

Сборник задач для подготовки к  
физическим олимпиадам

30 января 2019 г.

# Оглавление

# Предисловие

Методическое пособие включает в себя физические задачи, которые в разные годы предлагались студентам, участвовавшим в работе факультета по решению задач повышенной сложности на физическом факультете Пермского государственного национального исследовательского университета. В пособие включены задания Студенческих чемпионатов по физике, проводившихся в Пермском университете с 2006 года. Третья часть содержит материалы олимпиады по физике для школьников Пермского университета «Юные таланты», которая проводится с 2008 года. Рядом с номером некоторых задач в скобках указано число, соответствующее году, в котором данная задача предлагалась на Краевой студенческой олимпиаде в Пермском крае.

Пособие предназначено для студентов вузов, изучающих курс общей физики, а также учащихся старших классов специализированных школ.

# Глава 1

## Механика

### 1.1 Относительность движения

**Задача 1** Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростью  $v$  каждый. Определите время встречи поездов, если начальное расстояние между ними равно  $L$ . Решите задачу координатным способом, графическим способом и методом, использующим идею относительности движения.

**Задача 2** Муха летает между двумя сближающимися со скоростью  $v$  стенками. Скорость мухи  $u$ . Начальное расстояние между стенками равно  $L$ . Какой путь пройдет муха до остановки, если считать, что как только она приближается к одной из стенок — мгновенно изменяет направление скорости на противоположное и движется вдоль одной прямой, перпендикулярной стенкам?

**Задача 3** Проплывая под мостом против течения, гребец потерял соломенную шляпу. Обнаружив пропажу через десять минут, он повернул назад и, гребя с тем же темпом, подобрал шляпу на расстоянии 900 м ниже моста. Через какое время после обнаружения пропажи гребец подобрал шляпу?

**Задача 4 (2012)<sup>1</sup>** Когда мимо пристани проплывает плот, от пристани

---

<sup>1</sup>Здесь и далее год в скобках означает, что данная задача была предложена для решения на Краевой студенческой олимпиаде по физике в Пермском крае в указанном году.

в деревню, расположенную на расстоянии  $S$  вниз по течению реки, отправляется моторная лодка. Она доходит до деревни за время  $t$  и, сразу повернув обратно, встречает плот на расстоянии  $S_1$  от деревни. Какова скорость течения реки  $\vec{v}_p$ ?

**Задача 5** С какой скоростью  $\vec{u}$  должен двигаться автомобиль, чтобы капли дождя не оставляли следов на заднем стекле, наклоненном под углом  $\alpha$ ? Скорость дождя  $\vec{v}$ .

**Задача 6** Открытая карусель вращается с угловой скоростью  $\omega$ . На карусели на расстоянии  $r$  от оси вращения стоит человек. Идет дождь, и капли дождя падают вертикально вниз со скоростью  $v_0$ . Как человек должен держать зонт, чтобы наилучшим образом укрыться от дождя?

**Задача 7** (2009) Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью  $\vec{v}$  под углом к горизонту  $\alpha_0$ . Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого  $\vec{u}$ . Какой стала скорость самолета относительно земли  $w$ , и какой угол  $\alpha$  составляет она с горизонтом?

**Задача 8** (2013) Самолет садится на корабль, движущийся по океану со скоростью  $\vec{v}_1$  в восточном направлении. Скорость ветра  $\vec{v}_2$  направлена на север, а самолет снижается по отношению к кораблю вертикально со скоростью  $\vec{v}_3$ . Определить величину скорости самолета по отношению к движущемуся воздуху.

**Задача 9** Под каким углом к направлению течения должен плыть пловец, чтобы переправиться на противоположный берег с наименьшим смещением из-за течения реки? Скорость пловца  $\vec{u}$ , скорость реки  $\vec{v}$ .

**Задача 10** Шарик движется навстречу стенке со скоростью  $\vec{u}$ , скорость движения стенки  $\vec{v}$ . Определите, с какой скоростью отскочит шарик от стенки после абсолютно упругого удара. Как изменится ответ, если стенка движется в ту же сторону, что и шарик? Если шарик падает под углом  $\alpha$  к стенке?

**Задача 11** Определите кратчайшее расстояние между автомобилями, которые движутся со скоростями  $v$  по перпендикулярным пересекающимся прямым. В начальный момент времени один автомобиль находится в центре перекрестка, а второй подъезжает к нему на расстоянии  $L$ . Как изменится ответ, если угол между прямыми равен  $\alpha$ ?

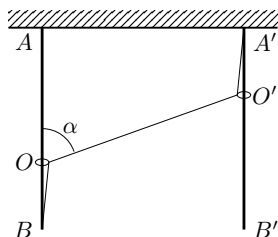
**Задача 12** Как изменяется расстояние между двумя каплями воды, которые свободно падают в поле силы тяжести? Обе капли выпущены из одной точки с интервалом времени  $\tau = 1$  с.

**Задача 13** Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  и постоянными ускорениями  $\vec{a}_1$  и  $\vec{a}_2$ , направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном начальном расстоянии  $L_{\max}$  между телами они встретятся в процессе движения?

**Задача 14** От колеса радиуса  $R$ , движущегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью  $\vec{v}$ , отрывается вертикально кусочек грязи и, пролетев по воздуху, возвращается точно в ту же точку, от которой оторвался. При каких условиях это возможно?

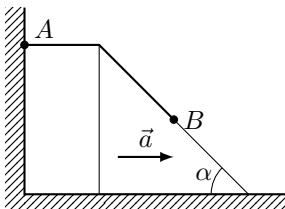
### Задача 15

Два колечка  $O$  и  $O'$  надеты на вертикальные неподвижные стержни  $AB$  и  $A'B'$  соответственно. Нерастяжимая нить закреплена в точке  $A'$  и на колечке  $O$  и продета через колечко  $O'$ . Считая, что колечко  $O'$  движется вниз с постоянной скоростью  $\vec{v}_1$ , определите скорость  $\vec{v}_2$  колечка  $O$ , если  $\angle AOO' = \alpha$ .



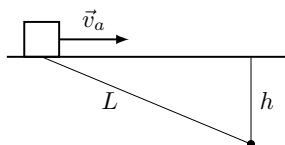
### Задача 16

На неподвижном клине, образующем угол  $\alpha$  с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка. Один из концов веревки прикреплен к стене в точке  $A$ . В точке  $B$  к веревке прикреплен небольшой грузик. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением  $\vec{a}$ . Определите ускорение грузика  $\vec{a}_2$ , пока он находится на клине.



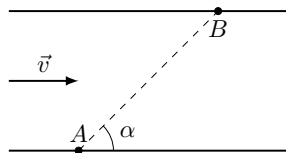
### Задача 17

(2011) По шоссе со скоростью  $\vec{v}_a$  движется автобус. Человек находится на расстоянии  $h$  от шоссе и на расстоянии  $L$  от автобуса. Под каким углом  $\alpha$  к шоссе со скоростью  $\vec{v}$  должен идти человек, чтобы выйти на шоссе одновременно с автобусом?



**Задача 18**

(2007) Два катера вышли одновременно из пунктов  $A$  и  $B$ , находящихся на противоположных берегах реки, и двигались вдоль отрезка  $AB$  длины  $l$ . Прямая  $AB$  образует угол  $\alpha$  с направлением скорости течения  $\vec{v}$ . Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта  $B$  произошла встреча катеров, если они встретились через время  $t$  после отхода от причалов?



## 1.2 Движение тела под углом к горизонту

**Задача 19** Камень брошен с высоты  $h$  под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v_0$ . Какой угол  $\beta$  будет составлять скоростью камня с горизонтом в момент падения на землю? Чему равна величина этой скорости? На каком расстоянии  $s$  по горизонтали от основания точки запуска упадет камень?

**Задача 20** Мальчик бросает камень по направлению в кота, сидящего на крае сарая. Через 1 секунду камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте находился кот?

**Задача 21** Мышонки стреляют из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через  $t = 1$  с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии  $s$  от мышонка находился кот, если известно, что векторы  $\vec{v}(0)$  и  $\vec{v}(t)$  взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задача 22** Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило  $t_1$ , а время полёта от удара до падения  $t_2$ . Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

**Задача 23** Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью  $\vec{v}_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту, ударился о вертикальную стенку, движущуюся ему

навстречу с горизонтально направленной скоростью  $\vec{u}$ , и отскочил в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время  $t_1$  после броска произошло столкновение шарика со стенкой? Потерями на трение пренебречь.

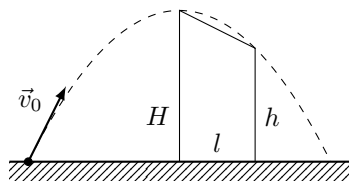
**Задача 24** С какой минимальной скоростью можно перебросить камень через здание высоты  $H$  с куполообразной крышей радиуса  $R$ ?

**Задача 25** Зенитное орудие может сообщить снаряду начальную скорость  $v_0$  в любом направлении. Требуется найти зону поражения, т.е. границу отделяющую цели, до которых снаряд из данного орудия может долететь, от недостижимых целей. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача 26** В спортивном зале высотой  $h$  бросают маленький мяч с начальной скоростью  $v_0$ . Определите, какое максимальное расстояние по горизонтали может пролететь мяч после бросания до первого удара о пол, если соударение с потолком абсолютно упругое. Считайте, что мяч бросают с уровня пола. Пол и потолок горизонтальны, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задача 27** Необходимо с поверхности земли попасть камнем в цель, расположенную на расстоянии  $L$  по горизонтали на высоте  $H$ . С какой наименьшей скоростью это можно сделать? Трением пренебречь.

**Задача 28** (2004) При какой минимальной начальной скорости  $v_0$  можно перебросить камень через дом с покатой крышей? Ближайшая стена имеет высоту  $H$ , задняя стена – высоту  $h$ , ширина дома равна  $l$ .



**Задача 29** (2018) Тело бросают с поверхности длинной наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ , величина начальной скорости фиксирована. 1) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для того, чтобы время полета было максимально? 2) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для достижения максимальной дальности (дальность откладывается вдоль плоскости)?



**Задача 30** (2005) Колесо радиуса  $R$  катится по горизонтальной мокрой дороге со скоростью  $v$ . 1) На какую максимальную высоту  $h$  поднимаются капли воды, отрывающиеся от колеса? 2) Какой должна быть минимальная скорость колеса, чтобы капелюшка, достигшая максимальной высоты, опустилась на то же самое место? 3) Изменится ли высота  $h$ , если колесо будет катиться с пробуксовкой?

**Задача 31** (2010) В сферической лунке прыгает шарик, упруго отражаясь от ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени при движении шарика слева направо равен  $T_1$ , а при движении справа налево —  $T_2$ . Определите радиус лунки.

**Задача 32** Из точек А и В, находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями  $v_0 = 20$  м/с. Один из камней полетел по навесной траектории, другой — по настильной, но каждый попал в точку старта другого камня. Известно, что в точке А угол бросания  $\alpha = 75^\circ$ . Через какое время  $\tau$  после старта расстояние между камнями станет минимальным? Чему равно это расстояние?

**Задача 33** Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести  $\vec{g}$ . Начальные их скорости равны по модулю  $v_0$  и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен  $\alpha$ , а другой  $2\alpha$ . В какой момент времени  $\tau$  от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

**Задача 34** (1998) Шарик, которому сообщена горизонтальная скорость  $v$ , падает на горизонтальную плиту с высоты  $h$ . При каждом ударе о плиту вертикальная составляющая скорости уменьшается (отношение вертикальной составляющей скорости после удара к ее значению до удара постоянно и равно  $\alpha$ ). Определить, на каком расстоянии от места бросания отскоки шарика прекратятся. Считать, что трение отсутствует, так что горизонтальная составляющая скорости шарика  $v$  не меняется.

### 1.3 Мгновенный центр вращения

**Задача 35** Колесо радиуса  $R$  катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью  $v$ . Найдите скорости различных точек

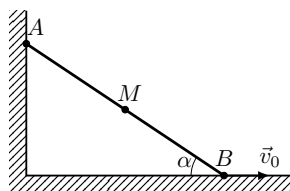
колеса, уравнения траектории и радиус кривизны траектории в верхней точке дуги для произвольной точки на ободе колеса.

**Задача 36** Скорость одного конца стержня равна  $v$  и направлена под углом  $\alpha$  к стержню. Найдите скорость другого конца, которая направлена под углом  $\beta$  к стержню.

**Задача 37** По гладкому горизонтальному столу свободно скользит тонкая прямая однородная палочка длины  $L$ . В некоторый момент скорость одного из концов равна  $v$  и составляет прямой угол с палочкой, а скорость другого конца по величине равна  $2v$ . За какое время палочка повернется на угол  $2\pi$ ?

### Задача 38

(2006) Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется по направляющим без отрыва стержень  $AB$  длиной  $l_0$ . Скорость точки  $B$  постоянна, равна  $v_0$  и направлена горизонтально. Определить скорость  $v$  и ускорение  $a$  точки  $M$ , расположенной на расстоянии  $MB = l$  от точки  $B$ , в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем  $AB$  составляет  $\alpha$ .

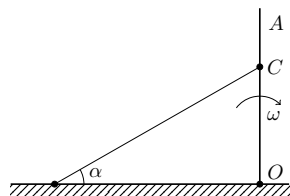


## 1.4 Бесконечно малые перемещения

**Задача 39** Тело движется по окружности радиуса  $R$  так, что его скорость зависит от времени по линейному закону:  $v = at$ . Найдите зависимость ускорения тела от времени.

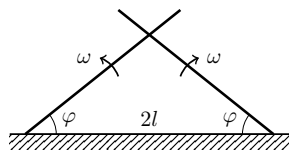
### Задача 40

Луч света падает на вращающийся экран  $AO$ , образуя на нем зайчик  $C$ . Угловая скорость вращения экрана  $\omega$ ; угол, образуемый лучом света с горизонтом, равен  $\alpha$ . В некоторый момент времени экран занимает положение, изображенное на рисунке, при этом расстояние от оси вращения до зайчика  $OC = l$ . Определите, какую скорость имеет зайчик относительно экрана в указанный момент времени.



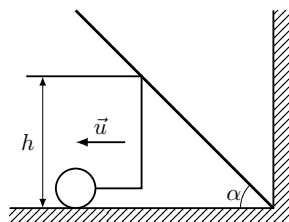
### Задача 41

Определить скорость точки пересечения двух лучей прожекторов, которые вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью  $\omega$ , в момент, когда угол наклона к горизонту обоих прожекторов равен  $\varphi$ . Расстояние между прожекторами равно  $2l$ .



### Задача 42

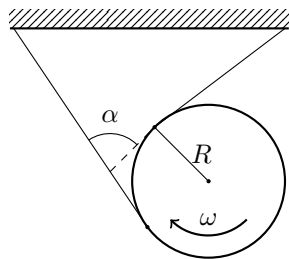
Бревно, упираясь одним концом в угол между землей и стеной, касается грузовика на высоте  $h$ , который отъезжает от стены со скоростью  $u$ . Как зависит угловая скорость вращения бревна от угла  $\alpha$  между бревном и горизонтом?



**Задача 43** За лисой, бегущей прямолинейно с постоянной скоростью  $v$ , бежит собака таким образом, что ее скорость  $u$  всегда направлена на местоположение лисы. В момент, когда векторы скоростей перпендикулярны, расстояние между ними было равно  $L$ . С каким ускорением при этом двигалась собака?

### Задача 44

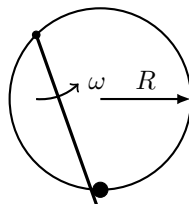
На диск радиуса  $R$  намотаны две нерастяжимые нити, закрепленные в двух разных точках. При отпуске диск вращается. Когда угол между нитями у диска  $\alpha$ , угловая скорость вращения диска  $\omega$ . С какой скоростью в этот момент движется центр диска? Нити остаются натянутыми.



**Задача 45** Внутри неподвижной окружности катится без скольжения другая окружность вдвое меньшего радиуса. Какую траекторию описывает при этом произвольно выбранная точка на подвижной окружности?

