教师：高云
评分：

数值分析

MATLAB 二维插值的实现与分析

姓　名	吴敬宇	曾趸
学　号	16020041057	16090022049
专　业	海洋技术	机械设计制造及自动化
日　期	2018/06/20	

中国海洋大学

信息科学与工程学院计算机系

目录

1. 问题描述

已知某地为了测绘当地的地形地貌,采用GPS标定了观测点的位置坐标(x,y),以及海拔高度（单位：m），观测结果如上课演示的附件所示。是根据观测结果计算观测区域内任意一点的海拔高度，并绘制三维地形地貌图。

2. 问题分析

在实际问题观测时，不可能观测每一个点的海拔高度值，只能借助于部分空间观测数据，对整体空间中的任一点进行数值估计，因此，该问题可以归结为空间数据的插值问题，即二维插值问题。

3. 确立数学模型

二维插值问题有许多种方法，包括最邻近点插值，分片线性插值，双线性插值，反距离加权平均插值（Shepard谢巴德）方法以及基于Delaunay（德洛内）三角形网格剖分的新型插值算法，最后一种算法也是公认差值效果较好的算法，这里我们着重求解反距离加权平均插值（Shepard谢巴德）方法并且将它求出的结果与Delaunay算法进行比较。

4. 模型建立与求解

本题中所提供的观测点明显是一个空间散乱数据插值问题，我们采用最简单的基于“反距离加权平均”的Shepard方法。

其基本思想是:由已知数据点的观测值估算任意非观测点(x,y)处的函数值，其影响程度按照距离远近不同而不同，距离越远影响程度越低，距离越近影响程度越大。因此每一个观测点的函数值对于(x,y)处的函数值的影响可用两点之间距离的倒数，即反距离来度量，所有数据点对(x,y)处的函数值的影响可以采用加权平均的形式来估算。

首先计算任意节点观测点的 $V_k=(x_k,y_k)$ 离插值点(x,y)的欧式距离:

$$r_k=\sqrt{(x-x_k)^2+(y-y_k)^2},k=1,2,\ldots,N;$$

然后定义第k个观测点的观测值对(x,y)点的函数值的影响权值:

$$W_k(x,y)=\frac{\frac{1}{r_k^2}}{\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{r_k^2}},k=1,2,\ldots,N.$$

则（x,y）处的函数值可由数据按与该点的距离的远近做反距离加权平均决定即:

$$f(x,y)=\begin{cases}z_k,r_k=0\\ \sum_{k=1}^{N}W_k(x,y)z_k,r_k\neq 0\end{cases}$$

按Shepard方法定义的插值曲面是全局相关的，即对曲面的任意一点作插值计算都要涉及全体观测数据，当实测数据点过多，空间范围过大时，采用这种方法处理，会导致计算工作量偏大，此外，f（x,y）在每一个插值点$(x_{k,}y_k)$附近产生一个小的平台，是曲面不具有光滑性，但因为这种做法思想简单，仍具有很强的应用价值。

为提高光滑性，人们对它进行了种种的改进，例如取适当的常数R>0，令

$$\varpi(r)=\begin{cases}\frac{1}{r},0<r\le\frac{R}{3}\\ \frac{27}{4R}\left(\frac{r}{R}-1\right)^2,\frac{R}{3}<r\le R\\ 0,r>R\end{cases}$$

这样使得如下定义的f（x，y）在性能上有所改善:

$$f(x,y)=\sum_{k=1}^{N}W_k(x,y)z_k,$$

$$W_k(x,y)=\frac{\varpi(r_k)}{\sum_{k=1}^{N}\varpi(r_k)},k=1,2,\ldots,N.$$

这样所得出的函数就较为光滑，且有较好的应用价值。

5. 程序编写

首先我们直接用 MATLAB 导入数据，经度纬度高度分别为 xm，ym，Z，接下来程序源代码如下图所示：

```
>> subplot(1,2,1),plot(xm,ym,'*'),title('(a)')
xlabel('x'),ylabel('y');
xlabel('经度'),ylabel('纬度');
L = length(xm);
x = min(xm):50:max(xm);
y = min(ym):50:max(ym);
m = length(x);
n = length(y);
ZI = zeros(n,m);
[XI,YI] = meshgrid(x,y);
for i = 1:n
    for j = 1:m
        rk2 = (XI(i,j)-xm).^2 + (YI(i,j)-ym).^2;
        for k = 1:L
        if rk2(k)==0
            flag = k;
        else
            flag = 0;
            end
        end
    if(flag>0)
        ZI(i,j) = Z (flag);
    else
        weight = sum(1./rk2);
        ZI(i,j) = sum((1./rk2).*Z)/weight;
        end
    end
end
subplot(1,2,2),contour(XI,YI,ZI),title('(b)')
```

