

Задача А. Бинарные отношения

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дано число n и два бинарных отношения на множестве размера n . Для каждого из этих отношений определите, являются ли они рефлексивными, антирефлексивными, симметричными, антисимметричными и транзитивными, а так же найдите их композицию.

Формат входных данных

В первой строке содержится число n — размер носителя ($1 \leq n \leq 100$). В следующих n строках находится по n чисел — описание первого отношения. Если j -е число i -й строки равно 1, то пара (i, j) лежит в отношении, иначе эта пара не лежит в отношении. В следующих n строках находится описание второго отношения в таком же формате.

Формат выходных данных

Для каждого из пяти свойств из условия выведите в первой строке 1, если первое отношение обладает этим свойством, и 0 иначе. Во второй строке выведите описание второго отношения в таком же формате.

В следующих n строках выведите по n чисел — композицию двух отношений в таком же формате, что и во входных данных.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3	0 1 0 1 0
0 1 0	1 0 0 1 0
0 0 1	0 1 1
1 0 0	1 0 1
1 1 0	1 1 0
0 1 1	
1 0 1	

Задача В. Теорема Поста

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Вам даны n булевых функций, заданных таблицами истинности. Требуется проверить, является ли заданный набор функций полным.

Формат входных данных

В первой строке содержится одно целое число n — количество функций ($1 \leq n \leq 1000$).

В следующих n строках содержится описание функций. Первым в строке дано число s_i — количество аргументов очередной функции ($0 \leq s_i \leq 5$). Далее дана строка a_i из 2^{s_i} символов 0 и 1, она описывает таблицу истинности. Функция возвращает a_{ij} , если ей на вход подать представление j в двоичной системе счисления. Порядок аргументов соответствует порядку от младших битов к старшим.

Формат выходных данных

В единственной строке выведите «YES», если набор полон, и «NO» иначе.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 0111 2 0001 1 10	YES
2 2 0110 1 01	NO

Задача С. Схема из функциональных элементов

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана схема из функциональных элементов в порядке топологической сортировки (то есть листья-переменные имеют минимальные номера, а корень схемы — максимальный). Вам предстоит определить ее глубину, а также таблицу истинности для всевозможных входных данных.

Формат входных данных

В первой строке указано натуральное число n — количество вершин в схеме ($1 \leq n \leq 27$). В следующих строках описано устройство схемы.

Элементы даны в порядке от первого до n -го. Каждый элемент описывается либо одной (если это переменная-лист), либо двумя строчками (если это функция). Все переменные различны. Первое целое число m в первой строчке из описания i -го элемента — количество входов для этого элемента ($0 \leq m \leq 5$) (если элемент — переменная, то $m = 0$). Далее в этой же строке перечислены m натуральных чисел — номера элементов, значения с которых подаются на вход i -му.

Если $m > 0$, то в следующей строке дано 2^m целых чисел $a_0, a_1, \dots, a_{2^m-1}$. Где a_j — ответ, который выдает i -й элемент, если на входы подать двоичное представление числа j ($0 \leq a_j \leq 1$). Более старшим разрядам j соответствуют более ранние (с меньшими индексами) входы, в порядке, написанном в предыдущей строке.

Формат выходных данных

В первой строке выведите одно число — глубину данной схемы.

Назовем количество переменных-листьев k . В следующей строке выведите битовую строчку длины 2^k , где в позиции j будет число, выдаваемое схемой если на вход подается число j , старшим разрядам j соответствуют листы, имеющие меньшие индексы.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5	2
0	01011001
0	
2 1 2	
1 1 0 1	
0	
2 3 4	
1 0 0 1	

Замечание

Обозначим как ans_i — число, которое получается в i -м элементе. Тогда в данном примере значения функций, например, для 3-го элемента означают

ans_1	ans_2	ans_3
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Задача D. Построение схемы из функциональных элементов

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана булева функция, заданная таблицей истинности. Постройте схему из функциональных элементов, реализующую эту функцию в базисе «не», «и» и «или».

Формат входных данных

В первой строке находится число n — количество переменных ($2 \leq n \leq 10$). Следующие 2^n строк имеют следующий вид: значения переменных x_1, x_2, \dots, x_n и значение функции при этих переменных. Строки даны в возрастающем лексикографическом порядке значений переменных.

Формат выходных данных

В первой строке выведите число m — количество элементов в вашей схеме (включая n элементов, отвечающие за исходное значение переменных). Элементы с номерами с 1 до n соответствуют входным переменным x_1, x_2, \dots, x_n . В следующих $m - n$ строках выведите описание каждого нового элемента в схеме. Описание элемента состоит из номера операции в этом элементе и номеров аргументов, которые подаются на вход этому элементу.

Операция «не» имеет номер 1, «и» имеет номер 2, «или» имеет номер 3.

На вход операции «не» должно быть подан один элемент, а всем остальным два. На вход можно подавать только элементы с меньшим номером. Результатом вычисления схемы считается значение последнего элемента.

