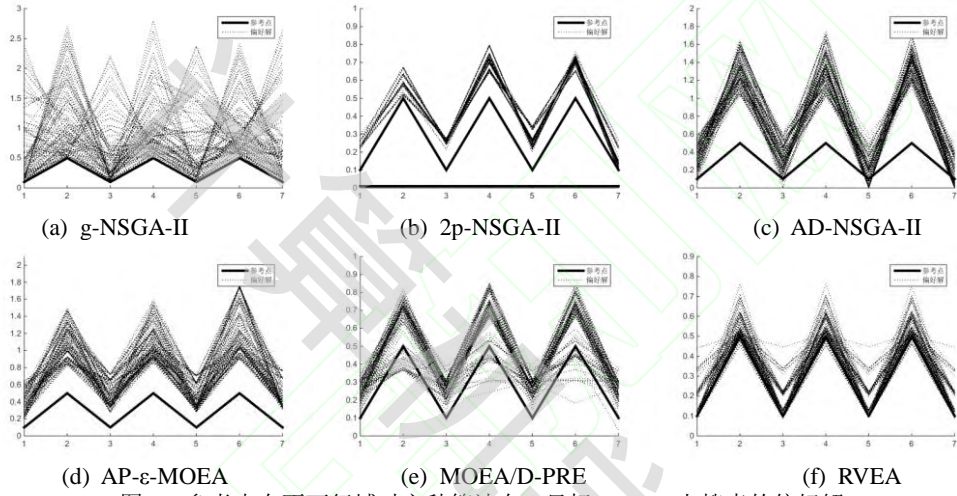


图 15 参考点在不可行域时六种算法在 7 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解

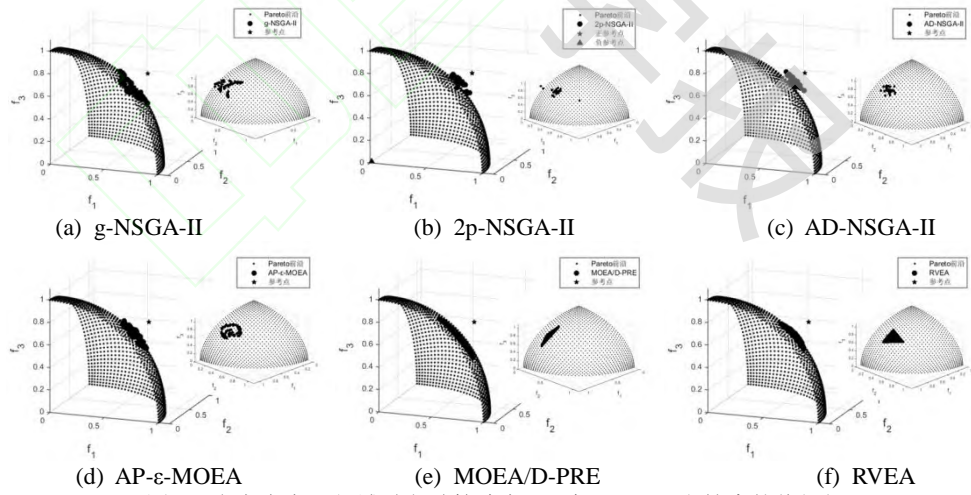
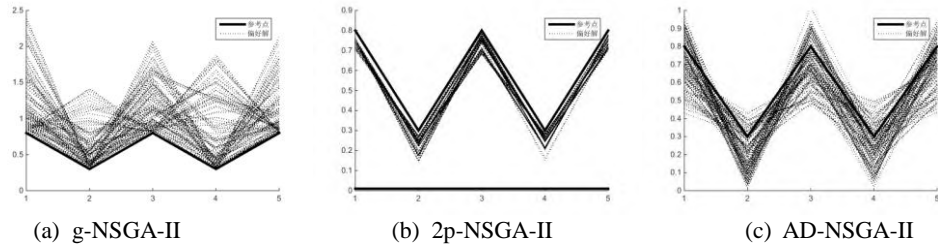
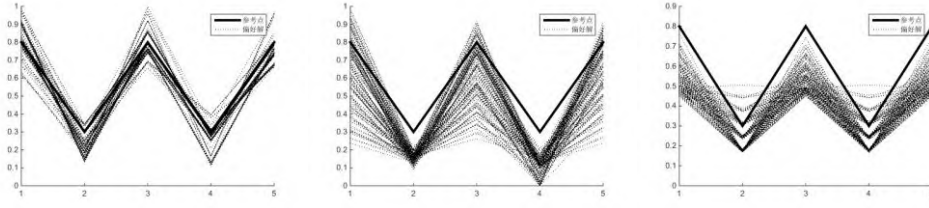


图 16 参考点在可行域时六种算法在 3 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解



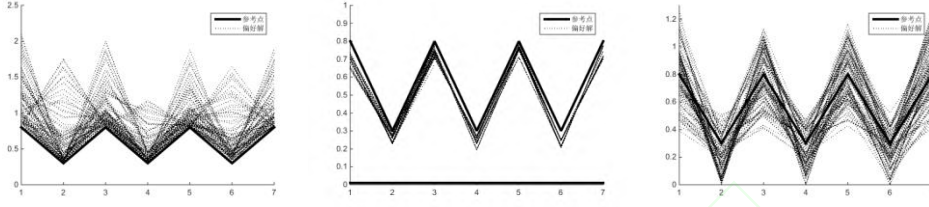


(d) AP-ε-MOEA

(e) MOEA/D-PRE

(f) RVEA

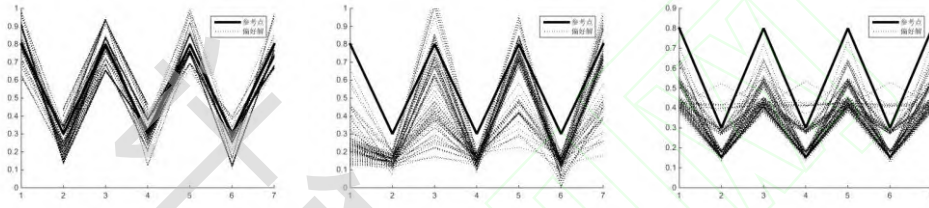
图 17 参考点在可行域时六种算法在 5 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解



(a) g-NSGA-II

(b) 2p-NSGA-II

(c) AD-NSGA-II



(d) AP-ε-MOEA

(e) MOEA/D-PRE

(f) RVEA

图 18 参考点在可行域时六种算法在 7 目标 DTLZ2 上搜索的偏好解

表 2 参考点位于不可行域与可行域时复合前沿的 SP 指标测试结果

测试函数		DTLZ1				DTLZ2			
目标维度		3	5	7	10	3	5	7	10
参考点位置	不可行域	0.0046	0.0037	0.0054	0.0060	0.0064	0.0067	0.0061	0.0121
	可行域	0.0045	0.0051	0.0059	0.0040	0.0071	0.0075	0.0096	0.0103
测试函数		DTLZ3				DTLZ4			
目标维度		3	5	7	10	3	5	7	10
参考点位置	不可行域	0.0082	0.0075	0.0131	0.0142	0.0075	0.0109	0.0127	0.0123
	可行域	0.0056	0.0054	0.0083	0.0213	0.0081	0.0130	0.0141	0.0165

