Сборник задач для подготовки к физическим олимпиадам

4 февраля 2019 г.

Оглавление

Предисловие

Методическое пособие включает в себя физические задачи, которые в разные годы предлагались студентам, участвовавшим в работе факультатива по решению задач повышенной сложности на физическом факультете Пермского государственного национального исследовательского университета. В пособие включены задания Студенческих чемпионатов по физике, проводившихся в Пермском университете с 2006 года. Третья часть содержит материалы олимпиады по физике для школьников Пермского университета «Юные таланты», которая проводится с 2008 года. Рядом с номером некоторых задач в скобках указано число, соответствующее году, в котором данная задача предлагалась на Краевой студенческой олимпиаде в Пермском крае.

Пособие предназначено для студентов вузов, изучающих курс общий физики, а также учащихся старших классов специализированных школ.

Глава 1

Механика

1.1 Относительность движения

Задача 1 Два поезда движутся навстречу друг другу со скоростью v каждый. Определите время встречи поездов, если начальное расстояние между ними равно L. Решите задачу координатным способом, графическим способом и методом, использующим идею относительности движения.

Задача 2 Муха летает между двумя сближающимися со скоростью v стенками. Скорость мухи u. Начальное расстояние между стенками равно L. Какой путь пройдет муха до остановки, если считать, что как только она приближается к одной из стенок – мгновенно изменяет направление скорости на противоположное и движется вдоль одной прямой, перпендикулярной стенкам?

Задача 3 Проплывая под мостом против течения, гребец потерял соломенную шляпу. Обнаружив пропажу через десять минут, он повернул назад и, гребя с тем же темпом, подобрал шляпу на расстоянии 900 м ниже моста. Через какое время после обнаружения пропажи гребец подобрал шляпу?

Задача 4 (2012)[1] Когда мимо пристани проплывает плот, от пристани в деревню, расположенную на расстоянии S вниз по течению реки, отправляется моторная лодка. Она доходит до деревни за время t и, сразу повернув

[1]Здесь и далее год в скобках означает, что данная задача была предложена для решения на Краевой студенческой олимпиаде по физике в Пермском крае в указанном году.

обратно, встречает плот на расстоянии S_1 от деревни. Какова скорость течения реки $\vec{v}_p$?

Задача 5 С какой скоростью $\vec{u}$ должен двигаться автомобиль, чтобы капли дождя не оставляли следов на заднем стекле, наклоненном под углом α? Скорость дождя $\vec{v}$.

Задача 6 Открытая карусель вращается с угловой скоростью ω. На карусели на расстоянии r от оси вращения стоит человек. Идет дождь, и капли дождя падают вертикально вниз со скоростью v_0. Как человек должен держать зонт, чтобы наилучшим образом укрыться от дождя?

Задача 7 (2009) Самолет в безветренную погоду взлетает со скоростью $\vec{v}$ под углом к горизонту α_0. Внезапно начинает дуть горизонтальный встречный ветер, скорость которого $\vec{u}$. Какой стала скорость самолета относительно земли w, и какой угол α составляет она с горизонтом?

Задача 8 (2013) Самолет садится на корабль, движущийся по океану со скоростью $\vec{v}_1$ в восточном направлении. Скорость ветра $\vec{v}_2$ направлена на север, а самолет снижается по отношению к кораблю вертикально со скоростью $\vec{v}_3$. Определить величину скорости самолета по отношению к движущемуся воздуху.

Задача 9 Под каким углом к направлению течения должен плыть пловец, чтобы переправиться на противоположный берег с наименьшим смещением из-за течения реки? Скорость пловца $\vec{u}$, скорость реки $\vec{v}$.

Задача 10 Шарик движется навстречу стенке со скорость $\vec{u}$, скорость движения стенки $\vec{v}$. Определите, с какой скоростью отскочит шарик от стенки после абсолютно упругого удара. Как изменится ответ, если стенка движется в ту же строну, что и шарик? Если шарик падает под углом α к стенке?

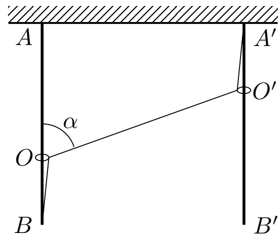
Задача 11 Определите кратчайшее расстояние между автомобилями, которые движутся со скоростями v по перпендикулярным пересекающимся прямым. В начальный момент времени один автомобиль находится в центре перекрестка, а второй подъезжает к нему на расстоянии L. Как изменится ответ, если угол между прямыми равен α?

Задача 12 Как изменяется расстояние между двумя каплями воды, которые свободно падают в поле силы тяжести? Обе капли выпущены из одной точки с интервалом времени $\tau = 1$ с.

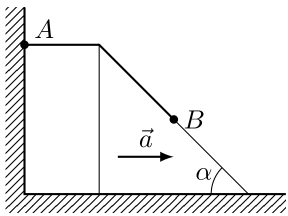
Задача 13 Два тела движутся по прямой навстречу друг другу с начальными скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ и постоянными ускорениями $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$, направленными противоположно соответствующим скоростям в начальный момент времени. При каком максимальном начальном расстоянии $L_{\max}$ между телами они встретятся в процессе движения?

Задача 14 От колеса радиуса R, движущегося без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью $\vec{v}$, отрывается вертикально кусочек грязи и, пролетев по воздуху, возвращается точно в ту же точку, от которой оторвался. При каких условиях это возможно?

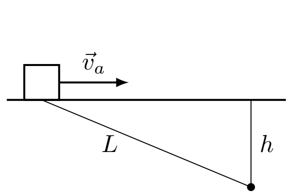
Задача 15
Два колечка O и O' надеты на вертикальные неподвижные стержни AB и $A'B'$ соответственно. Нерастяжимая нить закреплена в точке A' и на колечке O и продета через колечко O'. Считая, что колечко O' движется вниз с постоянной скоростью $\vec{v}_1$, определите скорость $\vec{v}_2$ колечка O, если $\angle AOO' = \alpha$.



Задача 16
На неподвижном клине, образующем угол α с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка. Один из концов веревки прикреплен к стене в точке A. В точке B к веревке прикреплен небольшой грузик. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением $\vec{a}$. Определите ускорение грузика $\vec{a}_2$, пока он находится на клине.

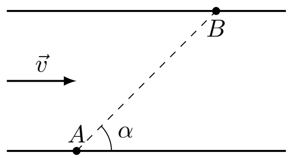


Задача 17
(2011) По шоссе со скоростью $\vec{v}_a$ движется автобус. Человек находится на расстоянии h от шоссе и на расстоянии L от автобуса. Под каким углом α к шоссе со скоростью $\vec{v}$ должен идти человек, чтобы выйти на шоссе одновременно с автобусом?



Задача 18

(2007) Два катера вышли одновременно из пунктов A и B, находящихся на противоположных берегах реки, и двигались вдоль отрезка AB длины l. Прямая AB образует угол α с направлением скорости течения $\vec{v}$. Скорости движения катеров относительно воды одинаковы. На каком расстоянии от пункта B произошла встреча катеров, если они встретились через время t после отхода от причалов?



1.2 Движение тела под углом к горизонту

Задача 19 Камень брошен с высоты h под углом α к горизонту со скоростью v_0. Какой угол β будет составлять скоростью камня с горизонтом в момент падения на землю? Чему равна величина этой скорости? На каком расстоянии s по горизонтали от основания точки запуска упадет камень?

Задача 20 Мальчик бросает камень по направлению в кота, сидящего на крае сарая. Через 1 секунду камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте находился кот?

Задача 21 Мышонок стреляет из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через $t = 1$ с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии s от мышонка находился кот, если известно, что векторы $\vec{v}(0)$ и $\vec{v}(t)$ взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задача 22 Камень бросили с горизонтальной площадки под углом к горизонту в направлении вертикальной стены. Камень упруго ударился о стену и упал на площадку. Известно, что время полёта от момента бросания до удара составило t_1, а время полёта от удара до падения t_2. Определите, на какой высоте камень ударился о стену. Стена перпендикулярна плоскости, в которой движется камень. Влиянием воздуха можно пренебречь.

Задача 23 Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью $\vec{v}_0$ под углом α к горизонту, ударился о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с горизонтально направленной скоростью $\vec{u}$, и отскочил в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время t_1 после броска произошло столкновение шарика со стенкой? Потерями на трение пренебречь.

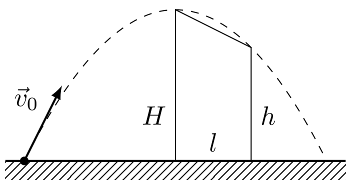
Задача 24 С какой минимальной скоростью можно перебросить камень через здание высоты H с куполообразной крышей радиуса R?

Задача 25 Зенитное орудие может сообщить снаряду начальную скорость v_0 в любом направлении. Требуется найти зону поражения, т.е. границу отделяющую цели, до которых снаряд из данного орудия может долететь, от недостижимых целей. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 26 В спортивном зале высотой h бросают маленький мяч с начальной скоростью v_0. Определите, какое максимальное расстояние по горизонтали может пролететь мяч после бросания до первого удара о пол, если соударение с потолком абсолютно упругое. Считайте, что мяч бросают с уровня пола. Пол и потолок горизонтальны, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Задача 27 Необходимо с поверхности земли попасть камнем в цель, расположенну на расстоянии L по горизонтали на высоте H. С какой наименьшей скоростью это можно сделать? Трением пренебречь.

Задача 28 (2004) При какой минимальной начальной скорости v_0 можно перебросить камень через дом с покатой крышей? Ближайшая стена имеет высоту H, задняя стена – высоту h, ширина дома равна l.



Задача 29 (2018) Тело бросают с поверхности длинной наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 45°$, величина начальной скорости фиксирована. 1) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для того, чтобы время полета было максимально? 2) Под каким углом к горизонту нужно бросить тело для достижения максимальной дальности (дальность откладывается вдоль плоскости)?

Задача 30 (2005) Колесо радиуса R катится по горизонтальной мокрой дороге со скоростью v. 1) На какую максимальную высоту h поднимаются капли воды, отрывающиеся от колеса? 2) Какой должна быть минимальная скорость колеса, чтобы капелька, достигшая максимальной высоты, опустилась на то же самое место? 3) Изменится ли высота h, если колесо будет катиться с пробуксовкой?

Задача 31 (2010) В сферической лунке прыгает шарик, упруго отражаясь от ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени при движении шарика слева направо равен T_1, а при движении справа налево – T_2. Определите радиус лунки.

Задача 32 Из точек А и В, находящихся на одной горизонтальной прямой, одновременно бросили два камня с одинаковыми по модулю скоростями $v_0 = 20$ м/с. Один из камней полетел по навесной траектории, другой – по настильной, но каждый попал в точку старта другого камня. Известно, что в точке А угол бросания $\alpha = 75°$. Через какое время τ после старта расстояние между камнями станет минимальным? Чему равно это расстояние?

