# Задача А. Малыш и Карлсон

 Имя входного файла:
 karlsson.in

 Имя выходного файла:
 karlsson.out

 Ограничение по времени:
 2 секунды

 Ограничение по памяти:
 64 мегабайта

На свой День рождения Малыш позвал своего лучшего друга Карлсона. Мама испекла его любимый пирог прямоугольной формы  $a \times b \times c$  сантиметров. Карлсон знает, что у Малыша еще есть килограмм колбасы. Чтобы заполучить ее, он предложил поиграть следующим образом: они по очереди разрезают пирог на две ненулевые по объему прямоугольные части с целыми измерениями и съедают меньшую часть (в случае, когда части равные, можно съесть любую). Проигрывает тот, кто не может сделать хода (то есть когда размеры будут  $1 \times 1 \times 1$ ). Естественно, победителю достается колбаса.

Малыш настаивает на том, чтобы он ходил вторым.

Помогите Карлсону выяснить, сможет ли он выиграть, и если сможет — какой должен быть его первый ход для этого.

Считается, что Малыш всегда ходит оптимально.

#### Формат входных данных

Во входном файле содержится 3 целых числа  $a, b, c \ (1 \le a, b, c \le 5\,000)$  — размеры пирога.

#### Формат выходных данных

В случае, если Карлсон не сможет выиграть в Малыша, выведите NO. В противном случае в первой строке выведите YES, во второй — размеры пирога после первого хода Карлсона в том же порядке, что и во входном файле.

karlsson.in	karlsson.out
1 1 1	NO
1 2 1	YES
	1 1 1
1 1 10	YES
	1 1 7

# Задача В. Ретроанализ для маленьких

Имя входного файла: retro.in
Имя выходного файла: retro.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Дан ориентированный весёлый граф из n вершин и m ребер. Оля и Коля играют в игру. Изначально фишка стоит в вершине i. За ход можно передвинуть фишку по любому из исходящих ребер. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Ваша задача — для каждой вершины i определить, кто выиграет при оптимальной игре обоих.

#### Формат входных данных

Входные данные состоят из одного или нескольких тестов. Каждый тест содержит описание весёлого ориентированного графа. Граф описывается так: на первой два целых числа n ( $1 \le n \le 300\,000$ ) и m ( $1 \le m \le 300\,000$ ). Следующие m строк содержат ребра графа, каждое описывается парой целых чисел от 1 до n. Пара a b обозначает, что ребро ведет из вершины a в вершину b. В графе могут быть петли, могут быть кратные ребра. Сумма n по всем тестам не превосходит 300 000, сумма m по всем тестам также не превосходит 300 000.

#### Формат выходных данных

Для каждого теста выведите для каждой вершины FIRST, SECOND или DRAW в зависимости от того, кто выиграет при оптимальной игре из этой вершины. Ответы к тестам разделяйте пустой строкой.

retro.in	retro.out
5 5	DRAW
1 2	DRAW
2 3	DRAW
3 1	FIRST
1 4	SECOND
4 5	FIRST
2 1	SECOND
1 2	FIRST
4 4	FIRST
1 2	SECOND
2 3	SECOND
3 1	
1 4	

## Задача С. Вариация нима

Имя входного файла: varnim.in
Имя выходного файла: varnim.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На столе лежат n кучек камней:  $a_1$  камней в первой кучке,  $a_2$  камней во второй, ...,  $a_n$  в n-ой. Двое играют в игру, делая ходы по очереди. За один ход игрок может либо взять произвольное ненулевое количество камней (возможно, все) из одной любой кучки, либо произвольным образом разделить любую существующую кучку, в которой не меньше двух камней, на две непустые кучки. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

#### Формат входных данных

В первой строке задано целое число t — количество тестов ( $1 \le t \le 100$ ). Следующие t строк содержат сами тесты. Каждая из них начинается с целого числа n — количества кучек ( $1 \le n \le 100$ ). Далее следует n целых чисел  $a_1, a_2, \ldots, a_n$  через пробел — количество камней в кучках ( $1 \le a_i \le 10^9$ ).