表 3 参考点在不可行域时六种算法在 3-10 维 DTLZ1-4 系列测试函数的 IGD-CF 指标测试结果

测试函数	目标维度	g-NSGA-II	2p-NSGA-II	AD-NSGA-II	AP-ε-MOEA	MOEA/D-PRE	RVEA
DTLZ1	3	7.8280(2.3330)	7.1570(1.9140)	0.1989(0.0443)	0.1860(0.0147)	0.0197(0.0021)	0.0076(0.0006)
	5	64.741 (18.3501)	5.5085(2.9335)	1.5270(0.0945)	1.0724(0.0518)	0.0239(0.0047)	0.0184(0.0002)
	7	88.182 (15.6918)	6.6290(2.6537)	3.0884(0.7679)	1.2169(0.0623)	0.0621(0.0698)	0.0125(0.0003)
	10	100.354(15.262)	5.1403(1.4417)	4.2984(1.0744)	1.3739(0.0569)	0.0434(0.0002)	0.0334(0.0001)
DTLZ2	3	0.1093(0.0357)	0.0416(0.0074)	0.0410(0.0055)	0.0345(0.0029)	0.1232(0.0009)	0.0257(0.0001)
	5	1.0542(0.1005)	0.2318(0.0036)	0.4329(0.0569)	0.3045(0.0467)	0.2225(0.0032)	0.0043(0.0006)
	7	1.1433(0.1213)	0.3239(0.0040)	0.6949(0.0986)	0.5183(0.0727)	0.3833(0.0195)	0.0113(0.0009)
	10	1.2018(0.1178)	0.4539(0.0031)	0.9192(0.0976)	0.8376(0.0827)	0.4532(0.0079)	0.0213(0.0005)
DTLZ3	3	57.677 (11.7973)	60.475 (18.8569)	0.6558(0.0837)	0.5871(0.0685)	0.0790(0.0309)	0.0134(0.0076)
	5	413.901 (62.231)	72.848 (20.1327)	1.8407(0.1906)	1.0572(0.1049)	0.6002(0.0215)	0.0130(0.0106)
	7	599.272 (35.166)	89.498 (10.9716)	4.2004(1.1231)	1.1317(0.0968)	0.6508(0.0190)	0.0295(0.0130)
	10	719.097(0.1267)	86.692(14.5455)	7.4836(2.1267)	1.2916(0.1103)	0.6987(0.0045)	0.0239(0.0015)
DTLZ4	3	0.7123(0.0741)	0.2635(0.0030)	0.2454(0.0764)	0.1576(0.0700)	0.0732(0.0054)	0.0143(0.0045)
	5	1.3225(0.0502)	0.7940(0.1660)	0.6622(0.0721)	0.5599(0.0945)	0.5560(0.0214)	0.0054(0.0017)

7	1.6262(0.0865)	1.1518(0.2318)	1.3418(0.1003)	1.1093(0.0721)	0.8404(0.0815)	0.0306(0.0269)
10	1.9713(0.1170)	1.4250(0.1821)	1.4471(0.0911)	1.0915(0.0742)	1.0032(0.0361)	0.0243(0.0016)

表 4 参考点在可行域时六种算法在 3-10 维 DTLZ1-4 系列测试函数的 IGD-CF 指标测试结果

测试函数	目标维度	g-NSGA-II	2p-NSGA-II	AD-NSGA-II	AP- ϵ -MOEA	MOEA/D-PRE	RVEA
DTLZ1	3	6.3450(2.8319)	6.5635(2.2660)	0.2724(0.0510)	0.2048(0.0224)	0.0130(0.0029)	0.0164(0.0001)
	5	65.953 (14.8466)	6.0450(2.0466)	1.9659(0.2892)	1.2361(0.0641)	0.0216(0.0065)	0.0237(0.0001)
	7	84.042 (23.2574)	6.9479(2.6849)	4.5631(0.8148)	1.4513(0.0765)	0.0303(0.0014)	0.0256(0.0001)
	10	96.469 (18.0745)	7.9677(2.8476)	5.0864(1.1831)	1.7302(0.0910)	0.0293(0.0004)	0.0314(0.0002)
DTLZ2	3	0.0427(0.0043)	0.0603(0.0036)	0.0584(0.0064)	0.0395(0.0032)	0.0396(0.0002)	0.0195(0.0001)
	5	0.7361(0.1814)	0.2256(0.0359)	0.5406(0.0601)	0.4740(0.0431)	0.3209(0.0109)	0.4537(0.0051)
	7	0.7884(0.1697)	0.3457(0.0445)	0.5898(0.1116)	0.5212(0.0933)	0.5885(0.1172)	0.6183(0.0040)
	10	0.8062(0.1207)	0.3891(0.0192)	0.7571(0.0867)	0.6304(0.0942)	0.2011(0.0217)	0.2098(0.0010)
DTLZ3	3	56.619 (13.0859)	67.715(12.8727)	0.7001(0.0886)	0.6496(0.0894)	0.0817(0.0550)	0.0294(0.0049)
	5	412.984 (41.765)	59.298 (28.0072)	2.1339(0.2024)	1.2369(0.0990)	0.2764(0.0084)	0.0090(0.0070)
	7	589.513(72.541)	81.769 (17.4922)	3.9045(1.0116)	1.2863(0.1068)	0.4665(0.0173)	0.0178(0.0034)
	10	752.972 (117.79)	68.070 (17.9978)	6.6156(2.1175)	1.5108(0.1054)	0.6875(0.0052)	0.0217(0.0028)
DTLZ4	3	0.1775(0.1673)	0.2352(0.0973)	0.1971(0.0442)	0.1415(0.0429)	0.0310(0.0009)	0.1380(0.0218)
	5	0.3481(0.0307)	0.5344 (0.1373)	0.5860(0.0895)	0.5166(0.0783)	0.1686(0.1341)	0.1670(0.0893)
	7	0.8657(0.0189)	1.2011 (0.1742)	1.2867(0.1246)	1.0324(0.0915)	0.7730(0.0484)	0.1848(0.0279)
	10	0.8769(0.0289)	1.6441 (0.1069)	1.4268(0.1136)	1.2531(0.0928)	0.8182(0.0364)	0.0368(0.0389)

