# Сборник задач для подготовки к физическим олимпиадам

5 мая 2019 г.

# Оглавление

# Предисловие

Методическое пособие включает в себя физические задачи, которые в разные годы предлагались студентам, участвовавшим в работе факультатива по решению задач повышенной сложности на физическом факультете Пермского государственного национального исследовательского университета. В пособие включены задания Студенческих чемпионатов по физике, проводившихся в Пермском университете с 2006 года. Третья часть содержит материалы олимпиады по физике для школьников Пермского университета «Юные таланты», которая проводится с 2008 года. Рядом с номером некоторых задач в скобках указано число, соответствующее году, в котором данная задача предлагалась на Краевой студенческой олимпиаде в Пермском крае.

Пособие предназначено для студентов вузов, изучающих курс общий физики, а также учащихся старших классов специализированных школ.

# Глава 1

# Механика

## 1.1 Относительность движения

**Задача 1** Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростью $v$ каждый. Определите время встречи поездов, если начальное расстояние между ними равно $L$. Решите задачу координатным способом, графическим способом и методом, использующим идею относительности движения.

**Задача 2** Муха летает между двумя сближающимися со скоростью $v$ стенками. Скорость мухи $u$. Начальное расстояние между стенками равно $L$. Какой путь пройдет муха до остановки, если считать, что как только она приближается к одной из стенок – мгновенно изменяет направление скорости на противоположное и движется вдоль одной прямой, перпендикулярной стенкам?

**Задача 3** Проплывая под мостом против течения, гребец потерял соломенную шляпу. Обнаружив пропажу через десять минут, он повернул назад и, гребя с тем же темпом, подобрал шляпу на расстоянии 900 м ниже моста. Через какое время после обнаружения пропажи гребец подобрал шляпу?

**Задача 4** (2012)[1] Когда мимо пристани проплывает плот, от пристани

[1] Здесь и далее год в скобках означает, что данная задача была предложена для решения на Краевой студенческой олимпиаде по физике в Пермском крае в указанном году.

в деревню, расположенную на расстоянии $S$ вниз по течению реки, отправляется моторная лодка. Она доходит до деревни за время $t$ и, сразу повернув обратно, встречает плот на расстоянии $S_1$ от деревни. Какова скорость течения реки $\vec{v}_p$?

**Задача 5** С какой скоростью $\vec{u}$ должен двигаться автомобиль, чтобы капли дождя не оставляли следов на заднем стекле, наклоненном под углом $\alpha$? Скорость дождя $\vec{v}$.

**Задача 6** Открытая карусель вращается с угловой скоростью $\omega$. На карусели на расстоянии $r$ от оси вращения стоит человек. Идет дождь, и капли дождя падают вертикально вниз со скоростью $v_0$. Как человек должен держать зонт, чтобы наилучшим образом укрыться от дождя?

**Задача 7** (2009) Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью $\vec{v}$ под углом к горизонту $\alpha_0$. Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого $\vec{u}$. Какой стала скорость самолета относительно земли $w$, и какой угол $\alpha$ составляет она с горизонтом?

**Задача 8** (2013) Самолет садится на корабль, движущийся по океану со скоростью $\vec{v}_1$ в восточном направлении. Скорость ветра $\vec{v}_2$ направлена на север, а самолет снижается по отношению к кораблю вертикально со скоростью $\vec{v}_3$. Определить величину скорости самолета по отношению к движущемуся воздуху.

**Задача 9** Под каким углом к направлению течения должен плыть пловец, чтобы переправиться на противоположный берег с наименьшим смещением из-за течения реки? Скорость пловца $\vec{u}$, скорость реки $\vec{v}$.

**Задача 10** Шарик движется навстречу стенке со скорость $\vec{u}$, скорость движения стенки $\vec{v}$. Определите, с какой скоростью отскочит шарик от стенки после абсолютно упругого удара. Как изменится ответ, если стенка движется в ту же строну, что и шарик? Если шарик падает под углом $\alpha$ к стенке?

**Задача 11** Определите кратчайшее расстояние между автомобилями, которые движутся со скоростями $v$ по перпендикулярным пересекающимся прямым. В начальный момент времени один автомобиль находится в центре перекрестка, а второй подъезжает к нему на расстоянии $L$. Как изменится ответ, если угол между прямыми равен $\alpha$?

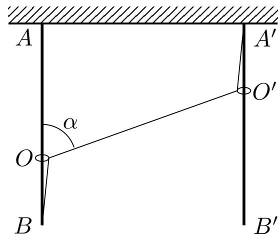
**Задача 12** Как изменяется расстояние между двумя каплями воды, которые свободно падают в поле силы тяжести? Обе капли выпущены из одной точки с интервалом времени $\tau = 1$ с.

**Задача 13** Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ и постоянными ускорениями $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$, направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном начальном расстоянии $L_{\max}$ между телами они встретятся в процессе движения?

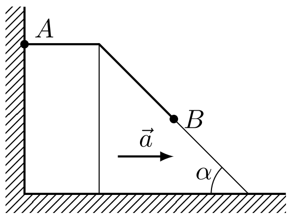
**Задача 14** От колеса радиуса $R$, движущегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{v}$, отрывается вертикально кусочек грязи и, пролетев по воздуху, возвращается точно в ту же точку, от которой оторвался. При каких условиях это возможно?

**Задача 15**

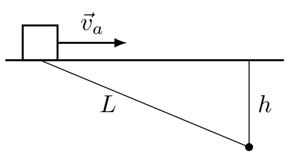
Два колечка $O$ и $O'$ надеты на вертикальные неподвижные стержни $AB$ и $A'B'$ соответственно. Нерастяжимая нить закреплена в точке $A'$ и на колечке $O$ и продета через колечко $O'$. Считая, что колечко $O'$ движется вниз с постоянной скоростью $\vec{v}_1$, определите скорость $\vec{v}_2$ колечка $O$, если $\angle AOO' = \alpha$.



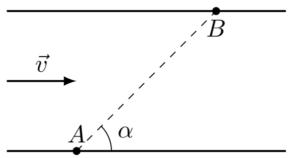

**Задача 16**
На неподвижном клине, образующем угол $\alpha$ с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка. Один из концов веревки прикреплен к стене в точке $A$. В точке $B$ к веревке прикреплен небольшой грузик. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением $\vec{a}$. Определите ускорение грузика $\vec{a}_2$, пока он находится на клине.




**Задача 17**
(2011) По шоссе со скоростью $\vec{v}_a$ движется автобус. Человек находится на расстоянии $h$ от шоссе и на расстоянии $L$ от автобуса. Под каким углом $\alpha$ к шоссе со скоростью $\vec{v}$ должен идти человек, чтобы выйти на шоссе одновременно с автобусом?



**Задача 18**
(2007) Два катера вышли одновременно из пунктов $A$ и $B$, находящихся на противоположных берегах реки, и двигались вдоль отрезка $AB$ длины $l$. Прямая $AB$ образует угол $\alpha$ с направлением скорости течения $\vec{v}$. Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта $B$ произошла встреча катеров, если они встретились через время $t$ после отхода от причалов?




## 1.2 Движение тела под углом к горизонту

**Задача 19** Камень брошен с высоты $h$ под углом $\alpha$ к горизонту со скоростью $v_0$. Какой угол $\beta$ будет составлять скоростью камня с горизонтом в момент падения на землю? Чему равна величина этой скорости? На каком расстоянии $s$ по горизонтали от основания точки запуска упадет камень?

**Задача 20** Мальчик бросает камень по направлению в кота, сидящего на крае сарая. Через 1 секунду камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте находился кот?

**Задача 21** Мышонок стреляет из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через $t = 1$ с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии $s$ от мышонка находился кот, если известно, что векторы $\vec{v}(0)$ и $\vec{v}(t)$ взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задача 22** Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило $t_1$, а время полёта от удара до падения $t_2$. Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

**Задача 23** Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью $\vec{v}_0$ под углом $\alpha$ к горизонту, ударился о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с горизонтально направленной скоростью $\vec{u}$, и отскочил в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время $t_1$ после броска произошло столкновение шарика со стенкой? Потерями на трение пренебречь.

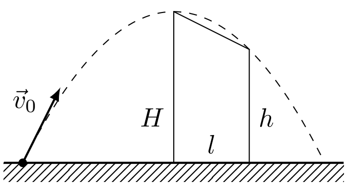
**Задача 24** С какой минимальной скоростью можно перебросить камень через здание высоты $H$ с куполообразной крышей радиуса $R$?

**Задача 25** Зенитное орудие может сообщить снаряду начальную скорость $v_0$ в любом направлении. Требуется найти зону поражения, т.е. границу отделяющую цели, до которых снаряд из данного орудия может долететь, от недостижимых целей. Сопротивлением воздуха пренебречь.

**Задача 26** В спортивном зале высотой $h$ бросают маленький мяч с начальной скоростью $v_0$. Определите, какое максимальное расстояние по горизонтали может пролететь мяч после бросания до первого удара о пол, если соударение с потолком абсолютно упругое. Считайте, что мяч бросают с уровня пола. Пол и потолок горизонтальны, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задача 27** Необходимо с поверхности земли попасть камнем в цель, расположенную на расстоянии $L$ по горизонтали на высоте $H$. С какой наименьшей скоростью это можно сделать? Трением пренебречь.

**Задача 28** (2004) При какой минимальной начальной скорости $v_0$ можно перебросить камень через дом с покатой крышей? Ближайшая стена имеет высоту $H$, задняя стена – высоту $h$, ширина дома равна $l$.




**Задача 29** (2018) Тело бросают с поверхности длинной наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$, величина начальной скорости фиксирована. 1) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для того, чтобы время полета было максимально? 2) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для достижения максимальной дальности (дальность откладывается вдоль плоскости)?

**Задача 30** (2005) Колесо радиуса $R$ катится по горизонтальной мокрой дороге со скоростью $v$. 1) На какую максимальную высоту $h$ поднимаются капли воды, отрывающиеся от колеса? 2) Какой должна быть минимальная скорость колеса, чтобы капелька, достигшая максимальной высоты, опустилась на то же самое место? 3) Изменится ли высота $h$, если колесо будет катиться с пробуксовкой?

**Задача 31** (2010) В сферической лунке прыгает шарик, упруго отражаясь от ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени при движении шарика слева направо равен $T_1$, а при движении справа налево – $T_2$. Определите радиус лунки.

**Задача 32** Из точек A и B, находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с. Один из камней полетел по навесной траектории, другой – по настильной, но каждый попал в точку старта другого камня. Известно, что в точке A угол бросания $\alpha = 75°$. Через какое время $\tau$ после старта расстояние между камнями станет минимальным? Чему равно это расстояние?

**Задача 33** Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести $\vec{g}$. Начальные их скорости равны по модулю $v_0$ и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен $\alpha$, а другой $2\alpha$. В какой момент времени $\tau$ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

**Задача 34** (1998) Шарик, которому сообщена горизонтальная скорость $v$, падает на горизонтальную плиту с высоты $h$. При каждом ударе о плиту вертикальная составляющая скорости уменьшается (отношение вертикальной составляющей скорости после удара к ее значению до удара постоянно и равно $\alpha$). Определить, на каком расстоянии от места бросания отскоки шарика прекратятся. Считать, что трение отсутствует, так что горизонтальная составляющая скорости шарика $v$ не меняется.

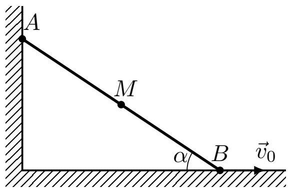
## 1.3 Мгновенный центр вращения

**Задача 35** Колесо радиуса $R$ катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью $v$. Найдите скорости различных точек колеса, уравнения траектории и радиус кривизны траектории в верхней точке дуги для произвольной точки на ободе колеса.

**Задача 36** Скорость одного конца стержня равна $v$ и направлена под углом $\alpha$ к стержню. Найдите скорость другого конца, которая направлена под углом $\beta$ к стержню.

**Задача 37** По гладкому горизонтальному столу свободно скользит тонкая прямая однородная палочка длины $L$. В некоторый момент скорость одного из концов равна $v$ и составляет прямой угол с палочкой, а скорость другого конца по величине равна $2v$. За какое время палочка повернется на угол $2\pi$?

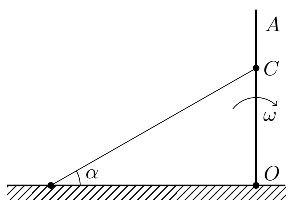
**Задача 38**
(2006) Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется по направляющим без отрыва стержень $AB$ длиной $l_0$. Скорость точки $B$ постоянна, равна $v_0$ и направлена горизонтально. Определить скорость $v$ и ускорение $a$ точки $M$, расположенной на расстоянии $MB = l$ от точки $B$, в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем $AB$ составляет $\alpha$.




## 1.4 Бесконечно малые перемещения

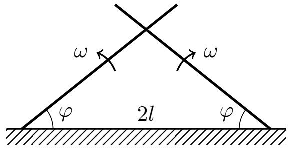
**Задача 39** Тело движется по окружности радиуса $R$ так, что его скорость зависит от времени по линейному закону: $v = at$. Найдите зависимость ускорения тела от времени.

**Задача 40**
Луч света падает на вращающийся экран $AO$, образуя на нем зайчик $C$. Угловая скорость вращения экрана $\omega$; угол, образуемый лучом света с горизонтом, равен $\alpha$. В некоторый момент времени экран занимает положение, изображенное на рисунке, при этом расстояние от оси вращения до зайчика $OC = l$. Определите, какую скорость имеет зайчик относительно экрана в указанный момент времени.



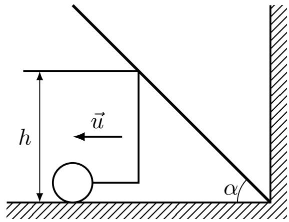
**Задача 41**

Определить скорость точки пересечения двух лучей прожекторов, которые вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью $\omega$, в момент, когда угол наклона к горизонту обоих прожекторов равен $\varphi$. Расстояние между прожекторами равно $2l$.




**Задача 42**

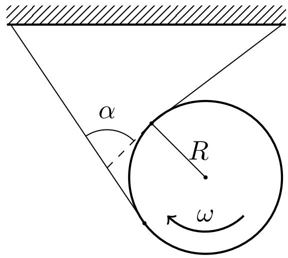
Бревно, упираясь одним концом в угол между землей и стеной, касается грузовика на высоте $h$, который отъезжает от стены со скоростью $u$. Как зависит угловая скорость вращения бревна от угла $\alpha$ между бревном и горизонтом?




**Задача 43** За лисой, бегущей прямолинейно с постоянной скоростью $v$, бежит собака таким образом, что ее скорость $u$ всегда направлена на местоположение лисы. В момент, когда векторы скоростей перпендикулярны, расстояние между ними было равно $L$. С каким ускорением при этом двигалась собака?

**Задача 44**

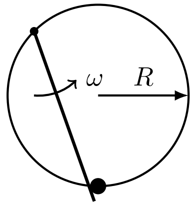
На диск радиуса $R$ намотаны две нерастяжимые нити, закрепленные в двух разных точках. При отпускании диск вращается. Когда угол между нитями у диска $\alpha$, угловая скорость вращения диска $\omega$. С какой скоростью в этот момент движется центр диска? Нити остаются натянутыми.




**Задача 45** Внутри неподвижной окружности катится без скольжения другая окружность вдвое меньшего радиуса. Какую траекторию описывает при этом произвольно выбранная точка на подвижной окружности?

**Задача 46**

Бусинка может двигаться по кольцу радиуса $R$, подталкиваемая спицей, которая вращается с угловой скоростью $\omega$ в плоскости кольца. Ось вращения спицы находится на кольце. Определить ускорение бусинки.



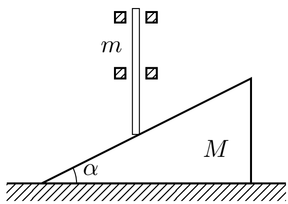

**Задача 47** По палочке, которая вращается с угловой скоростью $\omega$, ползет жук со скоростью $v$. Определите скорость и ускорение жука, когда он находится на расстоянии $L$ от оси вращения палочки.

**Задача 48** (2003) Четыре черепахи находятся в вершинах квадрата со стороной $l$. Они начинают двигаться одновременно с постоянной скоростью $v$. Каждая черепаха движется по направлению к своей соседке по часовой стрелке. Где встретятся черепахи и через какое время? Найти угол между скоростью движения черепахи и одной из сторон квадрата как функцию ее координат $\varphi = \varphi(x, y)$.