Задача 33 Две частицы одновременно начали двигаться в однородном поле тяжести $\vec{g}$. Начальные их скорости равны по модулю v_0 и лежат в одной вертикальной плоскости. Угол наклона вектора одной из скоростей к горизонту равен α, а другой 2α. В какой момент времени τ от начала движения скорости частиц окажутся сонаправленными? Сопротивлением движению пренебречь.

Задача 34 (1998) Шарик, которому сообщена горизонтальная скорость v, падает на горизонтальную плиту с высоты h. При каждом ударе о плиту вертикальная составляющая скорости уменьшается (отношение вертикальной составляющей скорости после удара к ее значению до удара постоянно и равно α). Определить, на каком расстоянии от места бросания отскоки шарика прекратятся. Считать, что трение отсутствует, так что горизонтальная составляющая скорости шарика v не меняется.

1.3 Мгновенный центр вращения

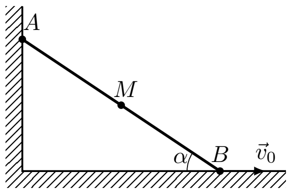
Задача 35 Колесо радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности со скоростью v. Найдите скорости различных точек колеса, уравнения траектории и радиус кривизны траектории в верхней точке дуги для произвольной точки на ободе колеса.

Задача 36 Скорость одного конца стержня равна v и направлена под углом α к стержню. Найдите скорость другого конца, которая направлена под углом β к стержню.

Задача 37 По гладкому горизонтальному столу свободно скользит тонкая прямая однородная палочка длины L. В некоторый момент скорость одного из концов равна v и составляет прямой угол с палочкой, а скорость другого конца по величине равна $2v$. За какое время палочка повернется на угол 2π?

Задача 38

(2006) Между двумя стенками, образующими прямой угол, движется по направляющим без отрыва стержень AB длиной l_0. Скорость точки B постоянна, равна v_0 и направлена горизонтально. Определить скорость v и ускорение a точки M, расположенной на расстоянии $MB = l$ от точки B, в момент времени, когда угол между горизонтальной стенкой и стержнем AB составляет α.

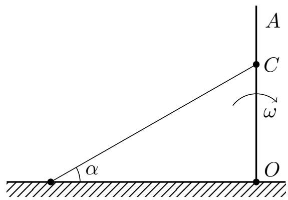


1.4 Бесконечно малые перемещения

Задача 39 Тело движется по окружности радиуса R так, что его скорость зависит от времени по линейному закону: $v = at$. Найдите зависимость ускорения тела от времени.

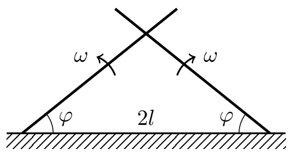
Задача 40

Луч света падает на вращающийся экран AO, образуя на нем зайчик C. Угловая скорость вращения экрана ω; угол, образуемый лучом света с горизонтом, равен α. В некоторый момент времени экран занимает положение, изображенное на рисунке, при этом расстояние от оси вращения до зайчика $OC = l$. Определите, какую скорость имеет зайчик относительно экрана в указанный момент времени.



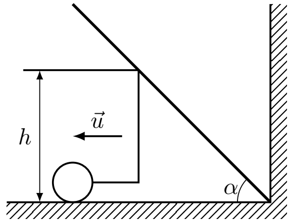
Задача 41

Определить скорость точки пересечения двух лучей прожекторов, которые вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью ω, в момент, когда угол наклона к горизонту обоих прожекторов равен φ. Расстояние между прожекторами равно $2l$.



Задача 42

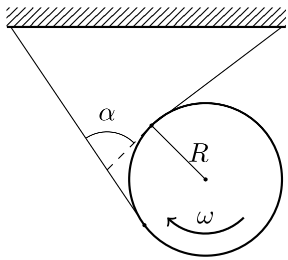
Бревно, упираясь одним концом в угол между землей и стеной, касается грузовика на высоте h, который отъезжает от стены со скоростью u. Как зависит угловая скорость вращения бревна от угла α между бревном и горизонтом?



Задача 43 За лисой, бегущей прямолинейно с постоянной скоростью v, бежит собака таким образом, что ее скорость u всегда направлена на местоположение лисы. В момент, когда векторы скоростей перпендикулярны, расстояние между ними было равно L. С каким ускорением при этом двигалась собака?

Задача 44

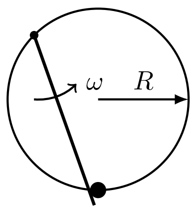
На диск радиуса R намотаны две нерастяжимые нити, закрепленные в двух разных точках. При отпускании диск вращается. Когда угол между нитями у диска α, угловая скорость вращения диска ω. С какой скоростью в этот момент движется центр диска? Нити остаются натянутыми.



Задача 45 Внутри неподвижной окружности катится без скольжения другая окружность вдвое меньшего радиуса. Какую траекторию описывает при этом произвольно выбранная точка на подвижной окружности?

Задача 46

Бусинка может двигаться по кольцу радиуса R, подталкиваемая спицей, которая вращается с угловой скоростью ω в плоскости кольца. Ось вращения спицы находится на кольце. Определить ускорение бусинки.



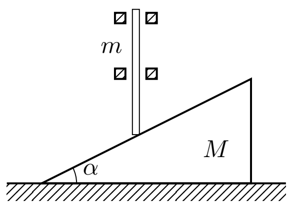
Задача 47 По палочке, которая вращается с угловой скоростью ω, ползет жук со скоростью v. Определите скорость и ускорение жука, когда он находится на расстоянии L от оси вращения палочки.

Задача 48 (2003) Четыре черепахи находятся в вершинах квадрата со стороной l. Они начинают двигаться одновременно с постоянной скоростью v. Каждая черепаха движется по направлению к своей соседке по часовой стрелке. Где встретятся черепахи и через какое время? Найти угол между скоростью движения черепахи и одной из сторон квадрата как функцию ее координат $\varphi = \varphi(x, y)$.

1.5 Динамика

Задача 49 На наклонной поверхности с углом α к горизонту находится брусок. Коэффициент трения бруска о поверхность равен μ. С каким ускорением будет двигаться брусок?

Задача 50
(2005) Между двумя неподвижными муфтами может без трения перемещаться вверх и вниз стержень, масса которого m. Стержень нижним концом касается гладкой поверхности клина массой M. Клин лежит на гладком горизонтальном столе. Определите ускорения стержня и клина.

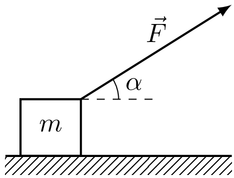


Задача 51 (1998) Клин высотой h с углом наклона α стоит на гладкой горизонтальной поверхности. Масса клина m_1. С вершины клина начинает соскальзывать без трения брусок массой m_2. Найдите ускорение клина и время соскальзывания бруска.

Задача 52 (2015) Брусок скользит по длинной наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30°$, движущейся равномерно относительно земли по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 10$ м/с в направлении противоположном вершине с углом α. Начальная скорость бруска относительно плоскости равна нулю, коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,4$. 1) Определите минимальную скорость бруска относительно земли. 2) Через какое время скорость бруска относительно земли будет равна 10 м/с? 3) По какой траектории будет двигаться брусок относительно земли?

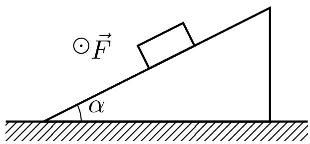
Задача 53

Брусок массы m тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ. Найти угол α, при котором натяжение нити минимально. Чему оно равно?

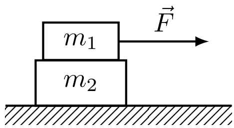


Задача 54 По наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом, за веревку вытягивают ящик массы m. Коэффициент трения ящика о плоскость равен μ. Под каким углом β к горизонту следует тянуть веревку, чтобы равномерно двигать ящик с наименьшим усилием? Каково это усилие?

Задача 55 (2016) Брусок массой 10 кг положили на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30°$. Коэффициент трения между бруском и плоскостью равен $\mu = 0,8$. 1) Докажите, что брусок будет покоиться относительно плоскости. 2) Определите минимальную горизонтальную силу, направленную вдоль наклонной плоскости и перпендикулярно плоскости рисунка, которую нужно приложить к бруску, чтобы его сдвинуть. 3) Определите минимальную силу, которую нужно приложить к бруску для того, чтобы перемещать его вверх по наклонной плоскости.



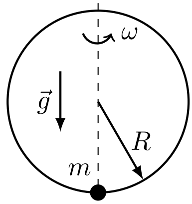
Задача 56
При какой максимальной силе F верхний брусок еще не будет скользить по нижнему? Массы брусков m_1 и m_2, коэффициент трения между ними μ, поверхность стола гладкая.



Задача 57 Листы бумаги, сложенные, как показано на рисунке, склеивают свободными концами через лист таким образом, что получаются две самостоятельны кипы A и B. Вес каждого листа 0.06 Н, число всех листов 200, коэффициент трения бумаги о бумагу, а также о стол, на котором бумага лежит, равен 0.2. Предполагая, что одна из кип удерживается неподвижно, определить наименьшее горизонтальное усилие F, необходимое для того, чтобы вытащить вторую кипу.

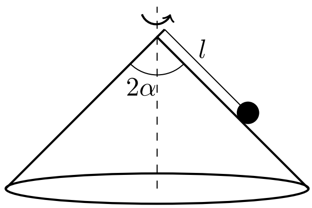
Задача 58

По вертикально подвешенному в поле тяжести Земли кольцу радиуса R может скользить без трения шарик массы m. В начальный момент времени кольцо неподвижно, и шарик находится в нижней точке кольца. Как будет двигаться шарик, если кольцо начнет вращаться вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω?



Задача 59

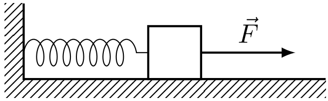
К вершине прямого кругового конуса с помощью нити длиной L прикреплена небольшая шайба. Вся система вращается вокруг оси конуса, расположенной вертикально. При каком числе оборотов в единицу времени шайба не будет отрываться от поверхности конуса? Угол при вершине конуса 2α.



Задача 60 У края диска радиусом R лежит монета. Диск раскручивается так, что его угловая скорость линейно растет со временем по закону $\omega = \varepsilon t$. В какой момент времени монета слетит с диска, если коэффициент трения между диском и монетой равен μ? Какой угол с направлением к центру диска образует сила трения в этот момент?

