

Сборник задач для подготовки к
физическим олимпиадам

13 января 2019 г.

Оглавление

Предисловие	2
I Задачи факультатива	3
1 Механика	4
1.1 Относительность движения	4
1.2 Движение тела под углом к горизонту	7
1.3 Мгновенный центр вращения	9
1.4 Бесконечно малые перемещения	10
1.5 Динамика	12
1.6 Центр масс	15
1.7 Распределенная масса	16
1.8 Теорема об изменении механической энергии	18
1.9 Энергия и импульс	19
1.10 Вращательное движение твердого тела	21
2 Решения	25
3 Ответы	27

Предисловие

Методическое пособие включает в себя физические задачи, которые в разные годы предлагались студентам, участвовавшим в работе факультатива по решению задач повышенной сложности на физическом факультете Пермского государственного национального исследовательского университета. В пособие включены задания Студенческих чемпионатов по физике, проводившихся в Пермском университете с 2006 года. Третья часть содержит материалы олимпиады по физике для школьников Пермского университета «Юные таланты», которая проводится с 2008 года. Рядом с номером некоторых задач в скобках указано число, соответствующее году, в котором данная задача предлагалась на Краевой студенческой олимпиаде в Пермском крае.

Пособие предназначено для студентов вузов, изучающих курс общий физики, а также учащихся старших классов специализированных школ.

Часть I

Задачи факультатива

Глава 1

Механика

1.1 Относительность движения

Задача 1 Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростью v каждый. Определите время встречи поездов, если начальное расстояние между ними равно L . Решите задачу координатным способом, графическим способом и методом, использующим идею относительности движения.

Задача 2 Муха летает между двумя сближающимися со скоростью v стенками. Скорость мухи u . Начальное расстояние между стенками равно L . Какой путь пройдет муха до остановки, если считать, что как только она приближается к одной из стенок — мгновенно изменяет направление скорости на противоположное и движется вдоль одной прямой, перпендикулярной стенкам?

Задача 3 Проплывая под мостом против течения, гребец потерял соломенную шляпу. Обнаружив пропажу через десять минут, он повернул назад и, гребя с тем же темпом, подобрал шляпу на расстоянии 900 м ниже моста. Через какое время после обнаружения пропажи гребец подобрал шляпу?

Задача 4 (2012)¹ Когда мимо пристани проплывает плот, от пристани в деревню, расположенную на расстоянии S вниз по течению реки, отправляется моторная лодка. Она доходит до деревни за время t и, сразу повернув

¹Здесь и далее год в скобках означает, что данная задача была предложена для решения на Краевой студенческой олимпиаде по физике в Пермском крае в указанном году.

обратно, встречает плот на расстоянии S_1 от деревни. Какова скорость течения реки \vec{v}_p ?

Задача 5 С какой скоростью \vec{u} должен двигаться автомобиль, чтобы капли дождя не оставляли следов на заднем стекле, наклоненном под углом α ? Скорость дождя \vec{v} .

Задача 6 Открытая карусель вращается с угловой скоростью ω . На карусели на расстоянии r от оси вращения стоит человек. Идет дождь, и капли дождя падают вертикально вниз со скоростью v_0 . Как человек должен держать зонт, чтобы наилучшим образом укрыться от дождя?

Задача 7 (2009) Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью \vec{v} под углом к горизонту α_0 . Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого \vec{u} . Какой стала скорость самолета относительно земли w , и какой угол α составляет она с горизонтом?

Задача 8 (2013) Самолет садится на корабль, движущийся по океану со скоростью \vec{v}_1 в восточном направлении. Скорость ветра \vec{v}_2 направлена на север, а самолет снижается по отношению к кораблю вертикально со скоростью \vec{v}_3 . Определить величину скорости самолета по отношению к движущемуся воздуху.

Задача 9 Под каким углом к направлению течения должен плыть пловец, чтобы переправиться на противоположный берег с наименьшим смещением из-за течения реки? Скорость пловца \vec{u} , скорость реки \vec{v} .

Задача 10 Шарик движется навстречу стенке со скоростью \vec{u} , скорость движения стенки \vec{v} . Определите, с какой скоростью отскочит шарик от стенки после абсолютно упругого удара. Как изменится ответ, если стенка движется в ту же сторону, что и шарик? Если шарик падает под углом α к стенке?

Задача 11 Определите кратчайшее расстояние между автомобилями, которые движутся со скоростями v по перпендикулярным пересекающимся прямым. В начальный момент времени один автомобиль находится в центре перекрестка, а второй подъезжает к нему на расстоянии L . Как изменится ответ, если угол между прямыми равен α ?

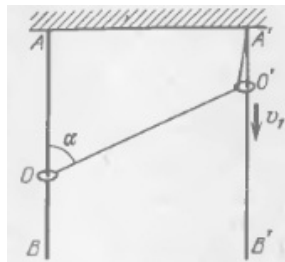
Задача 12 Как изменяется расстояние между двумя каплями воды, которые свободно падают в поле силы тяжести? Обе капли выпущены из одной точки с интервалом времени $\tau = 1$ с.

Задача 13 Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 и постоянными ускорениями \vec{a}_1 и \vec{a}_2 , направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном начальном расстоянии L_{max} между телами они встретятся в процессе движения?

Задача 14 От колеса радиуса R , движущегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью \vec{v} , отрывается вертикально кусочек грязи и, пролетев по воздуху, возвращается точно в ту же точку, от которой оторвался. При каких условиях это возможно?

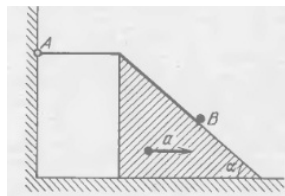
Задача 15

Два колечка O и O' надеты на вертикальные неподвижные стержни AB и $A'B'$ соответственно. Нерастяжимая нить закреплена в точке A' и на колечке O и продета через колечко O' . Считая, что колечко O' движется вниз с постоянной скоростью \vec{v}_1 , определите скорость \vec{v}_2 колечка O , если $\angle AOO' = \alpha$.



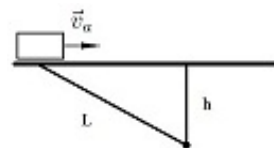
Задача 16

На неподвижном клине, образующем угол α с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка. Один из концов веревки прикреплен к стене в точке A . В точке B к веревке прикреплен небольшой грузик. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением \vec{a} . Определите ускорение \vec{a}_2 грузика, пока он находится на клине.