## 1.5 Динамика

**Задача 49** На наклонной поверхности с углом $\alpha$ к горизонту находится брусок. Коэффициент трения бруска о поверхность равен $\mu$. С каким ускорением будет двигаться брусок?

**Задача 50**
000000000000000 (2005) Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вверх и вниз стержень, масса которого $m$. Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой $M$. Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определите ускорения стержня и клина.

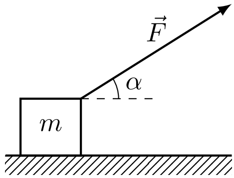



**Задача 51** (1998) Клин высотой $h$ с углом наклона $\alpha$ стоит на гладкой горизонтальной поверхности. Масса клина $m_1$. С вершины клина начинает соскальзывать без трения брусок массой $m_2$. Найдите ускорение клина и время соскальзывания бруска.

**Задача 52** (2015) Брусок скользит по длинной наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$, движущейся равномерно относительно земли по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 10$ м/с в направлении противоположном вершине с углом $\alpha$. Начальная скорость бруска относительно плоскости равна нулю, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,4$. 1) Определите минимальную скорость бруска относительно земли. 2) Через какое время скорость бруска относительно земли будет равна 10 м/с? 3) По какой траектории будет двигаться брусок относительно земли?

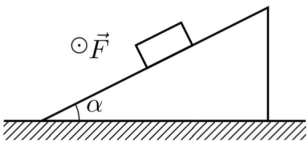
**Задача 53**

Брусок массы $m$ тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $\mu$. Найти угол $\alpha$, при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?



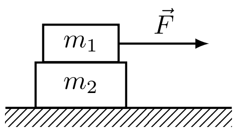

**Задача 54** По наклонной плоскости, образующей угол $\alpha$ с горизонтом, за веревку вытягивают ящик массы $m$. Коэффициент трения ящика о плоскость равен $\mu$. Под каким углом $\beta$ к горизонту следует тянуть веревку, чтобы равномерно двигать ящик с наименьшим усилием? Каково это усилие?

**Задача 55** (2016) Брусок массой 10 кг положили на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен $\mu = 0,8$. 1) Докажите, что брусок будет покоиться относительно плоскости. 2) Определите минимальную горизонтальную силу, направленную вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно плоскости рисунка, которую нужно приложить к бруску, чтобы его сдвинуть. 3) Определите минимальную силу, которую нужно приложить к бруску для того, чтобы перемещать его вверх по наклонной плоскости.



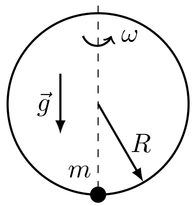

**Задача 56**

При какой максимальной силе $F$ верхний брусок еще не будет скользить по нижнему? Массы брусков $m_1$ и $m_2$, коэффициент трения между ними $\mu$, поверхность стола гладкая.

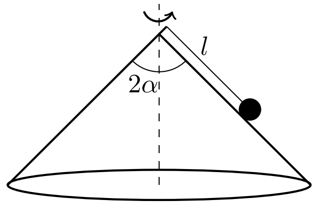


**Задача 57** Листы бумаги, сложенные, как показано на рисунке, склеивают свободными концами через лист таким образом, что получаются две самостоятельные кипы $A$ и $B$. Вес каждого листа 0.06 Н, число всех листов 200, коэффициент трения бумаги о бумагу, а также о стол, на котором бумага лежит, равен 0.2. Предполагая, что одна из кип удерживается неподвижно, определить наименьшее горизонтальное усилие $F$, необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.


**Задача 58**
По вертикально подвешенному в поле тяжести Земли кольцу радиуса $R$ может скользить без трения шарик массы $m$. В начальный момент времени кольцо неподвижно, и шарик находится в нижней точке кольца. Как будет двигаться шарик, если кольцо начнет вращаться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega$?



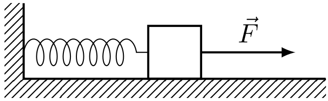

**Задача 59**
К вершине прямого кругового конуса с помощью нити длиной $L$ прикреплена небольшая шайба. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально. При каком числе оборотов в единицу времени шайба не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса $2\alpha$.




**Задача 60** У края диска радиусом $R$ лежит монета. Диск раскручивается так, что его угловая скорость линейно растет со временем по закону $\omega = \varepsilon t$. В какой момент времени монета слетит с диска, если коэффициент трения между диском и монетой равен $\mu$? Какой угол с направлением к центру диска образует сила трения в этот момент?

**Задача 61**
(2017) На рисунке представлен горизонтальный пружинный маятник, который может совершать колебания с частотой 2 Гц. Масса груза маятника $m = 100$ г. Горизонтальная плоскость гладкая. На маятник, находящийся

в состоянии покоя в положении равновесия, начинает действовать постоянная горизонтальная сила $F = 2$ Н. 1) Определите максимальное растяжение пружины. 2) Определите максимальное растяжение пружины при условии, что сила $F$ действует только в течение времени 0,01 с.



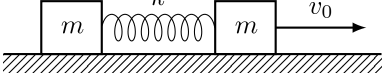

## 1.6 Центр масс

**Задача 62** Тонкий однородный стержень длиной $l$ и массой $m$ привели в движение вдоль гладкой горизонтальной поверхности так, что он движется поступательно и одновременно вращается с угловой скоростью $\omega$ вокруг оси перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. Найдите натяжение стержня в зависимости от расстояния $x$ до его центра.

**Задача 63** Двойная звезда состоит из двух звезд-компонентов массами $m_1$ и $m_2$, расстояние между которыми не меняется и остается равным $L$. Найдите период вращения двойной звезды.

**Задача 64** (2009) Невесомый стержень длины $L$ с двумя шариками на концах с массами $m$ и $3m$ находится на гладкой горизонтальной поверхности. Шарику массой $m$ резко сообщают скорость $\vec{v}$ в направлении перпендикулярном стержню. Какова сила натяжения стержня? Как изменится ответ, если скорость $\vec{v}$ сообщить шарику массой $3m$? Какая часть энергии перейдет в кинетическую энергию вращательного движения в первом и во втором случаях?

**Задача 65**
(1998) На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой $m$ каждый, связанные легкой пружиной жесткостью $k$. Первому бруску сообщают скорость $v_0$ в направлении от второго бруска. Опишите движение системы. Через какое время деформация пружины впервые достигнет максимального значения?



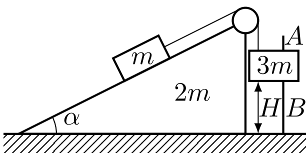
**Задача 66** Шар массой $m$ налетает со скоростью $v$ на покоящийся шар массой $2m$. Найдите скорости обоих шаров после упругого центрального удара.

**Задача 67** Определите, какую часть своей кинетической энергии теряет частица массой $m_1$ при упругом лобовом столкновении с неподвижной частицей массой $m_2$.

**Задача 68** Известно, что при упругом нецентральном ударе двух одинаковых шаров, один из которых до удара покоился, угол разлета равен $90°$. Докажите это утверждение.

**Задача 69** (2012) На абсолютно гладком столе лежит обруч массой $M$ и радиусом $R$. На обруче находится жук, масса которого $m$. Какие траектории будут описывать жук и центр обруча при движении жука по обручу?

**Задача 70** Клин массой $2m$ с углом наклона к горизонту $\alpha$ ($\cos\alpha = 2/3$) находится на гладкой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укрепленный на вершине клина, перекинута легкая нить, связывающая грузы массами $m$ и $3m$. Груз массой $3m$ может скользить вдоль вертикальной направляющей $AB$, закрепленной на клине. Этот груз вначале удерживают неподвижно на расстоянии $H = 27$ см от стола, а затем отпускают. На какое расстояние сместится клин к моменту касания груза массой $3m$ стола? Массами блока и направляющей $AB$ пренебречь.




## 1.7 Распределенная масса

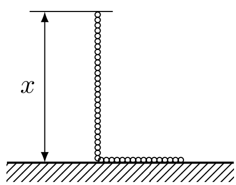
**Задача 71** Струя воды сечением $S$ ударяется о стенку, расположенную перпендикулярно струе. Скорость воды в струе $v$, после удара вода теряет скорость и стекает по стенке. Какова сила давления воды на стенку? Плотность воды $\rho$.

**Задача 72** Космический корабль массой $M$ движется в глубоком космосе. Для управления кораблем используется реактивный двигатель, который выбрасывает реактивную струю со скоростью $u$ относительно корабля, причем расход топлива в струе равен $\mu$ (расход топлива – это масса топлива, выбрасываемая за единицу времени). Найдите ускорение корабля.

**Задача 73** Тонкое веревочное кольцо массой $m$ и радиусом $R$ положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили до угловой скорости $\omega$. Найдите силу натяжения веревки.

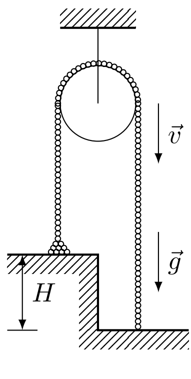
**Задача 74** Чтобы остановить движение большого судна при причаливании, с него на пристань бросают канат и насколько раз оборачивают вокруг тумбы. В результате, прикладывая небольшое усилие к свободному концу проскальзывающего каната можно остановить огромный пароход. Рассчитать, во сколько раз действующая на пароход со стороны каната сила превосходит приложенное к свободному концу каната усилие, если число оборотов равно $n$, коэффициент трения каната о тумбу $\mu$.

**Задача 75**
(2011) Однородная цепочка длиной $L$ и массой $m$ подвешена на нити так, что другим концом она касается стола. Нить пережигают. Найти зависимость силы давления $F$ цепочки на стол от длины $x$ еще не упавшей части. Считать удар звеньев о стол неупругим.



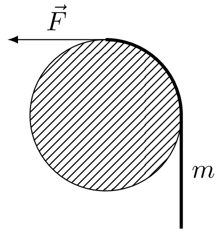

**Задача 76**

Длинная тонкая цепочка перекинута через блок так, что ее правая часть свисает до пола, а левая лежит, свернувшись клубком, на уступе высотой $H$. Цепочку отпускают, и она приходит в движение. Найдите установившуюся скорость движения цепочки. Блок идеальный, цепочка неупругая.

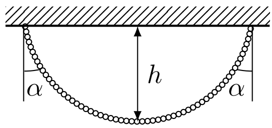


**Задача 77**

Веревку длиной $l$ и массой $m$ кладут на гладкое горизонтальное бревно радиусом $R$, причем вначале веревку удерживают за верхний конец, прикладывая горизонтальную силу $F$, а затем отпускают. Определите: 1) значение силы $F$; 2) ускорение веревки в первый момент.



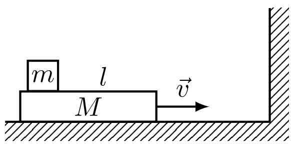

**Задача 78**
Цепочку массой $m$ и длиной $l$ подвесили за концы к потолку. При этом оказалось, что в местах закрепления цепочка образует углы $\alpha$ с вертикалью. Найдите расстояние $h$ от нижней точки цепочки до потолка.



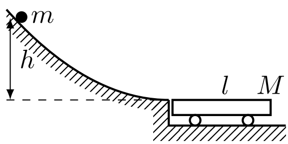

**Задача 79** Определите форму тяжелой нерастяжимой цепочки, подвешенной за концы на одной высоте, в однородном поле силы тяжести.

## 1.8 Теорема об изменении механической энергии

**Задача 80**
На бруске длиной $l$ массой $M$, расположенном на гладкой горизонтальной поверхности, лежит маленькое тело массой $m$. Коэффициент трения между телом и бруском $\mu$. С какой скоростью $v$ должна двигаться система, чтобы после упругого удара бруска о стенку тело упало с бруска?

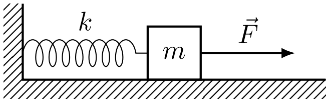



**Задача 81**
Тело массой $m$ съезжает с высоты $h$ гладкой наклонной плоскости и начинает скользить по тележке массой $M$, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и тележкой $\mu$. На какое расстояние переместится тело относительно тележки?

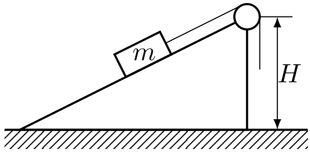



**Задача 82** На горизонтальной плоскости лежит тело массой $m$, соединенное с вертикальной стеной пружиной жесткостью $k$. В начальный мо-

мент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать постоянная сила $F$. Считая, что коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu$ и что $F > \mu mg$, найдите максимальное смещение тела от начального положения и максимальную скорость тела в процессе движения.




**Задача 83**
Груз массой $m$ медленно поднимают на высоту $h$ по наклонной плоскости с помощью блока и троса. При этом совершается работа $A$. Затем трос отпускают, и груз скользит вниз. Найдите величину $A$, если известно, что скорость тела в конце спуска равна $v$.




**Задача 84** (2010) У основания наклонной плоскости находится брусок. Бруску сообщают некоторую начальную скорость, направленную вдоль плоскости вверх. На высоте $h$ скорость бруска уменьшается до значения $v_1$. После абсолютно упругого удара о стенку, расположенную на высоте $H > h$, брусок скользит вниз, и на той же высоте $h$ его скорость равна $v_2 < v_1$. Определите скорость бруска в момент удара о стенку.

## 1.9 Энергия и импульс

**Задача 85** На гладкой горизонтальной поверхности лежит небольшая шайба массы $m$ и гладкая горка массы $M$ высоты $H$. Какую минимальную скорость $v$ надо придать шайбе, чтобы она смогла преодолеть барьер?

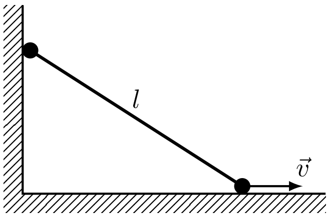
**Задача 86** (2012) Две лодки идут параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями $v$. Когда лодки встречаются, с одной лодки на другую перебрасывают груз массой $m$, а затем со второй лодки на первую перебрасывают такой же груз. В другой раз грузы перебрасывают из лодки в лодку одновременно. В каком случае скорости лодок после перебрасывания грузов будут больше? Масса каждой лодки без груза $M$.

**Задача 87** (2006) Лягушка массы $m$ сидит на конце доски массы $M$ и длины $L$. Доска плавает по поверхности пруда. Лягушка прыгает под углом $\alpha$ к горизонту вдоль доски. Какой должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она оказалась после прыжка на противоположном конце доски? Как изменится ответ, если 1) доска и лягушка сносятся течением со скоростью $u$, и лягушка прыгает по направлению против течения; 2) доска испытывает при своем движении постоянную силу сопротивления воды $F$?

**Задача 88** (2001) Трактор массы $m$ рывками перемещает груз массы $M > m$. Они соединены прочным нерастяжимым тросом длины $L$. В начальный момент трактор находится рядом с грузом. Сколько рывков надо сделать трактору, чтобы переместить его на расстояние $s$? Считать, что коэффициент трения трактора и груза о землю одинаков.

**Задача 89** Два груза массы $m$, соединенные пружиной жесткостью $k$, находятся на гладком горизонтальном столе. Одному из тел сообщают скорость $v$ и измеряют максимальное растяжение пружины. В ходе опыта пружина лопнула при растяжении, равном половине максимального. С какими скоростями после разрыва пружины грузы поедут по столу?

**Задача 90**
Два тела малых размеров массой $m$ каждое соединены стержнем пренебрежимо малой массы длиной $l$. Система из начального положения у вертикальной гладкой стены приходит в движение. Нижнее тело скользит без трения по горизонтальной поверхности, верхнее - по вертикальной. Найдите значение скорости нижнего тела, при котором верхнее оторвется от вертикальной стенки.

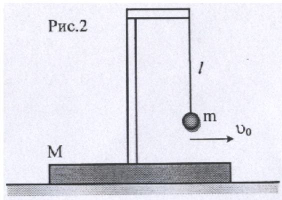



**Задача 91** (2002) Три одинаковых шарика массы $m$ каждый, скрепленные вдоль прямой двумя невесомыми стержнями длиной $l$, вертикально поставили на гладкую горизонтальную плоскость. Найти скорость верхнего шарика в момент удара о плоскость.