名称	值
flag	0
i	369
j	574
k	319
L	319
m	574
n	369
rk2	319x1 double
weight	2.5857e-06
x	1x574 double
XI	369x574 double
xm	319x1 double
y	1x369 double
YI	369x574 double
ym	319x1 double
Z	319x1 double
ZI	369x574 double

具体的程序解释我用 txt 文档再发一下：

subplot(1,2,1),plot(xm,ym,'*'),title('(a)')%画出每一点的位置

xlabel('x'),ylabel('y');

xlabel('经度'),ylabel('纬度');

L = length(xm);%求 x 点的数量

x = min(xm):50:max(xm);%取值

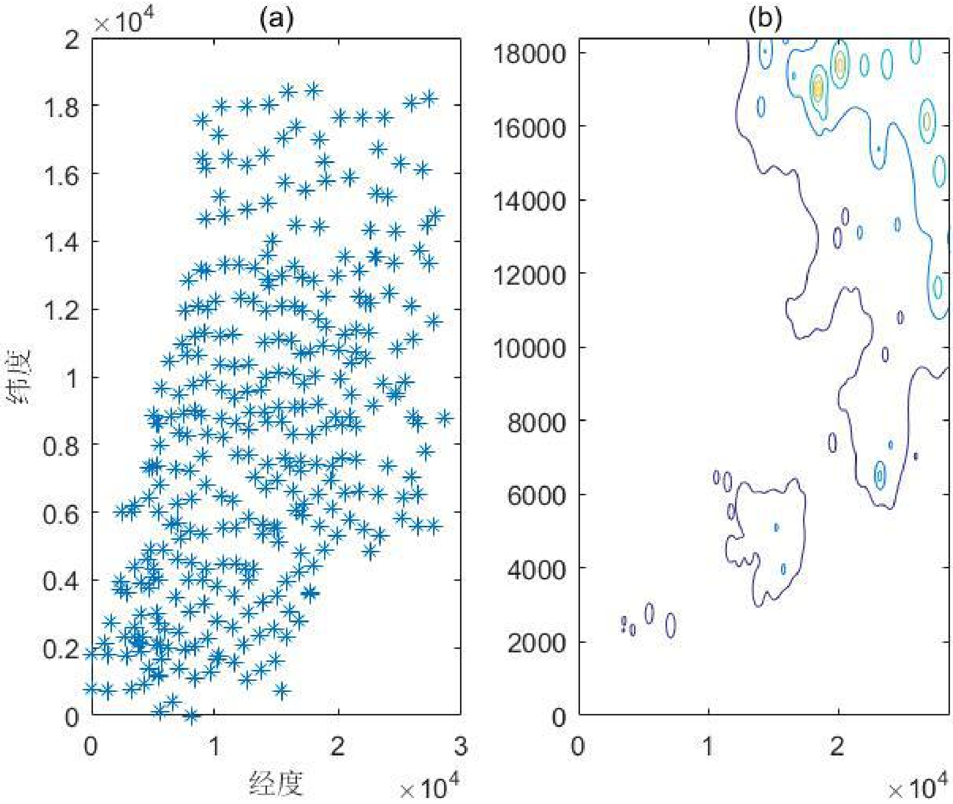
y = min(ym):50:max(ym);

m = length(x);