### Задача 46

Бусинка может двигаться по кольцу радиуса  $R$ , подталкиваемая спицей, которая вращается с угловой скоростью  $\omega$  в плоскости кольца. Ось вращения спицы находится на кольце. Определить ускорение бусинки.



**Задача 47** По палочке, которая вращается с угловой скоростью  $\omega$ , ползет жук со скоростью  $v$ . Определите скорость и ускорение жука, когда он находится на расстоянии  $L$  от оси вращения палочки.

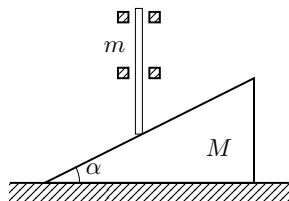
**Задача 48** (2003) Четыре черепахи находятся в вершинах квадрата со стороной  $l$ . Они начинают двигаться одновременно с постоянной скоростью  $v$ . Каждая черепаха движется по направлению к своей соседке по часовой стрелке. Где встретятся черепахи и через какое время? Найти угол между скоростью движения черепахи и одной из сторон квадрата как функцию ее координат  $\varphi = \varphi(x, y)$ .

## 1.5 Динамика

**Задача 49** На наклонной поверхности с углом  $\alpha$  к горизонту находится брусок. Коэффициент трения бруска о поверхность равен  $\mu$ . С каким ускорением будет двигаться брусок?

**Задача 50**

(2005) Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вверх и вниз стержень, масса которого  $m$ . Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой  $M$ . Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определите ускорения стержня и клина.



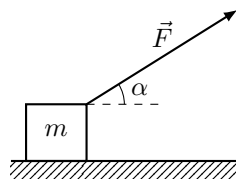
**Задача 51** (1998) Клин высотой  $h$  с углом наклона  $\alpha$  стоит на гладкой горизонтальной поверхности. Масса клина  $m_1$ . С вершины клина начинает соскальзывать без трения брусок массой  $m_2$ . Найдите ускорение клина и время соскальзывания бруска.

**Задача 52** (2015) Брусок скользит по длинной наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ , движущейся равномерно относительно земли по

горизонтальной поверхности со скоростью  $u = 10$  м/с в направлении противоположном вершине с углом  $\alpha$ . Начальная скорость бруска относительно плоскости равна нулю, коэффициент трения бруска о плоскость  $\mu = 0,4$ . 1) Определите минимальную скорость бруска относительно земли. 2) Через какое время скорость бруска относительно земли будет равна 10 м/с? 3) По какой траектории будет двигаться брусок относительно земли?

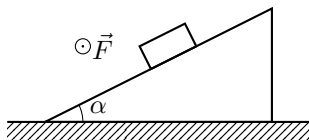
### Задача 53

Брусок массы  $m$  тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения  $\mu$ . Найдите угол  $\alpha$ , при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?



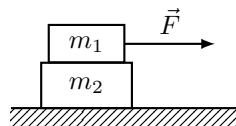
**Задача 54** По наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом, за веревку вытягивают ящик массы  $m$ . Коэффициент трения ящика о плоскость равен  $\mu$ . Под каким углом  $\beta$  к горизонту следует тянуть веревку, чтобы равномерно двигать ящик с наименьшим усилием? Каково это усилие?

**Задача 55** (2016) Брусок массой 10 кг положили на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен  $\mu = 0,8$ . 1) Докажите, что брусок будет покоиться относительно плоскости. 2) Определите минимальную горизонтальную силу, направленную вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно плоскости рисунка, которую нужно приложить к бруску, чтобы его сдвинуть. 3) Определите минимальную силу, которую нужно приложить к бруску для того, чтобы перемещать его вверх по наклонной плоскости.



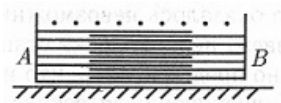
### Задача 56

При какой максимальной силе  $F$  верхний брусок еще не будет скользить по нижнему? Массы брусков  $m_1$  и  $m_2$ , коэффициент трения между ними  $\mu$ , поверхность стола гладкая.



### Задача 57

Листы бумаги, сложенные, как показано на рисунке, склеивают свободными концами через лист таким образом, что получаются две самостоятельные кипы  $A$  и  $B$ . Вес каждого листа  $0.06$  Н, число всех листов  $200$ , коэффициент трения бумаги о бумагу, а также о стол, на котором бумага лежит, равен  $0.2$ . Предполагая, что одна из кип удерживается неподвижно, определить наименьшее горизонтальное усилие  $F$ , необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.



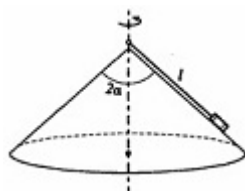
### Задача 58

По вертикально подвешенному в поле тяжести Земли кольцу радиуса  $R$  может скользить без трения шарик массы  $m$ . В начальный момент времени кольцо неподвижно, и шарик находится в нижней точке кольца. Как будет двигаться шарик, если кольцо начнет вращаться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ ?



### Задача 59

К вершине прямого кругового конуса с помощью нити длиной  $L$  прикреплена небольшая шайба. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально. При каком числе оборотов в единицу времени шайба не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса  $2\alpha$ .



**Задача 60** У края диска радиусом  $R$  лежит монета. Диск раскручивается так, что его угловая скорость линейно растет со временем по закону  $\omega = \varepsilon t$ . В какой момент времени монета слетит с диска, если коэффициент трения между диском и монетой равен  $\mu$ ? Какой угол с направлением к центру диска образует сила трения в этот момент?

### Задача 61

(2017) На рисунке представлен горизонтальный пружинный маятник, который может совершать колебания с частотой  $2$  Гц. Масса груза маятника  $100$  г. Горизонтальная плоскость гладкая. На маятник, находящийся в состоянии покоя в положении равновесия, начинает действовать постоянная

горизонтальная сила  $F = 2 \text{ Н}$ . 1) Определите максимальное растяжение пружины. 2) Определите максимальное растяжение пружины при условии, что сила  $F$  действует только в течение времени  $0,01 \text{ с}$ .



## 1.6 Центр масс

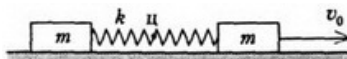
**Задача 62** Тонкий однородный стержень длиной  $l$  и массой  $m$  привели в движение вдоль гладкой горизонтальной поверхности так, что он движется поступательно и одновременно вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. Найдите натяжение стержня в зависимости от расстояния  $x$  до его центра.

**Задача 63** Двойная звезда состоит из двух звезд-компонентов массами  $m_1$  и  $m_2$ , расстояние между которыми не меняется и остается равным  $L$ . Найдите период вращения двойной звезды.

**Задача 64** (2009) Невесомый стержень длины  $L$  с двумя шариками на концах с массами  $m$  и  $3m$  находится на гладкой горизонтальной поверхности. Шарiku массой  $m$  резко сообщают скорость  $\vec{v}$  в направлении перпендикулярном стержню. Какова сила натяжения стержня? Как изменится ответ, если скорость  $\vec{v}$  сообщить шарiku массой  $3m$ ? Какая часть энергии перейдет в кинетическую энергию вращательного движения в первом и во втором случаях?

### Задача 65

(1998) На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой  $m$  каждый, связанные легкой пружиной жесткостью  $k$ . Первому бруску сообщают скорость  $v_0$  в направлении от второго бруска. Опишите движение системы. Через какое время деформация пружины впервые достигнет максимального значения?



**Задача 66** Шар массой  $m$  налетает со скоростью  $v$  на покоящийся шар массой  $2m$ . Найдите скорости обоих шаров после упругого центрального удара.

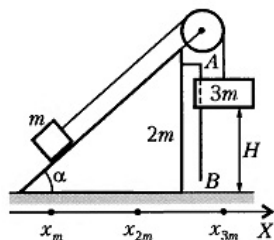
**Задача 67** Определите, какую часть своей кинетической энергии теряет частица массой  $m_1$  при упругом лобовом столкновении с неподвижной частицей массой  $m_2$ .

**Задача 68** Известно, что при упругом нецентральной ударе двух одинаковых шаров, один из которых до удара покоился, угол разлета равен  $90^\circ$ . Докажите это утверждение.

**Задача 69** (2012) На абсолютно гладком столе лежит обруч массой  $M$  и радиусом  $R$ . На обруче находится жук, масса которого  $m$ . Какие траектории будут описывать жук и центр обруча при движении жука по обручу?

### Задача 70

Клин массой  $2m$  с углом наклона к горизонту  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 2/3$ ) находится на гладкой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укрепленный на вершине клина, перекинута легкая нить, связывающая грузы массами  $m$  и  $3m$ . Груз массой  $3m$  может скользить вдоль вертикальной направляющей АВ, закрепленной на клине. Этот груз вначале удерживают неподвижно на расстоянии  $H = 27$  см от стола, а затем отпускают. На какое расстояние сместится клин к моменту касания груза массой  $3m$  стола? Массами блока и направляющей АВ пренебречь.



## 1.7 Распределенная масса

**Задача 71** Струя воды сечением  $S$  ударяется о стенку, расположенную перпендикулярно струе. Скорость воды в струе  $v$ , после удара вода теряет скорость и стекает по стенке. Какова сила давления воды на стенку? Плотность воды  $\rho$ .



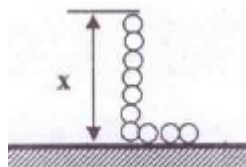
**Задача 72** Космический корабль массой  $M$  движется в глубоком космосе. Для управления кораблем используется реактивный двигатель, который выбрасывает реактивную струю со скоростью  $u$  относительно корабля, причем расход топлива в струе равен  $\mu$  (расход топлива — это масса топлива, выбрасываемая за единицу времени). Найдите ускорение корабля.

**Задача 73** Тонкое веревочное кольцо массой  $m$  и радиусом  $R$  положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили до угловой скорости  $\omega$ . Найдите силу натяжения веревки.

**Задача 74** Чтобы остановить движение большого судна при причаливании, с него на пристань бросают канат и несколько раз оборачивают вокруг тумбы. В результате, прикладывая небольшое усилие к свободному концу проскальзывающего каната можно остановить огромный пароход. Рассчитать, во сколько раз действующая на пароход со стороны каната сила превосходит приложенное к свободному концу каната усилие, если число оборотов равно  $n$ , коэффициент трения каната о тумбу  $\mu$ .

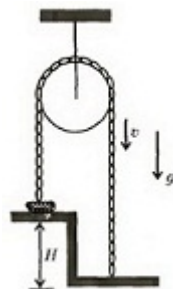
### Задача 75

(2011) Однородная цепочка длиной  $L$  и массой  $m$  подвешена на нити так, что другим концом она касается стола. Нить пережигают. Найти зависимость силы давления  $F$  цепочки на стол от длины  $x$  еще не упавшей части. Считать удар звеньев о стол неупругим.



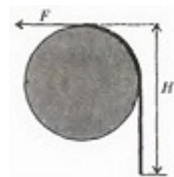
### Задача 76

Длинная тонкая цепочка перекинута через блок так, что ее правая часть свисает до пола, а левая лежит, свернувшись клубком, на уступе высотой  $H$ . Цепочку отпускают, и она приходит в движение. Найдите установившуюся скорость движения цепочки. Блок идеальный, цепочка неупругая.



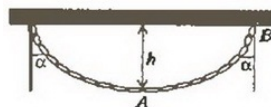
### Задача 77

Веревку длиной  $l$  и массой  $m$  кладут на гладкое горизонтальное бревно радиусом  $R$ , причем вначале веревку удерживают за верхний конец, прикладывая горизонтальную силу  $F$ , а затем отпускают. Определите: 1) значение силы  $F$ ; 2) ускорение веревки в первый момент.



### Задача 78

Цепочку массой  $m$  и длиной  $l$  подвесили за концы к потолку. При этом оказалось, что в местах закрепления цепочка образует углы  $\alpha$  с вертикалью. Найдите расстояние  $h$  от нижней точки цепочки до потолка.

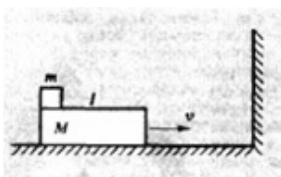


**Задача 79** Определите форму тяжелой нерастяжимой цепочки, подвешенной за концы на одной высоте, в однородном поле силы тяжести.

## 1.8 Теорема об изменении механической энергии

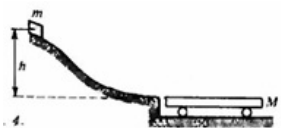
### Задача 80

На бруске длиной  $l$  массой  $M$ , расположенном на гладкой горизонтальной поверхности, лежит маленькое тело массой  $m$ . Коэффициент трения между телом и бруском  $\mu$ . С какой скоростью  $v$  должна двигаться система, чтобы после упругого удара бруска о стенку тело упало с бруска?



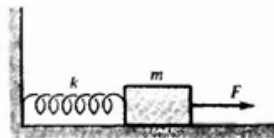
### Задача 81

Тело массой  $m$  съезжает с высоты  $h$  гладкой наклонной плоскости и начинает скользить по тележке массой  $M$ , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и тележкой  $\mu$ . На какое расстояние переместится тело относительно тележки?



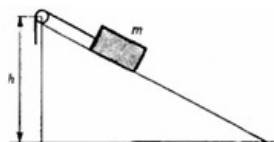
### Задача 82

На горизонтальной плоскости лежит тело массой  $m$ , соединенное с вертикальной стеной пружиной жесткостью  $k$ . В начальный момент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать постоянная сила  $F$ . Считая, что коэффициент трения между телом и плоскостью  $\mu$  и что  $F > \mu mg$ , найдите максимальное смещение тела от начального положения и максимальную скорость тела в процессе движения.



### Задача 83

Груз массой  $m$  медленно поднимают на высоту  $h$  по наклонной плоскости с помощью блока и троса. При этом совершается работа  $A$ . Затем трос отпускают, и груз скользит вниз. Найдите величину  $A$ , если известно, что скорость тела в конце спуска равна  $v$ .



**Задача 84** (2010) У основания наклонной плоскости находится брусок. Бруску сообщают некоторую начальную скорость, направленную вдоль плоскости вверх. На высоте  $h$  скорость бруска уменьшается до значения  $v_1$ . После абсолютно упругого удара о стенку, расположенную на высоте  $H > h$ , брусок скользит вниз, и на той же высоте  $h$  его скорость равна  $v_2 < v_1$ . Определите скорость бруска в момент удара о стенку.

## 1.9 Энергия и импульс

**Задача 85** На гладкой горизонтальной поверхности лежит небольшая шайба массы  $m$  и гладкая горка массы  $M$  высоты  $H$ . Какую минимальную скорость  $v$  надо придать шайбе, чтобы она смогла преодолеть барьер?

**Задача 86** (2012) Две лодки идут параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями  $v$ . Когда лодки встречаются, с одной лодки на другую перебрасывают груз массой  $m$ , а затем со второй лодки на первую перебрасывают такой же груз. В другой раз грузы перебрасывают из лодки в лодку одновременно. В каком случае скорости лодок после перебрасывания грузов будут больше? Масса каждой лодки без груза  $M$ .

**Задача 87** (2006) Лягушка массы  $m$  сидит на конце доски массы  $M$  и длины  $L$ . Доска плавает по поверхности пруда. Лягушка прыгает под

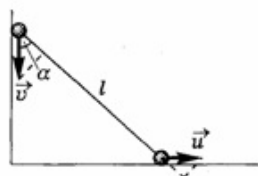
углом  $\alpha$  к горизонту вдоль доски. Какой должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она оказалась после прыжка на противоположном конце доски? Как изменится ответ, если 1) доска и лягушка сносятся течением со скоростью  $u$ , и лягушка прыгает по направлению против течения; 2) доска испытывает при своем движении постоянную силу сопротивления воды  $F$ ?

**Задача 88** (2001) Трактор массы  $m$  рывками перемещает груз массы  $M > m$ . Они соединены прочным нерастяжимым тросом длины  $L$ . В начальный момент трактор находится рядом с грузом. Сколько рывков надо сделать трактору, чтобы переместить его на расстояние  $s$ ? Считать, что коэффициент трения трактора и груза о землю одинаков.