**Задача 92** (2018) Студент стреляет из рогатки шариком массой 20 г, доведя усилие при растяжении резинки до 50 Н. При этом длина резинки увеличивается в три раза. Резника рогатки имеет общую длину в нерастянутом состоянии 30 см, сложена вдвое. 1) Определите скорость шарика пренебрегая массой резинки. 2) Определите скорость шарика, если масса резинки 50 г.

**Задача 93** (2018) Автомобиль движется с постоянной скоростью по горизонтальному шоссе. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, равна 60 кВт, эффективная площадь сопротивления автомобиля 0,7 м$^2$ (площадка соударений молекул воздуха с автомобилем, перпендикулярная скорости автомобиля). КПД бензинового двигателя 25%, удельная теплота сгорания бензина $46 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность бензина 710 кг/м$^3$. Температура окружающего воздуха 20° С, атмосферное давление $10^5$ Па, молярная масса воздуха 29 г/моль. 1) Сколько литров бензина тратит автомобиль за 1 час? 2) С какой скоростью движется автомобиль?

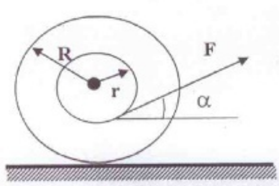
**Задача 94**
(2016) Платформа массой  стоит на гладкой горизонтальной плоскости. На платформе закреплен штатив, к которому на нити длиной $l$ подвешен груз массы $m$. Грузу сообщают горизонтальную скорость $v_0$, при этом максимальный угол отклонения нити от вертикали не превышает 90°. l) Определите максимальную высоту подъема груза. 2) Определите максимальную скорость платформы при качаниях груза. 3) Определите силу натяжения нити и момент времени, когда скорость платформы максимальна.




## 1.10 Вращательное движение твердого тела

**Задача 95** Определить ускорение тел и натяжение нити на машине Атвуда, предполагая, что $m_2 > m_1$. Момент инерции блока относительно геометрический оси равен $I$, радиус блока $r$. Массу нити считать пренебрежимо малой.

**Задача 96**
(2010) На горизонтальной шероховатой поверхности лежит катушка ниток массой $m$. Ее момент инерции относительно собственной оси $I$, внешний радиус $R$, радиус намотанного слоя ниток $r$. Катушку без скольжения начали тянуть с постоянной силой $F$, направленной под углом $\alpha$ к горизонту. Найти ускорение центра катушки.




**Задача 97** (2015) Гимнаст массы 80 кг, крутя солнышко на турнике. остановился и сделал стойку на руках (вверх ногами). Затем. немного

отклонившись. начал вращаться, удерживая тело а прямом положении. Оценить максимальную силу натяжения, возникающую в каждой руке гимнаста.

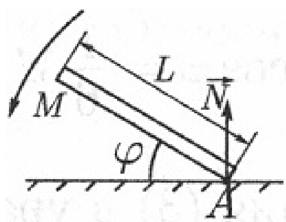
**Задача 98** Монета массы $m$ и радиуса $r$, вращаясь в горизонтальной плоскости вокруг своей геометрической оси с угловой скоростью $\omega$, вертикально падает на горизонтальный диск и прилипает к нему. В результате диск приходит во вращение вокруг своей оси. Возникающий при этом момент сил трения в оси диска постоянен и равен $M_0$. Через какое время вращение диска прекратится? Сколько оборотов сделает диск до полной остановки? Момент инерции диска относительно его геометрической оси $I_0$. Расстояние между осями диска и монеты равно $d$.

**Задача 99** Каким участком сабли следует рубить лозу, чтобы рука не чувствовала удар? Саблю считать однородной пластиной.

**Задача 100** Сплошной однородный короткий цилиндр радиуса $R$, вращающийся вокруг своей геометрической оси со скоростью $\nu$ об/с, ставят в вертикальном положении на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов $N$ сделает цилиндр, прежде чем вращение его полностью прекратится? Коэффициент трения скольжения между основанием цилиндра и поверхностью, на которую он поставлен, не зависит от скорости вращения и равен $\mu$.

**Задача 101** Однородный тонкий негнущийся стержень массой $m$ поддерживается в горизонтальном положении двумя вертикальными опорами у концов стержня. В начальный момент времени $t = 0$ одна из опор выбивается. Найти силу, которая действует на вторую опору сразу же после этого момента.

**Задача 102**
Тонкий стержень массой $M$ и длиной $L$ свободно падает в вертикальной плоскости из начального положения, в котором угол между стержнем и горизонтальной плоскостью составлял 30°. Определите давление стержня на плоскость в момент удара, считая точку опоры стержня о плоскость неподвижной.



**Задача 103** Сплошной цилиндр без проскальзывания катится со скоростью $v$ по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную поверхность с углом $\alpha$. Радиус цилиндра $R$. Найти максимальное значение скорости цилиндра, при которой он перейдет на наклонную плоскость без скачка. Скольжения нет.

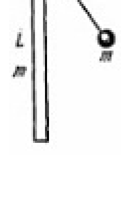
**Задача 104** (2003) Обруч радиуса $R$ бросают вперед со скоростью $v_0$ и сообщают ему одновременно угловую скорость $\omega_0$. Определить минимальное значение угловой скорости $\omega_{0\,\min}$, при котором обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости $v$, если $\omega_0 > \omega_{0\,\min}$. Трением качения можно пренебречь.

**Задача 105** (2008) Сплошной однородный цилиндр, ось которого горизонтальна, движется без вращения по гладкой горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном к его оси. В некоторый момент цилиндр достигает границы, где поверхность становится шероховатой и возникает постоянная (не зависящая от скорости) сила трения скольжения, а трение качения отсутствует. Каково будет движение цилиндра после перехода границы? Как распределится кинетическая энергия поступательного движения цилиндра?

**Задача 106** (2001) Пуля массы $m$, летящая горизонтально со скоростью $v$, попадает в покоящийся на шероховатой горизонтальной поверхности деревянный шар массой $M \gg m$ и радиусом $R$ на расстоянии $l$ ниже центра масс и застревает в нем. Найти установившуюся скорость шара.

**Задача 107** (2004) Двум дискам радиусами $R_1$ и $R_2$ сообщили одну и ту же угловую скорость $\omega_0$, а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции относительно их осей вращения равны $I_1$ и $I_2$. Найти приращение момента импульса системы и приращение ее механической энергии.

**Задача 108**
Тонкий стержень массы $m$ и длины $L$ подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. К той же оси подвешен на нити дины $l$ шарик такой же массы $m$. Шарик отклоняют на некоторый угол и отпускают. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.



**Задача 109** (2002) Шарик массой $m$ подвешен на нерастяжимой нити длиной $l$ и отклонен на малый угол от положения равновесия. В той же точке, что и нить, подвешен стержень длиной $1.5l$. Какова должна быть масса стержня $M$, чтобы в результате столкновения шарик остановился? Удар абсолютно упругий. Определить период колебаний шарика.

**Задача 110** (2007) На гладком горизонтальном столе лежит однородный твердый стержень длины $l$ и массы $M$, в край которого ударяет твердый шарик массы $m$, движущийся со скоростью $v_0$, перпендикулярной к оси стержня. Считая удар идеально упругим и предполагая, что силы трения между поверхностью стола и лежащими на ней телами пренебрежимо малы, вычислить угловую скорость вращения стержня после удара.

**Задача 111** Шарик массой $m$ летит со скоростью $u_0$ навстречу покоящемуся стержню массой $M = 2m$ и длиной $2L$. Направление движения шарика перпендикулярно стержню и удалено на расстояние $l$ от его центра. После удара скорость шарика становится равной $u_1$, а стержня – $V$. При этом стержень начинает вращаться с угловой скоростью $\omega$. Требуется определить 1) при каком $l$ шарик после удара остановится, а также 2) скорость шарика, стержня и угловую скорость вращения стержня, если шарик ударяет в конец стержня.

**Задача 112** Как надо ударить кием по бильярдному шару, чтобы при столкновении с другим (неподвижным) шаром 1) оба шара стали двигаться вперед (удар с накатом), 2) первый шар остановился, а второй двигался вперед (удар с остановкой), 3) второй шар двигался вперед, а первый откатился назад (удар с оттяжкой)? Предполагается, что удар наносится горизонтально в вертикальной плоскости, проходящей через центр шара и точку касания его с плоскостью бильярдного стола.

## 1.11 Решение дифференциальных уравнений

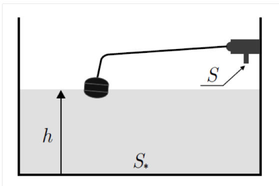
**Задача 113** Экспериментально установлено, что при движении пули массы $m$ в деревянной доске сила сопротивления пропорциональна скорости пули по закону $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$. Какой путь пройдет пуля в доске до остановки, если начальная скорость пули $v_0$?

**Задача 114** При движении тел в воздухе на них действует сила сопротивления пропорциональная квадрату скорости $F = -\alpha v^2$. По какому закону изменяются скорость и пройденный путь телом массы $m$ при движении без начальной скорости?

**Задача 115** Стальной шарик падает с высоты $h$ с нулевой начальной скоростью на стальную плиту. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости шарика, коэффициент пропорциональности $k$. Удар о плиту абсолютно упругий. На какую высоту $\Delta h$ шарик не долетит до начального положения при первом отскоке?

**Задача 116** В начальный момент цепочка длиной $L$ свисает над краем стола таким образом, что сила тяжести уравновешена силой трения. В результате небольшого смещения $\varepsilon$ цепочка начинает скользить. Определить время $T$, за которое цепочка полностью соскользнет со стола. Коэффициент трения между цепочкой и поверхностью стола равен $\mu$.

**Задача 117**
Бачок имеет форму параллелепипеда с площадью основания $S^*$. При его наполнении водой поднимается поплавок, который постепенно закрывает кран подачи воды. Для простоты будем считать, что с увеличением уровня воды $h$ в бачке площадь отверстия крана уменьшается по линейному закону $S = S_0(1 - h/h_{\max})$. Скорость подачи воды постоянна и равна $v$. За какое время бачок полностью наполнится водой?

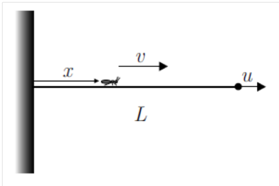



**Задача 118** В цилиндрическом баке с площадью основания $S$ находится вода, уровень которой расположен на высоте $h_0$. Вблизи дна бака имеется небольшое отверстие площадью $s$. Как изменяется со временем уровень воды баке при истечении из отверстия?

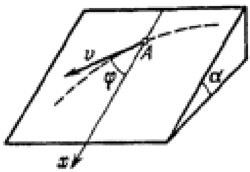
**Задача 119** Вывести дифференциальное уравнение вытекания жидкости из конического сосуда и определить полное время вытекания $T$. Радиус верхнего основания конического сосуда равен $R$, а радиус нижнего основания (отверстия) $a$. Начальная уровень жидкости составляет $H$.

**Задача 120**

По длинному хорошо растяжимому жгуту, один конец которого прикреплен к стене, а другой оттягивается с постоянной скоростью $u$, ползет муравей. Скорость муравья относительно жгута постоянна и равна $v$ и направлена в сторону движущегося конца жгута. Доберется ли муравей до конца жгута? За какое время? Начальная длина жгута $L_0$, муравей стартует от неподвижного конца.




**Задача 121**
Небольшую шайбу $A$ положили на наклонную плоскость, составляющую угол $\alpha$ с горизонтом и сообщили начальную скорость $v_0$. Найти зависимость скорости шайбы от угла $\varphi$, если коэффициент трения $k = \tan\alpha$ и в начальный момент $\varphi_0 = \pi/2$.




**Задача 122** Наклонная плоскость имеет угол $\alpha$ с горизонтом. Тело, лежащее на наклонной плоскости, толкнули в горизонтальном направлении с начальной скоростью $v_0$. Коэффициент трения тела о плоскость равен $\mu = k\tan\alpha(k > 1)$. Через какое время тело остановится и какой путь пройдет до остановки?

**Задача 123** С вертикальной скалы высотой $H$ брошен горизонтально со скоростью $v_0$ камень массой $m$. Спустя некоторое время он стал двигаться с постоянной скоростью. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, найти расстояние по горизонтали $L$, на которое камень удалится от скалы в момент падения, и время движения $t$.

**Задача 124** (2007) Бусинка находится в наинизшей точке вертикально расположенной неподвижной шероховатой окружности радиуса $R$. Какую минимальную скорость надо сообщить бусинке, чтобы она достигла горизонтального диаметра окружности? Коэффициент трения равен $\mu$.

**Задача 125** (2008) Сферическая капля воды движется в однородном поле тяжести в среде, в которой за счет конденсации происходит увеличение массы капли, пропорциональное ее поверхности с коэффициентом пропорциональности $\alpha$. Найти скорость капли в зависимости от времени, если в начальный момент времени капля была неподвижна, ее масса равнялась $m_0$. Плотность воды $\rho$.

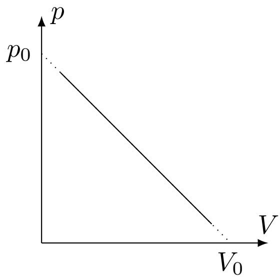
**Задача 126** (2008) В данной плоскости движутся две точки: точка 1 движется по прямой с постоянной скоростью $v_1$, а точка 2 – с постоянной по модулю скоростью $v_2$, направленной все время на точку 1. Найти траекторию точки 2 и координату места встречи 1 и 2. Считать, что в начальный момент времени расстояние между точками $y_0$ и $\vec{v_2} \perp \vec{v_1}$.

# Глава 2

# Молекулярная физика

## 2.1 Газовые законы

**Задача 127** (2001) Какой максимальной температуры достигнет 1 моль идеального газа в процессе, изображенном на рисунке?

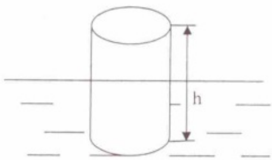



**Задача 128** Найдите максимальную температуру идеального газа в процессе, протекающем по закону $P = P_0 - \alpha V^2$, где $P_0$ и $\alpha$ – положительные постоянные, $V$ – объем одного моля.

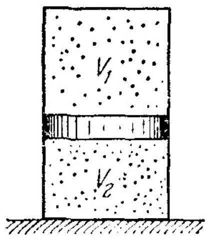
**Задача 129** (2010) Посередине откаченной и запаянной с обоих концов горизонтально расположенной трубки длины $L$ находится столбик ртути длины $h$. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути сместится на расстояние $x$. Какое первоначальное давление в трубке? Плотность ртути $\rho$.

**Задача 130** (2013) В баллон, вместимостью $V$, при давлении $p$ нагнетают воздух. За какое время $t$ он будет накачан до давления $p_n$, если компрессор за время $\tau$ засасывает объем $V_0$ атмосферного воздуха? Температуру считать неизменной, а атмосферное давление равным $p_0$. Как изменится ответ, если воздух откачивать из баллона?

**Задача 131**
(2012) На поверхности жидкости плотностью $\rho$ плавает тонкостенный цилиндрический стакан высотой $h$, наполовину погруженный в жидкость. На какую глубину $h_1$ погрузится стакан в жидкость, если его осторожно положить на поверхность жидкости вверх дном? На какую глубину $h_2$ нужно утопить перевернутый вверх дном стакан, чтобы он вместе с заключенным в нем воздухом пошел ко дну? Давление атмосферы $p_0$.

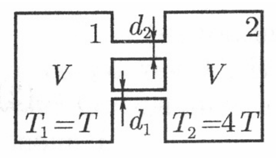



**Задача 132**
В вертикальном закрытом сосуде имеется поршень, который может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находятся одинаковые массы одного и того же газа. При температуре $T$ объем верхней части в $n$ раз больше, чем объем нижней. Каким будет соотношение этих объемов, если повысить температуру до значения $T_2$?

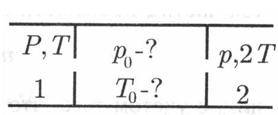


## 2.2 Молекулярно-кинетическая теория

**Задача 133**
Два сосуда одинакового объема соединены трубками. Диаметр одной из трубок велик, а другой мал по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул газа, находящегося в сосуде. Первый сосуд поддерживается при температуре $T$, а второй при температуре $4T$. В каком направлении будет перетекать газ по узкой трубке, если перекрыть широкую трубку? Какая масса газа перейдет при этом из одного сосуд в другой, если общая масса газа в обоих сосудах равна $M$?