Задача 61

(2017) На рисунке представлен горизонтальный пружинный маятник, который может совершать колебания с частотой 2 Гц. Масса груза маятника $m =$ 100 г. Горизонтальная плоскость гладкая. На маятник, находящийся в состоянии покоя в положении равновесия, начинает действовать постоянная горизонтальная сила $F = 2$ Н. 1) Определите максимальное растяжение пружины. 2) Определите максимальное растяжение пружины при условии, что сила F действует только в течение времени 0,01 с.



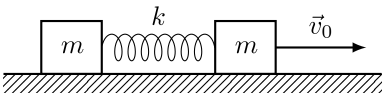
1.6 Центр масс

Задача 62 Тонкий однородный стержень длиной l и массой m привели в движение вдоль гладкой горизонтальной поверхности так, что он движется поступательно и одновременно вращается с угловой скоростью ω вокруг оси перпендикулярной стержню и проходящей через его центр. Найдите натяжение стержня в зависимости от расстояния x до его центра.

Задача 63 Двойная звезда состоит из двух звезд-компонентов массами m_1 и m_2, расстояние между которыми не меняется и остается равным L. Найдите период вращения двойной звезды.

Задача 64 (2009) Невесомый стержень длины L с двумя шариками на концах с массами m и $3m$ находится на гладкой горизонтальной поверхности. Шарику массой m резко сообщают скорость $\vec{v}$ в направлении перпендикулярном стержню. Какова сила натяжения стержня? Как изменится ответ, если скорость $\vec{v}$ сообщить шарику массой $3m$? Какая часть энергии перейдет в кинетическую энергию вращательного движения в первом и во втором случаях?

Задача 65
(1998) На гладкой горизонтальной плоскости лежат два одинаковых бруска массой m каждый, связанные легкой пружиной жесткостью k. Первому бруску сообщают скорость v_0 в направлении от второго бруска. Опишите движение системы. Через какое время деформация пружины впервые достигнет максимального значения?



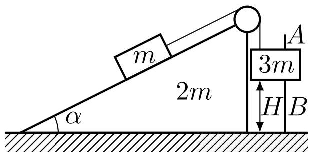
Задача 66 Шар массой m налетает со скоростью v на покоящийся шар массой $2m$. Найдите скорости обоих шаров после упругого центрального удара.

Задача 67 Определите, какую часть своей кинетической энергии теряет частица массой m_1 при упругом лобовом столкновении с неподвижной частицей массой m_2.

Задача 68 Известно, что при упругом нецентральном ударе двух одинаковых шаров, один из которых до удара покоился, угол разлета равен 90°. Докажите это утверждение.

Задача 69 (2012) На абсолютно гладком столе лежит обруч массой M и радиусом R. На обруче находится жук, масса которого m. Какие траектории будут описывать жук и центр обруча при движении жука по обручу?

Задача 70 Клин массой $2m$ с углом наклона к горизонту α ($\cos\alpha = 2/3$) находится на гладкой горизонтальной поверхности стола. Через блок, укрепленный на вершине клина, перекинута легкая нить, связывающая грузы массами m и $3m$. Груз массой $3m$ может скользить вдоль вертикальной направляющей AB, закрепленной на клине. Этот груз вначале удерживают неподвижно на расстоянии $H = 27$ см от стола, а затем отпускают. На какое расстояние сместится клин к моменту касания груза массой $3m$ стола? Массами блока и направляющей AB пренебречь.



1.7 Распределенная масса

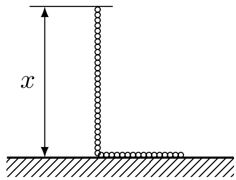
Задача 71 Струя воды сечением S ударяется о стенку, расположенную перпендикулярно струе. Скорость воды в струе v, после удара вода теряет скорость и стекает по стенке. Какова сила давления воды на стенку? Плотность воды ρ.

Задача 72 Космический корабль массой M движется в глубоком космосе. Для управления кораблем используется реактивный двигатель, который выбрасывает реактивную струю со скоростью u относительно корабля, причем расход топлива в струе равен μ (расход топлива – это масса топлива, выбрасываемая за единицу времени). Найдите ускорение корабля.

Задача 73 Тонкое веревочное кольцо массой m и радиусом R положили на гладкую горизонтальную поверхность и раскрутили до угловой скорости ω. Найдите силу натяжения веревки.

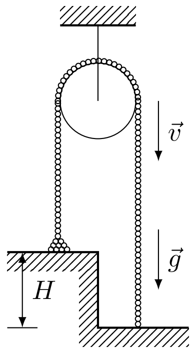
Задача 74 Чтобы остановить движение большого судна при причаливании, с него на пристань бросают канат и насколько раз оборачивают вокруг тумбы. В результате, прикладывая небольшое усилие к свободному концу проскальзывающего каната можно остановить огромный пароход. Рассчитать, во сколько раз действующая на пароход со стороны каната сила превосходит приложенное к свободному концу каната усилие, если число оборотов равно n, коэффициент трения каната о тумбу μ.

Задача 75
(2011) Однородная цепочка длиной L и массой m подвешена на нити так, что другим концом она касается стола. Нить пережигают. Найти зависимость силы давления F цепочки на стол от длины x еще не упавшей части. Считать удар звеньев о стол неупругим.



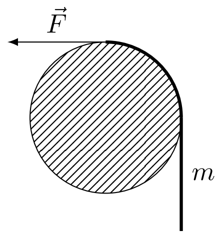
Задача 76

Длинная тонкая цепочка перекинута через блок так, что ее правая часть свисает до пола, а левая лежит, свернувшись клубком, на уступе высотой H. Цепочку отпускают, и она приходит в движение. Найдите установившуюся скорость движения цепочки. Блок идеальный, цепочка неупругая.

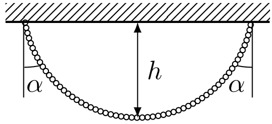


Задача 77

Веревку длиной l и массой m кладут на гладкое горизонтальное бревно радиусом R, причем вначале веревку удерживают за верхний конец, прикладывая горизонтальную силу F, а затем отпускают. Определите: 1) значение силы F; 2) ускорение веревки в первый момент.



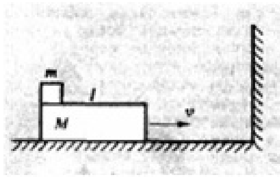
Задача 78
Цепочку массой m и длиной l подвесили за концы к потолку. При этом оказалось, что в местах закрепления цепочка образует углы α с вертикалью. Найдите расстояние h от нижней точки цепочки до потолка.



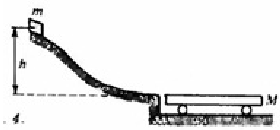
Задача 79 Определите форму тяжелой нерастяжимой цепочки, подвешенной за концы на одной высоте, в однородном поле силы тяжести.

1.8 Теорема об изменении механической энергии

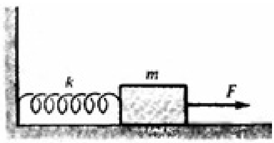
Задача 80
На бруске длиной l массой M, расположенном на гладкой горизонтальной поверхности, лежит маленькое тело массой m. Коэффициент трения между телом и бруском μ. С какой скоростью v должна двигаться система, чтобы после упругого удара бруска о стенку тело упало с бруска?



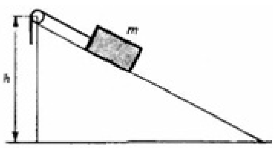
Задача 81
Тело массой m съезжает с высоты h гладкой наклонной плоскости и начинает скользить по тележке массой M, находящейся на гладкой горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между телом и тележкой μ. На какое расстояние переместится тело относительно тележки?



Задача 82
На горизонтальной плоскости лежит тело массой m, соединенное с вертикальной стеной пружиной жесткостью k. В начальный момент времени пружина не деформирована. На тело начинает действовать постоянная сила F. Считая, что коэффициент трения между телом и плоскостью μ и что $F > \mu mg$, найдите максимальное смещение тела от начального положения и максимальную скорость тела в процессе движения.



Задача 83
Груз массой m медленно поднимают на высоту h по наклонной плоскости с помощью блока и троса. При этом совершается работа A. Затем трос отпускают, и груз скользит вниз. Найдите величину A, если известно, что скорость тела в конце спуска равна v.



Задача 84 (2010) У основания наклонной плоскости находится брусок. Бруску сообщают некоторую начальную скорость, направленную вдоль

плоскости вверх. На высоте h скорость бруска уменьшается до значения v_1. После абсолютно упругого удара о стенку, расположенную на высоте $H > h$, брусок скользит вниз, и на той же высоте h его скорость равна $v_2 < v_1$. Определите скорость бруска в момент удара о стенку.

1.9 Энергия и импульс

Задача 85 На гладкой горизонтальной поверхности лежит небольшая шайба массы m и гладкая горка массы M высоты H. Какую минимальную скорость v надо придать шайбе, чтобы она смогла преодолеть барьер?

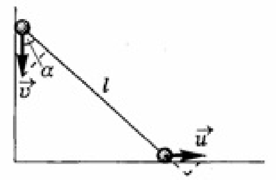
Задача 86 (2012) Две лодки идут параллельными курсами навстречу друг другу с одинаковыми скоростями v. Когда лодки встречаются, с одной лодки на другую перебрасывают груз массой m, а затем со второй лодки на первую перебрасывают такой же груз. В другой раз грузы перебрасывают из лодки в лодку одновременно. В каком случае скорости лодок после перебрасывания грузов будут больше? Масса каждой лодки без груза M.

Задача 87 (2006) Лягушка массы m сидит на конце доски массы M и длины L. Доска плавает по поверхности пруда. Лягушка прыгает под углом α к горизонту вдоль доски. Какой должна быть начальная скорость лягушки, чтобы она оказалась после прыжка на противоположном конце доски? Как изменится ответ, если 1) доска и лягушка сносятся течением со скоростью u, и лягушка прыгает по направлению против течения; 2) доска испытывает при своем движении постоянную силу сопротивления воды F?

Задача 88 (2001) Трактор массы m рывками перемещает груз массы $M > m$. Они соединены прочным нерастяжимым тросом длины L. В начальный момент трактор находится рядом с грузом. Сколько рывков надо сделать трактору, чтобы переместить его на расстояние s? Считать, что коэффициент трения трактора и груза о землю одинаков.

Задача 89 Два груза массы m, соединенные пружиной жесткостью k, находятся на гладком горизонтальном столе. Одному из тел сообщают скорость v и измеряют максимальное растяжение пружины. В ходе опыта пружина лопнула при растяжении, равном половине максимального. С какими скоростями после разрыва пружины грузы поедут по столу?