表 5 两种算法在 3-10 维 DTLZ1-4 系列测试函数的 IGD 和 HV 指标测试结果

测试函数	目标维度	IGD		HV	
		NSGA-III	PICEA-g	NSGA-III	PICEA-g
DTLZ1	3	0.0345(0.0464)	0.0922(0.0737)	0.1330(0.0202)	0.1147(0.0277)
	5	0.1715(0.1191)	0.2201(0.1226)	0.0354 (0.0162)	0.0351(0.0173)
	7	0.3955(0.3498)	0.2691(0.0736)	0.0078(0.0062)	0.0115(0.0032)
	10	1.3740(0.5721)	0.2965(0.1106)	0.0003(0.0001)	0.0019(0.0007)
DTLZ2	3	0.0510(0.0001)	0.0534(0.0005)	0.7422(0.0001)	0.7395(0.0013)
	5	0.2026(0.0021)	0.1984(0.0013)	1.2182(0.0115)	1.2442 (0.0040)
	7	0.3441(0.0370)	0.3305(0.0032)	1.5983(0.0461)	1.6649(0.0139)
	10	0.5546(0.0664)	0.4563 (0.0297)	1.8257(0.1891)	2.3307(0.0504)
DTLZ3	3	3.2675(2.1047)	1.9394(1.2595)	0.0156(0.0700)	0.0019 (0.0031)
	5	10.1427(4.3502)	4.0326(1.7802)	0.0009(0.0005)	0.0013(0.0024)
	7	16.958 (6.8951)	3.1949(1.4029)	0.0004(0.0005)	0.0007 (0.0005)
	10	90.9874 (30.6645)	12.899(3.3916)	0.0002(0.0001)	0.0004(0.0002)
DTLZ4	3	0.1248(0.1807)	0.2201(0.2741)	0.69844(0.1053)	0.63922(0.1731)
	5	0.2279(0.0701)	0.3097 (0.1486)	1.2011(0.0544)	1.1665(0.1141)
	7	0.4761(0.1291)	0.3846(0.0872)	1.5688(0.1432)	1.5458(0.1349)
	10	0.5625(0.0380)	0.4563(0.0109)	1.9583(0.2021)	2.4567(0.0117)

这是由于测试函数 DTLZ1 和 DTLZ3 属于复杂的多模态测试问题，其存在多个局部最优解，并且产生的初始种群距离真实的 Pareto 前沿很远，因此种群需要迭代很多次才能收敛到近似 Pareto 前沿。同时，g-NSGA-II 和 2p-NSGA-II 算法采用

的 Flag 分区严格限制了种群的搜索路径，导致其难以收敛到 Pareto 前沿上的偏好区域；AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法均定义了更为严格的支配关系，增强算法对种群中优秀个体的选择压力；MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法分别采用聚

合函数及种群划分的分解策略, 将复杂的 MOPs 转化为若干个 SOPs, 有效降低算法的复杂度, 此外, 分解策略使得解集沿参考向量均匀分布, 有效地维持解集在偏好区域内分布的均匀性。

由表 3 可得, 当参考点位于不可行域内时, 除 3 和 7 维的测试函数 DTLZ2 外, MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法在 DTLZ2 和 DTLZ4 上 IGD-CF 指标值的均值和方差均优于或弱优于另外四种算法; g-NSGA-II、2p-NSGA-II、AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法, 其 IGD-CF 的均值和标准差均相差不大。由表 4 可得, 当参考点位于可行域内时, 除 5 和 7 维的测试函数 DTLZ2 外, MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法在 DTLZ2 和 DTLZ4 上 IGD-CF 指标值的均值均优于或弱优于另外四种算法, 且另外四种算法其 IGD-CF 的均值相差不大。此外, 由表 3 表 4 可得, 六种算法在 3-10 维的 DTLZ2 和 DTLZ4 上的 IGD-CF 值均较小, 这说明六种算法均已达到不同程度上的收敛。

这是由于测试函数 DTLZ2 和 DTLZ4 属于简单连续的单模态测试问题, 产生的初始种群距离真实的 Pareto 前沿较近, 种群只需要经过较少的迭代次数便能收敛到 Pareto 前沿。因此, 六种算法均能较快的收敛到 Pareto 前沿。

此外, 我们还可以得到以下结论: 1) 随目标维度的增加, 六种算法在 DTLZ 系列测试函数上的 IGD-CF 均值总体呈增大趋势, 表明六种算法其整体性能随目标维度的增加而有所衰减。2) 随目标维度的增加, g-NSGA-II 算法的 IGD-CF 值变化幅度最大, 其次是 2p-NSGA-II 算法, 再次是 AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法, 而 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法的 IGD-CF 值变化幅度均较小。这是由于随目标维度的增加, g-NSGA-II 算法对种群中优秀解的选择压力严重衰减, 导致算法的整体性能明显下降。2p-NSGA-II 算法通过定义更为严格的占优关系和采用 δ 控制策略以维持算法的收敛性及解集在偏好区域内的均匀性, 故 2p-NSGA-II 算法 IGD-CF 值的变化幅度小于 g-NSGA-II 算法。AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法通过定义偏好角度支配关系, 有效减少高维目标空间中非支配个体的数目, 同时 AD-NSGA-II 算法通过重新定义拥挤距离策略以维持解集在偏好区域内的均匀性, AP- ϵ -MOEA 算法采用 AP- ϵ 支配策略进一步提高算法的整体性能。而 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法分别采用聚合函数及种群划分的分解策略, 将复杂的 MOPs 分解成若干个 SOPs, 维持算法在高维目标空间中的收敛性, 同时使解集沿参考向量均匀分布, 有效维持解集在偏好区域内分布的均匀性。3) 基于占优关系的 g-NSGA-II 和 2p-NSGA-II 算

法在 DTLZ2 和 DTLZ4 这类简单连续的单模态测试问题上表现出良好的性能, 但在 DTLZ1 和 DTLZ3 这类复杂的多模态测试问题上算法表现很差。这表明基于占优关系的 g-NSGA-II 和 2p-NSGA-II 算法的稳定性很差。而基于角度关系和权重向量的另外四种算法在 DTLZ 系列测试函数上均表现出较好的性能, 这表明算法不受测试函数性质的影响, 算法具有较好的稳定性。

表 5 所示为基于偏好集的 NSGA-III 和 PICEA-g 算法在 3-10 维 DTLZ1-DTLZ4 测试函数上的 IGD 与 HV 指标值测试结果。随目标维度的增加, NSGA-III 和 PICEA-g 算法的 IGD 指标值整体呈增长趋势, 表明算法性能随目标维度的增加而逐渐衰减。NSGA-III 算法在 3-5 维 DTLZ1 和 DTLZ4、3 维 DTLZ2 上的 IGD 和 HV 指标值均优于 PICEA-g 算法, 而在 7-10 维的 DTLZ1 和 DTLZ4、5-10 维 DTLZ2 和 DTLZ3 上, NSGA-III 算法的 IGD 和 HV 指标值均差于 PICEA-g 算法。这表明在 3 或 5 维 DTLZ 系列测试函数上, NSGA-III 算法的整体性能优于 PICEA-g, 但当目标维数大于或等于 5 维时, NSGA-III 算法的整体性能却差于 PICEA-g。在高维 DTLZ 测试函数上, PICEA-g 算法表现出较优异的性能, 而 NSGA-III 算法在不高于 5 维的 DTLZ 测试函数上表现良好, 但随目标维度的增加, 算法的整体性能下降, 这在 DTLZ3 测试函数上表现尤为明显。