**Задача 134**
Теплоизолированная полость небольшими малыми одинаковыми отверстиями соединена с двумя объемами, содержащими газообразный гелий. Давления в этих объемах поддерживаются одинаковыми и равными $P$, а температуры поддерживаются равными в одном из объемов $T$, в другом $2T$. Найдите установившиеся давление и температуру внутри полости.



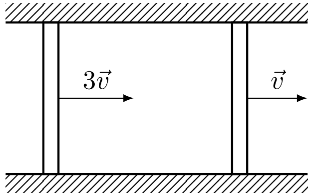

**Задача 135** Плоская поверхность нагрета неравномерно, так что вдоль нее поддерживается градиент температуры $dT/dx$. В этих условиях газ, примыкающий к поверхности, приходит в движение вдоль поверхности. Это явление называют тепловым скольжением. Объясните его механизм и оцените скорость теплового скольжения. Необходимые параметры считать известными.

**Задача 136** (2008) Оценить по порядку величины установившуюся скорость, с которой будет двигаться в сильно разреженном воздухе плоский диск, одна из сторон которого нагрета до температуры $T_1$, а другая до температуры $T_2$, $T_1 > T_2$. Температура воздуха равна $T$.

**Задача 137** (2009) Каково должно быть максимальное значение температурного градиента $dT/dz$ атмосферного воздуха, чтобы он мог находиться в устойчивом механическом равновесии? Воздух считать двухатомным газом с относительной молекулярной массой $\mu$. Ускорение свободного падения $g$ не зависит от высоты над поверхностью земли.

## 2.3 Закон сохранения энергии

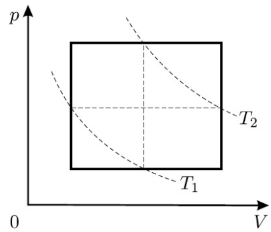
**Задача 138**
(2004) В длинной теплоизолированной трубке между одинаковыми поршнями массы $m$ находится 1 моль одноатомного идеального газа при температуре $T_0$. В начальный момент скорости поршней направлены в одну сторону и равны $v$ и $3v$. До какой максимальной температуры нагреется газ? Поршни тепло не проводят, массой газа по сравнению с массой поршней пренебречь.




**Задача 139** В длинной горизонтальной трубе могут скользить без трения два поршня, массы которых $m$ и $2m$. Между ними находится некоторое количество одноатомного газа при давлении $p$ и объеме $V$. В этот момент легкий поршень движется к тяжелому со скоростью $v_0$, тяжелый поршень покоится. Оцените максимальную скорость тяжелого поршня.

**Задача 140** (2003) Внутри закрытого теплоизолированного цилиндра с идеальным газом находится легкоподвижный теплопроводящий поршень. При равновесии поршень делит цилиндр на две равные части и температура газа равна $T_0$. Поршень начали медленно перемещать. Найти температуру газа как функцию отношения $\eta$ объема большей части к объему меньшей части. Показатель адиабаты газа $\gamma$.

**Задача 141**
Найдите КПД тепловой машины, цикл которой состоит из двух изохор и двух изобар, а рабочим телом является идеальный одноатомный газ. Середины нижней изобары и левой изохоры лежат на изотерме, соответствующей температуре $T_1$, а середины верхней изобары и правой изохоры – на изотерме, соответствующей температуре $T_2$.

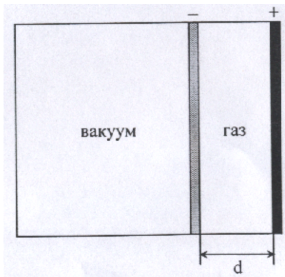



**Задача 142** (2014) В вертикальном цилиндрическом сосуде с теплонепроницаемыми стенками под поршнем массы $m = 100$ г находится 5 моль неона (молярная масса 20 г/моль). В начальный момент поршень закреплен. После того, как поршень освободили, объем газа увеличился в 2 раза. Определите конечную температуру газа, если его начальная температура

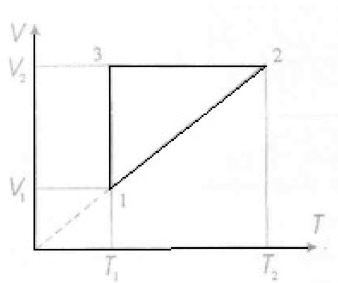
равна $T_0 = 300$ К. Считайте, что над поршнем вакуум. Трением между поршнем и стенками сосуда отсутствует.

**Задача 143** (2015) В высоком теплоизолированном цилиндре под поршнем находится гелий. Над поршнем — вакуум. Поршню толчком сообщают скорость 2 м/с. На сколько выше или ниже начального положения окажется поршень после прихода системы в равновесие? Трением и теплообменом с внешней средой пренебречь.

**Задача 144**
(2016) В цилиндрическом сосуде с диэлектрическими стенками между металлическим основанием и металлическим поршнем находится двухтомный идеальный газ. Поршень и основание являются обкладками конденсатора, заряженного до напряжения $U$ и отключенного от источника питания, В равновесии расстояние между поршнем и основанием цилиндра равно $d$ (много меньше радиуса цилиндра) Площадь сечения сосуда равна $S$, слева от поршня - вакуум. 1) Определите отношение внутренней энергии газа и энергии электрического поля конденсатора. 2) Какое количество теплоты нужно сообщить газу для того, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками в 2 раза?

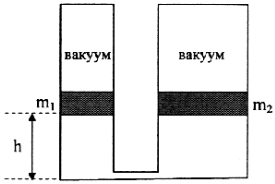



**Задача 145** (2002) Чему равна работа 1 моля идеального газа в круговом процессе, показанном на рисунке? Температуры $T_1$ и $T_2$ известны.




**Задача 146**

(2017) Идеальный одноатомный газ в количестве 0,1 моль находится под массивными поршнями в двух сообщающихся сосудах. Сосуды закрыты и откачаны, т.е. над поршнями вакуум. Массы поршней $m_1 = m_2 = 10$ кг, площади поперечного сечения поршней $S_1 = 10$ см$^2$, $S_2 = 20$ см$^2$ В начальный момент времени первый поршень свободен, а второй — зафиксирован, поршни находятся на одинаковой высоте $h_1 = 80$ см. 1) Определите начальную температуру газа. 2) До какой температуры нагреется газ, если ему квазистатически сообщить тепло 100 Дж? 3) Определите температуру газа, которая установится, если в начальный момент времени сосуды теплоизолировать и освободить второй поршень. Трение отсутствует. Сосуды высокие, объемом очень тонкой перегородки, соединяющей сосуды, пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$.



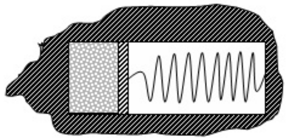

## 2.4 Теплоемкость

**Задача 147** (1998) Имеется идеальный газ, теплоемкость которого при постоянном объеме равна $C_V$. Найдите молярную теплоемкость этого газа как функцию объема, если давление газа меняется по закону $p = p_0\ e^{\alpha V}$ ($p_0$ и $\alpha$ известны).

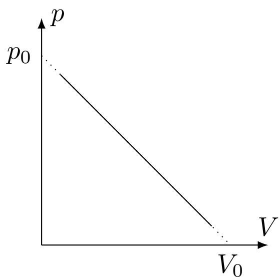
**Задача 148** Для идеального газа с заданным показателем адиабаты $\gamma$ найдите уравнение процесса (в координатах $V$, $T$), при котором теплоемкость зависит от температуры по закону $C = \alpha T^2$.

**Задача 149**

(2005) В расположенном горизонтально цилиндре слева от закрепленного поршня находится один моль идеального газа, в правой части цилиндра - вакуум. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой, находится первоначально в недеформированном состоянии. Поршень освобождают, и после установления равновесия объем, занимаемый газом, увеличивается в $\alpha$ раз. Как изменились при этом температура и давление газа? Теплоемкостями цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Найти теплоемкость газа.



**Задача 150** (2001) Вычислить молярную теплоемкость $C(V)$ идеального газа, совершающего процесс, показанный на рисунке. Показатель адиабаты $\gamma$ считать известным.



# Глава 3

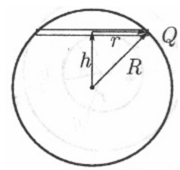
# Электричество

## 3.1 Электростатика

**Задача 151** Два маленьких шарика, массы которых $m$ и $M$, заряжены одинаковыми зарядами $q$ и удерживаются на расстоянии $L$ друг от друга. Шарики отпускают, и они начинают разлетаться. Найти скорости шариков после разлета на большое расстояние. Найти скорости шариков после разлета на расстояние $7L$.

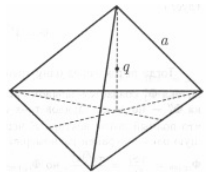
**Задача 152** Точечный заряд $q$ находится между двумя заземленными проводящими концентрическими сферами радиусами $a$ и $b$ на расстоянии $r$ от центра ($a < r < b$). Найти полные индуцированные на сферах заряды. Рассмотреть все возможные предельные случаи.

**Задача 153**
Заряженный металлический шар радиуса $R$ разрезан на две части по плоскости, отстоящей от центра на расстояние $h$. Найти силу, с которой отталкиваются эти части. Исходный заряд шара $Q$.

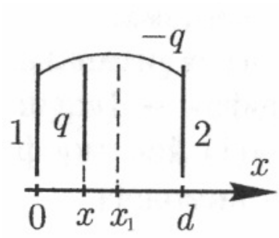



**Задача 154**

Грани правильного тетраэдра со стороной $a$ равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда $\sigma$. В центр тетраэдра помещен точечный заряд $q$. Найти силу, с которой точечный заряд действует на одну из граней тетраэдра.




**Задача 155**
Две большие проводящие пластины 1 и 2 расположены на расстоянии $d$ друг от друга, а между ними на расстоянии  от пластины 1 находится проводящая пластина с зарядом $q$. Крайние пластины соединены проводником и имеют заряд $-q$. Какой заряд пройдет по проводнику, соединяющему крайние пластины, если пластину с зарядом $q$ переместить из положения $x$ в положение с координатой $x_1$.

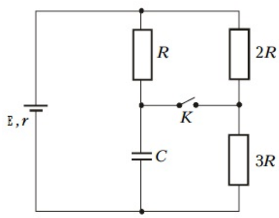



**Задача 156** (2017) В вакууме относительно некоторой ИСО покоится однородное тонкое кольцо радиуса $R$, массой $3m$ и равномерно распределенным зарядом $q$. Какую минимальную скорость в этой ИСО должна иметь частица массой $m$ и зарядом равным по знаку и величине заряду кольца, чтобы, двигаясь вдоль оси кольца с очень большого расстояния, достичь его центра? Рассмотрите два случая: а) кольцо закреплено; б) кольцо свободное.

## 3.2 Конденсаторы

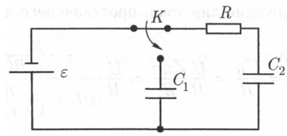
**Задача 157**

В электрической схеме, изображенной на рисунке, в начальный момент времени ключ $K$ разомкнут, конденсатор не заряжен. Параметры схемы указаны на рисунке. Определите начальные токи через резисторы и через батарею сразу после замыкания.



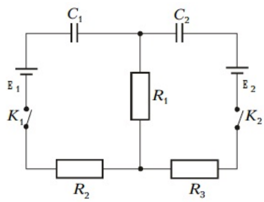

**Задача 158**

Батарея с ЭДС, равной $\mathcal{E}$, конденсаторы емкостями $C_1$ и $C_2$ и резистор сопротивлением $R$ соединены так, как показано на рисунке. Найдите количество теплоты $Q$, выделяющееся на резисторе после переключения ключа $K$.



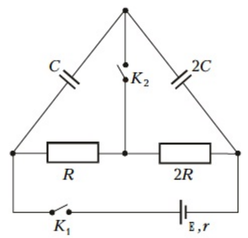

**Задача 159** По какому закону изменяется ток через изначально незаряженный конденсатор емкости $C$, подключенный к источнику тока $U$ через сопротивление $R$?

**Задача 160**
Две батареи включены в схему, изображенную на рисунке (сопротивления всех резисторов равны $R$). Первоначально конденсаторы не заряжены, а ключи разомкнуты. Ключи одновременно замыкают. 1) Найти начальный ток через резистор $R_1$. 2) Какое количество теплоты выделится во всей схеме после замыкания ключей?



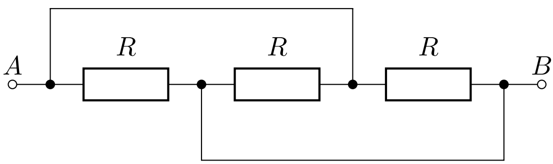

**Задача 161**

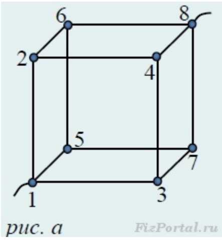
В схеме на рисунке ключи разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Ключ $K_1$ замыкают, оставляя ключ $K_2$ разомкнутым. 1) Какие напряжения установятся на конденсаторах? 2) Какой заряд протечет через ключ $K_2$ при замыкании?

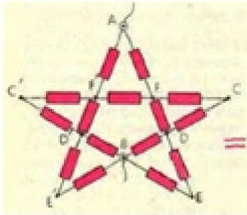


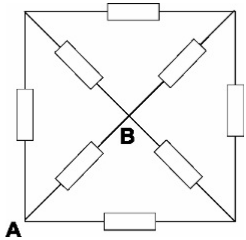

## 3.3 Постоянный электрический ток

**Задача 162** Найти сопротивление цепи между точками $A$ и $B$. Сопротивление каждого резистора известно и равно $R$.



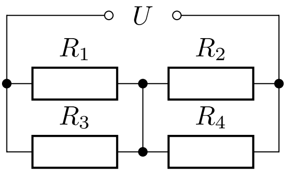




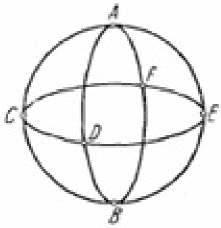

### Задача 163

Сопротивления резисторов $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом. Напряжение источника тока $U = 1$ В. Найдите ток, который течет через перемычку.

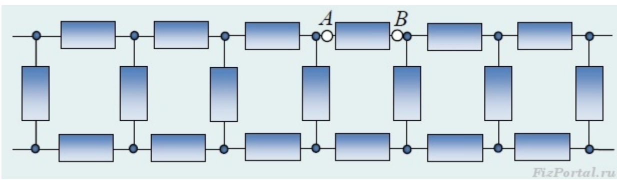



### Задача 164

Три одинаковых медных кольца радиуса $r$ соединены так, как показано на рисунке. Найдите сопротивление полученной таким образом фигуры, внешнее напряжение подано к точкам $A$ и $B$. Удельное сопротивление меди $\rho$, диаметр проволоки $d$.

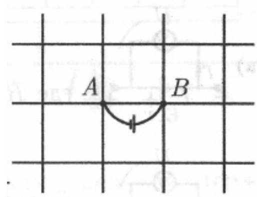



**Задача 165** Найдите эквивалентное сопротивление между точками $A$ и $B$ бесконечной цепочки, которая состоит из одинаковых резисторов сопротивлением $R$ каждый.




### Задача 166

Из бесконечной проводящей квадратной сетки, каждое звено которой имеет сопротивление $R$, удалили одно звено $AB$. Найдите сопротивление сетки между точками $A$ и $B$.

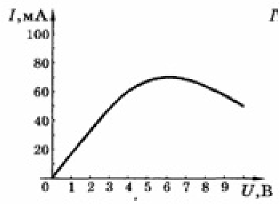



**Задача 167** Имеется $n$ клемм, каждая из которых соединена со всеми остальными клеммами одинаковыми проводниками сопротивлением $R$. Найдите сопротивление между любыми двумя клеммами.

**Задача 168** Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник вскипает через 10 мин, при включении другой – через 15 мин. Через какое время чайник вскипит, если эти две обмотки включить вместе параллельно, последовательно?

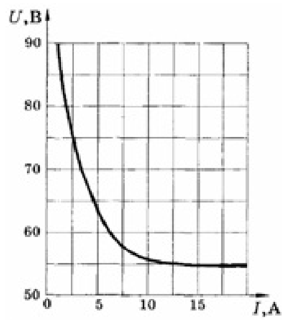
**Задача 169**

На рисунке представлен график зависимости силы тока от напряжения на нелинейном резисторе. Определите силу тока в цепи при подключении этого резистора к источнику тока с напряжением 10 В и добавочным сопротивлением 100 Ом.