Задача 90
Два тела малых размеров массой m каждое соединены стержнем пренебрежимо малой массы длиной l. Система из начального положения у вертикальной гладкой стены приходит в движение. Нижнее тело скользит без трения по горизонтальной поверхности, верхнее - по вертикальной. Найдите значение скорости нижнего тела, при котором верхнее оторвется от вертикальной стенки.



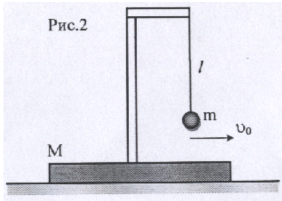
Задача 91 (2002) Три одинаковых шарика массы m каждый, скрепленные вдоль прямой двумя невесомыми стержнями длиной l, вертикально поставили на гладкую горизонтальную плоскость. Найти скорость верхнего шарика в момент удара о плоскость.

Задача 92 (2018) Студент стреляет из рогатки шариком массой 20 г, доведя усилие при растяжении резинки до 50 Н. При этом длина резинки увеличивается в три раза. Резника рогатки имеет общую длину в нерастянутом состоянии 30 см, сложена вдвое. 1) Определите скорость шарика пренебрегая массой резинки. 2) Определите скорость шарика, если масса резинки 50 г.

Задача 93 (2018) Автомобиль движется с постоянной скоростью по горизонтально шоссе. Мощность, развиваемая двигателем автомобиля, равна 60 кВт, эффективная площадь сопротивления автомобиля 0,7 м^2 (площадка соударений молекул воздуха с автомобилем, перпендикулярная скорости автомобиля). КПД бензинового двигателя 25%, удельная теплота сгорания бензина $46 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность бензина 710 кг/м^3. Температура окружающего воздуха 20° С, атмосферное давление 10^5 Па, молярная масса воздуха 29 г/моль. 1) Сколько литров бензина тратит автомобиль за 1 час? 2) С какой скоростью движется автомобиль?

Задача 94

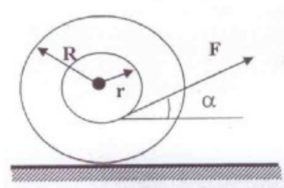
(2016) Платформа массой стоит на гладкой горизонтальной плоскости. На платформе закреплен штатив, к которому на нити длиной l подвешен груз массы m. Грузу сообщают горизонтальную скорость v_0, при этом максимальный угол отклонения нити от вертикали не превышает 90°. 1) Определите максимальную высоту подъема груза. 2) Определите максимальную скорость платформы при качаниях груза. 3) Определите силу натяжения нити и момент времени, когда скорость платформы максимальна.



1.10 Вращательное движение твердого тела

Задача 95 Определить ускорение тел и натяжение нити на машине Атвуда, предполагая, что $m_2 > m_1$. Момент инерции блока относительно геометрический оси равен I, радиус блока r. Массу нити считать пренебрежимо малой.

Задача 96
(2010) На горизонтальной шероховатой поверхности лежит катушка ниток массой m. Ее момент инерции относительно собственной оси I, внешний радиус R, радиус намотанного слоя ниток r. Катушку без скольжения начали тянуть с постоянной силой F, направленной под углом α к горизонту. Найти ускорение центра катушки.



Задача 97 (2015) Гимнаст массы 80 кг, крутя солнышко на турнике. остановился и сделал стойку на руках (вверх ногами). Затем. немного отклонившись. начал вращаться, удерживая тело а прямом положении. Оценить максимальную силу натяжения, возникающую в каждой руке гимнаста.

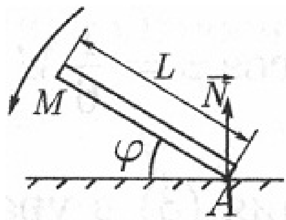
Задача 98 Монета массы m и радиуса r, вращаясь в горизонтальной плоскости вокруг своей геометрической оси с угловой скоростью ω, вертикально падает на горизонтальный диск и прилипает к нему. В результате диск приходит во вращение вокруг своей оси. Возникающий при этом момент сил трения в оси диска постоянен и равен M_0. Через какое время вращение диска прекратится? Сколько оборотов сделает диск до полной остановки? Момент инерции диска относительно его геометрической оси I_0. Расстояние между осями диска и монеты равно d.

Задача 99 Каким участком сабли следует рубить лозу, чтобы рука не чувствовала удар? Саблю считать однородной пластиной.

Задача 100 Сплошной однородный короткий цилиндр радиуса R, вращающийся вокруг своей геометрической оси со скоростью ν об/с, ставят в вертикальном положении на горизонтальную поверхность. Сколько оборотов N сделает цилиндр, прежде чем вращение его полностью прекратится? Коэффициент трения скольжения между основанием цилиндра и поверхностью, на которую он поставлен, не зависит от скорости вращения и равен μ.

Задача 101 Однородный тонкий негнущийся стержень массой m поддерживается в горизонтальном положении двумя вертикальными опорами у концов стержня. В начальный момент времени $t = 0$ одна из опор выбивается. Найти силу, которая действует на вторую опору сразу же после этого момента.

Задача 102
Тонкий стержень массой M и длиной L свободно падает в вертикальной плоскости из начального положения, в котором угол между стержнем и горизонтальной плоскостью составлял 30°. Определите давление стержня на плоскость в момент удара, считая точку опоры стержня о плоскость неподвижной.



Задача 103 Сплошной цилиндр без проскальзывания катится со скоростью v по горизонтальной плоскости, которая переходит в наклонную поверхность с углом α. Радиус цилиндра R. Найти максимальное значение скорости цилиндра, при которой он перейдет на наклонную плоскость без скачка. Скольжения нет.

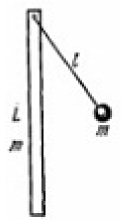
Задача 104 (2003) Обруч радиуса R бросают вперед со скоростью v_0 и сообщают ему одновременно угловую скорость ω_0. Определить минимальное значение угловой скорости $\omega_{0\,\min}$, при котором обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости v, если $\omega_0 > \omega_{0\,\min}$. Трением качения можно пренебречь.

Задача 105 (2008) Сплошной однородный цилиндр, ось которого горизонтальна, движется без вращения по гладкой горизонтальной плоскости в направлении, перпендикулярном к его оси. В некоторый момент цилиндр достигает границы, где поверхность становится шероховатой и возникает постоянная (не зависящая от скорости) сила трения скольжения, а трение качения отсутствует. Каково будет движение цилиндра после перехода границы? Как распределится кинетическая энергия поступательного движения цилиндра?

Задача 106 (2001) Пуля массы m, летящая горизонтально со скоростью v, попадает в покоящийся на шероховатой горизонтальной поверхности деревянный шар массой $M \gg m$ и радиусом R на расстоянии l ниже центра масс и застревает в нем. Найти установившуюся скорость шара.

Задача 107 (2004) Двум дискам радиусами R_1 и R_2 сообщили одну и ту же угловую скорость ω_0, а затем их привели в соприкосновение, и система через некоторое время пришла в новое установившееся состояние движения. Оси дисков неподвижны, трения в осях нет. Моменты инерции относительно их осей вращения равны I_1 и I_2. Найти приращение момента импульса системы и приращение ее механической энергии.

Задача 108
Тонкий стержень массы m и длины L подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси. К той же оси подвешен на нити дины l шарик такой же массы m. Шарик отклоняют на некоторый угол и отпускают. При какой длине нити шарик после удара о стержень остановится? Удар абсолютно упругий.



Задача 109 (2002) Шарик массой m подвешен на нерастяжимой нити длиной l и отклонен на малый угол от положения равновесия. В той же точке, что и нить, подвешен стержень длиной $1.5l$. Какова должна быть масса стержня M, чтобы в результате столкновения шарик остановился? Удар абсолютно упругий. Определить период колебаний шарика.

Задача 110 (2007) На гладком горизонтальном столе лежит однородный твердый стержень длины l и массы M, в край которого ударяет твердый шарик массы m, движущийся со скоростью v_0, перпендикулярной к оси стержня. Считая удар идеально упругим и предполагая, что силы трения между поверхностью стола и лежащими на ней телами пренебрежимо малы, вычислить угловую скорость вращения стержня после удара.

Задача 111 Шарик массой m летит со скоростью u_0 навстречу покоящемуся стержню массой $M = 2m$ и длиной $2L$. Направление движения шарика перпендикулярно стержню и удалено на расстояние l от его центра. После удара скорость шарика становится равной u_1, а стержня – V. При этом стержень начинает вращаться с угловой скоростью ω. Требуется определить 1) при каком l шарик после удара остановится, а также 2) скорость шарика, стержня и угловую скорость вращения стержня, если шарик ударяет в конец стержня.

Задача 112 Как надо ударить кием по бильярдному шару, чтобы при столкновении с другим (неподвижным) шаром 1) оба шара стали двигаться вперед (удар с накатом), 2) первый шар остановился, а второй двигался вперед (удар с остановкой), 3) второй шар двигался вперед, а первый откатился назад (удар с оттяжкой)? Предполагается, что удар наносится горизонтально в вертикальной плоскости, проходящей через центр шара и точку касания его с плоскостью бильярдного стола.

1.11 Решение дифференциальных уравнений

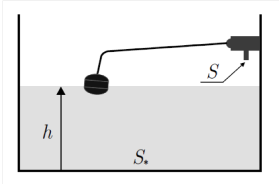
Задача 113 Экспериментально установлено, что при движении пули массы m в деревянной доске сила сопротивления пропорциональна скорости пули по закону $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$. Какой путь пройдет пуля в доске до остановки, если начальная скорость пули v_0?

Задача 114 При движении тел в воздухе на них действует сила сопротивления пропорциональная квадрату скорости $F = -\alpha v^2$. По какому закону изменяются скорость и пройденный путь телом массы m при движении без начальной скорости?

Задача 115 Стальной шарик падает с высоты h с нулевой начальной скоростью на стальную плиту. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости шарика, коэффициент пропорциональности k. Удар о плиту абсолютно упругий. На какую высоту Δh шарик не долетит до начального положения при первом отскоке?

Задача 116 В начальный момент цепочка длиной L свисает над краем стола таким образом, что сила тяжести уравновешена силой трения. В результате небольшого смещения ε цепочка начинает скользить. Определить время T, за которое цепочка полностью соскользнет со стола. Коэффициент трения между цепочкой и поверхностью стола равен μ.

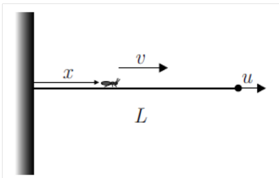
Задача 117
Бачок имеет форму параллелепипеда с площадью основания S^*. При его наполнении водой поднимается поплавок, который постепенно закрывает кран подачи воды. Для простоты будем считать, что с увеличением уровня воды h в бачке площадь отверстия крана уменьшается по линейному закону $S = S_0(1 - h/h_{\max})$. Скорость подачи воды постоянна и равна v. За какое время бачок полностью наполнится водой?