NSGA-III 算法虽然采用了分解的思想, 但在环境选择时仍然依赖 Pareto 非支配排序以控制算法的收敛性, 因此在高维上, NSGA-III 算法会因其依赖的 Pareto 非支配排序缺乏足够的选择压力使得算法难以收敛到真实的 Pareto 前沿。而 PICEA-g 算法虽然也采用 Pareto 非支配排序的方法对种群进行选择, 但其通过对候选解和偏好集赋予一定的适应度值, 实现偏好集与候选解集的相互协同进化, 有效减少种群中非支配解的比例, 增强算法对种群中优秀个体的选择压力, 从而在高维上也能保持良好的收敛性能。

3.4 算法复杂度分析

算法的复杂度是衡量一种算法优劣程度的重要指标, 本文分别从算法的收敛速度以及算法运行时间这两个方面对算法的复杂度进行实验分析。

3.4.1 算法收敛速度对比

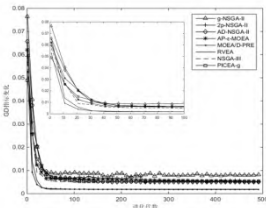
二元性能评价指标 IGD 和 HV 是评价一般 MOEAs 较为常用的性能指标, 能综合体现算法的收敛性和多样性。但对于偏好 MOEAs 而言, 当算法所得解集还未完全收敛到偏好区域时, 解集分布广泛且不具有偏好性, 但因其解集整体多样性较好, 故 IGD 和 HV 指标值反而会较小; 而

当算法所得解集收敛到较小的偏好区域时, 因解集整体的多样性差, IGD 和 HV 指标值反而会增大, 因此 IGD 和 HV 指标值不能有效衡量偏好 MOEAs 的性能。

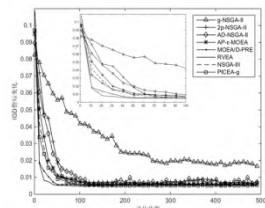
本文采用能衡量算法收敛性的 GD 指标, 其值随种群进化代数的变化趋势来反映算法在不同维度上的收敛速度。图 19 为八种算法在 3-10 维 DTLZ2 问题上 GD 指标值随种群进化代数的变化曲线图, 其中横坐标表示种群的进化代数, 纵坐标表示 20 次运行的 GD 均值。

在 3 维 DTLZ2 测试问题上, 八种算法均具有较好的收敛性能。当进化代数为 30 代左右时, 八种算法的 GD 值均很小, 这表明八种算法均已接近完全收敛。从子图来看, MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法的收敛速度最快, NSGA-III、PICEA-g 和 AP- ϵ -MOEA 算法的收敛速度相对前者较慢, 而 g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法的收敛速度略慢于其他算法。

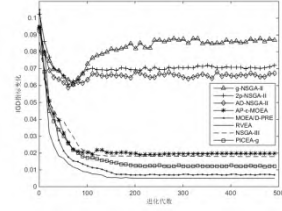
当目标维度增加到 5 维时, g-NSGA-II 算法的收敛速度明显下降。这是因为 g-NSGA-II 算法虽然定义了偏好区域内的解占优非偏好区域内的解, 但同属于偏好区域内的个体, 仍然采用传统的 Pareto 占优关系, 使得种群中非支配解的比例随目标维度的增加急剧增长, 导致算法对优秀个体的选择压力严重不足, 从而降低算法的收敛速度。2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法的收敛速度明显优于 g-NSGA-II 算法, 但劣于其他五种算法。这是因为 2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法均定义了更为严格的支配关系, 有效降低种群中非支配解的比例, 增加了对优秀个体的选择压力, 从一定程度上提高算法的收敛速度。AP- ϵ -MOEA、NSGA-III 和 PICEA-g 算法的收敛速度优于 g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法。这是因为 AP- ϵ -MOEA、NSGA-III 和 PICEA-g 算法分别采用 ϵ 支配策略、分解策略以及协同进化的思想, 进一步增加算法的选择压力, 提高算法的收敛速度; 而 g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法均为 NSGA-II 算法的变形, 在选择个体时采用的仍是支配策略, 算法的收敛速度随目标维度的增加而有所降低。基于权重向量的 MOEA/D-PRE 和 RVEA 算法的收敛速度不受目标维度的影响, 且优于其他六种算法。



(a) 3 维 DTLZ2



(b) 5 维 DTLZ2



(c) 10 维 DTLZ2

图 19 八种算法在 DTLZ2 问题上 GD 值变化趋势

当目标维度为 10 维时, g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法的 GD 指标值随进化代数的增加先减小后增大。g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法的原型均为 NSGA-II 算法, 当目标维度为 10 维时, 种群中非支配解的比例庞大, 拥挤距离策略在个体选择时会优先保留边界上的个体以维持算法的分布性, 但位于边界上的个体往往很难收敛于真实的 Pareto 前沿。因此随进化代数的增加, 位于边界上的非支配个体逐渐聚集, 算法的收敛性变差, GD 值增大。而另外五种算法的 GD 值均随进化代数的增加而减小, 表明算法逐渐收敛于真实的 Pareto 前沿, 在高维目标问题上, 这五种算法也能保持较好的收敛性。

3.4.2 算法运行时间对比

算法的复杂度直接影响了算法的收敛速度以及算法的运行时间, 本文从算法运行时间上对算法的复杂度进行理论和对比较分析。

其中, g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 均为 NSGA-II 算法的变形, 考虑 NSGA-II 算法在每代最坏情况下的时间开销, 主要由三部分构成: 构造边界集的复杂度为 $O(M(2N)^2)$; 计算拥挤距离的复杂度为 $O(M(2N)\log(2N))$; 构造偏序集的复杂度为 $O(2N\log(2N))$, 其中 M 为目标维度, N 为种群规模。g-NSGA-II、2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法的时间复杂度主要区别是在构造边界集上, g-NSGA-II 算法在构造边界集前需要先计算参考点的位置, 复杂度为 $O(M)$; 2p-NSGA-II 算法在构造边界集时, 需要计算每个个体间的相对贴近度值以及正、负参考点的位置, 复杂度为 $O(MN^2+2M)$; AD-NSGA-II 算法在构造边界集时, 需要计算种群中距离偏好点最近点的位置以及每个个体间的偏好角度, 复杂度为 $O(MN+MN^2)$ 。