Разрешается использовать не более 10^5 элементов. Гарантируется, что существует схема, подходящее под данное ограничение.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3	6
000 0	1 3
001 0	3 2 4
010 0	2 1 5
011 0	
100 1	
101 0	
110 1	
111 1	

Замечание

Функцию из примера можно задать формулой $x_1 \wedge (x_2 \vee \neg x_3)$. Ответ на пример — схема, реализующая эту формулу.

Задача Е. Полином Жегалкина

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дана таблица истинности. Найдите по ней коэффициенты полинома Жегалкина.

Формат входных данных

В первой строке содержится число n — количество переменных в функции ($1 \leq n \leq 10$). Следующие 2^n строчек имеют следующий вид: значения переменных x_1, x_2, \dots, x_n и значение функции при этих переменных. Строки даны в лексикографически возрастающем порядке значений переменных.

Формат выходных данных

Вывести 2^n строчек в следующем формате: значения переменных, через пробел значение коэффициента полинома Жегалкина для этой записи. Порядок строк должен быть таким же, как и во входных данных.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
2	00 0
00 0	01 1
01 1	10 0
10 0	11 0
11 1	
2	00 1
00 1	01 1
01 0	10 1
10 0	11 0
11 1	

Задача F. Форма Хорна

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

В этой задаче задана булева функция в форме Хорна. Требуется проверить, является ли она тождественным нулем.

Формат входных данных

Первая строка содержит два натуральных числа n, k — количество литералов и дизъюнктов (скобок в формуле) соответственно ($1 \leq n, k \leq 100$).

Следующие k строк описывают дизъюнкт в следующем формате: n чисел $x_i \in \{-1, 0, 1\}$.

$x_i = 1$ — i -й литерал входит в дизъюнкт без отрицания.

$x_i = 0$ — i -й литерал входит в дизъюнкт с отрицанием.

$x_i = -1$ — i -й литерал не входит в дизъюнкт.

Формат выходных данных

Выведите «YES» (без кавычек), если функция — тождественный ноль. Иначе выведите «NO» (без кавычек).

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 3 1 0 -1 0 1 0 -1 0 1	NO
1 2 1 0	YES

Замечание

В первом примере формула выглядит следующим образом: $(x_1 \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \vee x_3)$

Второй пример: $(x_1) \wedge (\overline{x_1})$

Задача G. К или Д?

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дано целое число n и n неотрицательных целых чисел. Требуется проверить, можно ли составить формулу, используя побитовые И («&»), ИЛИ («|»), НЕ («~»), круглые скобки («(», «)») и данные числа, чтобы ее результатом являлось число s . Если да, то выведите любую. Вместо самих чисел в формуле должны быть их порядковые номера во входных данных. Для лучшего понимания разберите тесты из условия.

Формат входных данных

На первой строке содержится целое число n ($1 \leq n \leq 5$).
Во второй n целых чисел a_i ($0 \leq a_i \leq 2^{32} - 1$).
В последней строке содержится ровно одно целое число s .

Формат выходных данных

Выведите формулу, описанную выше, или «Impossible», если ответа не существует. Если ответов несколько, выведите любой из них.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
1 8 8	1
2 48 83 68	Impossible
2 20 8 8	$2\&1$
1 1 4294967295	Impossible

Замечание

Коды символов в ASCII: «&» — 38, «|» — 124, «~» — 126, «(» — 40, «)» — 41.

Задача Н. Штрих Шеффера

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Известно, что с помощью штриха Шеффера (отрицание конъюнкции) можно выразить любую булеву функцию. Таблица истинности штриха Шеффера приведена ниже:

x	y	$x y$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Рассмотрим задачу сложения двух двоичных чисел A и B , каждое из которых состоит из N бит. Биты в числах A и B пронумерованы от 0 (младший разряд) до $N - 1$ (старший разряд). Сумму A и B всегда можно представить как $N + 1$ -битное число. Назовем самый старший бит суммы (бит с номером N) *битом переполнения*.

Вам нужно построить булеву формулу, вычисляющую значение бита переполнения для произвольных N -битных чисел A и B , используя только штрих Шеффера. Формула строится по следующим правилам:

- A_i — формула, равная значению i -го бита числа A .
- B_i — формула, равная значению i -го бита числа B .
- $(x|y)$ — формула, обозначающая применение штриха Шеффера к x и y , где x и y — некоторые формулы.

Индекс i в формулах для битов чисел A и B записывайте десятичным числом без ведущих нулей, например, бит числа A с номером 12 должен быть записан как $A12$. Вокруг каждого применения штриха Шеффера должны стоять скобки (согласно третьему правилу). Внутри формулы не должно быть пробелов.

Формат входных данных

Вход содержит число N ($1 \leq N \leq 100$).

Формат выходных данных

Выведите формулу, вычисляющую бит переполнения суммы двух N -битных чисел A и B по правилам, описанным в условии. Для обозначения штриха Шеффера используйте символ $|$ (ASCII код 124).

Размер выходного файла не должен превосходить $50N$ байт.

Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	$((((A0 B0) (A0 B0)) (A1 A1) (B1 B1))) (A1 B1))$