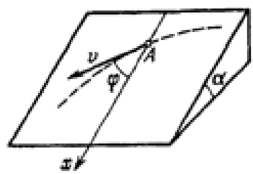
Задача 118 В цилиндрическом баке с площадью основания S находится вода, уровень которой расположен на высоте h_0. Вблизи дна бака имеется небольшое отверстие площадью s. Как изменяется со временем уровень воды баке при истечении из отверстия?

Задача 119 Вывести дифференциальное уравнение вытекания жидкости из конического сосуда и определить полное время вытекания T. Радиус верхнего основания конического сосуда равен R, а радиус нижнего основания (отверстия) a. Начальная уровень жидкости составляет H.

Задача 120
По длинному хорошо растяжимому жгуту, один конец которого прикреплен к стене, а другой оттягивается с постоянной скоростью u, ползет муравей. Скорость муравья относительно жгута постоянна и равна v и направлена в сторону движущегося конца жгута. Доберется ли муравей до конца жгута? За какое время? Начальная длина жгута L_0, муравей стартует от неподвижного конца.



Задача 121
Небольшую шайбу A положили на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом и сообщили начальную скорость v_0. Найти зависимость скорости шайбы от угла φ, если коэффициент трения $k = \tan\alpha$ и в начальный момент $\varphi_0 = \pi/2$.



Задача 122 Наклонная плоскость имеет угол α с горизонтом. Тело, лежащее на наклонной плоскости, толкнули в горизонтальном направлении с начальной скоростью v_0. Коэффициент трения тела о плоскость равен $\mu = k \tan \alpha (k > 1)$. Через какое время тело остановится и какой путь пройдет до остановки?

Задача 123 С вертикальной скалы высотой H брошен горизонтально со скоростью v_0 камень массой m. Спустя некоторое время он стал двигаться с постоянной скоростью. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, найти расстояние по горизонтали L, на которое камень удалится от скалы в момент падения, и время движения t.

Задача 124 (2007) Бусинка находится в наинизшей точке вертикально расположенной неподвижной шероховатой окружности радиуса R. Какую минимальную скорость надо сообщить бусинке, чтобы она достигла горизонтального диаметра окружности? Коэффициент трения равен μ.

Задача 125 (2008) Сферическая капля воды движется в однородном поле тяжести в среде, в которой за счет конденсации происходит увеличение массы капли, пропорциональное ее поверхности с коэффициентом пропорциональности α. Найти скорость капли в зависимости от времени, если в начальный момент времени капля была неподвижна, ее масса равнялась m_0. Плотность воды ρ.

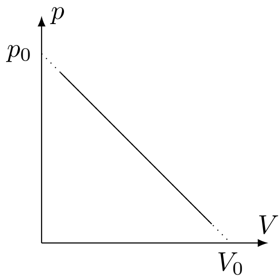
Задача 126 (2008) В данной плоскости движутся две точки: точка 1 движется по прямой с постоянной скоростью v_1, а точка 2 – с постоянной по модулю скоростью v_2, направленной все время на точку 1. Найти траекторию точки 2 и координату места встречи 1 и 2. Считать, что в начальный момент времени расстояние между точками y_0 и $\vec{v_2} \perp \vec{v_1}$.

Глава 2

Молекулярная физика

2.1 Газовые законы

Задача 127 (2001) Какой максимальной температуры достигнет 1 моль идеального газа в процессе, изображенном на рисунке?

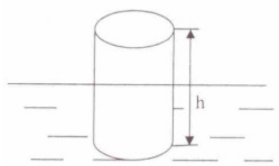


Задача 128 Найдите максимальную температуру идеального газа в процессе, протекающем по закону $P = P_0 - \alpha V^2$, где P_0 и α – положительные постоянные, V – объем одного моля.

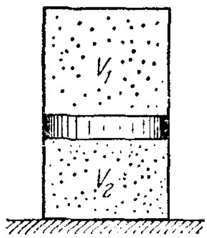
Задача 129 (2010) Посередине откаченной и запаянной с обоих концов горизонтально расположенной трубки длины L находится столбик ртути длины h. Если трубку поставить вертикально, столбик ртути смеситься на расстояние x. Какое первоначальное давление в трубке? Плотность ртути ρ.

Задача 130 (2013) В баллон, вместимостью V, при давлении p нагнетают воздух. За какое время t он будет накачан до давления p_n, если компрессор за время τ засасывает объем V_0 атмосферного воздуха? Температуру считать неизменной, а атмосферное давление равным p_0. Как изменится ответ, если воздух откачивать из баллона?

Задача 131
(2012) На поверхности жидкости плотностью ρ плавает тонкостенный цилиндрический стакан высотой h, наполовину погруженный в жидкость. На какую глубину h_1 погрузится стакан в жидкость, если его осторожно положить на поверхность жидкости вверх дном? На какую глубину h_2 нужно утопить перевернутый вверх дном стакан, чтобы он вместе с заключенным в нем воздухом пошел ко дну? Давление атмосферы p_0.

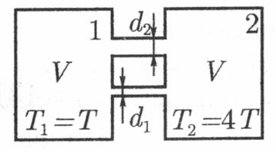


Задача 132
В вертикальном закрытом сосуде имеется поршень, который может перемещаться без трения. По обе стороны от поршня находятся одинаковые массы одного и того же газа. При температуре T объем верхней части в n раз больше, чем объем нижней. Каким будет соотношение этих объемов, если повысить температуру до значения T_2?

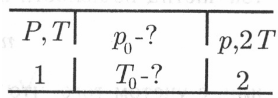


2.2 Молекулярно-кинетическая теория

Задача 133
Два сосуда одинакового объема соединены трубками. Диаметр одной из трубок велик, а другой мал по сравнению со средней длиной свободного пробега молекул газа, находящегося в сосуде. Первый сосуд поддерживается при температуре T, а второй при температуре $4T$. В каком направлении будет перетекать газ по узкой трубке, если перекрыть широкую трубку? Какая масса газа перейдет при этом из одного сосуд в другой, если общая масса газа в обоих сосудах равна M?



Задача 134
Теплоизолированная полость небольшими малыми одинаковыми отверстиями соединена с двумя объемами, содержащими газообразный гелий. Давления в этих объемах поддерживаются одинаковыми и равными P, а температуры поддерживаются равными в одном из объемов T, в другом $2T$. Найдите установившиеся давление и температуру внутри полости.



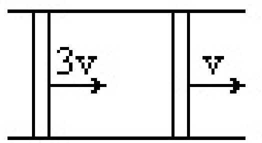
Задача 135 Плоская поверхность нагрета неравномерно, так что вдоль нее поддерживается градиент температуры dT/dx. В этих условиях газ, примыкающий к поверхности, приходит в движение вдоль поверхности. Это явление называют тепловым скольжением. Объясните его механизм и оцените скорость теплового скольжения. Необходимые параметры считать известными.

Задача 136 (2008) Оценить по порядку величины установившуюся скорость, с которой будет двигаться в сильно разреженном воздухе плоский диск, одна из сторон которого нагрета до температуры T_1, а другая до температуры T_2, $T_1 > T_2$. Температура воздуха равна T.

Задача 137 (2009) Каково должно быть максимальное значение температурного градиента dT/dz атмосферного воздуха, чтобы он мог находиться в устойчивом механическом равновесии? Воздух считать двухатомным газом с относительной молекулярной массой μ. Ускорение свободного падения g не зависит от высоты над поверхностью земли.

2.3 Закон сохранения энергии

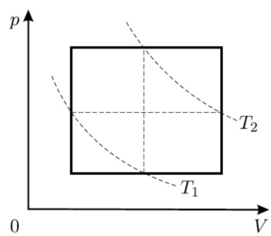
Задача 138
(2004) В длинной теплоизолированной трубке между одинаковыми поршнями массы m находится 1 моль одноатомного идеального газа при температуре T_0. В начальный момент скорости поршней направлены в одну сторону и равны v и $3v$. До какой максимальной температуры нагреется газ? Поршни тепло не проводят, массой газа по сравнению с массой поршней пренебречь.



Задача 139 В длинной горизонтальной трубе могут скользить без трения два поршня, массы которых m и $2m$. Между ними находится некоторое количество одноатомного газа при давлении p и объеме V. В этот момент легкий поршень движется к тяжелому со скоростью v_0, тяжелый поршень покоится. Оцените максимальную скорость тяжелого поршня.

Задача 140 (2003) Внутри закрытого теплоизолированного цилиндра с идеальным газом находится легкоподвижный теплопроводящий поршень. При равновесии поршень делит цилиндр на две равные части и температура газа равна T_0. Поршень начали медленно перемещать. Найти температуру газа как функцию отношения η объема большей части к объему меньшей части. Показатель адиабаты газа γ.

Задача 141
Найдите КПД тепловой машины, цикл которой состоит из двух изохор и двух изобар, а рабочим телом является идеальный одноатомный газ. Середины нижней изобары и левой изохоры лежат на изотерме, соответствующей температуре T_1, а середины верхней изобары и правой изохоры – на изотерме, соответствующей температуре T_2.

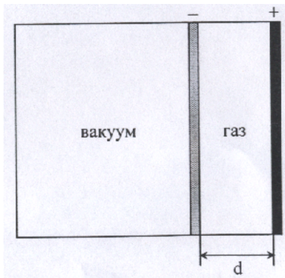


Задача 142 (2014) В вертикальном цилиндрическом сосуде с теплонепроницаемыми стенками под поршнем массы $m = 100$ г находится 5 моль неона (молярная

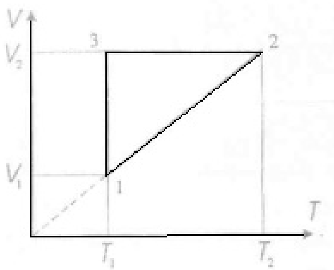
масса 20 г/моль). В начальный момент поршень закреплен. После того, как поршень освободили, объем газа увеличился в 2 раза. Определите конечную температуру газа, если его начальная температура равна $T_0 = 300$ К. Считайте, что над поршнем вакуум. Трением между поршнем и стенками сосуда отсутствует.

Задача 143 (2015) В высоком теплоизолированном цилиндре под поршнем находится гелий. Над поршнем — вакуум. Поршню толчком сообщают скорость 2 м/с. На сколько выше или ниже начального положения окажется поршень после прихода системы в равновесие? Трением и теплообменом с внешней средой пренебречь.