**Задача 89** Два груза массы  $m$ , соединенные пружиной жесткостью  $k$ , находятся на гладком горизонтальном столе. Одному из тел сообщают скорость  $v$  и измеряют максимальное растяжение пружины. В ходе опыта пружина лопнула при растяжении, равном половине максимального. С какими скоростями после разрыва пружины грузы поедут по столу?

### Задача 90

Два тела малых размеров массой  $m$  каждое соединены стержнем пренебрежимо малой массы длиной  $l$ . Система из начального положения у вертикальной гладкой стены приходит в движение. Нижнее тело скользит без трения по горизонтальной поверхности, верхнее - по вертикальной. Найдите значение скорости нижнего тела, при котором верхнее оторвется от вертикальной стенки.



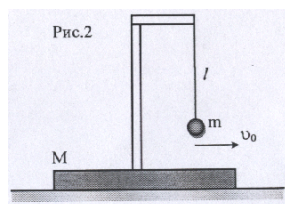
**Задача 91** (2002) Три одинаковых шарика массы  $m$  каждый, скрепленные вдоль прямой двумя невесомыми стержнями длиной  $l$ , вертикально поставили на гладкую горизонтальную плоскость. Найти скорость верхнего шарика в момент удара о плоскость.

**Задача 92** (2018) Студент стреляет из рогатки шариком массой 20 г, доводя усилие при растяжении резинки до 50 Н. При этом длина резинки увеличивается в три раза. Резника рогатки имеет общую длину в нерастянутом состоянии 30 см, сложена вдвое. 1) Определите скорость шарика пренебрегая массой резинки. 2) Определите скорость шарика, если масса резинки 50 г.

**Задача 93** (2018) Автомобиль движется с постоянной скоростью по горизонтальному шоссе. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, равна 60 кВт, эффективная площадь сопротивления автомобиля 0,7 м<sup>2</sup> (площадка соударений молекул воздуха с автомобилем, перпендикулярная скорости автомобиля). КПД бензинового двигателя 25%, удельная теплота сгорания бензина  $46 \cdot 10^6$  Дж/кг, плотность бензина 710 кг/м<sup>3</sup>. Температура окружающего воздуха 20° С, атмосферное давление  $10^5$  Па, молярная масса воздуха 29 г/моль. 1) Сколько литров бензина тратит автомобиль за 1 час? 2) С какой скоростью движется автомобиль?

### Задача 94

(2016) Платформа массой  $M$  стоит на гладкой горизонтальной плоскости. На платформе закреплен штатив, к которому на нити длиной  $l$  подвешен груз массы  $m$ . Грузу сообщают горизонтальную скорость  $v_0$ , при этом максимальный угол отклонения нити от вертикали не превышает 90°. 1) Определите максимальную высоту подъема груза. 2) Определите максимальную скорость платформы при качаниях груза. 3) Определите силу натяжения нити и момент времени, когда скорость платформы максимальна.

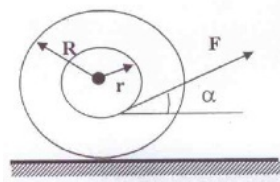


## 1.10 Вращательное движение твердого тела

**Задача 95** Определить ускорение тел и натяжение нити на машине Атвуда, предполагая, что  $m_2 > m_1$ . Момент инерции блока относительно геометрической оси равен  $I$ , радиус блока  $r$ . Массу нити считать пренебрежимо малой.

### Задача 96

(2010) На горизонтальной шероховатой поверхности лежит катушка ниток массой  $m$ . Ее момент инерции относительно собственной оси  $I$ , внешний радиус  $R$ , радиус намотанного слоя ниток  $r$ . Катушку без скольжения начали тянуть с постоянной силой  $F$ , направленной под углом  $\alpha$  к горизонту. Найти ускорение центра катушки.



**Задача 97** (2015) Гимнаст массы 80 кг, крутя солнышко на турнике, остановился и сделал стойку на руках (вверх ногами). Затем, немного

отклонившись, начал вращаться, удерживая тело а прямом положении. Оценить максимальную силу натяжения, возникающую в каждой руке гимнаста.

**Задача 98** Монета массы  $m$  и радиуса  $r$ , вращаясь в горизонтальной плоскости вокруг своей геометрической оси с угловой скоростью  $\omega$ , вертикально падает на горизонтальный диск и прилипает к нему. В результате диск приходит во вращение вокруг своей оси. Возникающий при этом момент сил трения в оси диска постоянен и равен  $M_0$ . Через какое время вращение диска прекратится? Сколько оборотов сделает диск до полной остановки? Момент инерции диска относительно его геометрической оси  $I_0$ . Расстояние между осями диска и монеты равно  $d$ .

**Задача 99** Каким участком сабли следует рубить лозу, чтобы рука не чувствовала удар? Саблю считать однородной пластиной.

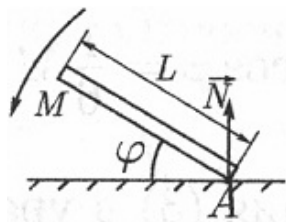
**Задача 100** Сплошной однородный короткий цилиндр радиуса  $R$ , вращающийся вокруг своей геометрической оси со скоростью  $\nu$  об/с, ставят в вертикальном положении на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов  $N$  сделает цилиндр, прежде чем вращение его полностью прекратится? Коэффициент трения скольжения между основанием цилиндра и поверхностью, на которую он поставлен, не зависит от скорости вращения и равен  $\mu$ .

**Задача 101** Однородный тонкий негнущийся стержень массой  $m$  поддерживается в горизонтальном положении двумя вертикальными опорами у концов стержня. В начальный момент времени  $t = 0$  одна из опор выбивается. Найти силу, которая действует на вторую опору сразу же после этого момента.



### Задача 102

Тонкий стержень массой  $M$  и длиной  $L$  свободно падает в вертикальной плоскости из начального положения, в котором угол между стержнем и горизонтальной плоскостью составлял  $30^\circ$ . Определите давление стержня на плоскость в момент удара, считая точку опоры стержня о плоскость неподвижной.



**Задача 103** Сплошной цилиндр без проскальзывания катится со скоростью  $v$  по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную поверхность с углом  $\alpha$ . Радиус цилиндра  $R$ . Найти максимальное значение скорости цилиндра, при которой он перейдет на наклонную плоскость без скачка. Скольжения нет.

**Задача 104** (2003) Обруч радиуса  $R$  бросают вперед со скоростью  $v_0$  и сообщают ему одновременно угловую скорость  $\omega_0$ . Определить минимальное значение угловой скорости  $\omega_{0\min}$ , при котором обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости  $v$ , если  $\omega_0 > \omega_{0\min}$ . Трением качения можно пренебречь.

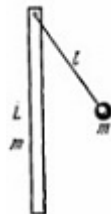
**Задача 105** (2008) Сплошной однородный цилиндр, ось которого горизонтальна, движется без вращения по гладкой горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном к его оси. В некоторый момент цилиндр достигает границы, где поверхность становится шероховатой и возникает постоянная (не зависящая от скорости) сила трения скольжения, а трение качения отсутствует. Каково будет движение цилиндра после перехода границы? Как распределится кинетическая энергия поступательного движения цилиндра?

**Задача 106** (2001) Пуля массы  $m$ , летящая горизонтально со скоростью  $v$ , попадает в покоящийся на шероховатой горизонтальной поверхности деревянный шар массой  $M \gg m$  и радиусом  $R$  на расстоянии  $l$  ниже центра масс и застревает в нем. Найти установившуюся скорость шара.

**Задача 107** (2004) Двум дискам радиусами  $R_1$  и  $R_2$  сообщили одну и ту же угловую скорость  $\omega_0$ , а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции относительно их осей вращения равны  $I_1$  и  $I_2$ . Найти приращение момента импульса системы и приращение ее механической энергии.

### Задача 108

Тонкий стержень массы  $m$  и длины  $L$  подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. К той же оси подвешен на нити длины  $l$  шарик такой же массы  $m$ . Шарик отклоняют на некоторый угол и отпускают. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.



**Задача 109** (2002) Шарик массой  $m$  подвешен на нерастяжимой нити длиной  $l$  и отклонен на малый угол от положения равновесия. В той же точке, что и нить, подвешен стержень длиной  $1.5l$ . Какова должна быть масса стержня  $M$ , чтобы в результате столкновения шарик остановился? Удар абсолютно упругий. Определить период колебаний шарика.

**Задача 110** (2007) На гладком горизонтальном столе лежит однородный твердый стержень длины  $l$  и массы  $M$ , в край которого ударяет твердый шарик массы  $m$ , движущийся со скоростью  $v_0$ , перпендикулярной к оси стержня. Считая удар идеально упругим и предполагая, что силы трения между поверхностью стола и лежащими на ней телами пренебрежимо малы, вычислить угловую скорость вращения стержня после удара.

**Задача 111** Шарик массой  $m$  летит со скоростью  $u_0$  навстречу покоящемуся стержню массой  $M = 2m$  и длиной  $2L$ . Направление движения шарика перпендикулярно стержню и удалено на расстояние  $l$  от его центра. После удара скорость шарика становится равной  $u_1$ , а стержня —  $V$ . При этом стержень начинает вращаться с угловой скоростью  $\omega$ . Требуется определить 1) при каком  $l$  шарик после удара остановится, а также 2) скорость шарика, стержня и угловую скорость вращения стержня, если шарик ударяет в конец стержня.

**Задача 112** Как надо ударить кием по бильярдному шару, чтобы при столкновении с другим (неподвижным) шаром 1) оба шара стали двигаться вперед (удар с накатом), 2) первый шар остановился, а второй двигался вперед (удар с остановкой), 3) второй шар двигался вперед, а первый откатился назад (удар с оттяжкой)? Предполагается, что удар наносится горизонтально в вертикальной плоскости, проходящей через центр шара и точку касания его с плоскостью бильярдного стола.

## 1.11 Решение дифференциальных уравнений

**Задача 113** Экспериментально установлено, что при движении пули массы  $m$  в деревянной доске сила сопротивления пропорциональна скорости пули по закону  $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$ . Какой путь пройдет пуля в доске до остановки, если начальная скорость пули  $v_0$ ?

**Задача 114** При движении тел в воздухе на них действует сила сопротивления пропорциональная квадрату скорости  $F = -\alpha v^2$ . По какому



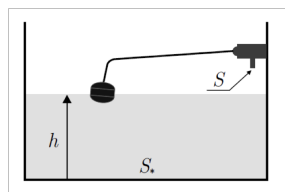
закону изменяются скорость и пройденный путь телом массы  $m$  при движении без начальной скорости?

**Задача 115** Стальной шарик падает с высоты  $h$  с нулевой начальной скоростью на стальную плиту. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости шарика, коэффициент пропорциональности  $k$ . Удар о плиту абсолютно упругий. На какую высоту  $\Delta h$  шарик не долетит до начального положения при первом отскоке?

**Задача 116** В начальный момент цепочка длиной  $L$  свисает над краем стола таким образом, что сила тяжести уравновешена силой трения. В результате небольшого смещения  $\varepsilon$  цепочка начинает скользить. Определить время  $T$ , за которое цепочка полностью соскользнет со стола. Коэффициент трения между цепочкой и поверхностью стола равен  $\mu$ .

### Задача 117

Бачок имеет форму параллелепипеда с площадью основания  $S^*$ . При его наполнении водой поднимается поплавок, который постепенно закрывает кран подачи воды. Для простоты будем считать, что с увеличением уровня воды  $h$  в бачке площадь отверстия крана уменьшается по линейному закону  $S = S_0(1 - h/h_{\max})$ . Скорость подачи воды постоянна и равна  $v$ . За какое время бачок полностью наполнится водой?

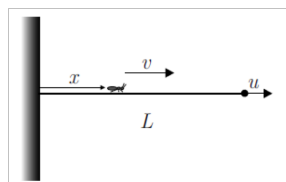


**Задача 118** В цилиндрическом баке с площадью основания  $S$  находится вода, уровень которой расположен на высоте  $h_0$ . Вблизи дна бака имеется небольшое отверстие площадью  $s$ . Как изменяется со временем уровень воды в баке при истечении из отверстия?

**Задача 119** Вывести дифференциальное уравнение вытекания жидкости из конического сосуда и определить полное время вытекания  $T$ . Радиус верхнего основания конического сосуда равен  $R$ , а радиус нижнего основания (отверстия)  $a$ . Начальная уровень жидкости составляет  $H$ .

### Задача 120

По длинному хорошо растяжимому жгуту, один конец которого прикреплен к стене, а другой оттягивается с постоянной скоростью  $u$ , ползет муравей. Скорость муравья относительно жгута постоянна и равна  $v$  и направлена в сторону движущегося конца жгута. Доберется ли муравей до конца жгута? За какое время? Начальная длина жгута  $L_0$ , муравей стартует от неподвижного конца.



### Задача 121

Небольшую шайбу  $A$  положили на наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha$  с горизонтом и сообщили начальную скорость  $v_0$ . Найти зависимость скорости шайбы от угла  $\varphi$ , если коэффициент трения  $k = \tan \alpha$  и в начальный момент  $\varphi_0 = \pi/2$ .



**Задача 122** Наклонная плоскость имеет угол  $\alpha$  с горизонтом. Тело, лежащее на наклонной плоскости, толкнули в горизонтальном направлении с начальной скоростью  $v_0$ . Коэффициент трения тела о плоскость равен  $\mu = k \tan \alpha$  ( $k > 1$ ). Через какое время тело остановится и какой путь пройдет до остановки?

**Задача 123** С вертикальной скалы высотой  $H$  брошен горизонтально со скоростью  $v_0$  камень массой  $m$ . Спустя некоторое время он стал двигаться с постоянной скоростью. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, найти расстояние по горизонтали  $L$ , на которое камень удалится от скалы в момент падения, и время движения  $t$ .

**Задача 124** (2007) Бусинка находится в наинизшей точке вертикально расположенной неподвижной шероховатой окружности радиуса  $R$ . Какую минимальную скорость надо сообщить бусинке, чтобы она достигла горизонтального диаметра окружности? Коэффициент трения равен  $\mu$ .

**Задача 125** (2008) Сферическая капля воды движется в однородном поле тяжести в среде, в которой за счет конденсации происходит увеличение массы капли, пропорциональное ее поверхности с коэффициентом пропорциональности  $\alpha$ . Найти скорость капли в зависимости от времени, если в начальный момент времени капля была неподвижна, ее масса равнялась  $m_0$ . Плотность воды  $\rho$ .

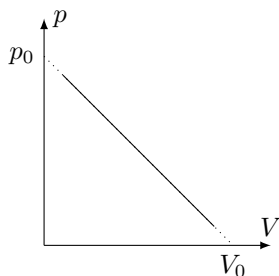
**Задача 126** (2008) В данной плоскости движутся две точки: точка 1 движется по прямой с постоянной скоростью  $v_1$ , а точка 2 — с постоянной по модулю скоростью  $v_2$ , направленной все время на точку 1. Найти траекторию точки 2 и координату места встречи 1 и 2. Считать, что в начальный момент времени расстояние между точками  $y_0$  и  $\vec{v}_2 \perp \vec{v}_1$ .

## Глава 2

# Молекулярная физика

### 2.1 Газовые законы

**Задача 127** (2001) Какой максимальной температуры достигнет 1 моль идеального газа в процессе, изображенном на рисунке?



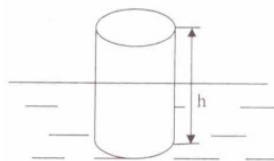
**Задача 128** Найдите максимальную температуру идеального газа в процессе, протекающем по закону  $P = P_0 - \alpha V^2$ , где  $P_0$  и  $\alpha$  – положительные постоянные,  $V$  – объем одного моля.

**Задача 129** (2010) Посередине откаченной и запаянной с обоих концов горизонтально расположенной трубки длины  $L$  находится столбик ртути длины  $h$ . Если трубку поставить вертикально, столбик ртути сместится на расстояние  $x$ . Какое первоначальное давление в трубке? Плотность ртути  $\rho$ .