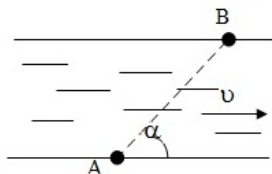
Задача 17

(2011) По шоссе со скоростью \vec{v}_a движется автобус. Человек находится на расстоянии h от шоссе и на расстоянии L от автобуса. Под каким углом α к шоссе со скоростью \vec{v} должен идти человек, чтобы выйти на шоссе одновременно с автобусом?



Задача 18

(2007) Два катера вышли одновременно из пунктов A и B , находящихся на противоположных берегах реки, и двигались вдоль отрезка AB длины l . Прямая AB образует угол α с направлением скорости течения \vec{v} . Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта B произошла встреча катеров, если они встретились через время t после отхода от причалов?



1.2 Движение тела под углом к горизонту

Задача 19 Камень брошен с высоты h под углом α к горизонту со скоростью v_0 . Какой угол β будет составлять скоростью камня с горизонтом в момент падения на землю? Чему равна величина этой скорости? На каком расстоянии s по горизонтали от основания точки запуска упадет камень?

Задача 20 Мальчик бросает камень по направлению в кота, сидящего на крае сарая. Через 1 секунду камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте находился кот?

Задача 21 Мышонок стреляет из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через $t = 1$ с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии s от мышонка находился кот, если известно, что векторы $v(0)$ и $v(t)$ взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задача 22 Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило t_1 , а время полёта от удара до падения t_2 . Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

Задача 23 Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью \vec{v}_0 под углом α к горизонту, ударился о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с горизонтально направленной скоростью \vec{u} , и отскочил в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время t_1 после броска произошло столкновение шарика со стенкой? Потерями на трение пренебречь.

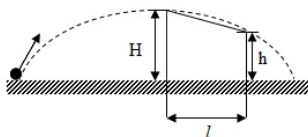
Задача 24 С какой минимальной скоростью можно перебросить камень через здание высоты H с куполообразной крышей радиуса R ?

Задача 25 Зенитное орудие может сообщить снаряду начальную скорость v_0 в любом направлении. Требуется найти зону поражения, т.е. границу отделяющую цели, до которых снаряд из данного орудия может долететь, от недостижимых целей. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 26 В спортивном зале высотой h бросают маленький мяч с начальной скоростью v_0 . Определите, какое максимальное расстояние по горизонтали может пролететь мяч после бросания до первого удара о пол, если соударение с потолком абсолютно упругое. Считайте, что мяч бросают с уровня пола. Пол и потолок горизонтальны, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задача 27 Необходимо с поверхности земли попасть камнем в цель, расположенную на расстоянии L по горизонтали на высоте H . С какой наименьшей скоростью это можно сделать? Трением пренебречь.

Задача 28 (2004) При какой минимальной начальной скорости v_0 можно перебросить камень через дом с покатой крышей? Ближайшая стена имеет высоту H , задняя стена – высоту h , ширина дома равна l .



Задача 29 (2018) Тело бросают с поверхности длинной наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45^\circ$, величина начальной скорости фиксирована. 1) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для того, чтобы время полета было максимальным? 2) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для достижения максимальной дальности (дальность откладывается вдоль плоскости)?

Задача 30 (2005) Колесо радиуса R катится по горизонтальной мокрой дороге со скоростью v . 1) На какую максимальную высоту h поднимаются капли воды, отрывающиеся от колеса? 2) Какой должна быть минимальная скорость колеса, чтобы капелька, достигшая максимальной высоты, опустилась на то же самое место? 3) Изменится ли высота h , если колесо будет катиться с пробуксовкой?

Задача 31 (2010) В сферической лунке прыгает шарик, упруго отражаясь от ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени при движении шарика слева направо равен T_1 , а при движении справа налево – T_2 . Определите радиус лунки.

Задача 32 Из точек А и В, находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с. Один из камней полетел по навесной траектории, другой – по настильной, но каждый попал в точку старта другого камня. Известно, что в точке А угол бросания $\alpha = 75^\circ$. Через какое время τ после старта расстояние между камнями станет минимальным? Чему равно это расстояние?

Задача 33 Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести \vec{g} . Начальные их скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α , а другой 2α . В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

Задача 34 Шарик, которому сообщена горизонтальная скорость v , падает на горизонтальную плиту с высоты h . При каждом ударе о плиту вертикальная составляющая скорости уменьшается (отношение вертикальной составляющей скорости после удара к ее значению до удара постоянно и равно α). Определить, на каком расстоянии от места бросания отскоки шарика прекратятся. Считать, что трение отсутствует, так что горизонтальная составляющая скорости шарика v не меняется.

1.3 Мгновенный центр вращения

Задача 35 Колесо радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью v . Найдите скорости различных точек колеса, уравнения траектории и радиус кривизны траектории в верхней точке дуги для произвольной точки на ободе колеса.

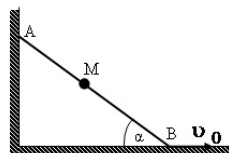
Задача 36 Скорость одного конца стержня равна v и направлена под углом α к стержню. Найдите скорость другого конца, которая направлена под углом β к стержню.

Задача 37 По гладкому горизонтальному столу свободно скользит тонкая прямая однородная палочка длины L . В некоторый момент скорость одного

из концов равна v и составляет прямой угол с палочкой, а скорость другого конца по величине равна $2v$. За какое время палочка повернется на угол 2π ?

Задача 38

(2006) Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется по направляющим без отрыва стержень АВ длиной l_0 . Скорость точки В постоянна, равна v_0 и направлена горизонтально. Определить скорость v и ускорение a точки М, расположенной на расстоянии $MB = l$ от точки В, в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем АВ составляет α .

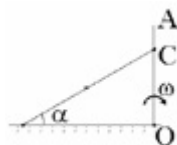


1.4 Бесконечно малые перемещения

Задача 39 Тело движется по окружности радиуса R так, что его скорость зависит от времени по линейному закону: $v = at$. Найдите зависимость ускорения тела от времени.

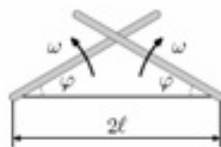
Задача 40

Луч света падает на вращающийся экран АО, образуя на нем зайчик С. Угловая скорость вращения экрана ω ; угол, образуемый лучом света с горизонтом, равен α . В некоторый момент времени экран занимает положение, изображенное на рисунке, при этом расстояние от оси вращения до зайчика $OC = l$. Определите, какую скорость имеет зайчик относительно экрана в указанный момент времени.