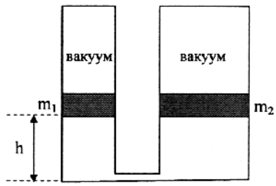
Задача 144
(2016) В цилиндрическом сосуде с диэлектрическими стенками между металлическим основанием и металлическим поршнем находится двухтомный идеальный газ. Поршень и основание являются обкладками конденсатора, заряженного до напряжения U и отключенного от источника питания, В равновесии расстояние между поршнем и основанием цилиндра равно d (много меньше радиуса цилиндра) Площадь сечения сосуда равна S, слева от поршня - вакуум. 1) Определите отношение внутренней энергии газа и энергии электрического поля конденсатора. 2) Какое количество теплоты нужно сообщить газу для того, чтобы медленно увеличить расстояние между обкладками в 2 раза?



Задача 145 (2002) Чему равна работа 1 моля идеального газа в круговом процессе, показанном на рисунке? Температуры T_1 и T_2 известны.



Задача 146
(2017) Идеальный одноатомный газ в количестве 0,1 моль находится под массивными поршнями в двух сообщающихся сосудах. Сосуды закрыты и откачаны, т.е. над поршнями вакуум. Массы поршней $m_1 = m_2 = 10$ кг, площади поперечного сечения поршней $S_1 = 10$ см^2, $S_2 = 20$ см^2 В начальный момент времени первый поршень свободен, а второй — зафиксирован, поршни находятся на одинаковой высоте $h_1 = 80$ см. 1) Определите начальную температуру газа. 2) До какой температуры нагреется газ, если ему квазистатически сообщить тепло 100 Дж? 3) Определите температуру газа, которая установится, если в начальный момент времени сосуды теплоизолировать и освободить второй поршень. Трение отсутствует. Сосуды высокие, объемом очень тонкой перегородки, соединяющей сосуды, пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



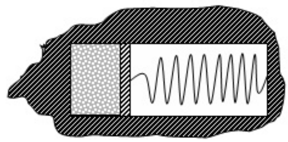
2.4 Теплоемкость

Задача 147 (1998) Имеется идеальный газ, теплоемкость которого при постоянном объеме равна C_V. Найдите молярную теплоемкость этого газа как функцию объема, если давление газа меняется по закону $p = p_0\ e^{\alpha V}$ (p_0 и α известны).

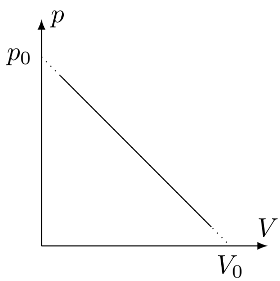
Задача 148 Для идеального газа с заданным показателем адиабаты γ

найдите уравнение процесса (в координатах V, T), при котором теплоемкость зависит от температуры по закону $C = \alpha T^2$.

Задача 149
(2005) В расположенном горизонтально цилиндре слева от закрепленного поршня находится один моль идеального газа, в правой части цилиндра - вакуум. Цилиндр теплоизолирован от окружающей среды, а пружина, расположенная между поршнем и стенкой, находится первоначально в недеформированном состоянии. Поршень освобождают, и после установления равновесия объем, занимаемый газом, увеличивается в α раз. Как изменились при этом температура и давление газа? Теплоемкостями цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Найти теплоемкость газа.



Задача 150 (2001) Вычислить молярную теплоемкость $C(V)$ идеального газа, совершающего процесс, показанный на рисунке. Показатель адиабаты γ считать известным.



Глава 3

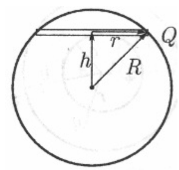
Электричество

3.1 Электростатика

Задача 151 Два маленьких шарика, массы которых m и M, заряжены одинаковыми зарядами q и удерживаются на расстоянии L друг от друга. Шарики отпускают, и они начинают разлетаться. Найти скорости шариков после разлета на большое расстояние. Найти скорости шариков после разлета на расстояние $7L$.

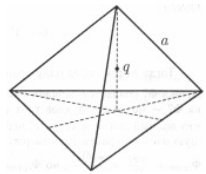
Задача 152 Точечный заряд q находится между двумя заземленными проводящими концентрическими сферами радиусами a и b на расстоянии r от центра ($a < r < b$). Найти полные индуцированные на сферах заряды. Рассмотреть все возможные предельные случаи.

Задача 153
Заряженный металлический шар радиуса R разрезан на две части по плоскости, отстоящей от центра на расстояние h. Найти силу, с которой отталкиваются эти части. Исходный заряд шара Q.

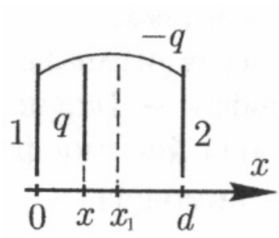


Задача 154

Грани правильного тетраэдра со стороной a равномерно заряжены с поверхностной плотностью заряда σ. В центр тетраэдра помещен точечный заряд q. Найти силу, с которой точечный заряд действует на одну из граней тетраэдра.



Задача 155
Две большие проводящие пластины 1 и 2 расположены на расстоянии d друг от друга, а между ними на расстоянии от пластины 1 находится проводящая пластина с зарядом q. Крайние пластины соединены проводником и имеют заряд $-q$. Какой заряд пройдет по проводнику, соединяющему крайние пластины, если пластину с зарядом q переместить из положения x в положение с координатой x_1.

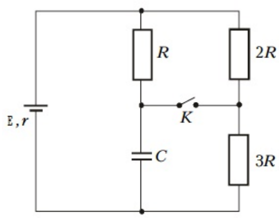


Задача 156 (2017) В вакууме относительно некоторой ИСО покоится однородное тонкое кольцо радиуса R, массой $3m$ и равномерно распределенным зарядом q. Какую минимальную скорость в этой ИСО должна иметь частица массой m и зарядом равным по знаку и величине заряду кольца, чтобы, двигаясь вдоль оси кольца с очень большого расстояния, достичь его центра? Рассмотрите два случая: а) кольцо закреплено; б) кольцо свободное.

3.2 Конденсаторы

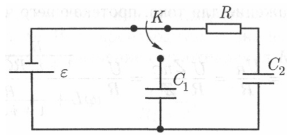
Задача 157

В электрической схеме, изображенной на рисунке, в начальный момент времени ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен. Параметры схемы указаны на рисунке. Определите начальные токи через резисторы и через батарею сразу после замыкания.



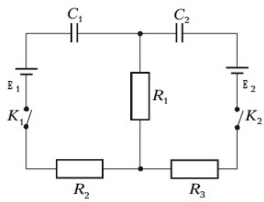
Задача 158

Батарея с ЭДС, равной $\mathcal{E}$, конденсаторы емкостями C_1 и C_2 и резистор сопротивлением R соединены так, как показано на рисунке. Найдите количество теплоты Q, выделяющееся на резисторе после переключения ключа K.



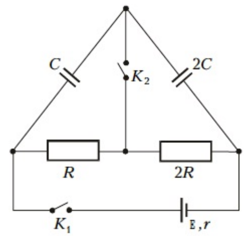
Задача 159 По какому закону изменяется ток через изначально незаряженный конденсатор емкости C, подключенный к источнику тока U через сопротивление R?

Задача 160
Две батареи включены в схему, изображенную на рисунке (сопротивления всех резисторов равны R). Первоначально конденсаторы не заряжены, а ключи разомкнуты. Ключи одновременно замыкают. 1) Найти начальный ток через резистор R_1. 2) Какое количество теплоты выделится во всей схеме после замыкания ключей?



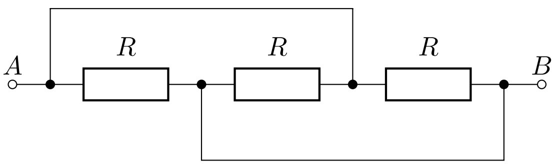
Задача 161

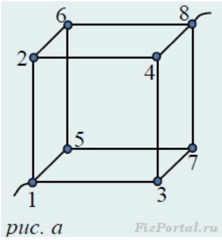
В схеме на рисунке ключи разомкнуты, а конденсаторы не заряжены. Ключ K_1 замыкают, оставляя ключ K_2 разомкнутым. 1) Какие напряжения установятся на конденсаторах? 2) Какой заряд протечет через ключ K_2 при замыкании?

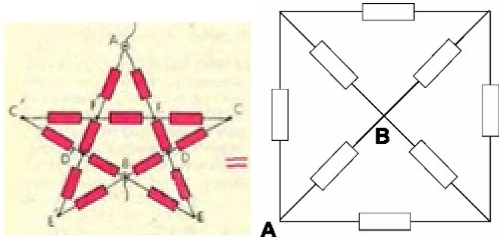


3.3 Постоянный электрический ток

Задача 162 Найти сопротивление цепи между точками A и B. Сопротивление каждого резистора известно и равно R.

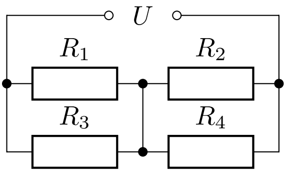






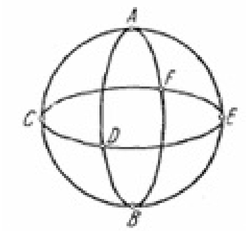
Задача 163

Сопротивления резисторов $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом. Напряжение источника тока $U = 1$ В. Найдите ток, который течет через перемычку.

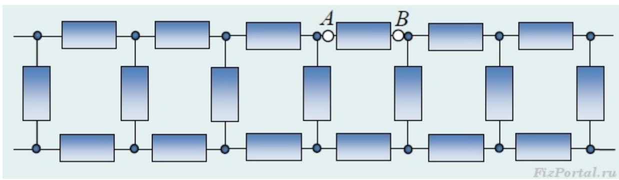


Задача 164

Три одинаковых медных кольца радиуса r соединены так, как показано на рисунке. Найдите сопротивление полученной таким образом фигуры, внешнее напряжение подано к точкам A и B. Удельное сопротивление меди ρ, диаметр проволоки d.

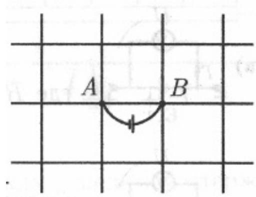


Задача 165 Найдите эквивалентное сопротивление между точками A и B бесконечной цепочки, которая состоит из одинаковых резисторов сопротивлением R каждый.



Задача 166

Из бесконечной проводящей квадратной сетки, каждое звено которой имеет сопротивление R, удалили одно звено AB. Найдите сопротивление сетки между точками A и B.

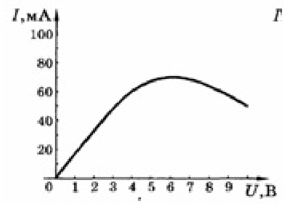


Задача 167 Имеется n клемм, каждая из которых соединена со всеми остальными клеммами одинаковыми проводниками сопротивлением R. Найдите сопротивление между любыми двумя клеммами.