#### Формат выходных данных

Выведите t строк; в i-ой строке выведите "FIRST", если в i-ом тесте при правильной игре выигрывает первый игрок, и "SECOND", если второй.

varnim.in	varnim.out
3	FIRST
1 1	SECOND
2 1 1	FIRST
3 1 2 3	

## Задача D. Сумма игр

Имя входного файла: smith.in
Имя выходного файла: smith.out
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Пусть дан ориентированный граф. Стандартная игра на графе заключается в следующем: изначально на одной из вершин графа (называемой начальной позицией) стоит фишка. Двое игроков по очереди двигают её по рёбрам. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

В теории игр часто рассматриваются более сложные игры. Например, прямая сумма двух игр на графах. Прямая сумма игр — это следующая игра: изначально на каждом графе в начальной позиции стоит по фишке. За ход игрок выбирает любую фишку и двигает по ребру соответствующего графа. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

Ваша задача — определить, кто выиграет при правильной игре.

#### Формат входных данных

На первой строке будут даны числа  $N_1$  и  $M_1$  — количество вершин и рёбер в первом графе ( $1\leqslant N_1,\,M_1\leqslant 10\,000$ ). На следующих  $M_1$  строках содержится по два числа x и y ( $1\leqslant x,\,y\leqslant N_1$ ). В следующей строке вводятся  $N_2$  и  $M_2$  — количество вершин и рёбер во втором графе соответственно. Далее в следующих  $M_2$  строках задан второй граф в том же формате.

Заканчивается входной файл списком пар начальных вершин, для которых нужно решить задачу. На первой строке задано число T ( $1 \le T \le 100\,000$ ) — количество пар начальных вершин. В следующих T строках указаны пары вершин  $v_1$  и  $v_2$  ( $1 \le v_1 \le N_1$ ,  $1 \le v_2 \le N_2$ ).

#### Формат выходных данных

На каждую из T пар начальных вершин выведите строку "first", если при правильной игре выиграет первый, "second", если второй, или "draw", если будет ничья.

smith.in	smith.out
3 2	first
1 2	second
2 3	
2 1	
1 2	
2	
1 1	
3 2	

# Задача Е. Произведение графов

Имя входного файла: graphprod.in Имя выходного файла: graphprod.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Пусть дан ориентированный ациклический граф. Стандартная игра на графе заключается в следующем: изначально на одной из вершин графа (называемой начальной позицией) стоит фишка. Двое игроков по очереди двигают её по рёбрам. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

В теории игр часто рассматриваются более сложные игры. Например, прямое произведение двух игр на графах. Прямое произведение игр — это следующая игра: изначально на каждом графе в начальной позиции стоит по фишке. За ход игрок двигает обе фишки по рёбрам (каждую фишку двигает в собственном графе). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. То есть тот, кто не может сделать ход хотя бы в одной игре.

Ваша задача — опеределить, кто выиграет при правильной игре.

#### Формат входных данных

На первой строке будут даны числа  $N_1$  и  $M_1$  — количество вершин и рёбер в первом графе ( $1 \leq N_1, M_1 \leq 100\,000$ ). На следующих  $M_1$  строках содержится по два числа x и y ( $1 \leq x, y \leq N_1$ ). В следующих  $M_2 + 1$  строках задан второй граф в том же формате.

Заканчивается входной файл списком пар начальных вершин, для которых нужно решить задачу. На первой строке задано число T  $(1\leqslant T\leqslant 100\,000)$  — количество пар начальных вершин. В следующих T строках указаны пары вершин  $v_1$  и  $v_2$   $(1\leqslant v_1\leqslant N_1,\,1\leqslant v_2\leqslant N_2)$ .

Учтите, что в графах могут быть кратные рёбра.

