

Задача А. Разбор утверждения

Имя входного файла: стандартный ввод
 Имя выходного файла: стандартный вывод
 Ограничение по времени: 2 секунды
 Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На вход вашей программе дается утверждение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned} \langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Выражение} \rangle &::= \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{'->'} \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Дизъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Конъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{'|'} \langle \text{Конъюнкция} \rangle \\ \langle \text{Конъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Конъюнкция} \rangle \text{'\&'} \langle \text{Отрицание} \rangle \\ \langle \text{Отрицание} \rangle &::= \text{'!'} \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Переменная} \rangle \mid \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'\>'} \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{'\>'} \}^* \end{aligned}$$

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами оператора ‘->’ нет пробелов. В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы. Символ апострофа (‘’) имеет код 39.

Вам требуется написать программу, разбирающую утверждение и строящую его дерево разбора, и выводящую полученное дерево в единственной строке без пробелов в следующей грамматике:

$$\begin{aligned} \langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Вершина} \rangle \\ \langle \text{Вершина} \rangle &::= \text{'('} \langle \text{Знак} \rangle \text{'\>'} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\>'} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\>'} \\ &\quad \mid \text{'('} \langle \text{Вершина} \rangle \text{'\>'} \\ &\quad \mid \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Знак} \rangle &::= \text{'->'} \mid \text{'|'} \mid \text{'\&'} \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{'\>'} \}^* \end{aligned}$$

Формат входных данных

В единственной строке входного файла дано утверждение в грамматике из условия. Размер входного файла не превышает 100 КБ.

Формат выходных данных

В единственной строке выходного файла выведите дерево разбора утверждения без пробелов.

Примеры

стандартный ввод
!A&!B->!(A B)
стандартный вывод
(->,(& , (!A) , (!B)) , (! (, A , B)))
стандартный ввод
P1' ->!QQ->!R10&S !T&U&V
стандартный вывод
(->,P1',(->,(!QQ),(, (& , (!R10) , S) , (& , (& , (!T) , U) , V)))

Задача В. Формализация метаязыка

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	15 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Для записи доказательств классического исчисления высказываний часто используется метаязык, позволяющий сильно сократить текст доказательства в ущерб его формальности. Давайте попробуем формализовать этот метаязык, хотя бы частично.

Доказательство на формализуемом метаязыке состоит из строк вида $\Gamma \vdash \alpha$, при этом каждая строчка либо (а) аксиома (если часть строки за турникетом – аксиома), либо (б) гипотеза (формула за турникетом взята из контекста), либо (в) результат применения Modus Ponens к предыдущим строкам $\Gamma \vdash \alpha$ и $\Gamma \vdash \alpha \rightarrow \beta$ (гипотезы во всех трёх строках должны совпадать с точностью до перестановки), либо (г) результат применения теоремы о дедукции.

Поясним пункт (г) подробнее: будем говорить, что формула является результатом применения теоремы о дедукции, если она может быть получена из некоторой строки, указанной выше в доказательстве, путём применения теоремы о дедукции, возможно, многократного. Не переносимые через турникет теоремой о дедукции гипотезы должны совпадать с точностью до перестановки. Например, вторая строка есть результат применения теоремы о дедукции к первой строке:

$$\begin{array}{l} \alpha, \beta, \gamma, \zeta \vdash \delta \rightarrow \zeta \\ \zeta, \delta, \alpha \vdash \gamma \rightarrow \beta \rightarrow \zeta \end{array}$$

Другие мета-операции, помимо перечисленных, например, размножение или удаление гипотез, в данной формализации для простоты не допускаются.

Формат входных данных

На вход подаётся доказательство в следующем формате:

```

<Файл> ::= { <Строка> '\n' }+
<Строка> ::= <Контекст> '|-' <Выражение>
<Контекст> ::= <Выражение> [' , ' <Выражение>]*
|
<Выражение> ::= <Выражение> '&' <Выражение>
|
| <Выражение> '|' <Выражение>
| <Выражение> '->' <Выражение>
| '!' <Выражение>
| '(' <Выражение> ')'
| <Переменная>
<Переменная> ::= ('A' ... 'Z') {'A' ... 'Z' | '0' ... '9' | ','}*

```

Операторы '&' и '|' левоассоциативны. Оператор '->' правоассоциативен. Операторы в порядке уменьшения приоритета: '!', '&', '|', '->'.

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами одного оператора нет пробелов ('->' и '|-'). В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции (9, '\t') и возврата каретки (13, '\r') должны трактоваться как пробелы.

Гарантируется, что входной файл синтаксически корректен и содержит как минимум одну строку с формулой, однако, в нём могут найтись недоказанные строки, то есть строки, не получаемые ни одним из указанных выше способов. Объём входного файла – не более 3 Мб.