Задача 168 Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник вскипает через 10 мин, при включении другой – через 15 мин. Через какое время чайник вскипит, если эти две обмотки включить вместе параллельно, последовательно?

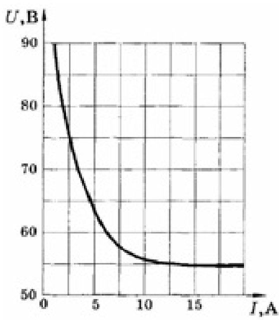
Задача 169

На рисунке представлен график зависимости силы тока от напряжения на нелинейном резисторе. Определите силу тока в цепи при подключении этого резистора к источнику тока с напряжением 10 В и добавочным сопротивлением 100 Ом.



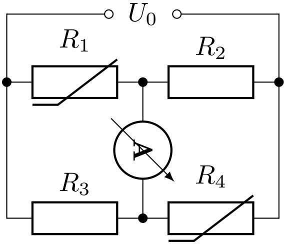
Задача 170

На рисунке приведен график зависимости напряжения на разрядном промежутке дугового разряда от тока. Дугу подключают к источнику постоянного напряжения последовательно с резистором. При каком максимальном значении сопротивления резистора дуга может гореть при напряжении источника $U = 85$ В?



Задача 171

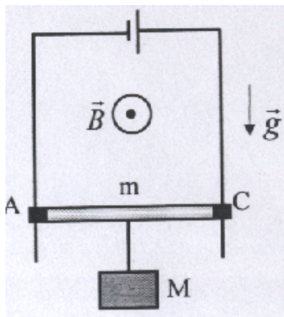
Схема, изображенная на рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов R_2 и R_3 сопротивлением R каждый и двух одинаковых нелинейных резисторов R_1 и R_4, вольтамперная характеристика которых имеет вид $U = \alpha I^2$. При каком напряжении источника питания U_0 сила тока через гальванометр равна нулю?



Задача 172 (2018) Проволочный предохранитель перегорает при напряжении 300 В. При каком напряжении будет перегорать предохранитель, если его длину увеличить в 3 раза, а диаметр – в 2 раза?

3.4 Сила Ампера

Задача 173
(2016) На рисунке представлена модель электродвигателя. Замкнутый контур образован двумя вертикальными рейками, между концами которых включен источник постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E}$, а другие концы замкнуты перемычкой сопротивлением R и длиной L. Перемычка за счет скользящих контактов может без трения скользить вдоль реек. Контур находится в однородном магнитном поле с индукцией B, направленной горизонтально. Известно, что если к перемычке подвесить груз массы M, она будет в состоянии равновесия. 1) Определите массу m перемычки. 2) Определите установившуюся скорость ненагруженной перемычки. Сопротивлением реек и внутренним сопротивлением источника пренебречь.

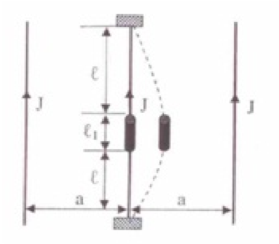


Задача 174 (2003) Металлический стержень массой m и длиной L подвешен на двух легких проводах длиной l в магнитном поле с индукцией B, вектор которой направлен вертикально. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью C, заряженный до напряжения U. Сопротивление стержня и проводов пренебрежимо мало. Найти максимальный угол отклонения

проводов от вертикали, если разрядка конденсатора происходит за очень малое время.

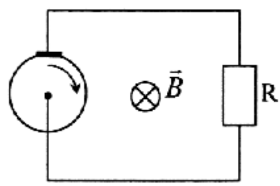
Задача 175

(2010) Посередине между двумя жестко закрепленными проводниками с током на расстоянии a расположен груз массы m, представляющий собой цилиндрическую железную трубку длиной l_1 и укрепленный с помощью упругих растяжек длиной l. Магнитная проницаемость железа μ. Внутри растяжек установлен еще один проводник. По всем трем проводникам течет ток I. Определите собственную частоту свободных колебаний груза, считая, что в процессе колебаний натяжение растяжек T_0 не изменяется. Определить зависимость критического значения силы тока от натяжения растяжек, считая критическим значением такое значение, при котором колебания в системе невозможны.



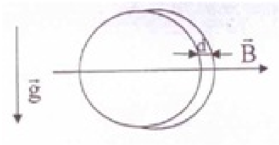
Задача 176

(2017) Одна из моделей генератора постоянного тока представляет собой проводящий диск, который вращается в однородном магнитном поле с индукцией, направленной перпендикулярно плоскости вращения диска. Если концы некоторого проводника сопротивлением R присоединить к центру диска и через скользящий контакт к его ободу, то в цепи возникнет электрический ток. 1) Объясните возникновение электрического тока и найдите силу тока, если радиус диска $r = 10$ см, частота вращения диска $\nu = 40$ об/с, индукция магнитного поля $B = 0,1$ Тл, сопротивление нагрузки $R = 0,5$ Ом. 2) Какая мощность затрачивается для поддержания вращения диска? 3) Какой момент силы относительно оси вращения нужно прикладывать к диску? Сопротивлениями диска и контактов пренебречь.



Задача 177

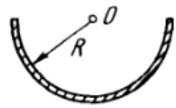
(2009) Медная монета массой m радиусом R и толщиной d движется в поле силы тяжести в однородном магнитном поле B. Вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси монеты и перпендикулярно ускорению свободного падения. Найти ускорение монеты.



3.5 Закон Био-Савара-Лапласа

Задача 178

(1998) Ток I течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R. Найти магнитную индукцию на оси O.



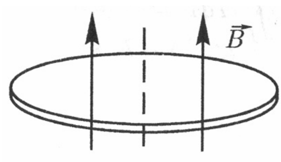
Задача 179

Найти модуль и направление силы, действующей на единицу длины тонкого проводника с током I в точке O, если проводник изогнут так, как показано на рисунке.

3.6 Теорема о циркуляции индукции магнитного поля

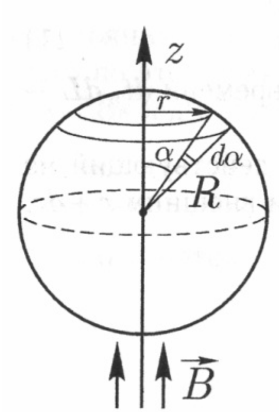
Задача 180

Однородный диэлектрический диск массой m радиуса R, равномерно заряженный с полным зарядом q, помещен в однородное магнитное поле с индукцией B. Какую угловую скорость получит диск, если выключить магнитное поле?



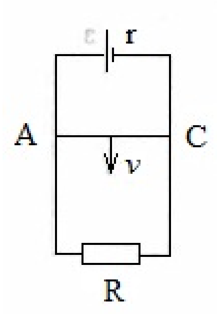
Задача 181

По поверхности жесткой непроводящей однородной сферы массой m равномерно распределен заряд q. Сфера может свободно вращаться вокруг своей вертикальной оси. В начальный момент сфера покоилась, а магнитное поле было равно нулю. Найти, как меняется со временем угловая скорость сферы при включении однородного магнитного поля, сонаправленного с осью вращения сферы и меняющегося во времени по заданному закону $B(t)$.



3.7 Электромагнитная индукция

Задача 182
(1998) По двум вертикальным рейкам, соединенным внизу сопротивлением R и вверху источником с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r, без трения скользит проводник AC, длина которого L, масса m. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, направленной за рисунок. Найдите установившуюся скорость проводника в поле силы тяжести, пренебрегая трением и сопротивлением реек и проводника.

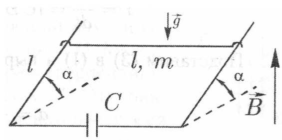


Задача 183 (2001) Две параллельные медные шины наклонены к горизонту под углом α. По ним скользит под действием силы тяжести медная перемычка массы m. Шины замкнуты катушкой с индуктивностью L. Система находится в однородном магнитном поле индукции B, перпендикулярном плоскости, в которой движется перемычка. Коэффициент трения перемычки о шины равен μ. Каков будет характер движения перемычки? Сопротивлением шин, перемычки и катушки пренебречь.

Задача 184 (2004) Металлический стержень массы m и длины L подвешен горизонтально на двух легких проводах длиной h в магнитном поле, индукция которого B направлена вертикально вниз. К точкам крепления проводов подключен конденсатор емкостью C. Стержень вывели из положения равновесия и отпустили. Определить период малых колебаний стержня T. Сопротивлением стержня и проводов пренебречь.

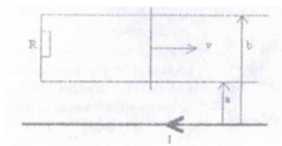
Задача 185

По двум параллельным металлическим направляющим, наклоненным под углом α к горизонту и расположенным на расстоянии l друг от друга, может скользить без трения металлическая перемычка массой m. Направляющие замкнуты снизу на незаряженный конденсатор емкостью C, и вся конструкция находится в магнитном поле, индукция которого B направлена по вертикали. В начальный момент перемычку удерживают на расстоянии l от основания "горки". Определите время t, за которое перемычка достигнет основания "горки"после того, как ее отпустят. Омическим сопротивлением и индуктивностью контура пренебречь.



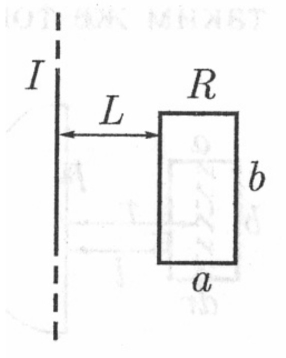
Задача 186

(2001) На расстоянии a и b от длинного прямого провода с током I расположены два параллельных ему провода, замкнутые с одной стороны сопротивлением R. По проводам без трения перемещаются с постоянной скоростью v стержень-перемычку. Пренебрегая сопротивлением проводов, стержня и контактов, найдите силу, необходимую для поддержания постоянства скорости. На каком расстоянии от ближнего провода нужно приложить силу, чтобы избежать вращения стержня?

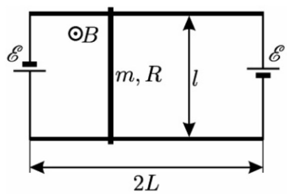


Задача 187

(2002) Прямоугольная рамка со сторонами a и b находится в одной плоскости с прямым проводником, по которому течет ток I, на расстоянии L от него. Какой импульс получит рамка при выключении тока в проводе, если активное сопротивление рамки равно R, а реактивным сопротивлением ее можно пренебречь? Считать, что за время передачи импульса рамка заметно не перемещается.