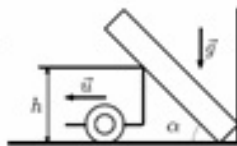
Задача 41

Определить скорость точки пересечения двух лучей прожекторов, которые вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью ω , в момент, когда угол наклона к горизонту обоих прожекторов равен φ . Расстояние между прожекторами равно $2l$.



Задача 42

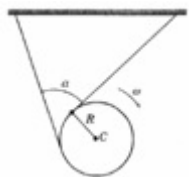
Бревно, упираясь одним концом в угол между землей и стеной, касается грузовика на высоте h , который отъезжает от стены со скоростью u . Как зависит угловая скорость вращения бревна от угла α между бревном и горизонтом?



Задача 43 За лисой, бегущей прямолинейно с постоянной скоростью v , бежит собака таким образом, что ее скорость u всегда направлена на местоположение лисы. В момент, когда векторы скоростей перпендикулярны, расстояние между ними было равно L . С каким ускорением при этом двигалась собака?

Задача 44

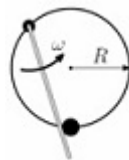
На диск радиуса R намотаны две нерастяжимые нити, закрепленные в двух разных точках. При отпускании диск вращается. Когда угол между нитями у диска α , угловая скорость вращения диска ω . С какой скоростью в этот момент движется центр диска? Нити остаются натянутыми.



Задача 45 Внутри неподвижной окружности катится без скольжения другая окружность вдвое меньшего радиуса. Какую траекторию описывает при этом произвольно выбранная точка на подвижной окружности?

Задача 46

Бусинка может двигаться по кольцу радиуса R , подталкиваемая спицей, которая вращается с угловой скоростью ω в плоскости кольца. Ось вращения спицы находится на кольце. Определить ускорение бусинки.



Задача 47 По палочке, которая вращается с угловой скоростью ω , ползет жук со скоростью v . Определите скорость и ускорение жука, когда он находится на расстоянии L от оси вращения палочки.

Задача 48 (2003) Четыре черепахи находятся в вершинах квадрата со стороной l . Они начинают двигаться одновременно с постоянной скоростью v . Каждая черепаха движется по направлению к своей соседке по часовой

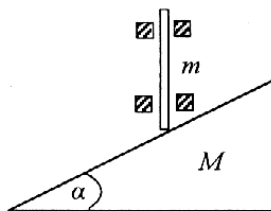
стрелке. Где встретятся черепахи и через какое время? Найти угол между скоростью движения черепахи и одной из сторон квадрата как функцию ее координат $\varphi = \varphi(x, y)$.

1.5 Динамика

Задача 49 На наклонной поверхности с углом α к горизонту находится брусок. Коэффициент трения бруска о поверхность равен μ . С каким ускорением будет двигаться брусок?

Задача 50

(2005) Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вверх и вниз стержень, масса которого m . Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой M . Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определите ускорения стержня и клина.

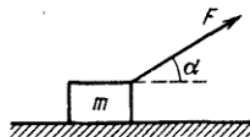


Задача 51 Клин высотой h с углом наклона α стоит на гладкой горизонтальной поверхности. Масса клина m_1 . С вершины клина начинает соскальзывать без трения брусок массой m_2 . Найдите ускорение клина и время соскальзывания бруска.

Задача 52 (2015) Брусок скользит по длинной наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$, движущейся равномерно относительно земли по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 10$ м/с в направлении противоположном вершине с углом α . Начальная скорость бруска относительно плоскости равна нулю, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,4$. 1) Определите минимальную скорость бруска относительно земли. 2) Через какое время скорость бруска относительно земли будет равна 10 м/с? 3) По какой траектории будет двигаться брусок относительно земли?

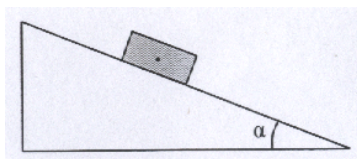
Задача 53

Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ . Найти угол α , при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?



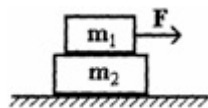
Задача 54 По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, за веревку вытягивают ящик массы m . Коэффициент трения ящика о плоскость равен μ . Под каким углом β к горизонту следует тянуть веревку, чтобы равномерно двигать ящик с наименьшим усилием? Каково это усилие?

Задача 55 (2016) Брусок массой 10 кг положили на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен $\mu = 0,8$. 1) Докажите, что брусок будет покоиться относительно плоскости. 2) Определите минимальную горизонтальную силу, направленную вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно плоскости рисунка, которую нужно приложить к бруску, чтобы его сдвинуть. 3) Определите минимальную силу, которую нужно приложить к бруску для того, чтобы перемещать его вверх по наклонной плоскости.



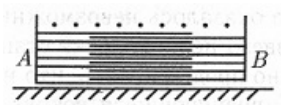
Задача 56

При какой максимальной силе F верхний брусок еще не будет скользить по нижнему? Массы брусков m_1 и m_2 , коэффициент трения между ними μ , поверхность стола гладкая.



Задача 57

Листы бумаги, сложенные, как показано на рисунке, склеивают свободными концами через лист таким образом, что получаются две самостоятельные кипы A и B. Вес каждого листа 0,06 Н, число всех листов 200, коэффициент трения бумаги о бумагу, а также о стол, на котором бумага лежит, равен 0,2. Предполагая, что одна из кип удерживается неподвижно, определить наименьшее горизонтальное усилие F , необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.



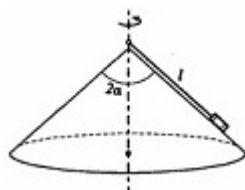
Задача 58

По вертикально подвешенному в поле тяжести Земли кольцу радиуса R может скользить без трения шарик массы m . В начальный момент времени кольцо неподвижно, и шарик находится в нижней точке кольца. Как будет двигаться шарик, если кольцо начнет вращаться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω ?



Задача 59

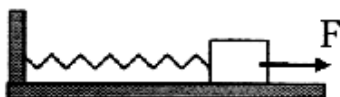
К вершине прямого кругового конуса с помощью нити длиной L прикреплена небольшая шайба. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально. При каком числе оборотов в единицу времени шайба не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса 2α .



Задача 60 У края диска радиусом R лежит монета. Диск раскручивается так, что его угловая скорость линейно растет со временем по закону $\omega = \varepsilon t$. В какой момент времени монета слетит с диска, если коэффициент трения между диском и монетой равен μ ? Какой угол с направлением к центру диска образует сила трения в этот момент?