AP- ϵ -MOEA 算法的主要复杂度为进化种群的遗传操作与归档种群的更新, 考虑参数值 ϵ 可以控制进化种群与归档种群同阶, 则 AP- ϵ -MOEA 算法的时间复杂度为 $O(4MN^2+4MN+3N)$ 。MOEA/D-PRE 算法的主要复杂度是权重向量的迭代, 复杂度为 $O(M(2N)^2)$, 以及解集更新, 复杂度为 $O((2N)^2)$, 因此总的时间复杂度也为

$O(4MN^2+4N^2)$ 。RVEA 算法的时间开销主要由目标值转换、种群划分、角度惩罚距离以及精英选择策略四部分组成, 复杂度分别为 $O(MN)$ 、 $O(MN^2)$ 、 $O(MN^2)$ 和 $O(N^2)$, 因此 RVEA 算法的复杂度为 $O(2MN^2+MN+N^2)$ 。NSGA-III 算法的基本框架与 NSGA-II 类似, 不同之处在于用聚类算子替换 NSGA-II 算法中的拥挤距离算子, 其时间开销主要由三部分组成: 非支配排序、聚类计算(小生境保护操作)、群体选择, 复杂度分别为 $O(2MN^2)$ 、 $O(MN^2)$ 和 $O(2N\log(2N))$, 因此总时间复杂度为 $O(3MN^2+2N\log(2N))$ 。PICEA-g 算法的主要时间开销由三部分组成: 候选解和偏好的适应度赋值、候选解的非支配排序、偏好的非支配排序, 复杂度分别为 $O(4MN)$ 、 $O(M(2N)^2)$ 和 $O(M(2N)^2)$, 总时间复杂度为 $O(4MN+8MN^2)$ 。

由以上分析可得, g-NSGA-II、2p-NSGA-II、AD-NSGA-II、AP- ϵ -MOEA、MOEA/D-PRE、RVEA、NSGA-III、PICEA-g 这八种算法的时间复杂度分别为:

$$\begin{aligned} &O(4MN^2+2MN\log(2N)+2N\log(2N)+M); \\ &O(5MN^2+2MN\log(2N)+2N\log(2N)+2M); \\ &O(5MN^2+2MN\log(2N)+2N\log(2N)+MN); \\ &O(4MN^2+4MN+3N); \\ &O(4MN^2+4N^2); \\ &O(2MN^2+MN+N^2); \\ &O(3MN^2+2N\log(2N)); \\ &O(8MN^2+4MN). \end{aligned}$$

因此, 八种算法的时间复杂度按照非递减顺序排序依次为: RVEA、NSGA-III、AP- ϵ -MOEA、g-NSGA-II、MOEA/D-PRE、2p-NSGA-II、AD-NSGA-II、PICEA-g。

如图 20 所示为八种算法在 2-10 维 DTLZ2 测试函数上的运行时间对比图。其中横坐标表示目标维度, 纵坐标表示算法运行所耗时间的均值。

由图 20 可以得到以下结论: 1) 随目标维度的增加, RVEA、NSGA-III 和 MOEA/D-PRE 算法的运行时间增长幅度最小。这是因为 RVEA、NSGA-III 和 MOEA/D-PRE 算法均采用了分解的思想, 有效降低算法的计算复杂度。2) 随目标维度的增加, PICEA-g 算法的运行时间增长幅度最大。这是因为 PICEA-g 算法采用候选解和目标向量协同进化的思想, 需要对候选解和目标向量均进行非支配排序, 种群中非支配解的比例随目标维度的增加成倍增长, 导致算法的复杂度明显增大。3) 随目标维度的增加, g-NSGA-II、2p-NSGA-II、AD-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法的运行时间均有不同程度的增长, 且 g-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法的增长幅度小于 2p-NSGA-II 和 AD-NSGA-II 算法。这是因为 g-NSGA-II 和 AP- ϵ -MOEA 算法分别采用目标空间划分以及 ϵ 支配

策略, 能较好的维持算法的运行效率, 而 2p-NSGA-II 算法为维持解集的多样性采用的 δ 控制策略以及 AD-NSGA-II 为维持算法收敛性重新定义的偏好角度支配和偏好聚集距离需要花费更多的计算时间, 从而增加了算法的计算复杂度。

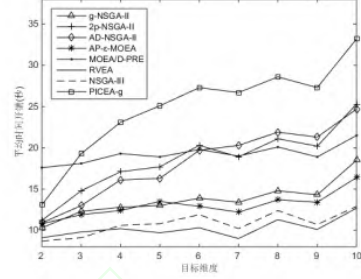


图 20 八种算法在 2-10 维 DTLZ2 问题上的时间开销

4 结语

在过去的数十年中, 由于偏好 MOEAs 其在理论和应用上的重要性, 已经引起学术界的关注。偏好 MOEAs 利用 DM 提供的偏好信息, 将算法的搜索集中在 DM 感兴趣的偏好区域, 提高了算法求解效率, 也为 DM 选择偏好解提供了信息支持。目前关于偏好 MOEAs 大多偏向于理论研究, 在实际应用领域研究还不够深入, 因此本文也侧重于对偏好 MOEAs 的理论研究以及算法性能对比方面的综述。

本文首先简要介绍了 MOEAs 主流研究者和研究团队的工作概况, 分析传统 MOEAs 在高维 MOPs 中存在的缺陷, 综述学者们提出的众多改进方法, 其中融入偏好信息是十分有效的方法。其次给出了偏好多目标优化问题的相关概念, 从偏好的设置方法和算法性能对比两方面着重地介绍偏好 MOEAs。在偏好的设置上, 从占优关系、角度关系、权重向量和偏好集四个角度综述融入偏好的 MOEAs; 在算法性能上, 从四类偏好设置方法中各选取两种算法进行仿真实验, 从偏好策略的有效性、解集整体的性能以及算法的复杂度三个方面进行实验并深入对比分析其优缺点。关于偏好 MOEAs 的研究还有很多方面有待加强, 需要完善并进行深入的分析。

(1) 偏好的形式化表示。DM 提供的偏好信息可能有不同的形式, 但目前还没有一种 MOEA 能够有效处理各种类型的偏好, 这使得其不能灵活地应用于解决实际问题。若不同表达形式的偏好信息能转换为同类型的偏好, 便能方便的将各种偏好融入 MOEAs 中。因此, 建立偏好的形式化表示来归纳不同类型的偏好信息具有重要意义。

(2) 偏好的学习。偏好在 DM 的决策中起着十分重要的作用。尽管 DM 在算法优化过程中可能会改变其偏好, 但 DM 的偏好在一定程度上是一致的, 算法应该能够根据历史数据学习 DM 的偏