Формат выходных данных

Выведите проаннотированное входное доказательство: к каждой строке входного файла дополнительно в квадратных скобках укажите её порядковый номер и правило, использованное для вывода. Посимвольного равенства формул в выходном файле соответствующим формулам во входном

файле не требуется, достаточно любого эквивалентного написания. Порядок гипотез в строке также должен совпадать с порядком гипотез в соответствующей строке исходного файла. Если строка не является доказанной, укажите это. Ошибки не распространяются транзитивно и некорректная строка может быть использована для обоснования других строк. Если корректных обоснований может быть несколько, укажите любое. Если строчка – применение Modus Ponens к предыдущим строкам или результат применения теоремы о дедукции, и при этом она была получена из некорректной строки – укажите это. Это свойство также не распространяется транзитивно.

Схема аксиом	Номер
$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$	1
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$	2
$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \ \& \ \beta$	3
$\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \alpha$	4
$\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \beta$	5
$\alpha \rightarrow \alpha \vee \beta$	6
$\beta \rightarrow \alpha \vee \beta$	7
$(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)$	8
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg \alpha$	9
$\neg \neg \alpha \rightarrow \alpha$	10

Примеры

стандартный ввод
$\mid \neg A \ \& \ B \rightarrow A$ $\mid \neg A \ \& \ B \rightarrow B$ $A \ \& \ B \mid \neg A$ $A \ \& \ B \mid \neg B$ $A \ \& \ B \mid \neg B \rightarrow A \rightarrow B \ \& \ A$ $A \ \& \ B \mid \neg A \rightarrow B \ \& \ A$ $A \ \& \ B \mid \neg B \ \& \ A$ $\mid \neg A \ \& \ B \rightarrow B \ \& \ A$
стандартный вывод
[1] $\mid \neg (A \ \& \ B) \rightarrow A$ [Ax. sch. 4] [2] $\mid \neg (A \ \& \ B) \rightarrow B$ [Ax. sch. 5] [3] $A \ \& \ B \mid \neg A$ [Ded. 1] [4] $A \ \& \ B \mid \neg B$ [Ded. 2] [5] $A \ \& \ B \mid \neg B \rightarrow A \rightarrow (B \ \& \ A)$ [Ax. sch. 3] [6] $A \ \& \ B \mid \neg A \rightarrow (B \ \& \ A)$ [M.P. 4, 5] [7] $A \ \& \ B \mid \neg B \ \& \ A$ [M.P. 3, 6] [8] $\mid \neg (A \ \& \ B) \rightarrow (B \ \& \ A)$ [Ded. 7]

стандартный ввод
$A \rightarrow B, C, D \mid -E \rightarrow D$ $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D$ $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D \rightarrow E$ $A \rightarrow B, C, D \mid -E$ $D, A \rightarrow B, C, D \mid -E$ $E, D, C \mid -(A \rightarrow B) \rightarrow D$
стандартный вывод
[1] $A \rightarrow B, C, D \mid -E \rightarrow D$ [Incorrect] [2] $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D$ [Hyp. 4] [3] $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D \rightarrow E$ [Incorrect] [4] $A \rightarrow B, C, D \mid -E$ [Incorrect] [5] $D, A \rightarrow B, C, D \mid -E$ [M.P. 2, 3; from Incorrect] [6] $E, D, C \mid -(A \rightarrow B) \rightarrow D$ [Ded. 1; from Incorrect]

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	15 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

$$\begin{array}{l} \Gamma_1 \vdash \alpha_1 \\ \Gamma_2 \vdash \alpha_2 \\ \dots \\ \Gamma_n \vdash \alpha_n \end{array}$$

Формат входных данных

Формат выходных данных

$$\begin{aligned} \langle \text{Файл} \rangle &::= \{ \langle \text{Контекст} \rangle \text{ '|-'} \langle \text{Выражение} \rangle \text{ '\n'} \} \{ \langle \text{Выражение} \rangle \text{ '\n'} \}^* \\ \langle \text{Контекст} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \text{ '[' , ' } \langle \text{Выражение} \rangle \text{ ']' }^* \\ &\quad | \text{ ',' } \end{aligned}$$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \mid \neg A$ $\mid \neg A \rightarrow A$	$\mid \neg A \rightarrow A$ $A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A$ $A \rightarrow A \rightarrow A$ $(A \rightarrow A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow A$ $(A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow A$ $A \rightarrow A$ [from Original proof]
$A, B, C \mid \neg A$ $A \mid \neg C \rightarrow B \rightarrow A$	$A \mid \neg C \rightarrow B \rightarrow A$ $A \rightarrow B \rightarrow A$ $(A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A$ $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A$ A [from Original proof] $A \rightarrow C \rightarrow A$ $C \rightarrow A$ $(C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ $(C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ $C \rightarrow B \rightarrow A$ [from Original proof]
$\mid \neg A \& B \rightarrow A$ $A \& B \mid \neg A$ $A \& B \mid \neg A \rightarrow A \mid B$ $A \& B \mid \neg A \mid B$	$A \& B \mid \neg A \mid B$ $A \& B$ $(A \& B) \rightarrow A$ [from Original proof] A [from Original proof] $A \rightarrow (A \mid B)$ [from Original proof] $A \mid B$ [from Original proof]

Задача D. Полнота исчисления высказываний

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В данной задаче требуется построить доказательство выражения классического исчисления высказываний (в варианте натурального вывода), если оно существует.