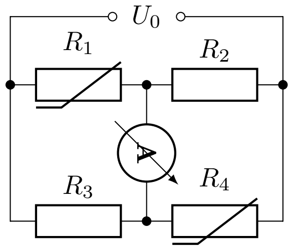

**Задача 170**

На рисунке приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором. При каком максимальном значении сопротивления резистора дуга может гореть при напряжении источника $U = 85$ В?




**Задача 171**

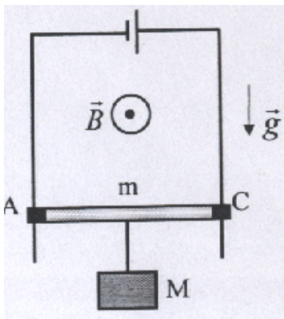
Схема, изображенная на рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов $R_2$ и $R_3$ сопротивлением $R$ каждый и двух одинаковых нелинейных резисторов $R_1$ и $R_4$, вольтамперная характеристика которых имеет вид $U = \alpha I^2$. При каком напряжении источника питания $U_0$ сила тока через гальванометр равна нулю?




**Задача 172** (2018) Проволочный предохранитель перегорает при напряжении 300 В. При каком напряжении будет перегорать предохранитель, если его длину увеличить в 3 раза, а диаметр – в 2 раза?

## 3.4 Сила Ампера

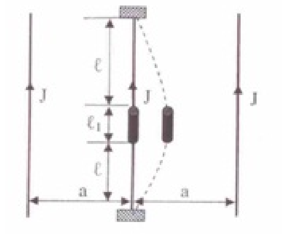
**Задача 173**
(2016) На рисунке представлена модель электродвигателя. Замкнутый контур образован двумя вертикальными рейками, между концами которых включен источник постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E}$, а другие концы замкнуты перемычкой сопротивлением $R$ и длиной $L$. Перемычка за счет скользящих контактов может без трения скользить вдоль реек. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией $B$, направленной горизонтально. Известно, что если к перемычке подвесить груз массы $M$, она будет в состоянии равновесия. 1) Определите массу $m$ перемычки. 2) Определите установившуюся скорость ненагруженной перемычки. Сопротивлением реек и внутренним сопротивлением источника пренебречь.




**Задача 174** (2003) Металлический стержень массой $m$ и длиной $L$ подвешен на двух легких проводах длиной $l$ в магнитном поле с индукцией $B$, вектор которой направлен вертикально. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью $C$, заряженный до напряжения $U$. Сопротивление стержня и проводов пренебрежимо мало. Найти максимальный угол отклонения проводов от вертикали, если разрядка конденсатора происходит за очень малое время.

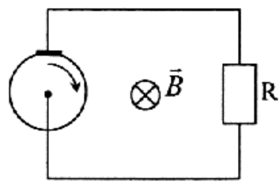
**Задача 175**

(2010) Посередине между двумя жестко закрепленными проводниками с током на расстоянии $a$ расположен груз массы $m$, представляющий собой цилиндрическую железную трубку длиной $l_1$ и укрепленный с помощью упругих растяжек длиной $l$. Магнитная проницаемость железа $\mu$. Внутри растяжек установлен еще один проводник. По всем трем проводникам течет ток $I$. Определите собственную частоту свободных колебаний груза, считая, что в процессе колебаний натяжение растяжек $T_0$ не изменяется. Определить зависимость критического значения силы тока от натяжения растяжек, считая критическим значением такое значение, при котором колебания в системе невозможны.



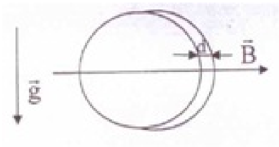

**Задача 176**

(2017) Одна из моделей генератора постоянного тока представляет собой проводящий диск, который вращается в однородном магнитном поле с индукцией, направленной перпендикулярно плоскости вращения диска. Если концы некоторого проводника сопротивлением $R$ присоединить к центру диска и через скользящий контакт к его ободу, то в цепи возникнет электрический ток. 1) Объясните возникновение электрического тока и найдите силу тока, если радиус диска $r = 10$ см, частота вращения диска $\nu = 40$ об/с, индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл, сопротивление нагрузки $R = 0,5$ Ом. 2) Какая мощность затрачивается для поддержания вращения диска? 3) Какой момент силы относительно оси вращения нужно прикладывать к диску? Сопротивлениями диска и контактов пренебречь.



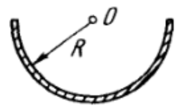

**Задача 177**

(2009) Медная монета массой $m$ радиусом $R$ и толщиной $d$ движется в поле силы тяжести в однородном магнитном поле $B$. Вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси монеты и перпендикулярно ускорению свободного падения. Найти ускорение монеты.

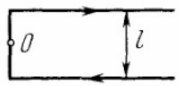



## 3.5 Закон Био-Савара-Лапласа

**Задача 178**
(1998) Ток $I$ течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса $R$. Найти магнитную индукцию на оси $O$.

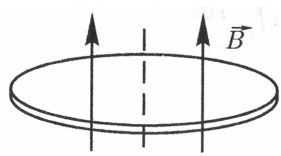



**Задача 179**
Найти модуль и направление силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током $I$ в точке $O$, если проводник изогнут так, как показано на рисунке.



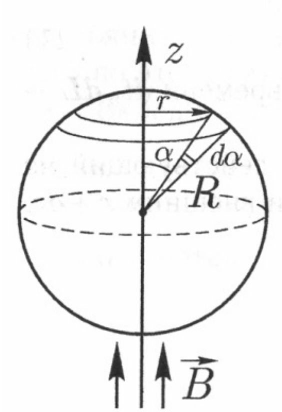

## 3.6 Теорема о циркуляции индукции магнитного поля

**Задача 180**
Однородный диэлектрический диск массой $m$ радиуса $R$, равномерно заряженный с полным зарядом $q$, помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B$. Какую угловую скорость получит диск, если выключить магнитное поле?



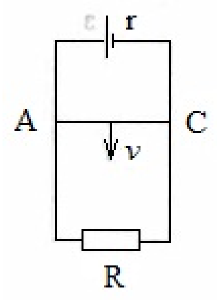

**Задача 181**

По поверхности жесткой непроводящей однородной сферы массой $m$ равномерно распределен заряд $q$. Сфера может свободно вращаться вокруг своей вертикальной оси. В начальный момент сфера покоилась, а магнитное поле было равно нулю. Найти, как меняется со временем угловая скорость сферы при включении однородного магнитного поля, сонаправленного с осью вращения сферы и меняющегося во времени по заданному закону $B(t)$.




## 3.7 Электромагнитная индукция

**Задача 182**
(1998) По двум вертикальным рейкам, соединенным внизу сопротивлением $R$ и вверху источником с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением $r$, без трения скользит проводник $AC$, длина которого $L$, масса $m$. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией $B$, направленной за рисунок. Найдите установившуюся скорость проводника в поле силы тяжести, пренебрегая трением и сопротивлением реек и проводника.

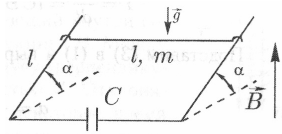



**Задача 183** (2001) Две параллельные медные шины наклонены к горизонту под углом $\alpha$. По ним скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы $m$. Шины замкнуты катушкой с индуктивностью $L$. Система находится в однородном магнитном поле индукции $B$, перпендикулярном плоскости, в которой движется перемычка. Коэффициент трения перемычки о шины равен $\mu$. Каков будет характер движения перемычки? Сопротивлением шин, перемычки и катушки пренебречь.

**Задача 184** (2004) Металлический стержень массы $m$ и длины $L$ подвешен горизонтально на двух легких проводах длиной $h$ в магнитном поле, индукция которого $B$ направлена вертикально вниз. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью $C$. Стержень вывели из положения равновесия и отпустили. Определить период малых колебаний стержня $T$. Сопротивлением стержня и проводов пренебречь.

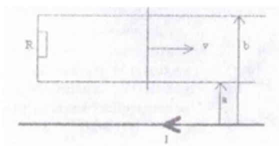
**Задача 185**

По двум параллельным металлическим направляющим, наклоненным под углом $\alpha$ к горизонту и расположенным на расстоянии $l$ друг от друга, может скользить без трения металлическая перемычка массой $m$. Направляющие замкнуты снизу на незаряженный конденсатор емкостью $C$, и вся конструкция находится в магнитном поле, индукция которого $B$ направлена по вертикали. В начальный момент перемычку удерживают на расстоянии $l$ от основания "горки". Определите время $t$, за которое перемычка достигнет основания "горки"после того, как ее отпустят. Омическим сопротивлением и индуктивностью контура пренебречь.



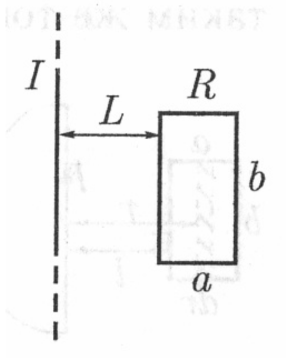

**Задача 186**

(2001) На расстоянии $a$ и $b$ от длинного прямого провода с током $I$ расположены два параллельных ему провода, замкнутые с одной стороны сопротивлением $R$. По проводам без трения перемещаются с постоянной скоростью $v$ стержень-перемычку. Пренебрегая сопротивлением проводов, стержня и контактов, найдите силу, необходимую для поддержания постоянства скорости. На каком расстоянии от ближнего провода нужно приложить силу, чтобы избежать вращения стержня?

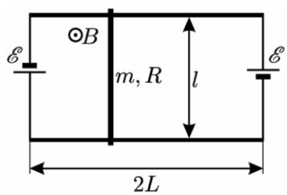


**Задача 187**

(2002) Прямоугольная рамка со сторонами $a$ и $b$ находится в одной плоскости с прямым проводником, по которому течет ток $I$, на расстоянии $L$ от него. Какой импульс получит рамка при выключении тока в проводе, если активное сопротивление рамки равно $R$, а реактивным сопротивлением ее можно пренебречь? Считать, что за время передачи импульса рамка заметно не перемещается.




**Задача 188**
Параллельные рельсы длиной $2L$ закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии $l$ друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС $\mathcal{E}$. На рельсах лежит перемычка массы $m$, которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией $B$. Считая, что сопротивление перемычки равно $R$, а сопротивление единицы длины каждого из рельсов равно $\rho$, найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.



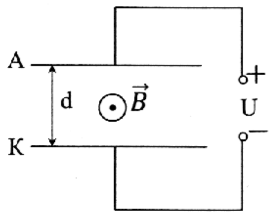

**Задача 189** (2015) Проводящая квадратная рамка пересекает область однородного магнитного поля с шириной $d$, линии напряженности которого перпендикулярны плоскости рамки. При этом скорость рамки, равная $v_0$ до входа в магнитное поле уменьшается в 2 раза Масса рамки равна $m$, сопротивление рамки — $R$, величина вектора магнитной индукции - $B$. 1) Объясните, почему в рамке при пересечении магнитного поля выделяется тепло и найдите его. 2) Определите длину стороны рамки $a$ предполагая, что $a < d$. 3) Определите длину стороны рамки $a$ предполагая, что $a > d$.

## 3.8 Движение заряженных частиц

**Задача 190** Заряженная частица массы $m$ зарядом $q$ влетает в магнитное поле $B$ под углом $\alpha$ со скоростью $v$. По какой траектории движется частица? Каков пространственный период витка (шаг спирали)?

**Задача 191** По обмотке длинного цилиндрического соленоида радиуса $R$ протекает постоянный ток, создающий внутри соленоида однородное магнитное поле с индукцией $B$. Между витками соленоида в него влетает по радиусу (перпендикулярно оси соленоида) электрон со скоростью $v$. Отклоняясь в магнитном поле, электрон спустя некоторое время покинул соленоид. Определите время движения внутри соленоида.

**Задача 192**
(2018) Вакуумный диод представляет собой две металлические пластины – катод и анод. Между пластинами имеется однородное магнитное поле с индукцией $B$, параллельной плоскости пластин (направленной из плоскости чертежа). Расстояние между пластинами $d$. Из катода вылетают электроны. 1) При каких начальных скоростях все электроны не смогут достичь анода при $U = 0$? 2) При каких напряжениях $U$ все электроны не смогут достичь анода при нулевой начальной скорости?




**Задача 193** (2014) Незаряженная неподвижная частица распалась в однородном магнитном поле с индукцией $B$ на две частицы с массами $m_1$ и $m_2$ и зарядами $+q$ и $-q$. Найдите время, через которое произойдет соударение частиц. Кулоновским взаимодействием между частицами пренебречь.

**Задача 194** (2008) Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряженность $H$ которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую трубку из электронной пушки с составляющей скорости $u$ вдоль оси трубки и составляющей скорости $v_0$ перпендикулярно оси. При какой длине $L$ трубки все электроны фокусируются в одной точке экрана?

**Задача 195** (2012) Две заряженные частицы движутся в однородном магнитном поле $B$, причем $q_1/m_1 = q_2/m_2$. Написать уравнения движения центра масс и уравнение относительного движения.

**Задача 196** (2013) Заряд $q$ движется в поле магнитного монополя $\vec{B} = \alpha\vec{r}/r^3$. Найдите интеграл движения, следующий из закона изменения момента импульса заряда.

**Задача 197** Частица с зарядом $q$ и массой $m$ движется с начальной скоростью $v_0$ в вязкой среде в поперечном магнитном поле с индукцией $B$. Сила сопротивления $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$, где $\gamma$ - константа. На каком расстоянии от начальной точки частица остановится?

**Задача 198** (2007) Частица с зарядом $q$ и массой $m$ движется в постоянных однородных скрещенных полях $\vec{E}\perp\vec{H}$ в среде с малым линейным сопротивлением $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. Найти скорость частицы вдоль поля $\vec{E}$, усредненную по периоду.

**Задача 199** На магнитный барьер, задаваемый в пространстве статическим магнитным полем $\vec{B} = \left(0, 0, \frac{B_0}{\cosh^2(ky)}\right)$, где $k$ – константа, из бесконечности налетает протон с начальной скоростью $\vec{v}_{-\infty} = (0, v_0, 0)$, $\vec{r}_{-\infty} = (0, -\infty, 0)$. Оцените минимальную скорость, которую должен иметь протон, чтобы преодолеть барьер и уйти на бесконечность.

**Задача 200** (2005) Магнетрон – это прибор, состоящий из нити накала радиуса $a$ и коаксиального цилиндрического анода радиуса $b$, которые находятся в однородном магнитном поле параллельном нити. Между нитью и анодом приложена ускоряющая разность потенциалов $U$. Найти минимальное значение индукции магнитного поля $B$, при котором электроны, вылетающие с нулевой начальной скоростью из нити, не будут достигать анода.

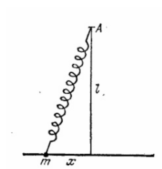
# Глава 4

# Колебания

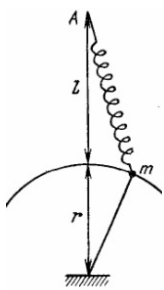
## 4.1 Механические колебания

**Задача 201**

Найдите частоту колебаний точки с массой $m$, способной двигаться по прямой и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке $A$ на расстоянии $l$ от прямой. Пружина, имея длину $l$, натянута с силой $F$.



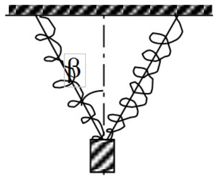

**Задача 202**




Найдите частоту колебаний точки с массой $m$, способной двигаться по окружности радиуса $r$ и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке $A$, кратчайшее расстоянии то точки $A$ до окружности равно $l$. Пружина, имея длину $l$, натянута с силой $F$.

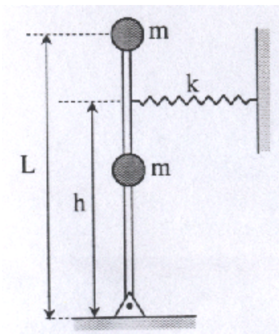
**Задача 203**

(2007) С какой частотой $\omega_0$ будет совершать малые вертикальные колебания в поле тяжести груз массы $m$, подвешенный на двух одинаковых пружинах жесткости $k$, образующих в равновесии углы $\beta$ с вертикалью?