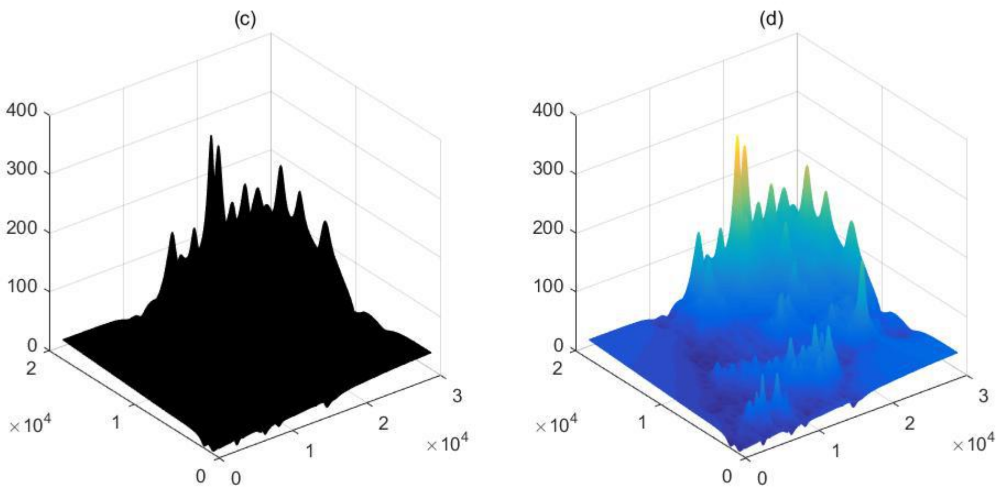
```
n = length(y);
ZI = zeros(n,m);%先让 z 为一个 n*m 的零矩阵
[XI,YI] = meshgrid(x,y);%网格划分 x，y
for i = 1:n%循环
    for j = 1:m
        rk2 = (XI(i,j)-xm).^2 + (YI(i,j)-ym).^2;%求任意观测点距离差值节点的
欧氏距离
        for k = 1:L
        if rk2(k)==0%如果观测点就在插值节点上
            flag = k;%观测点的值就等于插值节点的值
        else
            flag = 0;%否则 flag = 0
            end
        end
    if(flag>0)%如果 flag≠0，即观测点就在插值节点上
        ZI(i,j) = Z (flag);%观测点的值就等于插值节点的值
    else%否则
        weight = sum(1./rk2);%计算影响的权值
        ZI(i,j) = sum((1./rk2).*Z)/weight;%反距离加权平均
        end
    end
end
subplot(1,2,2),contour(XI,YI,ZI),title('(b)')%画出结果图像
subplot(1,4,3),surf(XI,YI,ZI),title('(c)')%画出 surf 黑白图像
subplot(1,4,4),mesh(XI,YI,ZI),title('(d)')%画出 mesh 彩色图像
```

6. 运行结果

运行完这段程序后，我们得到了如下图所示的图



第一个图是每一个点在相应的经度纬度的位置，第二个图就是插值出来的地形图了，如果不够客观，那么我们接着在变成三维图片看一下：



添加两行代码

```
subplot(1,2,1),surf(XI,YI,ZI),title('(c)')
```

subplot(1,2,2),mesh(XI,YI,ZI),title('(d)')

即可得到如上图说是的图像

我们可以看出，插值的效果还是比较理想的。

接下来我们比较一下如果用基于Delaunay（德洛内）三角形网格剖分的新型插值算法的结果

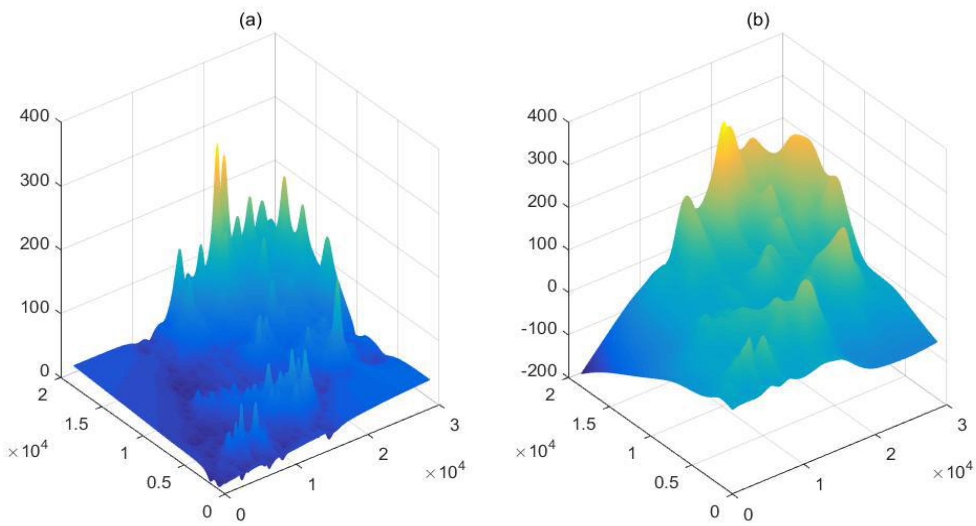
在原来的代码基础上我们只需要添加：

KI = griddata（xm,ym,Z,XI,YI,’ v4’ ）%v4代表第四种方法Delanay方法

subplot(1,2,1),,mesh(XI,YI,ZI),title('(a)')%用反距离加权平均法为图a

subplot(1,2,2),,mesh(XI,YI,KI),title('(b)')%用Delanay方法为图b

我们可以看下这两张图的对比:



我们可以看到，在部分节点处，反距离加权平均法还有很多的锯齿，即不是非常的光滑，但是用Delanay方法所得到的图像曲线较为光滑。但是，整个图像的大体轮廓基本保持一直，可以看出，整个图像的插值也算比较成功，整个实验到此结束。