Формат входных данных

На вход дается единственная строка — высказывание, записанное в соответствии со следующей грамматикой:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{Выражение} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \& \langle \text{Выражение} \rangle \\
 &| \langle \text{Выражение} \rangle \mid \langle \text{Выражение} \rangle \\
 &| \langle \text{Выражение} \rangle \rightarrow \langle \text{Выражение} \rangle \\
 &| (\langle \text{Выражение} \rangle) \\
 &| _ _ \\
 &| \langle \text{Переменная} \rangle \\
 \langle \text{Переменная} \rangle &::= (A \dots Z) \{ A \dots Z \mid 0 \dots 9 \mid , \}^*
 \end{aligned}$$

Операторы $\&$ и \mid левоассоциативны. Оператор \rightarrow правоассоциативен. Операторы в порядке уменьшения приоритета: $\&$, \mid , \rightarrow .

Будьте внимательны! В случае копирования грамматики из PDF-файла помните, что ASCII код апострофа — 39. Код символов в PDF-файле часто отличается от желаемой кодировки.

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами одной связки/константы нет пробелов (\rightarrow и $_ _$). В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции должны трактоваться как пробелы.

Общая длина выражения не превышает 255 символов. Всего в выражении не будет использовано больше семи различных переменных.

Формат выходных данных

Если высказывание опровержимо (не является общезначимым), укажите этот факт в единственной строке выдачи, приведя опровергающую оценку:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{Опровержима} \rangle &::= \text{Formula is refutable } [\langle \text{Оценка} \rangle] \\
 \langle \text{Оценка} \rangle &::= \langle \text{Переменная} \rangle \text{ := } \langle \text{Значение} \rangle [, \langle \text{Оценка} \rangle] \\
 \langle \text{Значение} \rangle &::= T \mid F
 \end{aligned}$$

Иначе выведите доказательство. Каждая строка доказательства — узел дерева, пустых строк быть не должно (кроме последней строки). Дочерние узлы указываются перед родительским узлом. В начале строки — уровень узла в квадратных скобках, потом через пробел — формула, в конце строки — обозначение правила, также через пробел и в квадратных скобках. Для обозначения лжи используйте комбинацию $_ _$: подчёркивание (ASCII 95), вертикальная черта (ASCII 124), подчёркивание (ASCII 95). В остальном следуйте формату из примеров.

Доказанное во входном файле высказывание должно быть заключением самого верхнего правила. В данном высказывании отрицание термов ($\neg \varphi$) передавайте как $(\varphi \rightarrow _)$. В доказательстве вы можете пользоваться следующими правилами. Посылки правил должны идти в указанном порядке, переставлять их нельзя — однако, гипотезы в контексте могут быть произвольно переставлены.

Обозначение	Посылки	Заключение
Ax		$\Gamma, \varphi \vdash \varphi$
$E\rightarrow$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi, \Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I\rightarrow$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
$I\&$	$\Gamma \vdash \varphi, \Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$
$E1\&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \varphi$
$E\&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I1\vee$	$\Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$I\vee$	$\Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$E\vee$	$\Gamma, \varphi \vdash \rho, \Gamma, \psi \vdash \rho, \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$	$\Gamma \vdash \rho$
$E!!$	$\Gamma, \varphi \rightarrow \perp \vdash \perp$	$\Gamma \vdash \varphi$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \rightarrow (A \& (A \rightarrow A))$	$[2] \ A \mid \neg A \ [Ax]$ $[3] \ A, A \mid \neg A \ [Ax]$ $[2] \ A \mid \neg A \rightarrow A \ [I\rightarrow]$ $[1] \ A \mid \neg A \& (A \rightarrow A) \ [I\&]$ $[0] \ \mid \neg A \rightarrow (A \& (A \rightarrow A)) \ [I\rightarrow]$
$_ \mid _ \rightarrow A$	$[2] \ _ \mid _, A \rightarrow _ \mid _ \mid _ \mid _ \ [Ax]$ $[1] \ _ \mid _ \mid \neg A \ [E!!]$ $[0] \ \mid _ \mid _ \rightarrow A \ [I\rightarrow]$
$A \rightarrow (A \rightarrow _ \mid _)$	Formula is refutable $[A:=T]$