**Задача 130** (2013) В баллон, вместимостью  $V$ , при давлении  $p$  нагнетают воздух. За какое время  $t$  он будет накачан до давления  $p_n$ , если компрессор за время  $\tau$  засасывает объем  $V_0$  атмосферного воздуха? Температуру считать неизменной, а атмосферное давление равным  $p_0$ . Как изменится ответ, если воздух откачивать из баллона?

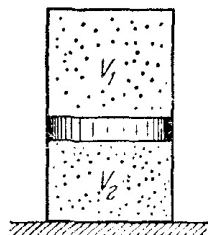
**Задача 131**

(2012) На поверхности жидкости плотностью  $\rho$  плавает тонкостенный цилиндрический стакан высотой  $h$ , наполовину погруженный в жидкость. На какую глубину  $h_1$  погрузится стакан в жидкость, если его осторожно положить на поверхность жидкости вверх дном? На какую глубину  $h_2$  нужно утопить перевернутый вверх дном стакан, чтобы он вместе с заключенным в нем воздухом пошел ко дну? Давление атмосферы  $p_0$ .



**Задача 132**

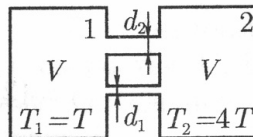
В вертикальном закрытом сосуде имеется поршень, который может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находятся одинаковые массы одного и того же газа. При температуре  $T$  объем верхней части в  $n$  раз больше, чем объем нижней. Каким будет соотношение этих объемов, если повысить температуру до значения  $T_2$ ?



## 2.2 Молекулярно-кинетическая теория

### Задача 133

Два сосуда одинакового объема соединены трубками. Диаметр одной из трубок велик, а другой мал по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул газа, находящегося в сосудах. Первый сосуд поддерживается при температуре  $T$ , а второй при температуре  $4T$ . В каком направлении будет перетекать газ по узкой трубке, если перекрыть широкую трубку? Какая масса газа перейдет при этом из одного сосуда в другой, если общая масса газа в обоих сосудах равна  $M$ ?



### Задача 134

Теплоизолированная полость небольшими малыми одинаковыми отверстиями соединена с двумя объемами, содержащими газообразный гелий. Давления в этих объемах поддерживаются одинаковыми и равными  $P$ , а температуры поддерживаются равными в одном из объемов  $T$ , в другом  $2T$ . Найдите установившиеся давление и температуру внутри полости.

$P, T$	$p_0 - ?$	$p, 2T$
1	$T_0 - ?$	2

**Задача 135** Плоская поверхность нагрета неравномерно, так что вдоль нее поддерживается градиент температуры  $dT/dx$ . В этих условиях газ, примыкающий к поверхности, приходит в движение вдоль поверхности. Это явление называют тепловым скольжением. Объясните его механизм и оцените скорость теплового скольжения. Необходимые параметры считать известными.

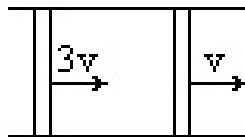
**Задача 136** (2008) Оценить по порядку величины установившуюся скорость, с которой будет двигаться в сильно разреженном воздухе плоский диск, одна из сторон которого нагрета до температуры  $T_1$ , а другая до температуры  $T_2$ ,  $T_1 > T_2$ . Температура воздуха равна  $T$ .

**Задача 137** (2009) Каково должно быть максимальное значение температурного градиента  $dT/dz$  атмосферного воздуха, чтобы он мог находиться в устойчивом механическом равновесии? Воздух считать двухатомным газом с относительной молекулярной массой  $\mu$ . Ускорение свободного падения  $g$  не зависит от высоты над поверхностью земли.

## 2.3 Закон сохранения энергии

### Задача 138

(2004) В длинной теплоизолированной трубке между одинаковыми поршнями массы  $m$  находится 1 моль одноатомного идеального газа при температуре  $T_0$ . В начальный момент скорости поршней направлены в одну сторону и равны  $v$  и  $3v$ . До какой максимальной температуры нагреется газ? Поршни тепло не проводят, массой газа по сравнению с массой поршней пренебречь.

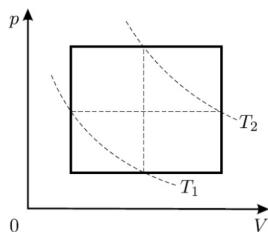


**Задача 139** В длинной горизонтальной трубе могут скользить без трения два поршня, массы которых  $m$  и  $2m$ . Между ними находится некоторое количество одноатомного газа при давлении  $p$  и объеме  $V$ . В этот момент легкий поршень движется к тяжелому со скоростью  $v_0$ , тяжелый поршень покоится. Оцените максимальную скорость тяжелого поршня.

**Задача 140** (2003) Внутри закрытого теплоизолированного цилиндра с идеальным газом находится легкоподвижный теплопроводящий поршень. При равновесии поршень делит цилиндр на две равные части и температура газа равна  $T_0$ . Поршень начали медленно перемещать. Найти температуру газа как функцию отношения  $\eta$  объема большей части к объему меньшей части. Показатель адиабаты газа  $\gamma$ .

### Задача 141

Найдите КПД тепловой машины, цикл которой состоит из двух изохор и двух изобар, а рабочим телом является идеальный одноатомный газ. Середины нижней изобары и левой изохоры лежат на изотерме, соответствующей температуре  $T_1$ , а середины верхней изобары и правой изохоры – на изотерме, соответствующей температуре  $T_2$ .



**Задача 142** (2014) В вертикальном цилиндрическом сосуде с теплопроницаемыми стенками под поршнем массы  $m = 100$  г находится 5 моль неона (молярная масса 20 г/моль). В начальный момент поршень закреплен. После того, как поршень освободили, объем газа увеличился в 2 раза. Определите конечную температуру газа, если его начальная температура

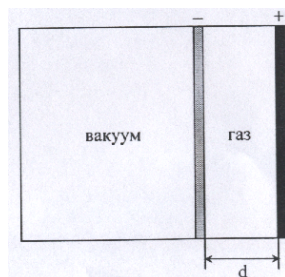
равна  $T_0 = 300$  К. Считайте, что над поршнем вакуум. Трением между поршнем и стенками сосуда отсутствует.

**Задача 143** (2015) В высоком теплоизолированном цилиндре под поршнем находится гелий. Над поршнем — вакуум. Поршню толчком сообщают скорость  $2$  м/с. На сколько выше или ниже начального положения окажется поршень после прихода системы в равновесие? Трением и теплообменом с внешней средой пренебречь.

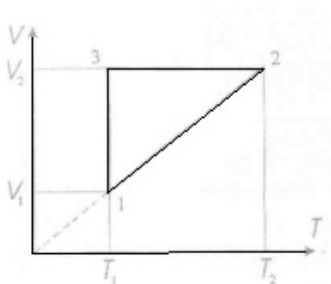
### Задача 144

(2016) В цилиндрическом сосуде с диэлектрическими стенками между металлическим основанием и металлическим поршнем находится двухатомный идеальный газ. Поршень и основание являются обкладками конденсатора, заряженного до напряжения  $U$  и отключенного от источника питания. В равновесии расстояние между поршнем и основанием цилиндра равно  $d$  (много меньше радиуса цилиндра). Площадь сечения сосуда равна  $S$ , слева от поршня - вакуум.

1) Определите отношение внутренней энергии газа и энергии электрического поля конденсатора. 2) Какое количество теплоты нужно сообщить газу для того, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками в 2 раза?



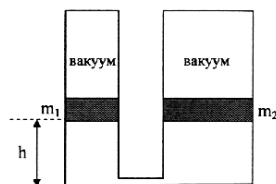
**Задача 145** (2002) Чему равна работа 1 моля идеального газа в круговом процессе, показанном на рисунке? Температуры  $T_1$  и  $T_2$  известны.



### Задача 146



(2017) Идеальный одноатомный газ в количестве 0,1 моль находится под массивными поршнями в двух сообщающихся сосудах. Сосуды закрыты и откачаны, т.е. над поршнями вакуум. Массы поршней  $m_1 = m_2 = 10$  кг, площади поперечного сечения поршней  $S_1 = 10$  см<sup>2</sup>,  $S_2 = 20$  см<sup>2</sup>. В начальный момент времени первый поршень свободен, а второй — зафиксирован, поршни находятся на одинаковой высоте  $h_1 = 80$  см. 1) Определите начальную температуру газа. 2) До какой температуры нагреется газ, если ему квазистатически сообщить тепло 100 Дж? 3) Определите температуру газа, которая установится, если в начальный момент времени сосуды теплоизолировать и освободить второй поршень. Трение отсутствует. Сосуды высокие, объемом очень тонкой перегородки, соединяющей сосуды, пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



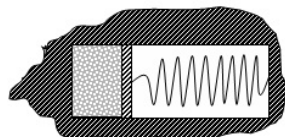
## 2.4 Теплоемкость

**Задача 147** (1998) Имеется идеальный газ, теплоемкость которого при постоянном объеме равна  $C_V$ . Найдите молярную теплоемкость этого газа как функцию объема, если давление газа меняется по закону  $p = p_0 e^{\alpha V}$  ( $p_0$  и  $\alpha$  известны).

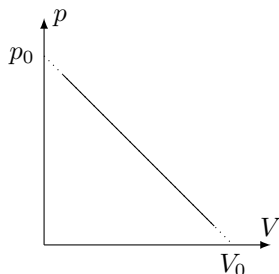
**Задача 148** Для идеального газа с заданным показателем адиабаты  $\gamma$  найдите уравнение процесса (в координатах  $V, T$ ), при котором теплоемкость зависит от температуры по закону  $C = \alpha T^2$ .

**Задача 149**

(2005) В расположенном горизонтально цилиндре слева от закрепленного поршня находится один моль идеального газа, в правой части цилиндра - вакуум. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой, находится первоначально в недеформированном состоянии. Поршень освобождают, и после установления равновесия объем, занимаемый газом, увеличивается в  $\alpha$  раз. Как изменились при этом температура и давление газа? Теплоемкостями цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Найти теплоемкость газа.



**Задача 150** (2001) Вычислить молярную теплоемкость  $C(V)$  идеального газа, совершающего процесс, показанный на рисунке. Показатель адиабаты  $\gamma$  считать известным.



## Глава 3

# Электричество

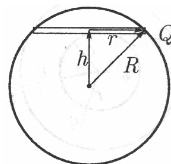
### 3.1 Электростатика

**Задача 151** Два маленьких шарика, массы которых  $m$  и  $M$ , заряжены одинаковыми зарядами  $q$  и удерживаются на расстоянии  $L$  друг от друга. Шарики отпускают, и они начинают разлетаться. Найти скорости шариков после разлета на большое расстояние. Найти скорости шариков после разлета на расстояние  $7L$ .

**Задача 152** Точечный заряд  $q$  находится между двумя заземленными проводящими концентрическими сферами радиусами  $a$  и  $b$  на расстоянии  $r$  от центра ( $a < r < b$ ). Найти полные индуцированные на сферах заряды. Рассмотреть все возможные предельные случаи.

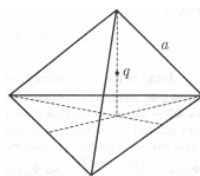
#### Задача 153

Заряженный металлический шар радиуса  $R$  разрезан на две части по плоскости, отстоящей от центра на расстояние  $h$ . Найти силу, с которой отталкиваются эти части. Исходный заряд шара  $Q$ .



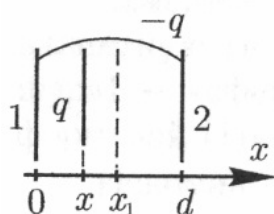
#### Задача 154

Грани правильного тетраэдра со стороной  $a$  равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . В центр тетраэдра помещен точечный заряд  $q$ . Найти силу, с которой точечный заряд действует на одну из граней тетраэдра.



### Задача 155

Две большие проводящие пластины 1 и 2 расположены на расстоянии  $d$  друг от друга, а между ними на расстоянии от пластины 1 находится проводящая пластина с зарядом  $q$ . Крайние пластины соединены проводником и имеют заряд  $-q$ . Какой заряд пройдет по проводнику, соединяющему крайние пластины, если пластину с зарядом  $q$  переместить из положения  $x$  в положение с координатой  $x_1$ .

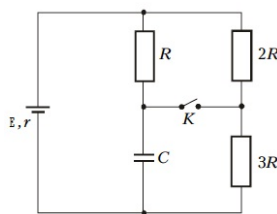


**Задача 156** (2017) В вакууме относительно некоторой ИСО покоится однородное тонкое кольцо радиуса  $R$ , массой  $3m$  и равномерно распределенным зарядом  $q$ . Какую минимальную скорость в этой ИСО должна иметь частица массой  $m$  и зарядом равным по знаку и величине заряду кольца, чтобы, двигаясь вдоль оси кольца с очень большого расстояния, достичь его центра? Рассмотрите два случая: а) кольцо закреплено; б) кольцо свободное.

## 3.2 Конденсаторы

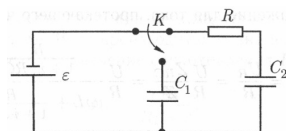
### Задача 157

В электрической схеме, изображенной на рисунке, в начальный момент времени ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен. Параметры схемы указаны на рисунке. Определите начальные токи через резисторы и через батарею сразу после замыкания.



### Задача 158

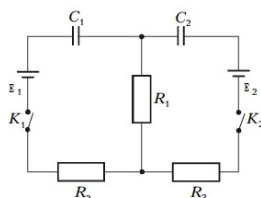
Батарея с ЭДС, равной  $\mathcal{E}$ , конденсаторы емкостями  $C_1$  и  $C_2$  и резистор сопротивлением  $R$  соединены так, как показано на рисунке. Найдите количество теплоты  $Q$ , выделяющееся на резисторе после переключения ключа  $K$ .



**Задача 159** По какому закону изменяется ток через изначально незаряженный конденсатор емкости  $C$ , подключенный к источнику тока  $U$  через сопротивление  $R$ ?

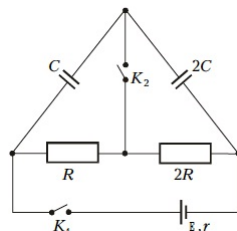
### Задача 160

Две батареи включены в схему, изображенную на рисунке (сопротивления всех резисторов равны  $R$ ). Первоначально конденсаторы не заряжены, а ключи разомкнуты. Ключи одновременно замыкают. 1) Найти начальный ток через резистор  $R_1$ . 2) Какое количество теплоты выделится во всей схеме после замыкания ключей?



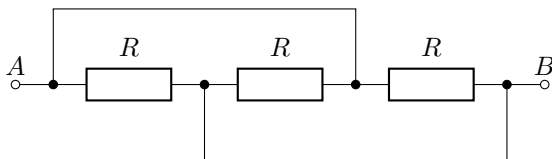
### Задача 161

В схеме на рисунке ключи разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Ключ  $K_1$  замыкают, оставляя ключ  $K_2$  разомкнутым. 1) Какие напряжения установятся на конденсаторах? 2) Какой заряд протечет через ключ  $K_2$  при замыкании?



## 3.3 Постоянный электрический ток

**Задача 162** Найти сопротивление цепи между точками  $A$  и  $B$ . Сопротивление каждого резистора известно и равно  $R$ .



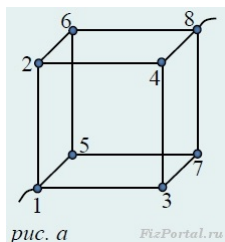
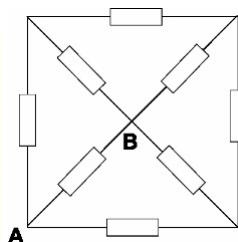
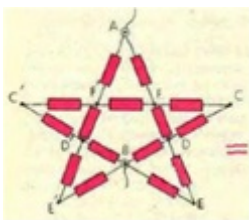


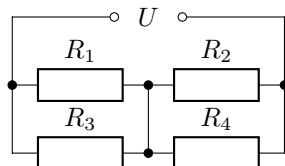
рис. а

FizPortal.ru



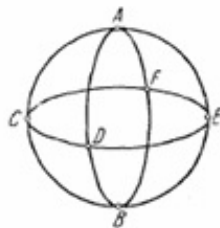
### Задача 163

Сопротивления резисторов  $R_1 = 1 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 4 \text{ Ом}$ . Напряжение источника тока  $U = 1 \text{ В}$ . Найдите ток, который течет через перемычку.