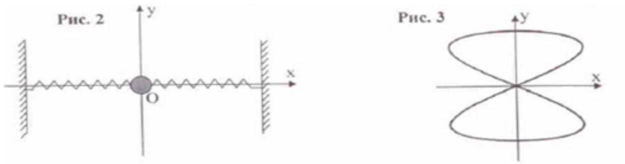

**Задача 204**
Найти круговую частоту малых колебаний тонкого стержня массы $m$ и длины $l$ вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку $O$. Жесткость пружины $k$. В положении равновесия стержень вертикален.

**Задача 205**
(2016) Студент университета Пружинкин, увлекающийся физическим экспериментом (и не очень любящий теорию) смонтировал в физической лаборатории маятник. Маятник представлял собой очень легкий шарнирно закрепленный стержень длины $l = 50$ см (шарнир в нижней точке стержня), на котором были закреплены два одинаковых шарика с массами по $m = 0,9$ кг: один шарик – в середине стержня, а другой на верхнем его конце. Между стержнем и вертикальной неподвижной стенкой на высоте $h = 3l/4$ от шарнира студент закрепил горизонтальные пружинки различной жесткости. В положении равновесия деформация пружинок была равна нулю. Для того, чтобы построить экспериментальный график зависимости периода малых колебаний от жесткости, студент изготовил для опытов пять пружинок с известными жесткостями $k = 10, 20, 30, 40, 50$ Н/м. Выведите выражение для периода колебаний маятника и предскажите результаты опытов Пружинкина.



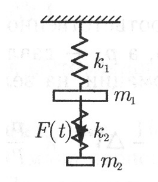

**Задача 206** (2015) На гладкой горизонтальной поверхности находится грузик, прикрепленный двумя одинаковыми пружинами к стенкам (рис. 2, вид сверху). В положении равновесии грузика пружины имеют одина-

ковое растяжение $\Delta l$. 1) В первом случае груз совершает малые колебания вдоль оси $x$. Как зависит период этих колебаний от величины $\Delta l$? 2) Во втором случае траектория грузика, совершающего малые колебания, изображена на рис. 3 (в увеличенном виде). Определите $\Delta l$, если длина пружин в нерастянутом состоянии $l = 15$ см. Во всех случаях выполняется закон Гука.




**Задача 207**

Схема динамического поглотителя колебаний представлена на рисунке. На первую массу действует гармоническая сила $F(t) = F_0 \sin \omega t$. При каких условиях амплитуда вынужденных колебаний первой массы будет равна нулю?

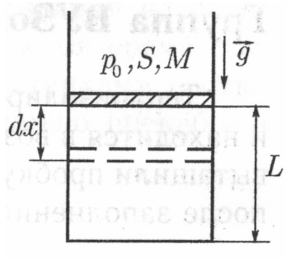



**Задача 208** Груз массой $m$ прикреплен к пружине жесткостью $k$, а пружина к точке подвеса. Под действием внешней силы точка подвеса колеблется в вертикальном направлении по закону $x_p = A \cos \omega t$. Какова амплитуда установившихся колебаний груза в вязкой среде, если сила сопротивления пропорциональна скорости ($F = -bv$)?

**Задача 209** Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд объема $V$, заполненный $\nu$ молями идеального газа, разделен поршнем массы $m$, который может двигаться без трения. В равновесии поршень находится посередине цилиндра. При малых смещениях из положения равновесия поршень совершает колебания. Найдите зависимость частоты этих колебаний от температуры, считая процесс изотермическим. Площадь поперечного сечения трубки равна $S$.

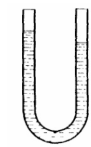
**Задача 210**

В длинной вертикальной цилиндрической трубке, закрытой с нижнего конца, может ходить без трения поршень, масса $M$ которого велика по сравнению с массой газа, заключенного внутри трубки. В положении равновесия расстояние между поршнем и дном трубки равно $L$. Определить период малых колебаний, которые возникнут при отклонении поршня от положения равновесия, в предположении, что они являются изотермическими, а газ идеальным. Площадь поперечного сечения трубки равна $S$, атмосферное давление равно $P_0$. Рассмотреть предельный случай, когда $P_0 = 0$.




**Задача 211**

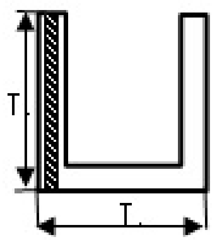
Идеальная жидкость объема $V$ налита в изогнутую трубку с площадью сечения канала $S$. Найти период малых колебаний жидкости.



**Задача 212** Трубка высотой $H$ наполнена жидкостью и соединена с наклонной трубкой (угол наклона к вертикали $\alpha$). Каков будет период колебаний жидкости в такой системе?

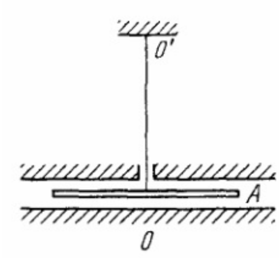
**Задача 213**

(2006) В тонкой трубке может скользить без трения веревка длиной $L$. В начальный момент времени веревка находится в левом колене. Определить период колебаний $T$ веревки. Жесткостью веревки на изгиб пренебречь. Каким будет период колебаний $T_1$, если расстояние между вертикальными коленами трубки увеличить с $L$ до $2L$?



**Задача 214**

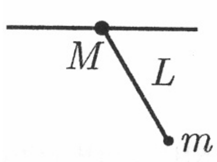
Тонкий однородный диск массы $m$ и радиуса $R$, подвешенный в горизонтальном положении к упругой нити, совершает крутильные колебания в жидкости. Момент упругих сил со стороны нити $M = \alpha\varphi$. Сила сопротивления на единицу поверхности $F = \eta v$. Найти частоту малых колебаний.



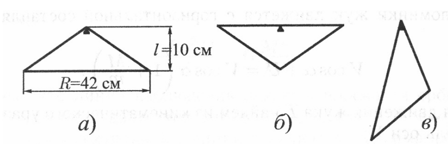

**Задача 215** (2004) На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $\mu$ лежит брусок массы $m$, который пружиной жесткости $k$ соединен с вертикальной стенкой. Брусок сместили на расстояние $9\mu mg/2k$ и отпустили. Найти число колебаний бруска до остановки.

**Задача 216**

Найти период малых колебаний плоского маятника, точка подвеса которого с массой $M$ находится на гладкой горизонтальной прямой (масса маятника $m$ и его длина $L$).

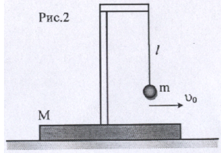



**Задача 217** Дана проволочная вешалка, которая качается с малой амплитудой в плоскости рисунка относительно заданных положений равновесия. В положениях а и б длинная сторона вешалки расположена горизонтально. Две другие стороны равны между собой. Во всех трех случаях (а, б, в) возникают колебания с одинаковыми периодами. Где расположен центр масс вешалки?

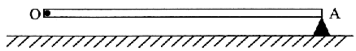



**Задача 218**

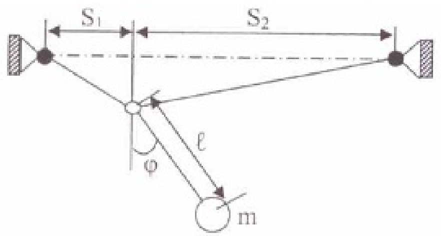
(2013) Точка подвеса математического маятника движется с постоянным ускорением $a$ (лежащим в плоскости колебаний маятника) в горизонтальном направлении. Найти закон движения маятника.



**Задача 219** (2017) Один конец однородного стержня длиной $L = 1$ м закреплен на горизонтальной оси O (перпендикулярной плоскости чертежа), вокруг которой он может вращаться без трения. Другой конец стержня свободно лежит на опоре A, при этом стержень горизонтали. Свободный конец стержня приподнимают на высоту $h = 1$ см относительно исходного положения, поворачивая стержень вокруг оси O, и отпускают бы начальной скорости. 1) Определите скорость свободного конца стержня при ударе об опору A. 2) Определите частоту ударов стержня об опору A, считая удары абсолютно упругими и мгновенными. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с$^2$. Трением пренебречь.

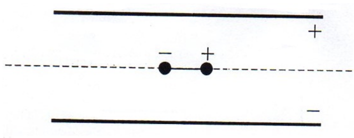



**Задача 220** (2010) На абсолютно гибкой нити подвешен маятник. Расстояния до точки подвеса равны $S_1$ и $S_2$. Статический прогиб в точке подвеса маятника равен $y_0$, а длина маятника $l$, его масса $m$. Принять, что при $t = 0$ точка подвеса имеет вертикальное смещение $A$, а ее скорость $v_0$ равна нулю; маятник отклонен на угол $\varphi_0$. Считая, что натяжение нити $T = T_0 = const$, вывести дифференциальное уравнение малых колебаний маятника.




**Задача 221** (2014) В центре плоского конденсатора удерживают диполь в положении 1, указанном на рисунке. Диполь представляет собой два маленьких заряженных шарика с зарядами $q$ и $-q$ и массами $m$ каждый, соединенных невесомым непроводящим стержнем длины $L$. Разность потенциалов между пластинами конденсатора равна $U$, расстояние между пластинами равно $d$ (много меньше размеров пластин). Диполь поворачивают вокруг его центра и переводят в положение 2, которое является устойчивым положением равновесия диполя. 1) Определите работу электрического поля при повороте диполя из положения 1 в положение 2.

2) Определите период малых крутильных колебаний диполя вокруг положения 2. 3) Какую минимальную скорость нужно сообщить диполю в положении 2 параллельно пластинам для того, чтобы диполь улетел из конденсатора? Силу тяжести не учитывать.

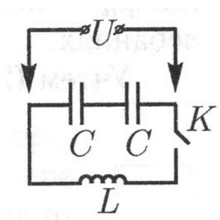



**Задача 222** Молекулу одноатомного газа массы $m$, совершающую колебания около некоторого положения равновесия с амплитудой $a$ и частотой $\omega$, в первом приближении можно считать линейным гармоническим осциллятором. Найти $f(x)$ – функцию распределения вероятностей значений координаты $x$ такого осциллятора, среднее значение координаты $\langle x \rangle$, среднее значение $\langle U \rangle$ потенциальной энергии осциллятора.

## 4.2 Колебательный контур

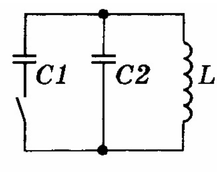
**Задача 223**

Батарея из двух последовательных соединенных конденсаторов емкостью $C$ каждый заряжена до напряжения $U$ и в начальный момент времени подключена к катушке индуктивностью $L$, так что образовался колебательный контур. Спустя интервал времени $\tau$ один из конденсаторов пробивается, и сопротивление между обкладками становится равным нулю. Найдите амплитуду колебаний заряда на непробитом конденсаторе.



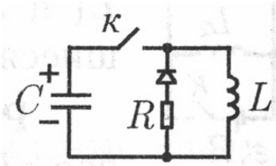

**Задача 224**

Два конденсатора одинаковой электроемкости $C_1 = C_2 = C$ и катушка индуктивности $L$ соединены так, как показано на рисунке. В начальный момент времени ключ разомкнут, конденсатор $C_1$ заряжен до разности потенциалов $U$, а конденсатор $C_2$ не заряжен, сила тока в катушке равна нулю. Определите максимальное значение силы тока в катушке после замыкания цепи и период электромагнитных колебаний в цепи.



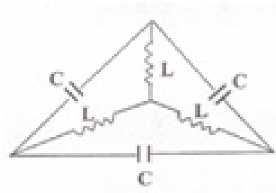

**Задача 225**

В схеме, изображенной на рисунке, в некоторый момент времени замыкают ключ $K$, и конденсатор емкостью $C$, имеющий первоначальный заряд $q_0$, начинает заряжаться через катушку индуктивности $L$. Когда ток разряда достигает максимального значения, ключ $K$ вновь размыкают. Найти заряд $Q$, который протечет через резистор $R$. Сопротивление диода в прямом направлении много меньше $R$, в обратном - бесконечно велико.




**Задача 226**

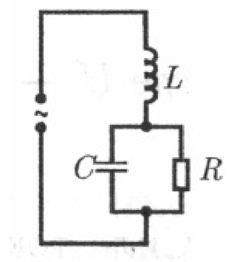
(2011) Электрический контур представляет собой треугольник, каждая сторона которого содержит емкость $C$, а вершины соединены с общей центральной точкой индуктивностями $L$. Пренебрегая сопротивлением и взаимной индуктивностью, найдите частоту возможных колебаний.



## 4.3 Переменный электрический ток

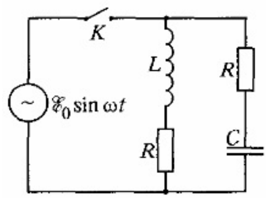
**Задача 227**

В изображенной на рисунке электрической цепи определите частоту приложенного переменного напряжения, при которой переменный ток через сопротивление не зависит от значения $R$. Индуктивность $L$ и емкость $C$ считать известными.



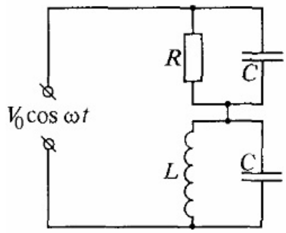

**Задача 228**

В приведенной на рисунке схеме в момент $t = 0$ замыкают ключ $K$. Найти зависимость от времени тока $I$, текущего через источник синусоидальной ЭДС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$. Параметры контура связаны соотношением $R = \sqrt{L/C}$.




**Задача 229**

При каком условии амплитуда тока в цепи зависит только от амплитуды приложенного напряжения, но не от его частоты? Индуктивность $L$, и емкость $C$, и сопротивление $R$ считать известными.




**Решение 15** Перейдем в систему отсчета, связанную с колечком $O'$. В этой системе отсчета скорость точки $O$ равна $v_1/\cos\alpha$ и направлена вверх, так как нить нерастяжима и относительно колечка $O'$ веревка выбирается с постоянной скоростью $v_1$. Поэтому относительно прямой $'$, связанной с землей, скорость колечка $O$ будет равна $v_2 = \frac{v_1}{\cos\alpha} - v_1 = v_1\frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos\alpha}$ и направлена вверх.

**Решение 16** К моменту времени $t$ от начала движения клин пройдет расстояние $s = at^2/2$ и приобретет скорость $v_1 = at$. За это время грузик

переместится вдоль клина на такое же расстояние $s$, а его скорость относительно клина будет равна $v_2 = at$ и направлена вдоль клина вверх. Скорость грузика относительно земли равна $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Поскольку угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ равен $\alpha$, то $v_3 = 2at\sin(\alpha/2)$.
Угол, который скорость $\vec{v}_3$ составляет с горизонтом, равен $\beta = (\pi - \alpha)/2$. Таким образом, грузик движется вдоль прямой, составляющей с горизонтом угол $\beta$ с ускорением $a_2 = 2a\sin(\alpha/2)$.

**Решение 23** Пусть время движения от соударения до возвращения в точку бросания равно $t_2$. Поскольку при упругом ударе вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонтальная скорость увеличивается до величины $v_0\cos\alpha + 2u$, то полное время полета составит $t_1 + t_2 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$. Расстояние по горизонтали от места броска до места удара о стенку выражается в виде $v_0\cos\alpha t_1 = (v_0\cos\alpha + 2u)t_2$, откуда $t_1 = \frac{v_0\sin\alpha(v_0\cos\alpha+2u)}{g(v_0\cos\alpha+u)}$.

**Решение 28** Требование минимальности скорости бросания камня с поверхности земли означает, что оптимальная траектория камня пройдет через точки "вершины"крыши B и C, расположенные на высотах $H$ и $h$ соответственно. Обратим движение камня и определим минимальную скорость в точке C – $v_C$, при которой камень может перелететь через точку B. Учитывая решение предыдущей задачи, легко понять, что $v_B = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2 + (H-h)^2} + H - h\right)}$. Минимально возможную скорость бросания камня с земли $v_{min}$ найдем из закона сохранения энергии $v_{min}^2 = v_B^2 + 2gH$, откуда $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2 + (H-h)^2} + H + h\right)}$.

**Решение 105** Задача 391 сборника задач Сивухина.

**Решение 110** Решение задачи 408 сборника задач Сивухина.

**Решение 119** Изменение уровня жидкости на высоте $z$ описывается дифференциальным уравнением

$$S(z)\frac{dz}{dt} = q(z),$$

где $S(z)$ – площадь поперечного сечения сосуда на высоте $z$, а $q(z)$ – поток жидкости, зависящий от высоты $z$.