好。尽管在机器学习^[70]和数据挖掘^[71]中有许多成熟的技术可以帮助学习 DM 的偏好, 但关于偏好学习的研究仍不够深入, 其重要研究成果也不多见。总体来看, 尽管偏好 MOEAs 已取得重要进展, 但对于偏好的学习仍有诸多挑战亟待探索与解决^[72]。

(3) 隐式偏好的构建。在某些情况下, 由于 DM 缺乏足够的先验知识而不能给出明确的偏好。然而, 即使没有明确的偏好, PF 上仍有部分解会被优先选择^[73]。例如, 在拐点处任何目标上小的改善都会导致其他目标的急剧恶化, 这个点对于 DM 而言便是隐式偏好点^[74-75]。除拐点外, 极端点和最低点也可以作为隐式偏好^[76]。极端点是指 PF 上最差目标值所对应的点, 最低点则是极端点的组合。通过极端点和最低点, DM 可以获得 PF 范围内的部分知识, 从而更准确地确定其偏好^[77]。因此, 当 DM 的偏好信息不明确时, 构建隐式偏好有望为高维目标优化问题提供有效的求解途径。

(4) 偏好 MOEAs 评价指标的研究。目前对于偏好多目标进化的性能评价, 学者们大多采用的是评价算法收敛性的指标, 但这并不能准确地说明算法所得解集与 DM 偏好之间的关系。对于偏好 MOEAs 领域, 除 IGD-CF^[69]、HV-UM^[78]外, 关于性能评价指标的重要研究成果仍不多见。因此, 为客观且准确的评价偏好 MOEAs 的性能, 发展偏好 MOEAs 的评价指标是我们面临的一个重要挑战。

(5) 可视化问题。可视化对 DM 与偏好 MOEAs 之间的交互起着重要的作用。当目标维度大于三维时, 最优解难以在传统坐标系中显示, 这增加了可视化的难度。现有解决可视化的方法可以分为三类, 即平行坐标、映射和聚类树^[79]。基于平行坐标系的方法通过平行坐标系显示单个解的目标值, 但其只能显示两个相邻目标之间的折衷结果。映射方法可以全局和局部区域上保持个体间的 Pareto 支配关系^[80], 但该方法并不像基于平行坐标系的方法那样直接分析个体间的折衷关系并且十分耗时。基于聚类树的方法通过衡量目标间的折衷程度以可视化目标间的关系^[81], 但这种方法无法显示单个解的情况。现有的大多数可视化方法并不能清楚地呈现出解集的支配关系和偏好关系, 因此可视化问题仍是一个亟待解决的难题。

(6) 偏好 MOEAs 与实际应用的结合。设计算法的最终目的是为了解决实际应用问题, 根据不同的应用领域, 对于不同的求解问题, 需要进一步完善和改进偏好 MOEAs。尽管偏好 MOEAs 获得了越来越多的关注, 并且已经研究了数十年, 但在实际应用领域的研究仍不够深入。因此,

加强偏好 MOEAs 在实际应用上的研究, 深入分析实际应用中偏好 MOEAs 的选取方式将是未来的研究重点。

参考文献

- [1] Gong D W, Liu Y P, Sun X Y, et al. Parallel many-objective evolutionary optimization using objectives decomposition. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(8): 1438-1451. (in Chinese)
(巩敦卫, 刘益萍, 孙晓燕, 等. 基于目标分解的高维多目标并行进化优化方法. *自动化学报*, 2015, 41(8):1438-1451.)
- [2] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2):182-197.
- [3] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. *Lecture Notes in Computer Science*, 2004, 3242(4):742-751.
- [4] Corne D W, Jerram N R, Knowles J D, et al. PESA-II: region-based selection in evolutionary multiobjective optimization//*Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*. San Francisco, American, 2001:283-290.
- [5] Laumanns M, Thiele L, Deb K, et al. On the Convergence and Diversity-Preservation Properties of Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *Evolutionary computation*, 2002, 10(3): 263-282.
- [6] Pierro F D, Khu S T, Savic D A. An Investigation on Preference Order Ranking Scheme for Multiobjective Evolutionary Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(1):17-45.
- [7] Wang G, Jiang H. Fuzzy-Dominance and Its Application in Evolutionary Many Objective Optimization//*Proceedings of the computational intelligence and security*. Heilongjiang, China, 2007:195-198.
- [8] He Z, Yen G G, Zhang J. Fuzzy-Based Pareto Optimality for Many-Objective Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(2):269-285.
- [9] Yang S, Li M, Liu X, et al. A Grid-Based Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5):721-736.
- [10] L'Opez A, Coello C A C, Oyama A, et al. An Alternative Preference Relation to Deal with Many-Objective Optimization Problems//*Proceedings of the Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, Germany, 2013:291-306.
- [11] Li M, Yang S, Liu X. Shift-Based Density Estimation for Pareto-Based Algorithms in Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3):348-365.
- [12] Cheng J, Yen G G, Zhang G. A Many-Objective Evolutionary Algorithm With Enhanced Mating and Environmental Selections. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(4):592-605.
- [13] Zhang X, Tian Y, Jin Y. A Knee Point-Driven Evolutionary