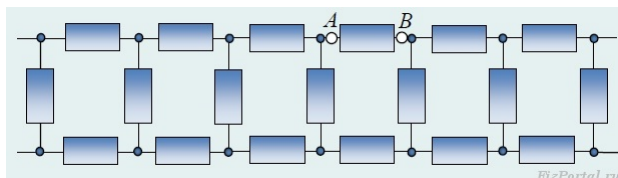


### Задача 164

Три одинаковых медных кольца радиуса  $r$  соединены так, как показано на рисунке. Найдите сопротивление полученной таким образом фигуры, внешнее напряжение подано к точкам А и В. Удельное сопротивление меди  $\rho$ , диаметр проволоки  $d$ .



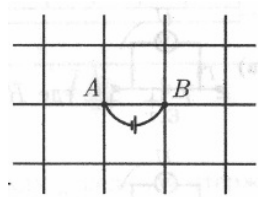
**Задача 165** Найдите эквивалентное сопротивление между точками А и В бесконечной цепочки, которая состоит из одинаковых резисторов сопротивлением  $R$  каждый.



FizPortal.ru

### Задача 166

Из бесконечной проводящей квадратной сетки, каждое звено которой имеет сопротивление  $R$ , удалили одно звено  $AB$ . Найдите сопротивление сетки между точками  $A$  и  $B$ .

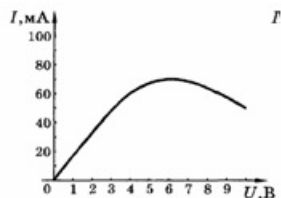


**Задача 167** Имеется  $n$  клемм, каждая из которых соединена со всеми остальными клеммами одинаковыми проводниками сопротивлением  $R$ . Найдите сопротивление между любыми двумя клеммами.

**Задача 168** Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник вскипает через 10 мин, при включении другой – через 15 мин. Через какое время чайник вскипит, если эти две обмотки включить вместе параллельно, последовательно?

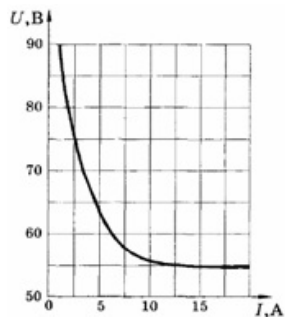
### Задача 169

На рисунке представлен график зависимости силы тока от напряжения на нелинейном резисторе. Определите силу тока в цепи при подключении этого резистора к источнику тока с напряжением 10 В и добавочным сопротивлением 100 Ом.



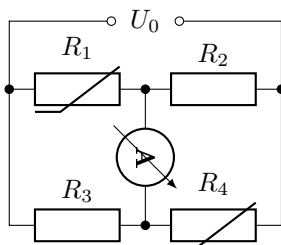
### Задача 170

На рисунке приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором. При каком максимальном значении сопротивления резистора дуга может гореть при напряжении источника  $U = 85$  В?



### Задача 171

Схема, изображенная на рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов  $R_2$  и  $R_3$  сопротивлением  $R$  каждый и двух одинаковых нелинейных резисторов  $R_1$  и  $R_4$ , вольтамперная характеристика которых имеет вид  $U = \alpha I^2$ . При каком напряжении источника питания  $U_0$  сила тока через гальванометр равна нулю?

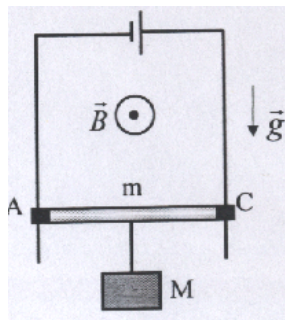


**Задача 172** (2018) Проволочный предохранитель перегорает при напряжении 300 В. При каком напряжении будет перегорать предохранитель, если его длину увеличить в 3 раза, а диаметр – в 2 раза?

### 3.4 Сила Ампера

#### Задача 173

(2016) На рисунке представлена модель электродвигателя. Замкнутый контур образован двумя вертикальными рейками, между концами которых включен источник постоянного тока с ЭДС  $\mathcal{E}$ , а другие концы замкнуты перемычкой сопротивлением  $R$  и длиной  $L$ . Перемычка за счет скользящих контактов может без трения скользить вдоль реек. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , направленной горизонтально. Известно, что если к перемычке подвесить груз массы  $M$ , она будет в состоянии равновесия. 1) Определите массу  $m$  перемычки. 2) Определите установившуюся скорость ненагруженной перемычки. Сопротивлением реек и внутренним сопротивлением источника пренебречь.

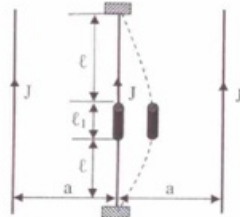


**Задача 174** (2003) Металлический стержень массой  $m$  и длиной  $L$  подвешен на двух легких проводах длиной  $l$  в магнитном поле с индукцией  $B$ , вектор которой направлен вертикально. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью  $C$ , заряженный до напряжения  $U$ . Сопротивление стержня и проводов пренебрежимо мало. Найти максимальный угол отклонения проводов от вертикали, если разрядка конденсатора происходит за очень малое время.



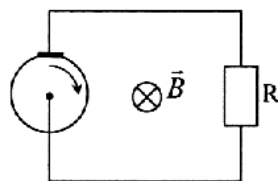
### Задача 175

(2010) Посередине между двумя жестко закрепленными проводниками с током на расстоянии  $a$  расположен груз массы  $m$ , представляющий собой цилиндрическую железную трубку длиной  $l_1$  и укрепленный с помощью упругих растяжек длиной  $l$ . Магнитная проницаемость железа  $\mu$ . Внутри растяжек установлен еще один проводник. По всем трем проводникам течет ток  $I$ . Определите собственную частоту свободных колебаний груза, считая, что в процессе колебаний натяжение растяжек  $T_0$  не изменяется. Определить зависимость критического значения силы тока от натяжения растяжек, считая критическим значением такое значение, при котором колебания в системе невозможны.



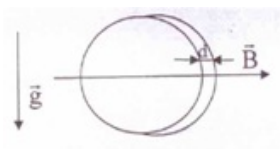
### Задача 176

(2017) Одна из моделей генератора постоянного тока представляет собой проводящий диск, который вращается в однородном магнитном поле с индукцией, направленной перпендикулярно плоскости вращения диска. Если концы некоторого проводника сопротивлением  $R$  присоединить к центру диска и через скользящий контакт к его ободу, то в цепи возникнет электрический ток. 1) Объясните возникновение электрического тока и найдите силу тока, если радиус диска  $r = 10$  см, частота вращения диска  $\nu = 40$  об/с, индукция магнитного поля  $B = 0,1$  Тл, сопротивление нагрузки  $R = 0,5$  Ом. 2) Какая мощность затрачивается для поддержания вращения диска? 3) Какой момент силы относительно оси вращения нужно прикладывать к диску? Сопротивлениями диска и контактов пренебречь.



### Задача 177

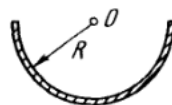
(2009) Медная монета массой  $m$  радиусом  $R$  и толщиной  $d$  движется в поле силы тяжести в однородном магнитном поле  $B$ . Вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси монеты и перпендикулярно ускорению свободного падения. Найти ускорение монеты.



### 3.5 Закон Био-Савара-Лапласа

#### Задача 178

(1998) Ток  $I$  течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса  $R$ . Найти магнитную индукцию на оси  $O$ .



#### Задача 179

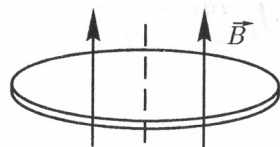
Найти модуль и направление силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током  $I$  в точке  $O$ , если проводник изогнут так, как показано на рисунке.



### 3.6 Теорема о циркуляции индукции магнитного поля

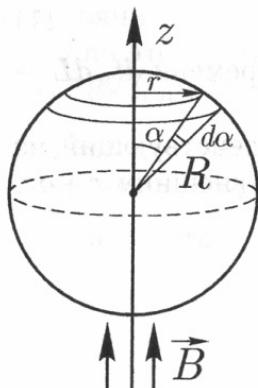
#### Задача 180

Однородный диэлектрический диск массой  $m$  радиуса  $R$ , равномерно заряженный с полным зарядом  $q$ , помещен в однородное магнитное поле с индукцией  $B$ . Какую угловую скорость получит диск, если выключить магнитное поле?



#### Задача 181

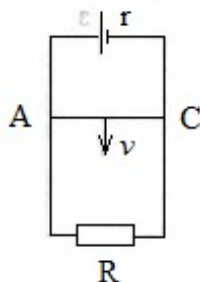
По поверхности жесткой непроводящей однородной сферы массой  $m$  равномерно распределен заряд  $q$ . Сфера может свободно вращаться вокруг своей вертикальной оси. В начальный момент сфера покоилась, а магнитное поле было равно нулю. Найти, как меняется со временем угловая скорость сферы при включении однородного магнитного поля, сонаправленного с осью вращения сферы и меняющегося во времени по заданному закону  $B(t)$ .



### 3.7 Электромагнитная индукция

#### Задача 182

(1998) По двум вертикальным рейкам, соединенным внизу сопротивлением  $R$  и вверху источником с ЭДС  $\mathcal{E}$  и внутренним сопротивлением  $r$ , без трения скользит проводник  $AC$ , длина которого  $L$ , масса  $m$ . Система находится в однородном магнитном поле с индукцией  $B$ , направленной за рисунок. Найдите установившуюся скорость проводника в поле силы тяжести, пренебрегая трением и сопротивлением реек и проводника.



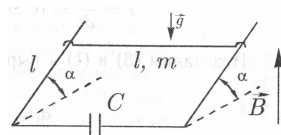
**Задача 183** (2001) Две параллельные медные шины наклонены к горизонту под углом  $\alpha$ . По ним скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы  $m$ . Шины замкнуты катушкой с индуктивностью  $L$ . Система находится в однородном магнитном поле индукции  $B$ , перпендикулярном плоскости, в которой движется перемычка. Коэффициент трения перемычки о шины равен  $\mu$ . Каков будет характер движения перемычки? Сопротивлением шин, перемычки и катушки пренебречь.

**Задача 184** (2004) Металлический стержень массы  $m$  и длины  $L$  подвешен горизонтально на двух легких проводах длиной  $h$  в магнитном поле, индукция которого  $B$  направлена вертикально вниз. К точкам крепления

проводов подключен конденсатор емкостью  $C$ . Стержень вывели из положения равновесия и отпустили. Определить период малых колебаний стержня  $T$ . Сопротивлением стержня и проводов пренебречь.

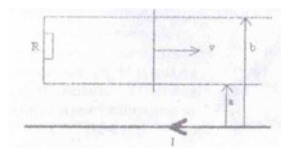
### Задача 185

По двум параллельным металлическим направляющим, наклоненным под углом  $\alpha$  к горизонту и расположенным на расстоянии  $l$  друг от друга, может скользить без трения металлическая перемычка массой  $m$ . Направляющие замкнуты снизу на незаряженный конденсатор емкостью  $C$ , и вся конструкция находится в магнитном поле, индукция которого  $B$  направлена по вертикали. В начальный момент перемычку удерживают на расстоянии  $l$  от основания "горки". Определите время  $t$ , за которое перемычка достигнет основания "горки" после того, как ее отпустят. Омическим сопротивлением и индуктивностью контура пренебречь.



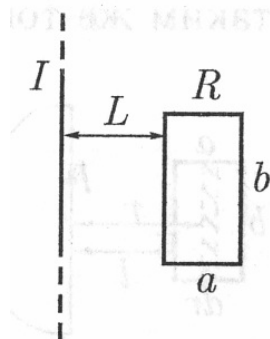
### Задача 186

(2001) На расстоянии  $a$  и  $b$  от длинного прямого провода с током  $I$  расположены два параллельных ему провода, замкнутые с одной стороны сопротивлением  $R$ . По проводам без трения перемещаются с постоянной скоростью  $v$  стержень-перемычку. Пренебрегая сопротивлением проводов, стержня и контактов, найдите силу, необходимую для поддержания постоянства скорости. На каком расстоянии от ближнего провода нужно приложить силу, чтобы избежать вращения стержня?



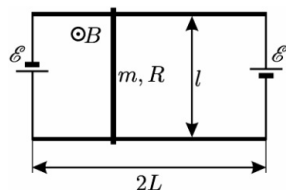
### Задача 187

(2002) Прямоугольная рамка со сторонами  $a$  и  $b$  находится в одной плоскости с прямым проводником, по которому течет ток  $I$ , на расстоянии  $L$  от него. Какой импульс получит рамка при выключении тока в проводе, если активное сопротивление рамки равно  $R$ , а реактивным сопротивлением ее можно пренебречь? Считать, что за время передачи импульса рамка заметно не перемещается.



### Задача 188

Параллельные рельсы длиной  $2L$  закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии  $l$  друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС  $\mathcal{E}$ . На рельсах лежит перемычка массы  $m$ , которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией  $B$ . Считая, что сопротивление перемычки равно  $R$ , а сопротивление единицы длины каждого из рельсов равно  $\rho$ , найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.



**Задача 189** (2015) Проводящая квадратная рамка пересекает область однородного магнитного поля с шириной  $d$ , линии напряженности которого перпендикулярны плоскости рамки. При этом скорость рамки, равная  $v_0$  до входа в магнитное поле уменьшается в 2 раза. Масса рамки равна  $m$ , сопротивление рамки —  $R$ , величина вектора магнитной индукции —  $B$ . 1) Объясните, почему в рамке при пересечении магнитного поля выделяется тепло и найдите его. 2) Определите длину стороны рамки  $a$  предполагая, что  $a < d$ . 3) Определите длину стороны рамки  $a$  предполагая, что  $a > d$ .

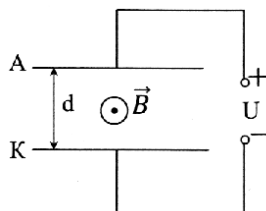
### 3.8 Движение заряженных частиц

**Задача 190** Заряженная частица массы  $m$  зарядом  $q$  влетает в магнитное поле  $B$  под углом  $\alpha$  со скоростью  $v$ . По какой траектории движется частица? Каков пространственный период витка (шаг спирали)?

**Задача 191** По обмотке длинного цилиндрического соленоида радиуса  $R$  протекает постоянный ток, создающий внутри соленоида однородное магнитное поле с индукцией  $B$ . Между витками соленоида в него влетает по радиусу (перпендикулярно оси соленоида) электрон со скоростью  $v$ . Отклоняясь в магнитном поле, электрон спустя некоторое время покинул соленоид. Определите время движения внутри соленоида.

#### Задача 192

(2018) Вакуумный диод представляет собой две металлические пластины – катод и анод. Между пластинами имеется однородное магнитное поле с индукцией  $B$ , параллельной плоскости пластин (направленной из плоскости чертежа). Расстояние между пластинами  $d$ . Из катода вылетают электроны. 1) При каких начальных скоростях все электроны не смогут достичь анода при  $U = 0$ ? 2) При каких напряжениях  $U$  все электроны не смогут достичь анода при нулевой начальной скорости?



**Задача 193** (2014) Незаряженная неподвижная частица распалась в однородном магнитном поле с индукцией  $B$  на две частицы с массами  $m_1$  и  $m_2$  и зарядами  $+q$  и  $-q$ . Найдите время, через которое произойдет соударение частиц. Кулоновским взаимодействием между частицами пренебречь.

**Задача 194** (2008) Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряженность  $H$  которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую трубку из электронной пушки с составляющей скорости  $u$  вдоль оси трубки и составляющей скорости  $v_0$  перпендикулярно оси. При какой длине  $L$  трубки все электроны фокусируются в одной точке экрана?