Задача 61

(2017) На рисунке представлен горизонтальный пружинный маятник, который может совершать колебания с частотой 2 Гц. Масса груза маятника 100 г. Горизонтальная плоскость гладкая. На маятник, находящийся в состоянии покоя в положении равновесия, начинает действовать постоянная горизонтальная сила $F = 2$ Н. 1) Определите максимальное растяжение пружины. 2) Определите максимальное растяжение пружины при условии, что сила F действует только в течение времени 0,01 с.



1.6 Центр масс

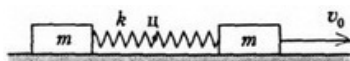
Задача 62 Тонкий однородный стержень длиной l и массой m привели в движение вдоль гладкой горизонтальной поверхности так, что он движется поступательно и одновременно вращается с угловой скоростью ω вокруг оси перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. Найдите натяжение стержня в зависимости от расстояния x до его центра.

Задача 63 Двойная звезда состоит из двух звезд-компонентов массами m_1 и m_2 , расстояние между которыми не меняется и остается равным L . Найдите период вращения двойной звезды.

Задача 64 (2009) Невесомый стержень длины L с двумя шариками на концах с массами m и $3m$ находится на гладкой горизонтальной поверхности. Шарику массой m резко сообщают скорость \vec{v} в направлении перпендикулярном стержню. Какова сила натяжения стержня? Как изменится ответ, если скорость \vec{v} сообщить шарiku массой $3m$? Какая часть энергии перейдет в кинетическую энергию вращательного движения в первом и во втором случаях?

Задача 65

(1998) На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый, связанные легкой пружиной жесткостью k . Первому бруску сообщают скорость v_0 в направлении от второго бруска. Опишите движение системы. Через какое время деформация пружины впервые достигнет максимального значения?



Задача 66 Шар массой m налетает со скоростью v на покоящийся шар массой $2m$. Найдите скорости обоих шаров после упругого центрального удара.

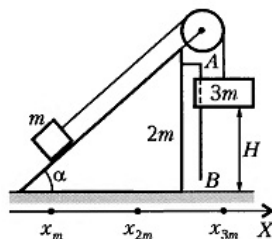
Задача 67 Определите, какую часть своей кинетической энергии теряет частица массой m_1 при упругом лобовом столкновении с неподвижной частицей массой m_2 .

Задача 68 Известно, что при упругом нецентральной ударе двух одинаковых шаров, один из которых до удара покоился, угол разлета равен 90° . Докажите это утверждение.

Задача 69 (2012) На абсолютно гладком столе лежит обруч массой M и радиусом R . На обруче находится жук, масса которого m . Какие траектории будут описывать жук и центр обруча при движении жука по обручу?

Задача 70

Клин массой $2m$ с углом наклона к горизонту α ($\cos \alpha = 2/3$) находится на гладкой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укрепленный на вершине клина, перекинута легкая нить, связывающая грузы массами m и $3m$. Груз массой $3m$ может скользить вдоль вертикальной направляющей АВ, закрепленной на клине. Этот груз вначале удерживают неподвижно на расстоянии $H = 27$ см от стола, а затем отпускают. На какое расстояние сместится клин к моменту касания груза массой $3m$ стола? Массами блока и направляющей АВ пренебречь.



1.7 Распределенная масса

Задача 71 Струя воды сечением S ударяется о стенку, расположенную перпендикулярно струе. Скорость воды в струе v , после удара вода теряет скорость и стекает по стенке. Какова сила давления воды на стенку? Плотность воды ρ .

Задача 72 Космический корабль массой M движется в глубоком космосе. Для управления кораблем используется реактивный двигатель, который выбрасывает реактивную струю со скоростью u относительно корабля, причем расход топлива в струе равен μ (расход топлива – это масса топлива, выбрасываемая за единицу времени). Найдите ускорение корабля.

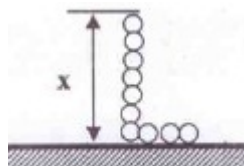
Задача 73 Тонкое веревочное кольцо массой m и радиусом R положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили до угловой скорости ω . Найдите силу натяжения веревки.

Задача 74 Чтобы остановить движение большого судна при причаливании, с него на пристань бросают канат и несколько раз оборачивают вокруг тумбы. В результате, прикладывая небольшое усилие к свободному концу проскальзывающего каната можно остановить огромный пароход. Рассчитать,

во сколько раз действующая на пароход со стороны каната сила превосходит приложенное к свободному концу каната усилие, если число оборотов равно n , коэффициент трения каната о тумбу μ .

Задача 75

(2011) Однородная цепочка длиной L и массой m подвешена на нити так, что другим концом она касается стола. Нить пережигают. Найти зависимость силы давления F цепочки на стол от длины x еще не упавшей части. Считать удар звеньев о стол неупругим.



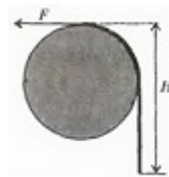
Задача 76

Длинная тонкая цепочка перекинута через блок так, что ее правая часть свисает до пола, а левая лежит, свернувшись клубком, на уступе высотой H . Цепочку отпускают, и она приходит в движение. Найдите установившуюся скорость движения цепочки. Блок идеальный, цепочка неупругая.



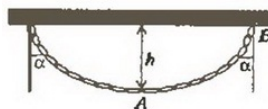
Задача 77

Веревку длиной l и массой m кладут на гладкое горизонтальное бревно радиусом R , причем вначале веревку удерживают за верхний конец, прикладывая горизонтальную силу F , а затем отпускают. Определите: 1) значение силы F ; 2) ускорение веревки в первый момент.



Задача 78

Цепочку массой m и длиной l подвесили за концы к потолку. При этом оказалось, что в местах закрепления цепочка образует углы α с вертикалью. Найдите расстояние h от нижней точки цепочки до потолка.

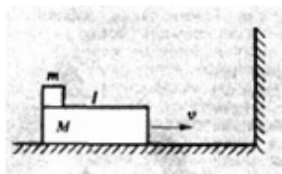


Задача 79 Определите форму тяжелой нерастяжимой цепочки, подвешенной за концы на одной высоте, в однородном поле силы тяжести.