Принимая во внимание геометрию сосуда, можно предположить, что

$$q(z) = -\pi a^2 \sqrt{2gz},$$

где $a$ – радиус отверстия на дне конического сосуда. Учитывая, что отверстие достаточно малое, осевое сечение можно рассматривать как треугольник. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{R}{H} = \frac{r}{z}.$$

Следовательно, площадь поверхности жидкости на высоте $z$ будет равна

$$S(z) = \pi r^2 = \pi \left(\frac{Rz}{H}\right)^2 = \frac{\pi R^2 z^2}{H^2}.$$

Подставляя $S(z)$ и $q(z)$ в дифференциальное уравнение, имеем:

$$\frac{\pi R^2 z^2}{H^2}\frac{dz}{dt} = -\pi a^2 \sqrt{2gz}.$$

После простых преобразований получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$z^{\frac{3}{2}} dz = -\frac{a^2 H^2}{R^2}\sqrt{2g}dt.$$

Проинтегрируем обе части, учитывая, что уровень жидкости уменьшается от начального значения $H$ до нуля за время $T$ :

$$\int_H^0 z^{\frac{3}{2}} dz = -\int_0^T \frac{a^2 H^2}{R^2}\sqrt{2g}dt, \Rightarrow \left(\frac{z^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\right)\Bigg|_0^H = \frac{a^2 H^2}{R^2}\sqrt{2g}\left[(t)|_0^T\right],$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}H^{\frac{5}{2}} = \frac{a^2 H^2}{R^2}\sqrt{2g}T, \Rightarrow \frac{1}{5}\sqrt{\frac{2H}{g}} = \frac{a^2}{R^2}T, \Rightarrow T = \frac{R^2}{5a^2}\sqrt{\frac{2H}{g}}.$$

**Решение 120** см. Юмашев Интегралы и производные в физике

**Решение 127** Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$T = \frac{pV}{\nu R}.$$

Из рисунка видно, что зависимость между давлением $p$ и объёмом $V$ линейная

$$p(V) = KV + p_0,$$

где $K = \tan\alpha = -\frac{p_0}{V_0}$. Подставим $p(V)$ в выражение для $T$:

$$T = \frac{(KV + p_0)V}{\nu R}.$$

Воспользуемся стандартным методом из математического анализа для поиска максимальной температуры

$$\frac{dT}{dV} = 0,$$

$$\frac{1}{\nu R}(2VK + p_0) = 0,$$

$$2VK + p_0 = 0,$$

$$2\frac{p_0}{V_0}V = p_0,$$

$$V = \frac{V_0}{2}.$$

$$T_{max} = T\left(\frac{V_0}{2}\right) = \frac{p_0 V_0}{4\nu R}.$$

**Решение 129** Так как в горизонтальном положении столбик ртути посередине, то температура газа в полостях по обе стороны от столбика одинаковая. Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 V_0 = \nu R T_0,$$

где $p_0$ – искомое давление, $V_0 = \dfrac{(L-h)S}{2}$ – объём каждого из столбов газа,

$$\Rightarrow p_0 = \frac{\nu R T_0}{V_0}.$$

Силы, действующие на столбик в вертикальном положении:

$$p_1 S = p_2 S + F,$$

где $p_1$ – давление нижнего столба, $p_2$ – давление верхнего столба, $F$ – сила тяжести, действующая на столбик с ртутью, $S$ – площадь поперечного сечения трубки. Для идеального газа справедливо:

$$p_1 V_1 = \nu R T_0,$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_0.$$

Откуда

$$p_1 = \frac{\nu R T_0}{V_1},$$

где $V_1 = \left(\frac{L-h}{2} - x\right) S$ и

$$p_2 = \frac{\nu R T_0}{V_2},$$

где $V_2 = \left(\frac{L-h}{2} + x\right) S$. Используем полученные выражения и переписываем уравнение для сил:

$$F = S(p_1 - p_2) = S\nu R T_0 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) = \frac{4x}{(L-h)^2 - 4x^2} 2\nu R T_0.$$

$$p_0 = \frac{1}{2V_0} \frac{(L-h)^2 - 4x^2}{4x} F = \frac{2}{2(L-h)S} \frac{(L-h)^2 - 4x^2}{4x} \rho h S g = \rho g h \frac{(L-h)^2 - 4x^2}{4x(L-h)}.$$

**Решение 132**

При температуре $T$ запишем в виде системы уравнение статики для поршня, уравнения идеального газа и начальное соотношение объёмов, введём величину, представляющую собой сумму этих объёмов:

$$\begin{cases} mg + p_1 S = p_2 S \\ p_1 V_1 = \nu RT \\ p_2 V_2 = \nu RT \\ \dfrac{V_1}{V_2} = n \\ V_1 + V_2 = V, \end{cases} \tag{4.1}$$

где $p_1, p_2$ – давление газа над и под поршнем соответственно. Из полученной системы:

$$V = V_2(n+1),$$

$$p_2 = p_1 n.$$

Тогда $mg = Sp_1(n-1)$

$$\Rightarrow p_1 = \frac{mg}{S(n-1)} \Rightarrow p_2 = \frac{nmg}{S(n-1)}.$$

С учётом полученных выкладок:

$$V_2 = \frac{\nu RT}{p_2} = \frac{S(n-1)}{nmg}\nu RT.$$

Тогда $V = \dfrac{S(n^2-1)}{nmg}\nu RT.$

Запишем аналогичную систему уравнений при температуре $T_2$:

$$\begin{cases} mg + p_1^{'} S = p_2^{'} S \\ p_1^{'} V_1^{'} = \nu RT \\ p_2^{'} V_2^{'} = \nu RT \\ \dfrac{V_1^{'}}{V_2^{'}} = x \\ V_1^{'} + V_2^{'} = V. \end{cases} \tag{4.2}$$

Откуда $V = V_2^{'}(x+1)$

$$\Rightarrow x = \frac{V}{V_2^{'}} - 1.$$

Аналогично $V_2$ получаем:

$$V_2^{'} = \frac{\nu RT_2}{p_2^{'}} = \frac{S(x-1)}{xmg}\nu RT_2.$$

Тогда

$$x = \frac{S(n^2-1)\nu RT}{nmg}\frac{xmg}{S(x-1)\nu RT_2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x} = \frac{(n^2-1)T}{nT_2} = B.$$

Из решения $x^2 - Bx - 1 = 0$ получаем:

$$x = \frac{(n^2-1)T}{2nT_2} + \sqrt{\left(\frac{(n^2-1)T}{2nT_2}\right)^2 + 1}.$$

**Решение 138** По закону сохранения энергии:

$$\frac{m(3v)^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + \frac{3}{2}RT_0 = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2} + \frac{3}{2}RT.$$

По закону сохранения импульса:

$$m3v + mv = mu_1 + mu_2,$$

$$u_1 = 4v - u_2.$$

Полученное выражение для $u_1$ подставим в записанный закон сохранения энергии:

$$5mv^2 + \frac{3}{2}RT_0 - \frac{mu_2^2}{2} - \frac{m(4v-u_2)^2}{2} = \frac{3}{2}RT. \Rightarrow$$

$$T = T_0 + \frac{1}{3R}\left\{10mv^2 - mu_2^2 - m(4v-u_2)^2\right\},$$

$$T = T_0 + \frac{1}{3R}\left\{10mv^2 - mu_2^2 - 16mv^2 + 8mvu_2 - mu_2^2\right\},$$

$$T = T_0 + \frac{m}{3R}\left\{-6v^2 - 2u_2^2 + 8u_2v\right\}.$$

Таким образом, $T = T\left(u_2\right)$. Для поиска максимальной температуры применим стандартный метод математического анализа:

$$\frac{dT}{du_2} = 0,$$

$$-4u_2 + 8v = 0,$$

$$u_2 = 2v. \Rightarrow$$

$$T_{max} = T\left(2v\right) = T_0 + \frac{m}{3R}\left\{-6v^2 - 2\cdot 4v^2 + 8\cdot 2v^2\right\} = T_0 + \frac{2}{3}\frac{mv^2}{R}.$$

**Решение 190** Представим скорость частицы в виде суммы двух векторов-компонент: $v_{\|} = v\cos\alpha$ - сонаправлена, а $v_{\perp} = v\sin\alpha$ - перпендикулярна вектору магнитной индукции. По второму закону Ньютона:

$$m\frac{v_{\perp}^2}{r} = qBv_{\perp},$$

откуда получаем выражение для радиуса витка спирали:

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}.$$

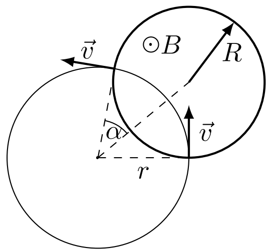
Находим период движения вдоль витка:

$$T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = 2\pi\frac{m}{qB}.$$

Шаг спирали

$$d = v_{\|}T = v\cos\alpha T = 2\pi\cos\alpha\frac{vm}{qB}.$$

**Решение 191**
По второму закону Ньютона:




$$qvB = m\frac{v^2}{r},$$

$\Rightarrow r = \dfrac{mv}{qB}$.

$\tan\alpha = \dfrac{R}{r}$. Искомое время $t = \dfrac{s}{v}$, где $s$ – длина дуги окружности, которую описывает электрон.

$$t = \frac{2r\alpha}{v} = \frac{2m}{eB}\arctan\left(\frac{eBR}{mv}\right).$$

**Решение 197** На частицу действуют сила вязкого трения $\vec{F} = -r\vec{v}$ и сила Лоренца $\vec{F_L} = q\vec{v}\times\vec{B}$, уравнение движения в проекциях на оси, перпендикулярные $\vec{B}$, имеет вид: $m\dot{v_x} = -rv_x + qv_yB$, $m\dot{v_y} = -rv_y - qv_xB$. Умножим второе из этих уравнений на $i$ и сложим с первым, получим $m\,(\dot{v_x} + i\dot{v_y}) = -r(v_x + iv_y) - iqB(v_x + iv_y)$. Обозначим $\phi \equiv v_x + iv_y$, тогда получим для $\phi$ дифференциальное уравнение $\dot{\phi} + \delta\phi + i\omega\phi = 0$, где $\delta = r/m$, $\omega = qB/m$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $v_x(0) = v_0$, $v_y(0) = 0$, имеет вид $\phi(t) = v_0e^{-(\delta+i\omega)t}$. Расстояние от начальной точки до точки, где частица остановится, $L = \sqrt{x_\infty^2 + y_\infty^2} = \sqrt{\left(\int_0^\infty v_x\,dt\right)^2 + \left(\int_0^\infty v_y\,dt\right)^2} = |\int_0^\infty \phi\,dt| = v_0/\sqrt{\delta^2+\omega^2} = mv_0/\sqrt{r^2+q^2B^2}$.

# Глава 5

# Ответы

**1** $\frac{L}{2v}$

**2** $\frac{uL}{v}$

**3** 10 мин

**4** $v_p = (S - S_1)/t$

**5** $u > v/\tan\alpha$

**6** Под углом $\alpha$ к вертикали, $\tan\alpha = \omega r/v_0$

**7** $w = \sqrt{v^2 + u^2 - 2uv\cos\alpha_0}$, $\alpha = \alpha_0 + \arcsin\left(\frac{u}{w}\sin\alpha\right)$

**8** $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_3 - \vec{v}_2$, $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$,

**9** $\cos\alpha = v/u, u > v$, либо $\cos\alpha = u/v, u < v$

**10** $u + 2v$

**11** $L/\sqrt{2}$

**12** $g\tau t + g\tau^2/2$

**13** $L_{\max} = \frac{(v_1+v_2)^2}{2(a_1+a_2)}$

**14** $v^2 = \pi gRn$, где $n \in \mathbb{N}$

**15** $v_2 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos\alpha}$

**16** Ускорение грузика относительно земли $a_2 = 2a\sin(\alpha/2)$ направлено под углом $\beta = (\pi - \alpha)/2$ к горизонту.

**17** При $v_a > vL/h$ человек ни при каком угле не сможет оказаться на шоссе раньше автобуса. При $v_a < vL/h$ существует два ответа $\alpha_1 = \arcsin\frac{h}{L} + \arcsin\frac{v_a h}{vL}$ и $\alpha_2 = \arcsin\frac{v_a h}{vL} - \arcsin\frac{h}{L}$.

**18** $l/2 - vt\cos\alpha$

**19** $\tan\beta = \sqrt{\tan^2\alpha + \frac{2gh}{v_0^2\cos^2\alpha}}$, $s = \frac{v_0\cos\alpha}{g}\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}$.

**20** $h = g\tau^2/2 = 5$ м

**21** $h = gt^2/2 = 5$ м

**22** $h = gt_1t_2/2$

**23** $t_1 = \frac{v_0\sin\alpha(v_0\cos\alpha+2u)}{g(v_0\cos\alpha+u)}$

**24** $v_{min} = \sqrt{g(R+2H)}$

**25** $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$

**26** Если $v_0 < 2\sqrt{gh}$, то дальность полета $L = \frac{v_0^2}{g}$; если $v_0 > 2\sqrt{gh}$, то $L = 4h\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} - 1}$.

**27** $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+h^2}+h\right)}$

**28** $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+(H-h)^2}+H+h\right)}$

**29** 1) $\pi/2$; 2) $\pi/8$

**30** 1) При $gR > v^2$ максимальная высота подъема $h = 2R$, при $gR < v^2$ – $h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}$; 2) $v_{min} = \frac{\pi gR}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}$, где $\sin\alpha = gR/v^2$; 3) изменится.

**31** $R = \sqrt{g}T_1T_2/2\sqrt{2}$

**32** $s = 10$ м, $\tau = v_0 \sin 150^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ / g$

**33** $\tau = \frac{v_0 \cos(\alpha/2)}{g \sin(3\alpha/2)}$

**34** $x = v\sqrt{2h/g}\,(1+\alpha)\,/\,(1-\alpha)$

**35** $v(\varphi) = v\sqrt{2(1-\cos\varphi)}$, $x(t) = vt - R\sin\varphi$, $y(t) = R(1-\cos\varphi)$, $\varphi = vt/R$, $R_k = 4R$.

**36** $u = v\cos\alpha / \cos\beta$

**37** $T_1 = 2\pi L/v$, $T_2 = 2\pi L/3v$.

**38** $\omega = v_0/l_0 \sin\alpha$, $R = sqrtl^2 + l_0^2 - 2ll_0 \sin\alpha$, $v_M = \omega R$.

**39** $a_p = \sqrt{a^2 + a^4t^4/R^2}$

**40** $v = \omega l \tan\alpha$

**41** $v = \omega l / \cos^2\varphi$

**42** $\omega = u \sin^2\alpha / h$

**43** $a = uv/L$

**44** $\omega R / \cos(\alpha/2)$

**45** отрезок

**46** $4\omega^2 R$

**47** $u = \sqrt{v^2 + \omega^2 L^2}$, $a = \sqrt{\omega^4 L^2 + 4\omega^2 v^2}$

**48** В центре через $t = v/l$, $\tan\alpha = (x-y)/(x+y)$.

**49** если $\mu > \tan\alpha$, то $a = 0$; если $\mu < \tan\alpha$, то $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

**50** $a_1 = g\frac{m\sin^2\alpha}{m\sin^2\alpha + M\cos^2\alpha}$, $a_2 = g\frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{m\sin^2\alpha + M\cos^2\alpha}$

**51** $a_1 = g\frac{m_2\sin\alpha\cos\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}$, $t = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2\sin^2\alpha)}{(m_1+m_2)g\sin^2\alpha}}$

**52** $v_{min} = u\sin\alpha = 5$ м/с, $t = v_2/g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 11{,}3$ с, парабола.

**53** $\tan\alpha = \mu$, $F = \mu mg/\sqrt{\mu^2+1}$

**54** $\tan\beta = \mu$, $F = mg\sin(\alpha+\beta)$ при $\alpha +\ beta < \pi/2$, иначе $F = mg$.

**55** $F_2 = mg\sqrt{(\mu\cos\alpha)^2 - (\sin\alpha)^2} = 48$ Н, $F_3 = mg(\mu\cos\alpha{+}\sin\alpha)/\sqrt{\mu^2+1} = 93,1$ Н.