**Задача 195** (2012) Две заряженные частицы движутся в однородном магнитном поле  $B$ , причем  $q_1/m_1 = q_2/m_2$ . Написать уравнения движения центра масс и уравнение относительного движения.

**Задача 196** (2013) Заряд  $q$  движется в поле магнитного монополя  $\vec{B} = \alpha \vec{r}/r^3$ . Найдите интеграл движения, следующий из закона изменения момента импульса заряда.

**Задача 197** Частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  движется с начальной скоростью  $v_0$  в вязкой среде в поперечном магнитном поле с индукцией  $B$ . Сила сопротивления  $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$ , где  $\gamma$  - константа. На каком расстоянии от начальной точки частица остановится?

**Задача 198** (2007) Частица с зарядом  $q$  и массой  $m$  движется в постоянных однородных скрещенных полях  $\vec{E} \perp \vec{H}$  в среде с малым линейным сопротивлением  $\vec{F} = -\gamma \vec{v}$ . Найти скорость частицы вдоль поля  $\vec{E}$ , усредненную по периоду.

**Задача 199** На магнитный барьер, задаваемый в пространстве статическим магнитным полем  $\vec{B} = \left(0, 0, \frac{B_0}{\cosh^2(ky)}\right)$ , где  $k$  – константа, из бесконечности налетает протон с начальной скоростью  $\vec{v}_{-\infty} = (0, v_0, 0)$ ,  $\vec{r}_{-\infty} = (0, -\infty, 0)$ . Оцените минимальную скорость, которую должен иметь протон, чтобы преодолеть барьер и уйти на бесконечность.

**Задача 200** (2005) Магнетрон – это прибор, состоящий из нити накала радиуса  $a$  и коаксиального цилиндрического анода радиуса  $b$ , которые находятся в однородном магнитном поле параллельном нити. Между нитью и анодом приложена ускоряющая разность потенциалов  $U$ . Найти минимальное значение индукции магнитного поля  $B$ , при котором электроны, вылетающие с нулевой начальной скоростью из нити, не будут достигать анода.

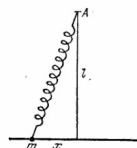
## Глава 4

# Колебания

### 4.1 Механические колебания

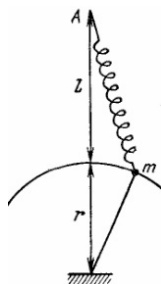
#### Задача 201

Найдите частоту колебаний точки с массой  $m$ , способной двигаться по прямой и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке  $A$  на расстоянии  $l$  от прямой. Пружина, имея длину  $l$ , натянута с силой  $F$ .



#### Задача 202

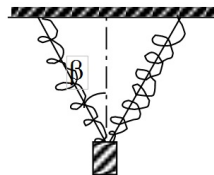
Найдите частоту колебаний точки с массой  $m$ , способной двигаться по окружности радиуса  $r$  и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке  $A$ , кратчайшее расстояние от точки  $A$  до окружности равно  $l$ . Пружина, имея длину  $l$ , натянута с силой  $F$ .



#### Задача 203



(2007) С какой частотой  $\omega_0$  будет совершать малые вертикальные колебания в поле тяжести груз массы  $m$ , подвешенный на двух одинаковых пружинах жесткости  $k$ , образующих в равновесии углы  $\beta$  с вертикалью?



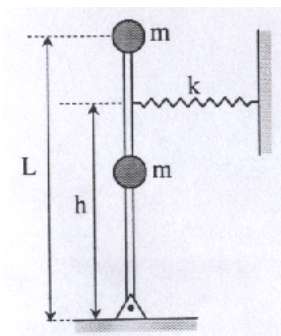
### Задача 204

Найти круговую частоту малых колебаний тонкого стержня массы  $m$  и длины  $l$  вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$ . Жесткость пружины  $k$ . В положении равновесия стержень вертикален.



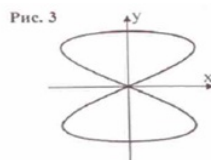
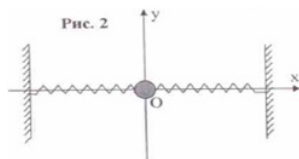
### Задача 205

(2016) Студент университета Пружинкин, увлекающийся физическим экспериментом (и не очень любящий теорию) смонтировал в физической лаборатории маятник. Маятник представлял собой очень легкий шарнирно закрепленный стержень длины  $l = 50$  см (шарнир в нижней точке стержня), на котором были закреплены два одинаковых шарика с массами по  $m = 0,9$  кг: один шарик – в середине стержня, а другой на верхнем его конце. Между стержнем и вертикальной неподвижной стенкой на высоте  $h = 3l/4$  от шарнира студент закрепил горизонтальные пружинки различной жесткости. В положении равновесия деформация пружинок была равна нулю. Для того, чтобы построить экспериментальный график зависимости периода малых колебаний от жесткости, студент изготовил для опытов пять пружинок с известными жесткостями  $k = 10, 20, 30, 40, 50$  Н/м. Выведите выражение для периода колебаний маятника и предскажите результаты опытов Пружинкина.



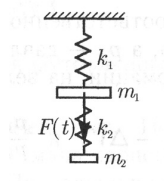
**Задача 206** (2015) На гладкой горизонтальной поверхности находится грузик, прикрепленный двумя одинаковыми пружинами к стенкам (рис. 2, вид сверху). В положении равновесия грузика пружины имеют одина-

ковое растяжение  $\Delta l$ . 1) В первом случае груз совершает малые колебания вдоль оси  $x$ . Как зависит период этих колебаний от величины  $\Delta l$ ? 2) Во втором случае траектория грузика, совершающего малые колебания, изображена на рис. 3 (в увеличенном виде). Определите  $\Delta l$ , если длина пружин в нерастянутом состоянии  $l = 15$  см. Во всех случаях выполняется закон Гука.



### Задача 207

Схема динамического поглотителя колебаний представлена на рисунке. На первую массу действует гармоническая сила  $F(t) = F_0 \sin \omega t$ . При каких условиях амплитуда вынужденных колебаний первой массы будет равна нулю?

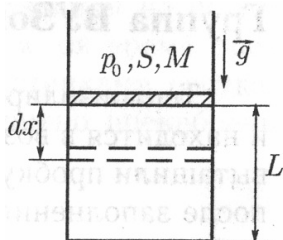


**Задача 208** Груз массой  $m$  прикреплен к пружине жесткостью  $k$ , а пружина к точке подвеса. Под действием внешней силы точка подвеса колеблется в вертикальном направлении по закону  $x_p = A \cos \omega t$ . Какова амплитуда установившихся колебаний груза в вязкой среде, если сила сопротивления пропорциональна скорости ( $F = -bv$ )?

**Задача 209** Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд объема  $V$ , заполненный  $\nu$  молями идеального газа, разделен поршнем массы  $m$ , который может двигаться без трения. В равновесии поршень находится посередине цилиндра. При малых смещениях из положения равновесия поршень совершает колебания. Найдите зависимость частоты этих колебаний от температуры, считая процесс изотермическим. Площадь поперечного сечения трубы равна  $S$ .

### Задача 210

В длинной вертикальной цилиндрической трубке, закрытой с нижнего конца, может ходить без трения поршень, масса  $M$  которого велика по сравнению с массой газа, заключенного внутри трубки. В положении равновесия расстояние между поршнем и дном трубки равно  $L$ . Определить период малых колебаний, которые возникнут при отклонении поршня от положения равновесия, в предположении, что они являются изотермическими, а газ идеальным. Площадь поперечного сечения трубки равна  $S$ , атмосферное давление равно  $P_0$ . Рассмотреть предельный случай, когда  $P_0 = 0$ .



### Задача 211

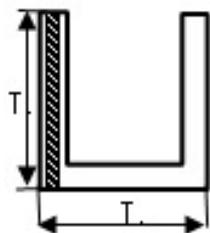
Идеальная жидкость объема  $V$  налита в изогнутую трубку с площадью сечения канала  $S$ . Найти период малых колебаний жидкости.



**Задача 212** Трубка высотой  $H$  наполнена жидкостью и соединена с наклонной трубкой (угол наклона к вертикали  $\alpha$ ). Каков будет период колебаний жидкости в такой системе?

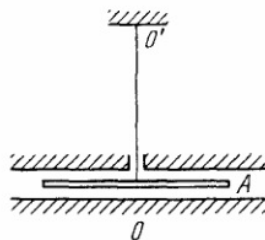
### Задача 213

(2006) В тонкой трубке может скользить без трения веревка длиной  $L$ . В начальный момент времени веревка находится в левом колене. Определить период колебаний  $T$  веревки. Жесткостью веревки на изгиб пренебречь. Каким будет период колебаний  $T_1$ , если расстояние между вертикальными коленами трубки увеличить с  $L$  до  $2L$ ?



### Задача 214

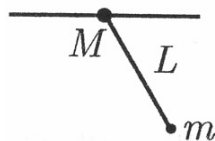
Тонкий однородный диск массы  $m$  и радиуса  $R$ , подвешенный в горизонтальном положении к упругой нити, совершает крутильные колебания в жидкости. Момент упругих сил со стороны нити  $M = \alpha \varphi$ . Сила сопротивления на единицу поверхности  $F = \eta v$ . Найти частоту малых колебаний.



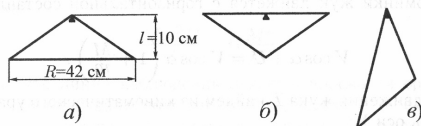
**Задача 215** (2004) На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения  $\mu$  лежит брусок массы  $m$ , который пружиной жесткости  $k$  соединен с вертикальной стенкой. Брусок сместили на расстояние  $9\mu mg/2k$  и отпустили. Найти число колебаний бруска до остановки.

### Задача 216

Найти период малых колебаний плоского маятника, точка подвеса которого с массой  $M$  находится на гладкой горизонтальной прямой (масса маятника  $m$  и его длина  $L$ ).

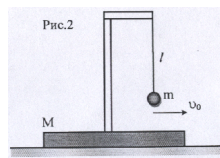


**Задача 217** Дана проволочная вешалка, которая качается с малой амплитудой в плоскости рисунка относительно заданных положений равновесия. В положениях а и б длинная сторона вешалки расположена горизонтально. Две другие стороны равны между собой. Во всех трех случаях (а, б, в) возникают колебания с одинаковыми периодами. Где расположен центр масс вешалки?

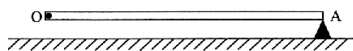


### Задача 218

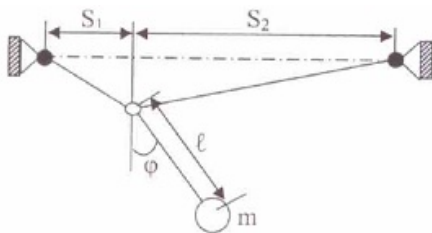
(2013) Точка подвеса математического маятника движется с постоянным ускорением  $a$  (лежащим в плоскости колебаний маятника) в горизонтальном направлении. Найти закон движения маятника.



**Задача 219** (2017) Один конец однородного стержня длиной  $L = 1$  м закреплен на горизонтальной оси  $O$  (перпендикулярной плоскости чертежа), вокруг которой он может вращаться без трения. Другой конец стержня свободно лежит на опоре  $A$ , при этом стержень горизонтален. Свободный конец стержня приподнимают на высоту  $h = 1$  см относительно исходного положения, поворачивая стержень вокруг оси  $O$ , и отпускают бы начальной скорости. 1) Определите скорость свободного конца стержня при ударе об опору  $A$ . 2) Определите частоту ударов стержня об опору  $A$ , считая удары абсолютно упругими и мгновенными. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Трением пренебречь.

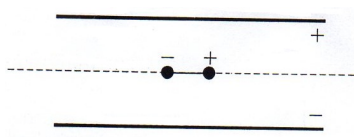


**Задача 220** (2010) На абсолютно гибкой нити подвешен маятник. Расстояния до точки подвеса равны  $S_1$  и  $S_2$ . Статический прогиб в точке подвеса маятника равен  $y_0$ , а длина маятника  $l$ , его масса  $m$ . Принять, что при  $t = 0$  точка подвеса имеет вертикальное смещение  $A$ , а ее скорость  $v_0$  равна нулю; маятник отклонен на угол  $\varphi_0$ . Считая, что натяжение нити  $T = T_0 = \text{const}$ , вывести дифференциальное уравнение малых колебаний маятника.



**Задача 221** (2014) В центре плоского конденсатора удерживают диполь в положении 1, указанном на рисунке. Диполь представляет собой два маленьких заряженных шарика с зарядами  $q$  и  $-q$  и массами  $m$  каждый, соединенных невесомым непроводящим стержнем длины  $L$ . Разность потенциалов между пластинами конденсатора равна  $U$ , расстояние между пластинами равно  $d$  (много меньше размеров пластин). Диполь поворачивают вокруг его центра и переводят в положение 2, которое является устойчивым положением равновесия диполя. 1) Определите работу электрического поля при повороте диполя из положения 1 в положение 2.

2) Определите период малых крутильных колебаний диполя вокруг положения 2. 3) Какую минимальную скорость нужно сообщить диполю в положении 2 параллельно пластинам для того, чтобы диполь улетел из конденсатора? Силу тяжести не учитывать.

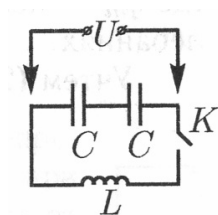


**Задача 222** Молекулу одноатомного газа массы  $m$ , совершающую колебания около некоторого положения равновесия с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ , в первом приближении можно считать линейным гармоническим осциллятором. Найти  $f(x)$  – функцию распределения вероятностей значений координаты  $x$  такого осциллятора, среднее значение координаты  $\langle x \rangle$ , среднее значение  $\langle U \rangle$  потенциальной энергии осциллятора.

## 4.2 Колебательный контур

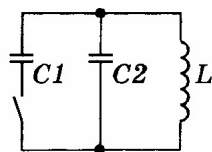
### Задача 223

Батарея из двух последовательных соединенных конденсаторов емкостью  $C$  каждый заряжена до напряжения  $U$  и в начальный момент времени подключена к катушке индуктивностью  $L$ , так что образовался колебательный контур. Спустя интервал времени  $\tau$  один из конденсаторов пробивается, и сопротивление между обкладками становится равным нулю. Найдите амплитуду колебаний заряда на непробитом конденсаторе.



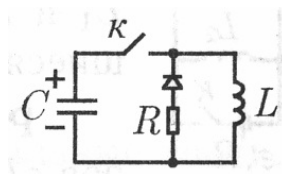
### Задача 224

Два конденсатора одинаковой емкости  $C_1 = C_2 = C$  и катушка индуктивности  $L$  соединены так, как показано на рисунке. В начальный момент времени ключ разомкнут, конденсатор  $C_1$  заряжен до разности потенциалов  $U$ , а конденсатор  $C_2$  не заряжен, сила тока в катушке равна нулю. Определите максимальное значение силы тока в катушке после замыкания цепи и период электромагнитных колебаний в цепи.



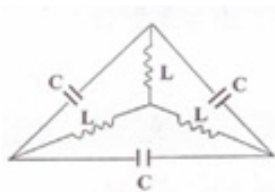
### Задача 225

В схеме, изображенной на рисунке, в некоторый момент времени замыкают ключ  $K$ , и конденсатор емкостью  $C$ , имеющий первоначальный заряд  $q_0$ , начинает заряжаться через катушку индуктивности  $L$ . Когда ток разряда достигает максимального значения, ключ  $K$  вновь размыкают. Найти заряд  $Q$ , который протечет через резистор  $R$ . Сопротивление диода в прямом направлении много меньше  $R$ , в обратном - бесконечно велико.



### Задача 226

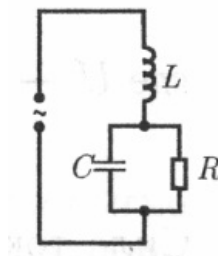
(2011) Электрический контур представляет собой треугольник, каждая сторона которого содержит емкость  $C$ , а вершины соединены с общей центральной точкой индуктивностями  $L$ . Пренебрегая сопротивлением и взаимной индуктивностью, найдите частоту возможных колебаний.