1.8 Теорема об изменении механической энергии

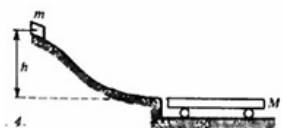
Задача 80

На бруске длиной l массой M , расположенном на гладкой горизонтальной поверхности, лежит маленькое тело массой m . Коэффициент трения между телом и бруском μ . С какой скоростью v должна двигаться система, чтобы после упругого удара бруска о стенку тело упало с бруска?



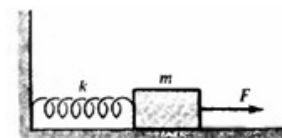
Задача 81

Тело массой m съезжает с высоты h гладкой наклонной плоскости и начинает скользить по тележке массой M , находящейся на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и тележкой μ . На какое расстояние переместится тело относительно тележки?



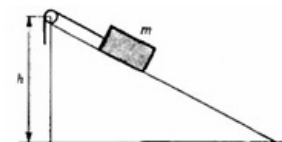
Задача 82

На горизонтальной плоскости лежит тело массой m , соединенное с вертикальной стеной пружиной жесткостью k . В начальный момент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать постоянная сила F . Считая, что коэффициент трения между телом и плоскостью μ и что $F > \mu mg$, найдите максимальное смещение тела от начального положения и максимальную скорость тела в процессе движения.



Задача 83

Груз массой m медленно поднимают на высоту h по наклонной плоскости с помощью блока и троса. При этом совершается работа A . Затем трос отпускают, и груз скользит вниз. Найдите величину A , если известно, что скорость тела в конце спуска равна v .



Задача 84 (2010) У основания наклонной плоскости находится брусок. Бруску сообщают некоторую начальную скорость, направленную вдоль

плоскости вверх. На высоте h скорость бруска уменьшается до значения v_1 . После абсолютно упругого удара о стенку, расположенную на высоте $H > h$, брусок скользит вниз, и на той же высоте h его скорость равна $v_2 < v_1$. Определите скорость бруска в момент удара о стенку.

1.9 Энергия и импульс

Задача 85 На гладкой горизонтальной поверхности лежит небольшая шайба массы m и гладкая горка массы M высоты H . Какую минимальную скорость v надо придать шайбе, чтобы она смогла преодолеть барьер?

Задача 86 (2012) Две лодки идут параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v . Когда лодки встречаются, с одной лодки на другую перебрасывают груз массой m , а затем со второй лодки на первую перебрасывают такой же груз. В другой раз грузы перебрасывают из лодки в лодку одновременно. В каком случае скорости лодок после перебрасывания грузов будут больше? Масса каждой лодки без груза M .

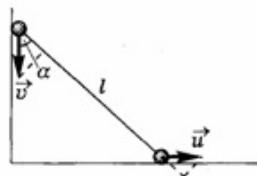
Задача 87 (2006) Лягушка массы m сидит на конце доски массы M и длины L . Доска плавает по поверхности пруда. Лягушка прыгает под углом α к горизонту вдоль доски. Какой должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она оказалась после прыжка на противоположном конце доски? Как изменится ответ, если 1) доска и лягушка снесятся течением со скоростью u , и лягушка прыгает по направлению против течения; 2) доска испытывает при своем движении постоянную силу сопротивления воды F ?

Задача 88 (2001) Трактор массы m рывками перемещает груз массы $M > m$. Они соединены прочным нерастяжимым тросом длины L . В начальный момент трактор находится рядом с грузом. Сколько рывков надо сделать трактору, чтобы переместить его на расстояние s ? Считать, что коэффициент трения трактора и груза о землю одинаков.

Задача 89 Два груза массы m , соединенные пружиной жесткостью k , находятся на гладком горизонтальном столе. Одному из тел сообщают скорость v и измеряют максимальное растяжение пружины. В ходе опыта пружина лопнула при растяжении, равном половине максимального. С какими скоростями после разрыва пружины грузы поедут по столу?

Задача 90

Два тела малых размеров массой m каждое соединены стержнем пренебрежимо малой массы длиной l . Система из начального положения у вертикальной гладкой стены приходит в движение. Нижнее тело скользит без трения по горизонтальной поверхности, верхнее - по вертикальной. Найдите значение скорости нижнего тела, при котором верхнее оторвется от вертикальной стенки.



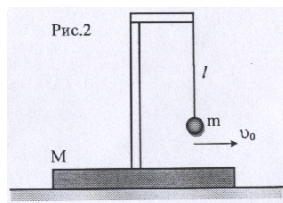
Задача 91 (2002) Три одинаковых шарика массы m каждый, скрепленные вдоль прямой двумя невесомыми стержнями длиной l , вертикально поставили на гладкую горизонтальную плоскость. Найти скорость верхнего шарика в момент удара о плоскость.

Задача 92 (2018) Студент стреляет из рогатки шариком массой 20 г, доведя усилие при растяжении резинки до 50 Н. При этом длина резинки увеличивается в три раза. Резинка рогатки имеет общую длину в нерастянутом состоянии 30 см, сложена вдвое. 1) Определите скорость шарика пренебрегая массой резинки. 2) Определите скорость шарика, если масса резинки 50 г.

Задача 93 (2018) Автомобиль движется с постоянной скоростью по горизонтально шоссе. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, равна 60 кВт, эффективная площадь сопротивления автомобиля $0,7 \text{ м}^2$ (площадка соударений молекул воздуха с автомобилем, перпендикулярная скорости автомобиля). КПД бензинового двигателя 25%, удельная теплота сгорания бензина $46 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$, плотность бензина 710 кг/м^3 . Температура окружающего воздуха 20° С , атмосферное давление 10^5 Па , молярная масса воздуха 29 г/моль . 1) Сколько литров бензина тратит автомобиль за 1 час? 2) С какой скоростью движется автомобиль?

Задача 94

(2016) Платформа массой M стоит на гладкой горизонтальной плоскости. На платформе закреплен штатив, к которому на нити длиной l подвешен груз массы m . Грузу сообщают горизонтальную скорость v_0 , при этом максимальный угол отклонения нити от вертикали не превышает 90° . 1) Определите максимальную высоту подъема груза. 2) Определите максимальную скорость платформы при качаниях груза. 3) Определите силу натяжения нити и момент времени, когда скорость платформы максимальна.

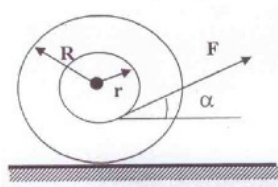


1.10 Вращательное движение твердого тела

Задача 95 Определить ускорение тел и натяжение нити на машине Атвуда, предполагая, что $m_2 > m_1$. Момент инерции блока относительно геометрической оси равен I , радиус блока r . Массу нити считать пренебрежимо малой.