**56** $F = \mu m_1 g\,(m_1/m_2 + 1)$

**57** $F = 20100\mu mg = 241,2$ Н

**58** $\cos\alpha = g/\omega^2 R$, при $g < \omega^2 R$, иначе $\alpha = 0$.

**59** $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L\cos\alpha}}$

**60** При $\varepsilon < \mu g/R$ $t = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1\right)^{\frac{1}{4}}$, $\tan\alpha = \left(\frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1\right)^{-\frac{1}{24}}$

**61** $x = \frac{2F}{4\pi^2\nu^2 m} = 25,3$ см, $x = v\sqrt{\frac{m}{k}} = 15,9$ мм

**62** $T(x) = m\omega^2\left(l^2 - 4x^2\right)/8l$

**63** $T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

**64** В первом случае $T = 9mv^2/4l$, в кинетическую энергию вращения перейдет $3/4$ энергии

**65** $T = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$

**66** $v_1 = v/3$, $v_2 = 2v/3$

**67** $4m_1 m_2/(m_1+m_2)^2$

**69** Окружности радиусами $r_1 = mR/(m+M)$ и $r_2 = MR/(m+M)$

**70** $x = 3$ см

**71** $F = \rho S v^2$

**72** $\vec{a} = -\mu\vec{u}/M$

**73** $T = m\omega^2 R/2\pi$

**74** $e^{2\pi\mu n}$

**75** $F = 3mg(1 - x/l)$

**76** $v = \sqrt{gH}$

**77** $F = mgH/l$, $a = gH/l$

**78** $h = l(1 - \sin\alpha)/2\cos\alpha$

**79** $y = a\cosh x/a$, $a = T/\rho gH$

**80** $v > \sqrt{\mu gl(1 + m/M)/2}$

**81** $L = hM/\mu(m + M)$

**82** $x_m = 2(F - \mu mg)/k$, $v_m = \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{F-\mu mg}{k}$

**83** $A = 2mgh - mv^2/2$

**84** $v^2 = (v_1^2 + v_2^2)/2 - g(H - h)$

**85** $v = \sqrt{2gH(1 + m/M)}$

**86** $v_1 = Mv/(M + 2m) > v_2 = v(M - m)/(M + m)$

**87** $v_0 = \sqrt{\frac{gLM}{(M-m)\sin 2\alpha}}$

**88** $N = s(M^2 - m^2)/(Lm^2)$

**89** $v_{1,2} = (2 \pm \sqrt{3})/4$

**90** $v = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2gl}{3}}$

**91** $v = \sqrt{24gl/5}$

**92** $v_1 = \sqrt{2FL/m} = 27,4$ м/с, $v_2 = \sqrt{6FL/(3m + M)} = 20,2$ м/с

**93** $Q = N/q\rho V = 26,5$ л/ч, $v = \sqrt[3]{\frac{NRT}{2pS\mu}} = 33$ м/с

**94** $h = \frac{v_0^2 M}{2g(m+M)}$, $v_2 = 2mv_0/(m + M)$, $T = m(g + v_0^2/l)$

**95** $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2 + I/r^2)$

**96** $a = F(\cos\alpha - r/R)/(m + I/R^2)$

**97** $T = 2mg$

**98** $t = mr^2\omega/2M_0$, $N = M_0 t^2/2I$, $I = I_0 + m(d^2 + r^2/2)$

**99** $l = 2L/3$

**100** $N = 3\pi R\nu^2/(4\mu g)$

**101** $N = mg/4$

**102** $N = \sqrt{10}Mg/4$

**103** $v = \sqrt{gR(7\cos\alpha - 4)/3}$

**104** $\omega_{0\,\min} = v_0/R$, $v = (\omega_0 R - v_0)/2$

**105** Движение после перехода границы будет сначала равнозамедленное, затем с постоянной скоростью; 1/3 энергии превратится в тепло, 2/9 во вращательную энергию и 4/9 останется в виде поступательной энергии движения.

**106** $u = \frac{5mv}{7M}(1 - l/R)$

**107** $\Delta L = -4I_1 I_2\omega_0/(I_1 + I_2)$, $\Delta E = -2I_1 I_2\omega_0^2/(I_1 + I_2)$

**108** $l = L/\sqrt{3}$

**109** $M = 2l/\sqrt{3}$, $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

**110** $\omega = \frac{12mv_0}{(4m+M)l}$

**111** 1) $l = L/\sqrt{3}$; 2) $u_1 = u_0/3$, $V = u_0/3$, $\omega = u_0/l$.

**112** 1) верхний удар $x > 2R/5$; 2) нормальный удар $x = 2R/5$; 3) нижний удар $x < 2R/5$.

**113** $x(t) = \frac{mv_0}{\alpha}\left(1 - e^{-\alpha t/m}\right)$, $s = mv_0/\alpha$

**114** $v(t) = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}}\tanh(kt/m)$, $s = \frac{m}{\alpha}\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}\cosh^2(kt/m)$

**115** $\Delta h = \frac{1}{2\beta}\log\frac{e^{2\beta h}}{2-e^{-2\beta h}}$, $\beta = k/m$

**116** $T = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}}\,\mathrm{arcosh}\,\frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}}\log\left[\frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} - \sqrt{\frac{L^2}{\varepsilon^2(1+\mu)^2g^2} - 1}\right]$

**117** $h = h_{\max}(1 - e^{-S_0vt/S^*h_{\max}})$

**118** $h(t) = \left(\sqrt{h_0} - st\sqrt{g/2}/S\right)^2$

**119** $z^{\frac{3}{2}}zt = -\frac{a^2H^2}{R^2}\sqrt{2g}dt$, $T = \frac{R^2}{5a^2}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

**120** $\tau = L_0(e^{u/v} - 1)/u$

**121** $v = v_0/(1+\cos\varphi)$

**122** $\tau = \frac{kv_0}{g\sin\alpha(k^2-1)}$, $s = \frac{2v_0^2k^2}{4kg\sin\alpha(k^2-1)}$

**123** $L = mv_0/k$, $\tau = kH/mg + m/k$

**124** $v_0^2 = \frac{2gR}{4\mu^2+1}\left(3\mu e^{\mu\pi} - 2\mu^2 + 1\right)$

**125** $v = gt/4 + g\gamma t(\beta^2t^2 + 3\beta t\gamma + 3\gamma^2)/4(\beta t+\gamma)$, $\beta = 4\pi\alpha(3m/4\pi\rho)^{2/3}/3$, $\gamma = m_0^{1/3}$

**126** $x = \frac{h}{2(1+u/v)}(\frac{y}{h})^{1+u/v} - \frac{h}{2(1-u/v)}(\frac{y}{h})^{1-u/v} - \frac{h}{2(1+u/v)} + \frac{h}{2(1-u/v)}$, $x_0 = h\frac{u}{v}\left(1 - \frac{u^2}{v^2}\right)^{-1}$

**127** $T_{\max} = p_0V_0/(4R)$

**128** $T_{\max} = \sqrt{p_0/3\alpha}$

**129** $p_0 = \rho gh\left((L-h)^2 - 4x^2\right)/(4x(L-h))$

**130** $t_1 = \tau V(p_n - p)/(p_0V_0)$, $t_2 = \tau\log p/p_n/\log(1 + V_0/V)$

**131** $h_1 = h\frac{2p_0+3\rho gh}{2(2p_0+\rho gh)}$, $h_2 = h/2 + p_0/\rho g$

**132** $x = a + \sqrt{a^2+1}$, $a = \frac{T(n^2-1)}{T_22n}$

**133** $\Delta M = 2M/15$

**134** $T_0 = \sqrt{2}T$, $p_0 = p(1+\sqrt{2})2^{-5/4}$

**135** $u \approx \frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{k}{3mT}\frac{dT}{dx}}$

**136** $u = \frac{\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}+\sqrt{T_1}+4\sqrt{T}}\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

**137** $\mid \frac{dT}{dz} \mid < \frac{2\mu g}{7R}$

**138** $T = T_0 + 2mv^2/3R$

**139** $v = v_0\left(1+\sqrt{1+9pV/2mv_0^2}\right)/3$

**140** $T = T_0\left((\eta+1)^2/4\eta\right)^{(\gamma-1)/2}$

**141** $\eta = \frac{2(T_2-T_1)}{3T_1+5T_2}$

**142** $T = 2T_0/3 = 200$ K

**143** $\Delta h = v_0^2/5g = 8$ см

**144** 1) $U/W = 5/2$; 2) $Q = \frac{7\varepsilon_0 SU^2}{4d}$.

**145** $A = R(T_2 - T_1) - RT_1 \log T_2/T_1$

**146** 1) $T_0 = m_1gh(1+S_2/S_1)/(\nu R) = 289$ K; 2) $T_2 = T_0 + 2Q/(5\nu R) = 337$ K; 3) $T_3 = \frac{2}{5\nu R}(m_1gh + m_2gh) + \frac{3}{5}T_0 = 250$ K.

**147** $C = C_V + R/(1+\alpha)$

**148** $VT^{1/(\gamma-1)} = Ce^{\alpha T^2/2R}$

**149** $T_2/T_1 = (\alpha i)/(\alpha(1+i)-1)$, $p_2/p_1 = i/(\alpha(1+i)-1)$

**150** $C(V) = R/(\gamma-1) + R(V_0-2V)/(V_0-2V)$

**151** $v = \sqrt{\frac{2Mq^2}{Lm(m+M)}}$, $u = \sqrt{\frac{2mq^2}{LM(m+M)}}$

**152** $q_a = -q\frac{a(b-r)}{r(b-a)}$, $q_b = -q\frac{b(r-a)}{r(b-a)}$

**153** $F = \frac{Q^2\pi(R^2-h^2)}{2\varepsilon_0(4\pi R^2)^2}$

**154** $F = \frac{\sigma^2\sqrt{3}a^2}{8\varepsilon_0}$

**155** $\mid \Delta q \mid = \mid q\frac{x-x_1}{d}$

**156** $v_{\min} = q\sqrt{\frac{2k}{mR}}$, $v_{\min 2} = q\sqrt{\frac{8k}{3mR}}$,

**157** $I_{01} = \frac{3\mathcal{E}}{3r+2R}$, $I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{3r+2R}$

**158** $Q = \frac{C_1C_2\mathcal{E}^2}{2(C_1+C_2)}$

**159** $I = \frac{U}{R}e^{-t/RC}$

**160** 1) $I_1 = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{3R}$; 2) $Q = (C_1\mathcal{E}_1^2 + C_2\mathcal{E}_2^2/2)$

**161** 1) $U_1 = \frac{2R\mathcal{E}}{r+3R}$, $U_2 = \frac{R\mathcal{E}}{r+3R}$; 2) $Q = \frac{3RC\mathcal{E}}{r+3R}$

**162** $R/3$, $5R/6$, $6R/7$, $7R/15$

**163** $I = 2/21$ A

**164** $R = \rho r/16d^2$

**165** $(6-\sqrt{3})R/6$

**166** $R$

**167** $R_1 = 2R/n$

**168** $t_1 = 6$ мин, $t_2 = 25$ мин

**169** $I = 0,06$ A

**170** $R = 5$ Ом

**171** $U_0 = 2R^2/\alpha$

**172** 636 В

**173** 1) $m = \mathcal{E}BL/Rg - M$; 2) $v = \frac{MgR}{B^2L^2}$

**174** $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{CUlB}{2m\sqrt{gL}}$

**175** $\omega^2 = \frac{2T_0}{ml} - \frac{\mu\mu_0 Il_1}{\pi a^2}$, $I^* = \frac{2T_0\pi a^2}{\mu\mu_0 ll_1}$

**176** 1) $I = \pi v B r^2/R = 251$ мА; 2) $P = I^2 R = 31,6$ мВт; 3) $M = P/2\pi\nu = 126$ мкН м

**177** $a = g/(1 + \varepsilon_0 \pi R^2 d B^2/m)$

**178** $B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$

**179** $F = \frac{\mu_0 I^2}{\pi l}$

**180** $\omega = qB/2m$

**181** $\omega(t) = qB(t)/2m$

**182** $v = \frac{Rr}{lB(R+r)}\left(\frac{mg}{Bl} - \frac{\mathcal{E}}{r}\right)$

**183**

**184** $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1 + \frac{B^2L^2C}{ml}\right)}$

**185** $t = \sqrt{\frac{2l}{g\sin\alpha}\left(1 + \frac{Cl^2B^2\cos^2\alpha}{m}\right)}$

**186** $F = \frac{\mu_0^2 I^2 v}{4\pi^2 R}\log^2\frac{b}{a}$

**187** $p = \frac{\mu_0^2 ab^2 I^2}{8\pi^2 RL(L+a)}\log\left(1 + \frac{a}{L}\right)$

**188** $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{mL(\rho L+R)}{\mathcal{E}lB}}$

**189** 1) $Q = 3mv_0^2/8$; 2) $a = \sqrt[3]{\frac{mv_0R}{4B^2}}$; 3) $a = \sqrt{\frac{mv_0R}{4B^2d}}$

**190** $d = 2\pi v\cos\alpha m/qB$

**191** $t = \frac{2m}{eB}\arctan\left(\frac{eBR}{mv}\right)$

**192** 1) $v_0 < eBd/m$; 2) $U < eB^2d^2/2m$

**193** $t = \frac{2\pi m_1 m_2}{qB(m_1+m_2)}$

**194** $L = 2\pi mun/eB$, $n \in \mathcal{N}$

**195** $\vec{a}_c = \frac{q_1}{m_1}\vec{v}_c \times \vec{B}$, $\vec{r}'' = \frac{q_1}{m_1}\vec{r}' \times \vec{B} + \frac{q_1(q_2-q_1)\vec{r}}{m_1 r^3}$

**196** $\vec{r} \times \vec{p} - \alpha q\vec{r}/r = \mathrm{const}$

**197** $r_\infty = mv_0/\sqrt{\gamma^2 + q^2B^2}$

**198** $\langle v\rangle = \frac{E}{B}\left(\frac{\beta}{2\omega} + 2\pi\frac{\beta^2}{\omega^2}\right)$, $\beta = 2\gamma/m$, $\omega = \sqrt{\frac{q^2B^2+\gamma^2}{m^2}} \approx \frac{qB}{m}$

**199** $v_0 = 2qB_0/(mk)$

**200** $B = \frac{b}{b^2-a^2}\sqrt{\frac{8mU}{e}}$

**201** $\omega = \sqrt{F/ml}$

**202** $\omega = \sqrt{\frac{F(r+l)}{rml}}$

**203** $\omega = \cos\beta\sqrt{2k/m}$

**204** $\omega = \sqrt{3g/2l + 3k/m}$

**205** $T = 2\pi\sqrt{\frac{20ml}{9kl-24mg}}$, при $k > 24mg/9l$

**206** $\omega_x = \sqrt{2k/m}$, $\omega_y = \sqrt{\frac{2k\Delta l}{m(l+\Delta l)}}$, $\Delta l = l/3$

**207** $\omega = \sqrt{k_2/m_2}$

**208** $x^2 = A^2\frac{\omega_0^4+4\beta^2\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\beta = b/2m$

**209** $\omega^2 = \frac{2\nu RS^2}{mV^2}T$

**210** $T = 2\pi\sqrt{\frac{ML}{p_0S+Mg}}$

**211** $T = \pi\sqrt{2V/Sg}$

**212** $T = 2\pi\sqrt{H/g(1+\cos\alpha)}$

**213** $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, $T = 2(\pi+1)\sqrt{L/g}$

**214** $\omega = \sqrt{2\alpha/mR^2 - (\pi\eta R^2/m)^2}$

**215** одно колебание

**216** $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g(1+m/M)}}$

**217** На расстоянии 5 см от вершины треугольника

**218** $\alpha(t) = A\cos(\sqrt{\sqrt{a^2+g^2}/l}t) + \alpha_0$, $\alpha_0 = \arctan(a/g)$

**219** 1) $v = \sqrt{3gh}$; 2) $\nu = 0.25\sqrt{3g/h}$

**220** $ml\varphi'' + (mg - m\omega^2 A\cos\omega t)\varphi = 0$, $\omega^2 = T_0(S_1+S_2)/mS_1S_2$

**221** 1) $A = qUL/d$; 2) $T = 2\pi\sqrt{\frac{mLd}{2qU}}$; 3) $v_0 = \sqrt{\frac{qUL}{md}}$

**222**

**223** $q_{\max} = \frac{CU}{2}\sqrt{2 - \cos^2\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}\tau\right)}$

**224** $I_{\max} = U\sqrt{\frac{C}{2L}}$, $T = 2\pi\sqrt{2LC}$

**225** $q = \frac{q_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

**226** $\omega = 1/\sqrt{3LC}$

**227** $\omega = 1/\sqrt{LC}$

**228** $I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\sin\omega t$

**229** $L = R^2C$, $\tan\varphi = -\omega RC$