## 4.3 Переменный электрический ток

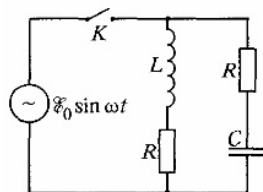
### Задача 227

В изображенной на рисунке электрической цепи определите частоту приложенного переменного напряжения, при которой переменный ток через сопротивление не зависит от значения  $R$ . Индуктивность  $L$  и емкость  $C$  считать известными.



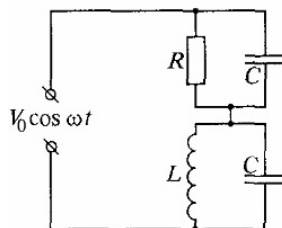
### Задача 228

В приведенной на рисунке схеме в момент  $t = 0$  замыкают ключ  $K$ . Найти зависимость от времени тока  $I$ , текущего через источник синусоидальной ЭДС  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ . Параметры контура связаны соотношением  $R = \sqrt{L/C}$ .



### Задача 229

При каком условии амплитуда тока в цепи зависит только от амплитуды приложенного напряжения, но не от его частоты? Индуктивность  $L$ , и емкость  $C$ , и сопротивление  $R$  считать известными.



**Решение 15** Перейдем в систему отсчета, связанную с колечком  $O'$ . В этой системе отсчета скорость точки  $O$  равна  $v_1 / \cos \alpha$  и направлена вверх, так как нить нерастяжима и относительно колечка  $O'$  веревка выбирается с постоянной скоростью  $v_1$ . Поэтому относительно прямой  $'$ , связанной с землей, скорость колечка  $O$  будет равна  $v_2 = \frac{v_1}{\cos \alpha} - v_1 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos \alpha}$  и направлена вверх.

**Решение 16** К моменту времени  $t$  от начала движения клин пройдет расстояние  $s = at^2/2$  и приобретет скорость  $v_1 = at$ . За это время грузик



переместится вдоль клина на такое же расстояние  $s$ , а его скорость относительно клина будет равна  $v_2 = at$  и направлена вдоль клина вверх. Скорость груза относительно земли равна  $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ . Поскольку угол между векторами  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  равен  $\alpha$ , то  $v_3 = 2at \sin(\alpha/2)$ .

Угол, который скорость  $\vec{v}_3$  составляет с горизонтом, равен  $\beta = (\pi - \alpha)/2$ . Таким образом, грузик движется вдоль прямой, составляющей с горизонтом угол  $\beta$  с ускорением  $a_2 = 2a \sin(\alpha/2)$ .

**Решение 23** Пусть время движения от соударения до возвращения в точку бросания равно  $t_2$ . Поскольку при упругом ударе вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонтальная скорость увеличивается до величины  $v_0 \cos \alpha + 2u$ , то полное время полета составит  $t_1 + t_2 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ . Расстояние по горизонтали от места броска до места удара о стенку выражается в виде  $v_0 \cos \alpha t_1 = (v_0 \cos \alpha + 2u)t_2$ , откуда  $t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2u)}{g(v_0 \cos \alpha + u)}$ .

**Решение 28** Требование минимальности скорости бросания камня с поверхности земли означает, что оптимальная траектория камня пройдет через точки "вершины" крыши В и С, расположенные на высотах  $H$  и  $h$  соответственно. Обратим движение камня и определим минимальную скорость в точке С —  $v_C$ , при которой камень может перелететь через точку В. Учитывая решение предыдущей задачи, легко понять, что  $v_B = \sqrt{g \left( \sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H - h \right)}$ . Минимально возможную скорость бросания камня с земли  $v_{min}$  найдем из закона сохранения энергии  $v_{min}^2 = v_B^2 + 2gH$ , откуда  $v_{min} = \sqrt{g \left( \sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H + h \right)}$ .

**Решение 105** Задача 391 сборника задач Сивухина.

**Решение 110** Решение задачи 408 сборника задач Сивухина.

**Решение 119** Изменение уровня жидкости на высоте  $z$  описывается дифференциальным уравнением

$$S(z) \frac{dz}{dt} = q(z),$$

где  $S(z)$  — площадь поперечного сечения сосуда на высоте  $z$ , а  $q(z)$  — поток жидкости, зависящий от высоты  $z$ .

Принимая во внимание геометрию сосуда, можно предположить, что

$$q(z) = -\pi a^2 \sqrt{2gz},$$

где  $a$  – радиус отверстия на дне конического сосуда. Учитывая, что отверстие достаточно малое, осевое сечение можно рассматривать как треугольник. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{R}{H} = \frac{r}{z}.$$

Следовательно, площадь поверхности жидкости на высоте  $z$  будет равна

$$S(z) = \pi r^2 = \pi \left( \frac{Rz}{H} \right)^2 = \frac{\pi R^2 z^2}{H^2}.$$

Подставляя  $S(z)$  и  $q(z)$  в дифференциальное уравнение, имеем:

$$\frac{\pi R^2 z^2}{H^2} \frac{dz}{dt} = -\pi a^2 \sqrt{2gz}.$$

После простых преобразований получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$z^{\frac{3}{2}} dz = -\frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} dt.$$

Проинтегрируем обе части, учитывая, что уровень жидкости уменьшается от начального значения  $H$  до нуля за время  $T$ :

$$\int_H^0 z^{\frac{3}{2}} dz = -\int_0^T \frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} dt, \Rightarrow \left( z^{\frac{5}{2}} \right) \Big|_0^H = \frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} \left[ (t) \Big|_0^T \right], \Rightarrow \frac{2}{5} H^{\frac{5}{2}} = \frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} T.$$

**Решение 120** см. Юмашев Интегралы и производные в физике

**Решение 197** На частицу действуют сила вязкого трения  $\vec{F} = -r\vec{v}$  и сила Лоренца  $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$ , уравнение движения в проекциях на оси, перпендикулярные  $\vec{B}$ , имеет вид:  $m\dot{v}_x = -rv_x + qv_y B$ ,  $m\dot{v}_y = -rv_y - qv_x B$ . Умножим второе из этих уравнений на  $i$  и сложим с первым, получим  $m(\dot{v}_x + i\dot{v}_y) = -r(v_x + iv_y) - iqB(v_x + iv_y)$ . Обозначим  $\phi \equiv v_x + iv_y$ , тогда получим для  $\phi$  дифференциальное уравнение  $\dot{\phi} + \delta\phi + i\omega\phi = 0$ , где  $\delta = r/m$ ,  $\omega = qB/m$ . Решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям  $v_x(0) = v_0$ ,  $v_y(0) = 0$ , имеет вид  $\phi(t) = v_0 e^{-(\delta+i\omega)t}$ .

Расстояние от начальной точки до точки, где частица остановится,  $L = \sqrt{x_\infty^2 + y_\infty^2} = \sqrt{\left(\int_0^\infty v_x dt\right)^2 + \left(\int_0^\infty v_y dt\right)^2} = \left|\int_0^\infty \phi dt\right| = v_0/\sqrt{\delta^2 + \omega^2} = mv_0/\sqrt{r^2 + q^2 B^2}$ .

# Глава 5

## ОТВЕТЫ

**1**  $\frac{L}{2v}$

**2**  $\frac{uL}{v}$

**3** 10 мин

**4**  $v_p = (S - S_1)/t$

**5**  $u > v/\tan \alpha$

**6** Под углом  $\alpha$  к вертикали,  $\tan \alpha = \omega r/v_0$

**7**  $w = \sqrt{v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha_0}$ ,  $\alpha = \alpha_0 + \arcsin \left( \frac{u}{w} \sin \alpha \right)$

**8**  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_3 - \vec{v}_2$ ,  $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$ ,

**9**  $\cos \alpha = v/u$ ,  $u > v$ , либо  $\cos \alpha = u/v$ ,  $u < v$

**10**  $u + 2v$

**11**  $L/\sqrt{2}$

**12**  $g\tau t + g\tau^2/2$

**13**  $L_{\max} = \frac{(v_1 + v_2)^2}{2(a_1 + a_2)}$

**14**  $v^2 = \pi g R n$ , где  $n \in \mathbb{N}$

$$15 \quad v_2 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos \alpha}$$

16 Ускорение грузика относительно земли  $a_2 = 2a \sin(\alpha/2)$  направлено под углом  $\beta = (\pi - \alpha)/2$  к горизонту.

17 При  $v_a > vL/h$  человек ни при каком угле не сможет оказаться на шоссе раньше автобуса. При  $v_a < vL/h$  существует два ответа  $\alpha_1 = \arcsin \frac{h}{L} + \arcsin \frac{v_a h}{vL}$  и  $\alpha_2 = \arcsin \frac{v_a h}{vL} - \arcsin \frac{h}{L}$ .

$$18 \quad l/2 - vt \cos \alpha$$

$$19 \quad \tan \beta = \sqrt{\tan^2 \alpha + \frac{2gh}{v_0^2 \cos^2 \alpha}}, \quad s = \frac{v_0 \cos \alpha}{g} \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}.$$

$$20 \quad h = g\tau^2/2 = 5 \text{ м}$$

$$21 \quad h = gt^2/2 = 5 \text{ м}$$

$$22 \quad h = gt_1 t_2 / 2$$

$$23 \quad t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2u)}{g(v_0 \cos \alpha + u)}$$

$$24 \quad v_{\min} = \sqrt{g(R + 2H)}$$

$$25 \quad y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

26 Если  $v_0 < 2\sqrt{gh}$ , то дальность полета  $L = \frac{v_0^2}{g}$ ; если  $v_0 > 2\sqrt{gh}$ , то  $L = 4h\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} - 1}$ .

$$27 \quad v_{\min} = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + h^2} + h)}$$

$$28 \quad v_{\min} = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H + h)}$$

$$29 \quad 1) \pi/2; 2) \pi/8$$

30 1) При  $gR > v^2$  максимальная высота подъема  $h = 2R$ , при  $gR < v^2 - h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}$ ; 2)  $v_{\min} = \frac{\pi g R}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha}$ , где  $\sin \alpha = gR/v^2$ ; 3) изменится.

$$31 \quad R = \sqrt{g} T_1 T_2 / 2\sqrt{2}$$

$$32 \quad s = 10 \text{ м}, \tau = v_0 \sin 150^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ / g$$

$$33 \quad \tau = \frac{v_0 \cos(\alpha/2)}{g \sin(3\alpha/2)}$$

$$34 \quad x = v\sqrt{2h/g}(1 + \alpha) / (1 - \alpha)$$

$$35 \quad v(\varphi) = v\sqrt{2(1 - \cos \varphi)}, x(t) = vt - R \sin \varphi, y(t) = R(1 - \cos \varphi), \varphi = vt/R, R_k = 4R.$$

$$36 \quad u = v \cos \alpha / \cos \beta$$

$$37 \quad T_1 = 2\pi L/v, T_2 = 2\pi L/3v.$$

$$38 \quad \omega = v_0/l_0 \sin \alpha, R = \sqrt{v_0^2 l_0^2 + l_0^4} - 2ll_0 \sin \alpha, v_M = \omega R.$$

$$39 \quad a_p = \sqrt{a^2 + a^4 t^4 / R^2}$$

$$40 \quad v = \omega l \tan \alpha$$

$$41 \quad v = \omega l / \cos^2 \varphi$$

$$42 \quad \omega = u \sin^2 \alpha / h$$

$$43 \quad a = uv/L$$

$$44 \quad \omega R / \cos(\alpha/2)$$

$$45 \quad \text{отрезок}$$

$$46 \quad 4\omega^2 R$$

$$47 \quad u = \sqrt{v^2 + \omega^2 L^2}, a = \sqrt{\omega^4 L^2 + 4\omega^2 v^2}$$

$$48 \quad \text{В центре через } t = v/l, \tan \alpha = (x - y)/(x + y).$$

$$49 \quad \text{если } \mu > \tan \alpha, \text{ то } a = 0; \text{ если } \mu < \tan \alpha, \text{ то } a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

$$50 \quad a_1 = g \frac{m \sin^2 \alpha}{m \sin^2 \alpha + M \cos^2 \alpha}, a_2 = g \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M \cos^2 \alpha}$$

$$51 \quad a_1 = g \frac{m_2 \sin \alpha \cos \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha}, t = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2 \sin^2 \alpha)}{(m_1 + m_2)g \sin^2 \alpha}}$$

$$52 \quad v_{\min} = u \sin \alpha = 5 \text{ м/с}, t = v_2/g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 11,3 \text{ с, парабола.}$$

$$53 \quad \tan \alpha = \mu, F = \mu mg / \sqrt{\mu^2 + 1}$$

$$54 \quad \tan \beta = \mu, F = mg \sin(\alpha + \beta) \text{ при } \alpha + \beta < \pi/2, \text{ иначе } F = mg.$$

$$55 \quad F_2 = mg \sqrt{(\mu \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2} = 48 \text{ Н}, F_3 = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) / \sqrt{\mu^2 + 1} = 93,1 \text{ Н}.$$

$$56 \quad F = \mu m_1 g (m_1 / m_2 + 1)$$

$$57 \quad F = 20100 \mu mg = 241,2 \text{ Н}$$

$$58 \quad \cos \alpha = g / \omega^2 R, \text{ при } g < \omega^2 R, \text{ иначе } \alpha = 0.$$

$$59 \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L \cos \alpha}}$$

$$60 \quad \text{При } \varepsilon < \mu g / R \quad t = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left( \frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1 \right)^{\frac{1}{4}}, \tan \alpha = \left( \frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1 \right)^{-\frac{1}{24}}$$

$$61 \quad x = \frac{2F}{4\pi^2 \nu^2 m} = 25,3 \text{ см}, x = v \sqrt{\frac{m}{k}} = 15,9 \text{ мм}$$

$$62 \quad T(x) = m\omega^2 (l^2 - 4x^2) / 8l$$

$$63 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

$$64 \quad \text{В первом случае } T = 9mv^2/4l, \text{ в кинетическую энергию вращения перейдет } 3/4 \text{ энергии}$$

$$65 \quad T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$66 \quad v_1 = v/3, v_2 = 2v/3$$

$$67 \quad 4m_1 m_2 / (m_1 + m_2)^2$$

$$69 \quad \text{Окружности радиусами } r_1 = mR/(m + M) \text{ и } r_2 = MR/(m + M)$$

$$70 \quad x = 3 \text{ см}$$

$$71 \quad F = \rho S v^2$$

$$72 \quad \vec{a} = -\mu \vec{u} / M$$

$$73 \quad T = m\omega^2 R / 2\pi$$

$$74 \quad e^{2\pi\mu n}$$

$$75 \quad F = 3mg(1 - x/l)$$

$$76 \quad v = \sqrt{gH}$$

$$77 \quad F = mgH/l, \quad a = gH/l$$

$$78 \quad h = l(1 - \sin \alpha)/2 \cos \alpha$$

$$79 \quad y = a \cosh x/a, \quad a = T/\rho gH$$

$$80 \quad v > \sqrt{\mu gl(1 + m/M)/2}$$

$$81 \quad L = hM/\mu(m + M)$$

$$82 \quad x_m = 2(F - \mu mg)/k, \quad v_m = \sqrt{\frac{k}{m} \frac{F - \mu mg}{k}}$$

$$83 \quad A = 2mgh - mv^2/2$$

$$84 \quad v^2 = (v_1^2 + v_2^2)/2 - g(H - h)$$

$$85 \quad v = \sqrt{2gH(1 + m/M)}$$

$$86 \quad v_1 = Mv/(M + 2m) > v_2 = v(M - m)/(M + m)$$

$$87 \quad v_0 = \sqrt{\frac{gLM}{(M - m) \sin 2\alpha}}$$

$$88 \quad N = s(M^2 - m^2)/(Lm^2)$$

$$89 \quad v_{1,2} = (2 \pm \sqrt{3})/4$$

$$90 \quad v_m = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2gl}{3}}$$

$$91 \quad v = \sqrt{24gl/5}$$

$$92 \quad v_1 = \sqrt{2FL/m} = 27,4 \text{ м/с}, \quad v_2 = \sqrt{6FL/(3m + M)} = 20,2 \text{ м/с}$$

$$93 \quad Q = N/q\rho V = 26,5 \text{ л/ч}, \quad v = \sqrt[3]{\frac{NRT}{2pS\mu}} = 33 \text{ м/с}$$

$$94 \quad h = \frac{v_0^2 M}{2g(m + M)}, \quad v_2 = 2mv_0/(m + M), \quad T = m(g + v_0^2/l)$$



$$95 \quad a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2 + I/r^2)$$

$$96 \quad a = F(\cos \alpha - r/R)/(m + I/R^2)$$

$$97 \quad T = 2mg$$

$$98 \quad t = mr^2\omega/2M_0, \quad N = M_0t^2/2I, \quad I = I_0 + m(d^2 + r^2/2)$$

$$99 \quad l = 2L/3$$

$$100 \quad N = 3\pi R\nu^2/(4\mu g)$$

$$101 \quad N = mg/4$$

$$102 \quad N = \sqrt{10}Mg/4$$

$$103 \quad v = \sqrt{gR(7\cos\alpha - 4)/3}$$

$$104 \quad \omega_{0\min} = v_0/R, \quad v = (\omega_0 R - v_0)/2$$

105 Движение после перехода границы будет сначала равнозамедленное, затем с постоянной скоростью;  $1/3$  энергии превратится в тепло,  $2/9$  во вращательную энергию и  $4/9$  останется в виде поступательной энергии движения.