Задача 96

(2010) На горизонтальной шероховатой поверхности лежит катушка ниток массой m . Ее момент инерции относительно собственной оси I , внешний радиус R , радиус намотанного слоя ниток r . Катушку без скольжения начали тянуть с постоянной силой F , направленной под углом α к горизонту. Найти ускорение центра катушки.



Задача 97 (2015) Гимнаст массы 80 кг, крутя солнышко на турнике, остановился и сделал стойку на руках (вверх ногами). Затем, немного отклонившись, начал вращаться, удерживая тело в прямом положении. Оценить максимальную силу натяжения, возникающую в каждой руке гимнаста.

Задача 98 Монета массы m и радиуса r , вращаясь в горизонтальной плоскости вокруг своей геометрической оси с угловой скоростью ω , вертикально падает на горизонтальный диск и прилипает к нему. В результате диск приходит во вращение вокруг своей оси. Возникающий при этом момент сил трения в оси диска постоянен и равен M_0 . Через какое время вращение

диска прекратится? Сколько оборотов сделает диск до полной остановки? Момент инерции диска относительно его геометрической оси I_0 . Расстояние между осями диска и монеты равно d .

Задача 99 Каким участком сабли следует рубить лозу, чтобы рука не чувствовала удар? Саблю считать однородной пластиной.

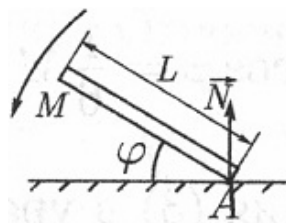
Задача 100 Сплошной однородный короткий цилиндр радиуса R , вращающийся вокруг своей геометрической оси со скоростью ν об/с, ставят в вертикальном положении на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов N сделает цилиндр, прежде чем вращение его полностью прекратится? Коэффициент трения скольжения между основанием цилиндра и поверхностью, на которую он поставлен, не зависит от скорости вращения и равен μ .

Задача 101 Однородный тонкий негнущийся стержень массой m поддерживается в горизонтальном положении двумя вертикальными опорами у концов стержня. В начальный момент времени $t = 0$ одна из опор выбивается. Найти силу, которая действует на вторую опору сразу же после этого момента.



Задача 102

Тонкий стержень массой M и длиной L свободно падает в вертикальной плоскости из начального положения, в котором угол между стержнем и горизонтальной плоскостью составлял 30° . Определите давление стержня на плоскость в момент удара, считая точку опоры стержня о плоскость неподвижной.



Задача 103 Сплошной цилиндр без проскальзывания катится со скоростью v по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную поверхность с углом α . Радиус цилиндра R . Найти максимальное значение скорости цилиндра, при которой он перейдет на наклонную плоскость без скачка. Скольжения нет.

Задача 104 (2003) Обруч радиуса R бросают вперед со скоростью v_0 и сообщают ему одновременно угловую скорость ω_0 . Определить минимальное значение угловой скорости $\omega_{0\min}$, при котором обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости v , если $\omega_0 > \omega_{0\min}$. Трением качения можно пренебречь.

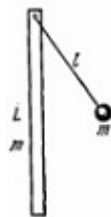
Задача 105 (2008) Сплошной однородный цилиндр, ось которого горизонтальна, движется без вращения по гладкой горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном к его оси. В некоторый момент цилиндр достигает границы, где поверхность становится шероховатой и возникает постоянная (не зависящая от скорости) сила трения скольжения, а трение качения отсутствует. Каково будет движение цилиндра после перехода границы? Как распределится кинетическая энергия поступательного движения цилиндра?

Задача 106 (2001) Пуля массы m , летящая горизонтально, попадает в покоящийся на шероховатой горизонтальной поверхности деревянный шар массой $M \gg m$ и радиусом R на расстоянии l ниже центра масс и застревает в нем. Найти установившуюся скорость шара.

Задача 107 (2004) Двум дискам радиусами R_1 и R_2 сообщили одну и ту же угловую скорость ω_0 , а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции относительно их осей вращения равны I_1 и I_2 . Найти приращение момента импульса системы и приращение ее механической энергии.

Задача 108

Тонкий стержень массы m и длины L подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. К той же оси подвешен на нити длины l шарик такой же массы m . Шарик отклоняют на некоторый угол и отпускают. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.



Задача 109 (2002) Шарик массой m подвешен на нерастяжимой нити длиной l и отклонен на малый угол от положения равновесия. В той же точке, что и нить, подвешен стержень длиной $1.5l$. Какова должна быть масса стержня M , чтобы в результате столкновения шарик остановился? Удар абсолютно упругий. Определить период колебаний шарика.

Задача 110 (2007) На гладком горизонтальном столе лежит однородный твердый стержень длины l и массы M , в край которого ударяет твердый шарик массы m , движущийся со скоростью v_0 , перпендикулярной к оси стержня. Считая удар идеально упругим и предполагая, что силы трения между поверхностью стола и лежащими на ней телами пренебрежимо малы, вычислить угловую скорость вращения стержня после удара.

Задача 111 Шарик массой m летит со скоростью u_0 навстречу покоящемуся стержню массой $M = 2m$ и длиной $2L$. Направление движения шарика перпендикулярно стержню и удалено на расстояние l от его центра. После удара скорость шарика становится равной u_1 , а стержня — V . При этом стержень начинает вращаться с угловой скоростью ω . Требуется определить 1) при каком l шарик после удара остановится, а также 2) скорость шарика, стержня и угловую скорость вращения стержня, если шарик ударяет в конец стержня.

Задача 112 Как надо ударить кием по бильярдному шару, чтобы при столкновении с другим (неподвижным) шаром 1) оба шара стали двигаться вперед (удар с накатом), 2) первый шар остановился, а второй двигался вперед (удар с остановкой), 3) второй шар двигался вперед, а первый откатился назад (удар с оттяжкой)? Предполагается, что удар наносится горизонтально в вертикальной плоскости, проходящей через центр шара и точку касания его с плоскостью бильярдного стола.

Глава 2

Решения

Решение 15 Перейдем в систему отсчета, связанную с колечком O' . В этой системе отсчета скорость точки O равна $v_1/\cos\alpha$ и направлена вверх, так как нить нерастяжима и относительно колечка O' веревка выбирается с постоянной скоростью v_1 . Поэтому относительно прямой $'$, связанной с землей, скорость колечка O будет равна $v_2 = \frac{v_1}{\cos\alpha} - v_1 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos\alpha}$ и направлена вверх.