- Algorithm for Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(6):761-776.
- [14] Zitzler E, Künzli S. *Indicator-Based Selection in Multiobjective Search*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [15] Bader J, Zitzler E. HypE: An Algorithm for Fast Hypervolume-Based Many-Objective Optimization. *Evolutionary Computation*, 2011, 19(1):45-76.
- [16] Beume N, Naujoks B, Emmerich M. SMS-EMOA: Multiobjective selection based on dominated hypervolume. *European Journal of Operational Research*, 2007, 181(3):1653-1669.
- [17] Gerstl K, Rudolph G, Schütze O, et al. Finding evenly spaced fronts for multiobjective control via averaging Hausdorff-measure// *Proceedings of the Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control*. Merida City, Mexico, 2011:1-6.
- [18] Cynthia A. Rodríguez Villalobos, Coello C A C. A new multi-objective evolutionary algorithm based on a performance assessment indicator//*Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation*. Philadelphia, America, 2012:505-512.
- [19] Lopez E M, Coello C A C. IGD+-EMOA: A multi-objective evolutionary algorithm based on IGD+ //*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Vancouver, Canada, 2016:999-1006.
- [20] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6):712-731.
- [21] Wang Z, Zhang Q, Gong M, et al. A replacement strategy for balancing convergence and diversity in MOEA/D//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Beijing, China, 2014:2132-2139.
- [22] Yuan Y, Xu H, Wang B, et al. Balancing Convergence and Diversity in Decomposition-Based Many-Objective Optimizers. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(2):180-198.
- [23] Li K, Kwong S, Zhang Q, et al. Interrelationship-Based Selection for Decomposition Multiobjective Optimization. *IEEE Trans Cybern*, 2015, 45(10):2076-2088.
- [24] Asafuddoula M, Ray T, Sarker R. A Decomposition-Based Evolutionary Algorithm for Many Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(3):445-460.
- [25] Liu H L, Gu F, Zhang Q. Decomposition of a Multiobjective Optimization Problem Into a Number of Simple Multiobjective Subproblems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3):450-455.
- [26] Singh H K, Isaacs A, Ray T. A Pareto Corner Search Evolutionary Algorithm and Dimensionality Reduction in Many-Objective Optimization Problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2011, 15(4):539-556.
- [27] Zhou C, Zheng J H, Li K, et al. Objective reduction based on the least square method for large-dimensional multi-objective optimization problem//*Proceedings of the 5th International Conference on Natural Computation*. Tianjin, China, 2009: 350-354.
- [28] Zitzler E, Brockhoff D, Thiele L. The Hypervolume Indicator Revisited: On the Design of Pareto-compliant Indicators Via Weighted Integration. *International Journal of Turbo & Jet-Engines*, 2015, 85(3):862-876.
- [29] Murata T, Taki A. Examination of the performance of objective reduction using correlation-based weighted-sum for many objective knapsack problems//*Proceedings of the 10th International Conference on Hybrid Intelligent Systems*. Atlanta, American, 2010: 175-180.
- [30] Fleming P J, Purshouse R C, Lygoe R J. *Many-objective optimization: an engineering design perspective*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [31] Zitzler E. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.
- [32] Deb K, Sundar J. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms//*Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation*. Kanpur, India, 2006:635-642.
- [33] Molina J, Santana L V, Hernández-Díaz A G, et al. g-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics. *European Journal of Operational Research*, 2009, 197(2):685-692.
- [34] Li L, Wang Y, Trautmann H, et al. Multiobjective evolutionary algorithms based on target region preferences. *Swarm & Evolutionary Computation*, 2018, 2(6):1-20.
- [35] Slovic P. The construction of preference. *American Psychologist*, 1995, 50(5):364-371.
- [36] Wang S F, Zheng J H, Jian Jie H U, et al. Multi-Objective Evolutionary Algorithm for Adaptive Preference Radius to Divide Region. *Journal of Software*, 2017, 28(10):2704-2721. (in Chinese) (王帅发, 郑金华, 胡建杰,等. 自适应偏好半径划分区域的多目标进化方法. *软件学报*, 2017, 28(10):2704-2721.)
- [37] Jos é R F, Greco S, Mousseau V, et al. *Interactive Multiobjective Optimization Using a Set of Additive Value Functions*. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [38] Zavadskas E K, Podvezko V. Integrated Determination of Objective Criteria Weights in MCDM. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 2016, 15(2):267-283.
- [39] Hinloopen E, Nijkamp P, Rietveld P. Integration of ordinal and cardinal information in multi-criteria ranking with imperfect compensation. *European Journal of Operational Research*, 2007, 158(2):317-338.
- [40] Rong X Z, Fu Y F, Ying K Z. Study on uniform for ten types of preference information in multi-attribute group decision making// *Proceedings of the Management Science & Engineering*. Melbourne, Australia, 2011:162-168.
- [41] Sindhya K, Ruiz A B, Miettinen K. A Preference Based Interactive Evolutionary Algorithm for Multi-objective Optimization: PIE// *Proceedings of the 6th international conference on Evolutionary multi-criterion optimization*. Berlin, Germany, 2011:212-225.
- [42] Bin X, Lu C, Jie C, et al. *Interactive Multiobjective Optimization: A Review of the State-of-the-Art*. *IEEE Access*, 2018, 6(1):41256-

- 41279.
- [43] Lamjed B S, Slim B, Khaled G. The r -Dominance: A New Dominance Relation for Interactive Evolutionary Multicriteria Decision Making. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(5):801-818.
- [44] Qiao Feiyue, Wu Yushi, Qiu Qicang, Wang Liping. Many-objective evolution algorithm based on bipolar preferences dominance. *Journal of Software*, 2013, 24(3):476-489. (in Chinese)
(邱飞岳, 吴裕市, 邱启仓, 王丽萍. 基于双极偏好占优的高维目标进化算法. *软件学报*, 2013, 24(3):476-489.)
- [45] López-Jaimes A, Coello C A C. Including preferences into a multiobjective evolutionary algorithm to deal with many-objective engineering optimization problems. *Information Sciences*, 2014, 277(2):1-20.
- [46] Zheng J H, Xie Z Z. A study on how to use angle information to include decision maker's preferences. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(11):2239-2246. (in Chinese)
(郑金华, 谢淳志. 关于如何用角度信息引入DM偏好的研究. *电子学报*, 2014, 42(11):2239-2246.)
- [47] Zheng J H, Lai N, Guo Q G. ϵ -Pareto Dominance Strategy Based on Angle Preference in MOEA. *Pattern Recognition & Artificial Intelligence*, 2014, 27(6):569-576. (in Chinese)
(郑金华, 赖念, 郭观七. 多目标进化算法中基于角度偏好的 ϵ -Pareto支配策略. *模式识别与人工智能*, 2014, 27(6):569-576.)
- [48] Sudeng S, Wattanapongsakorn N. Adaptive geometric angle-based algorithm with independent objective biasing for pruning Pareto-optimal solutions//*Proceedings of the Science and Information Conference*. London, England, 2013:514-523.
- [49] Sudeng S, Wattanapongsakorn N. Post Pareto-optimal pruning algorithm for multiple objective optimization using specific extended angle dominance. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2015, 38:221-236.
- [50] Sudeng S, Wattanapongsakorn N. Interactive Preference Incorporation in Evolutionary Multi-objective Engineering Design//*Proceedings of the TOOLS with Artificial Intelligence*. Vietri sul Mare, Italy, 2015:1005-1012.
- [51] Mohammadi A, Omidvar M N, Li X. Reference point based multi-objective optimization through decomposition//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Brisbane, Australia, 2012:1-8.
- [52] Mohammadi A, Omidvar M N, Li X, et al. Integrating user preferences and decomposition methods for many-objective optimization//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Beijing, China, 2014:421-428.
- [53] Li K, Zhang Q, Kwong S, et al. Stable Matching-Based Selection in Evolutionary Multiobjective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(6):909-923.
- [54] Zheng J H, Yu G, Jia Y. Preference based multi-objective decomposition algorithm based on weight iteration to solve the influence of reference point on Algorithm. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(1):67-76. (in Chinese)
(郑金华, 喻果, 贾月. 基于权重迭代的偏好多目标分解算法解决参考点对算法影响的研究. *电子学报*, 2016, 44(1):67-76.)
- [55] Hu J, Yu G, Zheng J, et al. A preference-based multi-objective evolutionary algorithm using preference selection radius. *Soft Computing*, 2016, 21(17):1-27.
- [56] Zhang X Y, Jiang X S, Zhang L. A Weight Vector Based Multi-objective Optimization Algorithm with Preference. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(11): 2639-2645. (in Chinese)
(张兴义, 蒋小三, 张磊. 基于权值向量的偏好多目标优化方法. *电子学报*, 2016, 44(11):2639-2645.)
- [57] Cheng R, Jin Y, Olhofer M, et al. A Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm for Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5):773-791.
- [58] Wang L P, Zhang M L, Qiu F Y, Jiang B. The preference of high-dimensional target optimization algorithm based on Angle punishment distance elite selection strategy. *Computer Journal*, 2018, 41(1):236-253. (in Chinese)
(王丽萍, 章鸣雷, 邱飞岳, 江波. 基于角度惩罚距离精英选择策略的偏好高维目标优化算法. *计算机学报*, 2018, 41(1):236-253.)
- [59] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired coevolutionary algorithms for many-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(4):474-494.
- [60] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired coevolutionary algorithm using adaptively generated goal vectors//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Cancun, Mexico, 2013:916-923.
- [61] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired coevolutionary algorithms using weight vectors. *European Journal of Operational Research*, 2015, 243(2):423-441.
- [62] Wang R, Purshouse R, Fleming P. Local preference-inspired coevolutionary algorithms. *University of Sheffield*, 2012, 17(4):474 - 494.
- [63] Wang R, Purshouse R C, Giagkiozis I, et al. The iPICEA-g: a new hybrid evolutionary multi-criteria decision making approach using the brushing technique. *European Journal of Operational Research*, 2014, 243(2):442-453.
- [64] Deb K, Jain H. An Evolutionary Many-Objective Optimization Algorithm Using Reference-Point-Based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems With Box Constraints. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4):577-601.
- [65] Deb K, Thiele L, Laumanns M, et al. Scalable multi-objective optimization test problems//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Honolulu, American, 2002:825-830.
- [66] Jiao L C, Wang H, Shang R H, et al. A co-evolutionary multi-objective optimization algorithm based on direction vectors. *Information Sciences*, 2013, 228(7):90-112.
- [67] Zitzler E, Thiele L, Laumanns M, et al. Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review. *IEEE*