#### Формат выходных данных

На каждую из T пар начальных вершин выведите строку "first", если при правильной игре выиграет первый, и "second", если второй.

graphprod.in	graphprod.out
3 2	first
1 2	second
2 3	
2 1	
1 2	
2	
2 1	
3 2	

# Задача F. Вас снова замяукали!

Имя входного файла: labyrinth.in Имя выходного файла: labyrinth.out Ограничение по времени: 2 секунды Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Два котёнка попали в запутанный лабиринт со множеством комнат и переходов между ними. Котята долго по нему плутали, обошли все комнаты по много раз, нашли выход (да даже и не один, а несколько), в общем, изучили там всё, что смогли. Теперь этот лабиринт котята используют в своих играх.

Чаще всего котята играют в следующую игру: начиная в какой-то комнате лабиринта, котята поочерёдно выбирают, в какую из комнат им перейти. Котята изначально находятся в одной комнате и ходят вместе. Как только котёнок, который должен выбрать следующую комнату, не может этого сделать, он признаётся проигравшим. Обычно в таких играх выигрывающий игрок стремится выиграть как можно быстрее, а проигрывающий стремится как можно дольше оттянуть свое поражение. Но у котят свои представления о победе и поражении. Если котёнок знает, что, начиная из текущей комнаты, он выиграет (вне зависимости от действий другого котёнка), то он стремится играть как можно дольше, чтобы продлить себе удовольствие от выигрыша (естественно, при этом выигрывающий котёнок должен гарантировать себе, что будет постоянно уверен в выигрыше). Котёнок, который знает, что проиграет (при условии, конечно, что другой котёнок будет действовать оптимально), старается проиграть как можно быстрее, чтобы начать новую игру, в которой и взять реванш.

Если котята будут ходить бесконечно долго, но никто из них не сможет выиграть, то котята считают игру завершившейся вничью и замяукивают Вас.

Вас попросили для каждой комнаты в лабиринте узнать, выиграет или проиграет котёнок, начинающий ходить из данной комнаты. Если котёнок, начинающий из этой комнаты, выигрывает, требуется узнать максимальное количество ходов, которое он сможет играть, если же проигрывает — минимальное количество, которое ему придётся играть.

#### Формат входных данных

В первой строке ввода находятся два числа n и m — число комнат и переходов между комнатами в лабиринте ( $1 \le n \le 100\,000$ ,  $0 \le m \le 100\,000$ ). Далее следует m строк с описаниями переходов. Описание перехода состоит из двух чисел a и b, означающих, что котёнок, начинающий игру в комнате с номером a, может выбрать комнату b в качестве следующей.

#### Формат выходных данных

Выведите n строк — для каждой комнаты результат игры для котёнка, который начнет игру из этой комнаты. Если игра закончится вничью, выведите «DRAW». Если начинающий котёнок выиграет, выведите «WIN K», где К — количество ходов, которые сможет играть выигрывающий котёнок. Если котёнок сможет играть сколь угодно долго, сохраняя возможность в любой момент выиграть, выведите «WIN INF». Если котёнок, начинающий из этой комнаты, проиграет, выведите «LOSE K», где К — количество ходов, которые придется играть проигрывающему котёнку. Если же котёнку придется играть сколь угодно долго, при том, что его соперник сможет в любой момент выиграть, выведите «LOSE INF».

## ЛКШ.2021.Зима.6+.День 4.Игры Москва, Школа "Летово", 31.12.2021

labyrinth.in	labyrinth.out
4 4	LOSE 2
1 2	WIN 1
1 3	WIN 1
2 4	LOSE 0
3 4	
6 6	DRAW
1 2	DRAW
2 3	DRAW
3 4	DRAW
4 1	WIN 1
4 5	LOSE 0
5 6	
6 6	LOSE INF
1 2	WIN INF
2 3	LOSE INF
3 4	WIN INF
4 1	LOSE 0
2 6	LOSE 0
4 5	