Решение 16 К моменту времени t от начала движения клин пройдет расстояние $s = at^2/2$ и приобретет скорость $v_1 = at$. За это время грузик переместится вдоль клина на такое же расстояние s , а его скорость относительно клина будет равна $v_2 = at$ и направлена вдоль клина вверх. Скорость грузика относительно земли равна $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Поскольку угол между векторами \vec{v}_1 и \vec{v}_2 равен α , то $v_3 = 2at \sin(\alpha/2)$.

Угол, который скорость \vec{v}_3 составляет с горизонтом, равен $\beta = (\pi - \alpha)/2$. Таким образом, грузик движется вдоль прямой, составляющей с горизонтом угол β с ускорением $a_2 = 2a \sin(\alpha/2)$.

Решение 23 Пусть время движения от соударения до возвращения в точку бросания равно t_2 . Поскольку при упругом ударе вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонтальная скорость увеличивается до величины $v_0 \cos\alpha + 2u$, то полное время полета составит $t_1 + t_2 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. Расстояние по горизонтали от места броска до места удара о стенку выражается в виде $v_0 \cos\alpha t_1 = (v_0 \cos\alpha + 2u)t_2$, откуда $t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha(v_0 \cos\alpha + 2u)}{g(v_0 \cos\alpha + u)}$.

Решение 28 Требование минимальности скорости бросания камня с поверхности

земли означает, что оптимальная траектория камня пройдет через точки "вершины" крыши В и С, расположенные на высотах H и h соответственно. Обратим движение камня и определим минимальную скорость в точке С — v_C , при которой камень может перелететь через точку В. Учитывая

решение предыдущей задачи, легко понять, что $v_B = \sqrt{g \left(\sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H - h \right)}$

Минимально возможную скорость бросания камня с земли v_{min} найдем из

закона сохранения энергии $v_{min}^2 = v_B^2 + 2gH$, откуда $v_{min} = \sqrt{g \left(\sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H \right)}$

Решение 105 Задача 391 сборника задач Сивухина.

Решение 110 Решение задачи 408 сборника задач Сивухина.

Глава 3

ОТВЕТЫ

1 $\frac{L}{2v}$

2 $\frac{uL}{v}$

3 10 мин

4 $v_p = (S - S_1)/t$

5 $u > v/\tan \alpha$

6 Под углом α к вертикали, $\tan \alpha = \omega r/v_0$

7 $w = \sqrt{v^2 + u^2 - 2uv \cos \alpha_0}$, $\alpha = \alpha_0 + \arcsin \left(\frac{u}{w} \sin \alpha \right)$

8 $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_3 - \vec{v}_2$, $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$,

9 $\cos \alpha = v/u$, $u > v$, либо $\cos \alpha = u/v$, $u < v$

10 $u + 2v$

11 $L/\sqrt{2}$

12 $g\tau t + g\tau^2/2$

13 $L_{max} = \frac{(v_1 + v_2)^2}{2(a_1 + a_2)}$

14 $v^2 = \pi g R n$, где $n \in \mathbb{N}$

$$15 \quad v_2 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos \alpha}$$

16 Ускорение грузика относительно земли $a_2 = 2a \sin(\alpha/2)$ направлено под углом $\beta = (\pi - \alpha)/2$ к горизонту.

17 При $v_a > vL/h$ человек ни при каком угле не сможет оказаться на шоссе раньше автобуса. При $v_a < vL/h$ существует два ответа $\alpha_1 = \arcsin \frac{h}{L} + \arcsin \frac{v_a h}{vL}$ и $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$.

$$18 \quad l/2 - vt \cos \alpha$$

$$19 \quad \tan \beta = \sqrt{\tan^2 \alpha + \frac{2gh}{v_0^2 \cos^2 \alpha}}, \quad s = \frac{v_0 \cos \alpha}{g} \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gh}.$$

$$20 \quad h = g\tau^2/2 = 5 \text{ м}$$

$$21 \quad h = gt^2/2 = 5 \text{ м}$$

$$22 \quad h = gt_1 t_2/2$$

$$23 \quad t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha (v_0 \cos \alpha + 2u)}{g(v_0 \cos \alpha + u)}$$

$$24 \quad v_{\min} = \sqrt{g(R + 2H)}$$

$$25 \quad y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$$

26 Если $v_0 < 2\sqrt{gh}$, то дальность полета $L = \frac{v_0^2}{g}$; если $v_0 > 2\sqrt{gh}$, то $L = 4h\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} - 1}$.

$$27 \quad v_{\min} = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + h^2} + h)}$$

$$28 \quad v_{\min} = \sqrt{g(\sqrt{l^2 + (H - h)^2} + H + h)}$$

$$29 \quad 1) \pi/2; 2) \pi/8$$

30 1) При $gR > v^2$ максимальная высота подъема $h = 2R$, при $gR < v^2 - h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}$; 2) $v_{\min} = \frac{\pi g R}{(1 + \sin \alpha) \cos \alpha}$, где $\sin \alpha = gR/v^2$; 3) изменится.

$$31 \quad R = \sqrt{g} T_1 T_2 / 2\sqrt{2}$$

$$32 \quad s = 10 \text{ м}, \tau = v_0 \sin 150^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ / g$$

$$33 \quad \tau = \frac{v_0 \cos(\alpha/2)}{g \sin(3\alpha/2)}$$

$$34 \quad x = v\sqrt{2h/g}(1 + \alpha) / (1 - \alpha)$$

$$35 \quad v(\varphi) = v\sqrt{2(1 - \cos \varphi)}, x(t) = vt - R \sin \varphi, y(t) = R(1 - \cos \varphi), \varphi = vt/R, R_k = 4R.$$

$$36 \quad u = v \cos \alpha / \cos \beta$$

$$37 \quad T_1 = 2\pi L/v, T_2 = 2\pi L/3v.$$

$$38 \quad \omega = v_0/l_0 \sin \alpha, R = \sqrt{l_0^2 + l_0^2 \sin^2 \alpha} - 2l_0 \sin \alpha, v_M = \omega R, a_M = \omega^2 R.$$

$$39 \quad a_p = \sqrt{a^2 + a^4 t^4 / R^2}$$

$$40 \quad v = \omega l \sin \alpha$$

$$41 \quad v = \omega l / \cos^2 \varphi$$

$$42 \quad \omega = u \sin^2 \alpha / h$$

$$43 \quad a = uv/L$$

$$44 \quad \omega R / \cos(\alpha/2)$$

$$45 \quad \text{отрезок}$$

$$46 \quad 4\omega^2 R$$

$$47 \quad u = \sqrt{v^2 + \omega^2 L^2}, a = \sqrt{\omega^4 L^2 + 4\omega^2 v^2}$$