$$106 \quad u = \frac{5mv}{7M} (1 - l/R)$$

$$107 \quad \Delta L = -4I_1I_2\omega_0/(I_1 + I_2), \quad \Delta E = -2I_1I_2\omega_0^2/(I_1 + I_2)$$

$$108 \quad l = L/\sqrt{3}$$

$$109 \quad M = 2l/\sqrt{3}, \quad T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

$$110 \quad \omega = \frac{12mv_0}{(4m+M)l}$$

$$111 \quad 1) \quad l = L/\sqrt{3}; \quad 2) \quad u_1 = u_0/3, \quad V = u_0/3, \quad \omega = u_0/l.$$

112 1) верхний удар  $x > 2R/5$ ; 2) нормальный удар  $x = 2R/5$ ; 3) нижний удар  $x < 2R/5$ .

$$113 \quad x(t) = \frac{mv_0}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t/m}), \quad s = mv_0/\alpha$$

$$114 \quad v(t) = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}} \tanh(kt/m), \quad s = \frac{m}{\alpha} \sqrt{\frac{mg}{\alpha}} \cosh^2(kt/m)$$

$$115 \quad \Delta h = \frac{1}{2\beta} \log \frac{e^{2\beta h}}{2 - e^{-2\beta h}}, \beta = k/m$$

$$116 \quad T = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}} \operatorname{arcosh} \frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}} \log \left[ \frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} - \sqrt{\frac{L^2}{\varepsilon^2(1+\mu)^2 g^2} - 1} \right]$$

$$117 \quad h = h_{\max}(1 - e^{-S_0 vt/S^* h_{\max}})$$

$$118 \quad h(t) = \left( \sqrt{h_0} - st\sqrt{g/2/S} \right)^2$$

$$119 \quad z^{\frac{3}{2}} zt = -\frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} dt, \quad T = \frac{R^2}{5a^2} \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$120 \quad \tau = L_0(e^{u/v} - 1)/u$$

$$121 \quad v = v_0/(1 + \cos \varphi)$$

$$122 \quad \tau = \frac{kv_0}{g \sin \alpha (k^2 - 1)}, \quad s = \frac{2v_0^2 k^2}{4kg \sin \alpha (k^2 - 1)}$$

$$123 \quad L = mv_0/k, \quad \tau = kH/mg + m/k$$

$$124 \quad v_0^2 = \frac{2gR}{4\mu^2 + 1} (3\mu e^{\mu\pi} - 2\mu^2 + 1)$$

$$125 \quad v = gt/4 + g\gamma t(\beta^2 t^2 + 3\beta t\gamma + 3\gamma^2)/4(\beta t + \gamma), \quad \beta = 4\pi\alpha(3m/4\pi\rho)^{2/3}/3, \\ \gamma = m_0^{1/3}$$

$$126 \quad x = \frac{h}{2(1+u/v)} \left(\frac{y}{h}\right)^{1+u/v} - \frac{h}{2(1-u/v)} \left(\frac{y}{h}\right)^{1-u/v} - \frac{h}{2(1+u/v)} + \frac{h}{2(1-u/v)}, \quad x_0 = \\ h \frac{u}{v} \left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right)^{-1}$$

$$127 \quad T_{\max} = p_0 V_0 / (4R)$$

$$128 \quad T_{\max} = \sqrt{p_0 / 3\alpha}$$

$$129 \quad p_0 = \rho g h \left( (L - h)^2 - 4x^2 \right) / (4x(L - h))$$

$$130 \quad t_1 = \tau V(p_n - p)/(p_0 V_0), \quad t_2 = \tau \log p/p_n / \log(1 + V_0/V)$$

$$131 \quad h_1 = h \frac{2p_0 + 3\rho g h}{2(2p_0 + \rho g h)}, \quad h_2 = h/2 + p_0/\rho g$$

$$132 \quad x = a + \sqrt{a^2 + 1}, \quad a = \frac{T(n^2 - 1)}{T_2 2n}$$

$$133 \quad \Delta M = 2M/15$$

$$134 \quad T_0 = \sqrt{2}T, \quad p_0 = p(1 + \sqrt{2})2^{-5/4}$$

$$135 \quad u \approx \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{k}{3mT}} \frac{dT}{dx}$$

$$136 \quad u = \frac{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1} + 4\sqrt{T}} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

$$137 \quad \left| \frac{dT}{dz} \right| < \frac{2\mu g}{7R}$$

$$138 \quad T = T_0 + 2mv^2/3R$$

$$139 \quad v = v_0 \left( 1 + \sqrt{1 + 9pV/2mv_0^2} \right) / 3$$

$$140 \quad T = T_0 \left( (\eta + 1)^2 / 4\eta \right)^{(\gamma-1)/2}$$

$$141 \quad \eta = \frac{2(T_2 - T_1)}{3T_1 + 5T_2}$$

$$142 \quad T = 2T_0/3 = 200 \text{ K}$$

$$143 \quad \Delta h = v_0^2/5g = 8 \text{ см}$$

$$144 \quad 1) U/W = 5/2; \quad 2) Q = \frac{7\varepsilon_0 S U^2}{4d}.$$

$$145 \quad A = R(T_2 - T_1) - RT_1 \log T_2/T_1$$

$$146 \quad 1) T_0 = m_1gh(1 + S_2/S_1)/(\nu R) = 289 \text{ K}; \quad 2) T_2 = T_0 + 2Q/(5\nu R) = 337 \text{ K}; \quad 3) T_3 = \frac{2}{5\nu R}(m_1gh + m_2gh) + \frac{3}{5}T_0 = 250 \text{ K}.$$

$$147 \quad C = C_V + R/(1 + \alpha)$$

$$148 \quad VT^{1/(\gamma-1)} = Ce^{\alpha T^2/2R}$$

$$149 \quad T_2/T_1 = (\alpha i)/(\alpha(1 + i) - 1), \quad p_2/p_1 = i/(\alpha(1 + i) - 1)$$

$$150 \quad C(V) = R/(\gamma - 1) + R(V_0 - 2V)/(V_0 - 2V)$$

$$151 \quad v = \sqrt{\frac{2Mq^2}{Lm(m+M)}}, \quad u = \sqrt{\frac{2mq^2}{LM(m+M)}}$$

$$152 \quad q_a = -q \frac{a(b-r)}{r(b-a)}, \quad q_b = -q \frac{b(r-a)}{r(b-a)}$$

$$153 \quad F = \frac{Q^2 \pi (R^2 - h^2)}{2 \varepsilon_0 (4 \pi R^2)^2}$$

$$154 \quad F = \frac{\sigma^2 \sqrt{3} a^2}{8 \varepsilon_0}$$

$$155 \quad |\Delta q| = q \frac{x - x_1}{d}$$

$$156 \quad v_{\min} = q \sqrt{\frac{2k}{mR}}, \quad v_{\min 2} = q \sqrt{\frac{8k}{3mR}},$$

$$157 \quad I_{01} = \frac{3\mathcal{E}}{3r+2R}, \quad I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{3r+2R}$$

$$158 \quad Q = \frac{C_1 C_2 \mathcal{E}^2}{2(C_1 + C_2)}$$

$$159 \quad I = \frac{U}{R} e^{-t/RC}$$

$$160 \quad 1) I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{3R}; \quad 2) Q = (C_1 \mathcal{E}_1^2 + C_2 \mathcal{E}_2^2 / 2)$$

$$161 \quad 1) U_1 = \frac{2R\mathcal{E}}{r+3R}, \quad U_2 = \frac{R\mathcal{E}}{r+3R}; \quad 2) Q = \frac{3RC\mathcal{E}}{r+3R}$$

$$162 \quad R/3, 5R/6, 6R/7, 7R/15$$

$$163 \quad I = 2/21 \text{ A}$$

$$164 \quad R = \rho r / 16d^2$$

$$165 \quad (6 - \sqrt{3})R/6$$

$$166 \quad R$$

$$167 \quad R_1 = 2R/n$$

$$168 \quad t_1 = 6 \text{ мин}, \quad t_2 = 25 \text{ мин}$$

$$169 \quad I = 0,06 \text{ A}$$

$$170 \quad R = 5 \text{ Ом}$$

$$171 \quad U_0 = 2R^2/\alpha$$

$$172 \quad 636 \text{ В}$$

$$173 \quad 1) m = \mathcal{E}BL/Rg - M; \quad 2) v = \frac{MgR}{B^2 L^2}$$

$$174 \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{CUlB}{2m\sqrt{gL}}$$

$$175 \quad \omega^2 = \frac{2T_0}{ml} - \frac{\mu\mu_0 Il_1}{\pi a^2}, \quad I^* = \frac{2T_0 \pi a^2}{\mu\mu_0 ll_1}$$

$$176 \quad 1) I = \pi v B r^2 / R = 251 \text{ мА}; 2) P = I^2 R = 31,6 \text{ мВт}; 3) M = P / 2\pi\nu = 126 \text{ мкН} \cdot \text{м}$$

$$177 \quad a = g / (1 + \varepsilon_0 \pi R^2 dB^2 / m)$$

$$178 \quad B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

$$179 \quad F = \frac{\mu_0 I^2}{\pi l}$$

$$180 \quad \omega = qB / 2m$$

$$181 \quad \omega(t) = qB(t) / 2m$$

$$182 \quad v = \frac{Rr}{lB(R+r)} \left( \frac{mg}{Bl} - \frac{\varepsilon}{r} \right)$$

$$183$$

$$184 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left( 1 + \frac{B^2 L^2 C}{ml} \right)}$$

$$185 \quad t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin \alpha} \left( 1 + \frac{Cl^2 B^2 \cos^2 \alpha}{m} \right)}$$

$$186 \quad F = \frac{\mu_0^2 I^2 v}{4\pi^2 R} \log^2 \frac{b}{a}$$

$$187 \quad p = \frac{\mu_0^2 ab^2 I^2}{8\pi^2 RL(L+a)} \log \left( 1 + \frac{a}{L} \right)$$

$$188 \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{mL(\rho L + R)}{\varepsilon l B}}$$

$$189 \quad 1) Q = 3mv_0^2/8; 2) a = \sqrt[3]{\frac{mv_0 R}{4B^2}}; 3) a = \sqrt{\frac{mv_0 R}{4B^2 d}}$$

$$190 \quad d = 2\pi v \cos \alpha m / qB$$

$$191 \quad t = \frac{2m}{eB} \arctan \left( \frac{eBR}{mv} \right)$$

$$192 \quad 1) v_0 < eBd/m; 2) U < eB^2 d^2 / 2m$$

$$193 \quad t = \frac{2\pi m_1 m_2}{qB(m_1 + m_2)}$$

$$194 \quad L = 2\pi m u n / eB, \quad n \in \mathcal{N}$$

$$195 \quad \vec{a}_c = \frac{q_1}{m_1} \vec{v}_c \times \vec{B}, \quad \vec{r}^{\#'} = \frac{q_1}{m_1} \vec{r}^{\#} \times \vec{B} + \frac{q_1(q_2 - q_1)\vec{r}}{m_1 r^3}$$

$$196 \quad \vec{r} \times \vec{p} - \alpha q \vec{r} / r = \text{const}$$

$$197 \quad r_{\infty} = m v_0 / \sqrt{\gamma^2 + q^2 B^2}$$

$$198 \quad \langle v \rangle = \frac{E}{B} \left( \frac{\beta}{2\omega} + 2\pi \frac{\beta^2}{\omega^2} \right), \quad \beta = 2\gamma/m, \quad \omega = \sqrt{\frac{q^2 B^2 + \gamma^2}{m^2}} \approx \frac{qB}{m}$$

$$199 \quad v_0 = 2qB_0/(mk)$$

$$200 \quad B = \frac{b}{b^2 - a^2} \sqrt{\frac{8mU}{e}}$$

$$201 \quad \omega = \sqrt{F/ml}$$

$$202 \quad \omega = \sqrt{\frac{F(r+l)}{rml}}$$

$$203 \quad \omega = \cos \beta \sqrt{2k/m}$$

$$204 \quad \omega = \sqrt{3g/2l + 3k/m}$$

$$205 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{20ml}{9kl - 24mg}}, \quad \text{при } k > 24mg/9l$$

$$206 \quad \omega_x = \sqrt{2k/m}, \quad \omega_y = \sqrt{\frac{2k\Delta l}{m(l+\Delta l)}}, \quad \Delta l = l/3$$

$$207 \quad \omega = \sqrt{k_2/m_2}$$

$$208 \quad x^2 = A^2 \frac{\omega_0^4 + 4\beta^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \quad \omega_0 = \sqrt{k/m}, \quad \beta = b/2m$$

$$209 \quad \omega^2 = \frac{2\nu RS^2}{mV^2} T$$

$$210 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{ML}{p_0 S + Mg}}$$

$$211 \quad T = \pi \sqrt{2V/Sg}$$

$$212 \quad T = 2\pi\sqrt{H/g(1+\cos\alpha)}$$

$$213 \quad T = 2\pi\sqrt{L/g}, \quad T = 2(\pi+1)\sqrt{L/g}$$

$$214 \quad \omega = \sqrt{2\alpha/mR^2 - (\pi\eta R^2/m)^2}$$

215 одно колебание

$$216 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g(1+m/M)}}$$

217 На расстоянии 5 см от вершины треугольника

$$218 \quad \alpha(t) = A \cos(\sqrt{\sqrt{a^2 + g^2}/lt}) + \alpha_0, \quad \alpha_0 = \arctan(a/g)$$

$$219 \quad 1) \quad v = \sqrt{3gh}; \quad 2) \quad \nu = 0.25\sqrt{3g/h}$$

$$220 \quad m\ell\varphi'' + (mg - m\omega^2 A \cos\omega t)\varphi = 0, \quad \omega^2 = T_0(S_1 + S_2)/mS_1S_2$$

$$221 \quad 1) \quad A = qUL/d; \quad 2) \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{mLd}{2qU}}; \quad 3) \quad v_0 = \sqrt{\frac{qUL}{md}}$$

222

$$223 \quad q_{\max} = \frac{CU}{2}\sqrt{2 - \cos^2\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}\tau\right)}$$

$$224 \quad I_{\max} = U\sqrt{\frac{C}{2L}}, \quad T = 2\pi\sqrt{2LC}$$

$$225 \quad q = \frac{q_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$226 \quad \omega = 1/\sqrt{3LC}$$

$$227 \quad \omega = 1/\sqrt{LC}$$

$$228 \quad I(t) = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin\omega t$$

$$229 \quad L = R^2C, \quad \tan\varphi = -\omega RC$$