- Transactions on Evolutionary Computation, 2003, 7(2):117-132.
- [68] Zitzler E, Thiele L. Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1999, 3(4):257-271.
- [69] Mohammadi A, Omidvar M N, Li X. A new performance metric for user-preference based multi-objective evolutionary algorithms//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Cancun, Mexico, 2013:2825-2832.
- [70] Bishop C M, Christopher M. Pattern recognition and machine learning. Manhattan: Academic Press, 2006.
- [71] Agarwal S. Data Mining: Data Mining Concepts and Techniques//*Proceedings of the Machine Intelligence and Research Advancement*. Katra, India, 2014:203-207.
- [72] Sun X, Gong D, Jin Y, et al. A New Surrogate-Assisted Interactive Genetic Algorithm With Weighted Semisupervised Learning. *IEEE Trans Cybern*, 2013, 43(2):685-698.
- [73] Shukla P K, Emmerich M, Deutz A. A Theoretical Analysis of Curvature Based Preference Models. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [74] Rachmawati L, Srinivasan D. Multiobjective Evolutionary Algorithm With Controllable Focus on the Knees of the Pareto Front. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(4):810-824.
- [75] Deb K, Gupta S. Understanding knee points in bicriteria problems and their implications as preferred solution principles. *Engineering Optimization*, 2011, 43(11):1175-1204.
- [76] Wang H, He S, Yao X. Nadir point estimation for many-objective optimization problems based on emphasized critical regions. *Soft Computing*, 2017, 21(9):2283-2295.
- [77] Amiri M, Ekhtiari M, Yazdani M. Nadir compromise programming: A model for optimization of multi-objective portfolio problem. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(6):7222-7226.
- [78] Wickramasinghe U K, Carrese R, Li X. Designing airfoils using a reference point based evolutionary many-objective particle swarm optimization algorithm//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Barcelona, Spain, 2010:1-8.
- [79] He Z, Yen G G. Visualization and Performance Metric in Many-Objective Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(3):386-402.
- [80] Valdes J J, Barton A J. Visualizing high dimensional objective spaces for multi-objective optimization: A virtual reality approach//*Proceedings of the Evolutionary Computation*. Singapore, Singapore, 2007:4199-4206.
- [81] Freitas A R R, Silva R C P. On the visualization of trade-offs and reducibility in many-objective optimization //*Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation*. New York, America, 2014:1091-1098.



Wang Li-Ping, female, born in 1964, Ph.D., Professor, main research direction for intelligent computing and decision optimization. E-mail: wlp@zjut.edu.cn.

Feng Mei-Ling, female, born in 1994, M.E., the main research direction for intelligent evolutionary algorithm, decision optimization. E-mail: 614150432@qq.com.

Qiu Qi-Cang, male, born in 1992, M.E., the main research direction for decision optimization. E-mail: 406817932@qq.com

Zhang Ming-Lei, male, born in 1992, M.E., the main research direction for intelligent evolutionary algorithm, decision optimization.

Qiu Fei-Yue, male, born in 1965, Ph.D., Professor, the main research direction for intelligent control, deep learning. E-mail: qfy@zjut.edu.cn.

Background

This research is supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.61379077, 61472366, Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China under LY17F020022 and Zhejiang Provincial Key Research and Development of China under 2018C01080.

Combining decision maker's preference information with multi-objective optimization method becomes a hot topic in the research field of evolutionary computing. The preference multi-objective evolutionary algorithm uses the preference information provided by the decision maker to guide the

direction of the algorithm search. The algorithm only obtains the Pareto optimal solution set which is uniformly distributed in the preferred region expected by the decision maker, thus greatly improving the solving efficiency decision maker provide more accurate information support. we introduce the preference multi-objective evolutionary algorithm from two perspectives: the preference setting methods and the performance comparison of the algorithm. Firstly, in the setting of preferences, we summarize the multi-objective evolutionary algorithms that incorporate preference

information from four aspects: dominance relationship, angle relationship, weight vectors and preference set. Secondly, in the preference algorithm performance comparison, two kinds of preference multi-objective evolutionary algorithms are selected from the above four kinds of preference setting methods to perform simulation experiments. From the three aspects of the effectiveness of the preference strategy, the overall performance of the solution set, and the complexity of the algorithm, the algorithms are compared and the advantages and disadvantages are analyzed in depth. Finally, we discuss the future development of multi-objective evolutionary preferences.

Our project aims to optimize multi-objective optimization algorithms to improve algorithmic performance. Our team has been optimizing multi-objective evolutionary algorithms using preference models, co-evolutionary mechanisms, and large-scale variable decomposition. The algorithm proposed by the team has been applied in practical work and has published many high quality research papers in key journals such as Journal of Software and Chinese Journal of Computers.