$$48 \quad \text{В центре через } t = v/l, \tan \alpha = (x - y)/(x + y).$$

$$49 \quad \text{если } \mu > \tan \alpha, \text{ то } a = 0; \text{ если } \mu < \tan \alpha, \text{ то } a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

$$50 \quad a_1 = g \frac{m \sin^2 \alpha}{m \sin^2 \alpha + M \cos^2 \alpha}, a_2 = g \frac{m \sin \alpha \cos \alpha}{m \sin^2 \alpha + M \cos^2 \alpha}$$

$$51 \quad a_1 = g \frac{m_2 \sin \alpha \cos \alpha}{m_1 + m_2 \sin^2 \alpha}, t = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2 \sin^2 \alpha)}{(m_1 + m_2)g \sin^2 \alpha}}$$

$$52 \quad v_{\min} = u \sin \alpha = 5 \text{ м/с}, t = v_2/g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 11,3 \text{ с, парабола.}$$

$$53 \quad \tan \alpha = \mu, F = \mu mg / \sqrt{\mu^2 + 1}$$

$$54 \quad \tan \beta = \mu, F = mg \sin(\alpha + \beta) \text{ при } \alpha + \beta < \pi/2, \text{ иначе } F = mg.$$

$$55 \quad F_2 = mg \sqrt{(\mu \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2} = 48 \text{ Н}, F_3 = mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) / \sqrt{\mu^2 + 1} = 93,1 \text{ Н}.$$

$$56 \quad F = \mu m_1 g (m_1 / m_2 + 1)$$

$$57 \quad F =$$

$$58 \quad \cos \alpha = g / \omega^2 R, \text{ при } g < \omega^2 R, \text{ иначе } \alpha = 0.$$

$$59 \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L \cos \alpha}}$$

$$60 \quad \text{При } \varepsilon < \mu g / R \quad t = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1 \right)^{\frac{1}{4}}, \tan \alpha = \left(\frac{\mu^2 g^2}{\varepsilon^2 R^2} - 1 \right)^{-\frac{1}{24}}$$

$$61 \quad x = \frac{2F}{4\pi^2 \nu^2 m} = 25,3 \text{ см}, x = v \sqrt{\frac{m}{k}} = 15,9 \text{ мм}$$

$$62 \quad T(x) = m\omega^2 (l^2 - 4x^2) / 8l$$

$$63 \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{L^3}{G(m_1 + m_2)}}$$

$$64 \quad \text{В первом случае } T = 9mv^2/4l, \text{ в кинетическую энергию вращения перейдет } 3/4 \text{ энергии}$$

$$65 \quad T = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

$$66 \quad v_1 = v/3, v_2 = 2v/3$$

$$67 \quad 4m_1 m_2 / (m_1 + m_2)^2$$

$$69 \quad \text{Окружности радиусами } r_1 = mR/(m + M) \text{ и } r_2 = MR/(m + M)$$

$$70 \quad x = 3 \text{ см}$$

$$71 \quad F = \rho S v^2$$

$$72 \quad \vec{a} = -\mu \vec{u} / M$$

$$73 \quad T = m\omega^2 R / 2\pi$$

$$74 \quad e^{2\pi\mu n}$$

$$75 \quad F = 3mg(1 - x/l)$$

$$76 \quad v = \sqrt{gH}$$

$$77 \quad F = mgH/l, \quad a = gH/l$$

$$78 \quad h = l(1 - \sin \alpha)/2 \cos \alpha$$

$$79 \quad y = a \cosh x/a, \quad a = T/\rho gH$$

$$80 \quad v > \sqrt{\mu gl(1 + m/M)/2}$$

$$81 \quad L = hM/\mu(m + M)$$

$$82 \quad x_m = 2(F - \mu mg)/k, \quad v_m = \sqrt{\frac{k}{m} \frac{F - \mu mg}{k}}$$

$$83 \quad A = 2mgh - mv^2/2$$

$$84 \quad v^2 = (v_1^2 + v_2^2)/2 - g(H - h)$$

$$85 \quad v = \sqrt{2gH(1 + m/M)}$$

$$86 \quad v_1 = Mv/(M + 2m) > v_2 = v(M - m)/(M + m)$$

$$87 \quad v_0 = \sqrt{\frac{gLM}{(M - m) \sin 2\alpha}}$$

$$88 \quad N = s(M - m)/L(M + m)$$

$$89 \quad v_{1,2} = (2 \pm \sqrt{3})/4$$

$$90 \quad v_m = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2gl}{3}}$$

$$91 \quad v = \sqrt{24gl/5}$$

$$92 \quad v_1 = \sqrt{2FL/m} = 27,4 \text{ м/с}, \quad v_2 = \sqrt{6FL/(3m + M)} = 20,2 \text{ м/с}$$

$$93 \quad Q = N/q\rho V = 26,5 \text{ л/ч}, \quad v = \sqrt[3]{\frac{NRT}{2pS\mu}} = 33 \text{ м/с}$$

$$94 \quad h = \frac{v_0^2 M}{2g(m + M)}, \quad v_2 = 2mv_0/(m + M), \quad T = m(g + v_0^2/l)$$

95 $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2 + I/r^2)$

96 $a = F(\cos \alpha - r/R)/(m + I/R^2)$

97 $T = 2mg$

98 $t = mr^2\omega/2M_0, N = M_0t^2/2I, I = I_0 + m(d^2 + r^2/2)$

99 $l = 2L/3$

100 $N = 3\pi R\nu^2/(4\mu g)$

101 $N = mg/4$

102

103 $v = \sqrt{gR(7 \cos \alpha - 4)}/3$

104 $\omega_{0 \min} = v_0/R, v = (\omega_0 R - v_0)/2$

105 Движение после перехода границы будет сначала равнозамедленное, затем с постоянной скоростью; $1/3$ энергии превратится в тепло, $2/9$ во вращательную энергию и $4/9$ останется в виде поступательной энергии движения.

106

107 $\Delta L = -4I_1 I_2 \omega_0 (I_1 + I_2), \Delta E = -2I_1 I_2 \omega_0^2 (I_1 + I_2)$

108 $l = L/\sqrt{3}$

109

110 $\omega = \frac{12mv_0}{(4m+M)l}$

111**112**