Задача 188
Параллельные рельсы длиной $2L$ закреплены на горизонтальной плоскости на расстоянии l друг от друга. К их концам подсоединены две одинаковые батареи с ЭДС $\mathcal{E}$. На рельсах лежит перемычка массы m, которая может поступательно скользить вдоль них. Вся система помещена в однородное вертикальное магнитное поле с индукцией B. Считая, что сопротивление перемычки равно R, а сопротивление единицы длины каждого из рельсов равно ρ, найдите период малых колебаний, возникающих при смещении перемычки от положения равновесия, пренебрегая затуханием, внутренним сопротивлением источников, сопротивлением контактов, а также индуктивностью цепи.



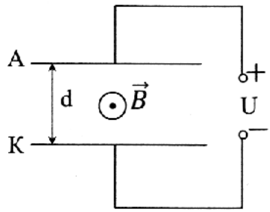
Задача 189 (2015) Проводящая квадратная рамка пересекает область однородного магнитного поля с шириной d, линии напряженности которого перпендикулярны плоскости рамки. При этом скорость рамки, равная v_0 до входа в магнитное поле уменьшается в 2 раза Масса рамки равна m, сопротивление рамки — R, величина вектора магнитной индукции - B. 1) Объясните, почему в рамке при пересечении магнитного поля выделяется тепло и найдите его. 2) Определите длину стороны рамки a предполагая, что $a < d$. 3) Определите длину стороны рамки a предполагая, что $a > d$.

3.8 Движение заряженных частиц

Задача 190 Заряженная частица массы m зарядом q влетает в магнитное поле B под углом α со скоростью v. По какой траектории движется частица? Каков пространственный период витка (шаг спирали)?

Задача 191 По обмотке длинного цилиндрического соленоида радиуса R протекает постоянный ток, создающий внутри соленоида однородное магнитное поле с индукцией B. Между витками соленоида в него влетает по радиусу (перпендикулярно оси соленоида) электрон со скоростью v. Отклоняясь в магнитном поле, электрон спустя некоторое время покинул соленоид. Определите время движения внутри соленоида.

Задача 192
(2018) Вакуумный диод представляет собой две металлические пластины – катод и анод. Между пластинами имеется однородное магнитное поле с индукцией B, параллельной плоскости пластин (направленной из плоскости чертежа). Расстояние между пластинами d. Из катода вылетают электроны. 1) При каких начальных скоростях все электроны не смогут достичь анода при $U = 0$? 2) При каких напряжениях U все электроны не смогут достичь анода при нулевой начальной скорости?



Задача 193 (2014) Незаряженная неподвижная частица распалась в однородном магнитном поле с индукцией B на две частицы с массами m_1 и m_2 и зарядами $+q$ и $-q$. Найдите время, через которое произойдет соударение частиц. Кулоновским взаимодействием между частицами пренебречь.

Задача 194 (2008) Электронно-лучевая трубка помещена в однородное магнитное поле, напряженность H которого перпендикулярна плоскости экрана. Электроны влетают в электронно-лучевую трубку из электронной пушки с составляющей скорости u вдоль оси трубки и составляющей скорости v_0 перпендикулярно оси. При какой длине L трубки все электроны фокусируются в одной точке экрана?

Задача 195 (2012) Две заряженные частицы движутся в однородном магнитном поле B, причем $q_1/m_1 = q_2/m_2$. Написать уравнения движения центра масс и уравнение относительного движения.

Задача 196 (2013) Заряд q движется в поле магнитного монополя $\vec{B} = \alpha\vec{r}/r^3$. Найдите интеграл движения, следующий из закона изменения момента импульса заряда.

Задача 197 Частица с зарядом q и массой m движется с начальной скоростью v_0 в вязкой среде в поперечном магнитном поле с индукцией B. Сила сопротивления $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$, где γ - константа. На каком расстоянии от начальной точки частица остановится?

Задача 198 (2007) Частица с зарядом q и массой m движется в постоянных однородных скрещенных полях $\vec{E}\perp\vec{H}$ в среде с малым линейным сопротивлением $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. Найти скорость частицы вдоль поля $\vec{E}$, усредненную по периоду.

Задача 199 На магнитный барьер, задаваемый в пространстве статическим магнитным полем $\vec{B} = \left(0, 0, \frac{B_0}{\cosh^2(ky)}\right)$, где k – константа, из бесконечности налетает протон с начальной скоростью $\vec{v}_{-\infty} = (0, v_0, 0)$, $\vec{r}_{-\infty} = (0, -\infty, 0)$. Оцените минимальную скорость, которую должен иметь протон, чтобы преодолеть барьер и уйти на бесконечность.

Задача 200 (2005) Магнетрон – это прибор, состоящий из нити накала радиуса a и коаксиального цилиндрического анода радиуса b, которые находятся в однородном магнитном поле параллельном нити. Между нитью и анодом приложена ускоряющая разность потенциалов U. Найти минимальное значение индукции магнитного поля B, при котором электроны, вылетающие с нулевой начальной скоростью из нити, не будут достигать анода.

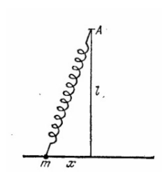
Глава 4

Колебания

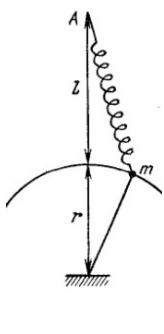
4.1 Механические колебания

Задача 201

Найдите частоту колебаний точки с массой m, способной двигаться по прямой и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке A на расстоянии l от прямой. Пружина, имея длину l, натянута с силой F.



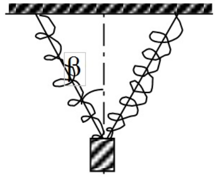
Задача 202



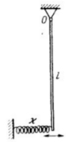
Найдите частоту колебаний точки с массой m, способной двигаться по окружности радиуса r и прикрепленной к пружине, другой конец которой закреплен в точке A, кратчайшее расстоянии то точки A до окружности равно l. Пружина, имея длину l, натянута с силой F.

Задача 203

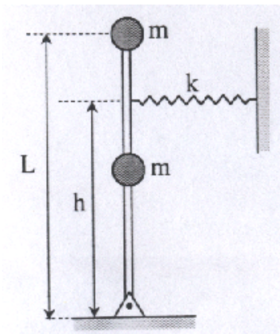
(2007) С какой частотой ω_0 будет совершать малые вертикальные колебания в поле тяжести груз массы m, подвешенный на двух одинаковых пружинах жесткости k, образующих в равновесии углы β с вертикалью?



Задача 204
Найти круговую частоту малых колебаний тонкого стержня массы m и длины l вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку O. Жесткость пружины k. В положении равновесия стержень вертикален.

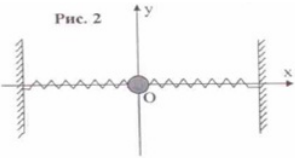


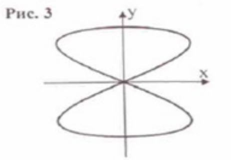
Задача 205
(2016) Студент университета Пружинкин, увлекающийся физическим экспериментом (и не очень любящий теорию) смонтировал в физической лаборатории маятник. Маятник представлял собой очень легкий шарнирно закрепленный стержень длины $l = 50$ см (шарнир в нижней точке стержня), на котором были закреплены два одинаковых шарика с массами по $m = 0,9$ кг: один шарик – в середине стержня, а другой на верхнем его конце. Между стержнем и вертикальной неподвижной стенкой на высоте $h = 3l/4$ от шарнира студент закрепил горизонтальные пружинки различной жесткости. В положении равновесия деформация пружинок была равна нулю. Для того, чтобы построить экспериментальный график зависимости периода малых колебаний от жесткости, студент изготовил для опытов пять пружинок с известными жесткостями $k = 10, 20, 30, 40, 50$ Н/м. Выведите выражение для периода колебаний маятника и предскажите результаты опытов Пружинкина.



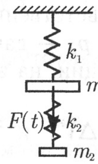
Задача 206 (2015) На гладкой горизонтальной поверхности находится грузик, прикрепленный двумя одинаковыми пружинами к стенкам (рис.

2, вид сверху). В положении равновесии грузика пружины имеют одинаковое растяжение Δl. 1) В первом случае груз совершает малые колебания вдоль оси x. Как зависит период этих колебаний от величины Δl? 2) Во втором случае траектория грузика, совершающего малые колебания, изображена на рис. 3 (в увеличенном виде). Определите Δl, если длина пружин в нерастянутом состоянии $l = 15$ см. Во всех случаях выполняется закон Гука.





Задача 207
Схема динамического поглотителя колебаний представлена на рисунке. На первую массу действует гармоническая сила $F(t) = F_0 \sin \omega t$. При каких условиях амплитуда вынужденных колебаний первой массы будет равна нулю?

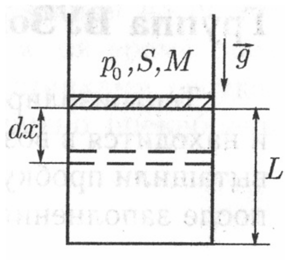


Задача 208 Груз массой m прикреплен к пружине жесткостью k, а пружина к точке подвеса. Под действием внешней силы точка подвеса колеблется в вертикальном направлении по закону $x_p = A \cos \omega t$. Какова амплитуда установившихся колебаний груза в вязкой среде, если сила сопротивления пропорциональна скорости $(F = -bv)$?

Задача 209 Расположенный горизонтально цилиндрический сосуд объема V, заполненный ν молями идеального газа, разделен поршнем массы m, который может двигаться без трения. В равновесии поршень находится посередине цилиндра. При малых смещениях из положения равновесия поршень совершает колебания. Найдите зависимость частоты этих колебаний от температуры, считая процесс изотермическим. Площадь поперечного сечения трубки равна S.

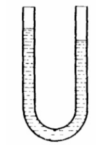
Задача 210

В длинной вертикальной цилиндрической трубке, закрытой с нижнего конца, может ходить без трения поршень, масса M которого велика по сравнению с массой газа, заключенного внутри трубки. В положении равновесия расстояние между поршнем и дном трубки равно L. Определить период малых колебаний, которые возникнут при отклонении поршня от положения равновесия, в предположении, что они являются изотермическими, а газ идеальным. Площадь поперечного сечения трубки равна S, атмосферное давление равно P_0. Рассмотреть предельный случай, когда $P_0 = 0$.



Задача 211

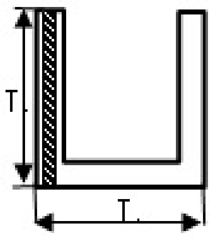
Идеальная жидкость объема V налита в изогнутую трубку с площадью сечения канала S. Найти период малых колебаний жидкости.



Задача 212 Трубка высотой H наполнена жидкостью и соединена с наклонной трубкой (угол наклона к вертикали α). Каков будет период колебаний жидкости в такой системе?

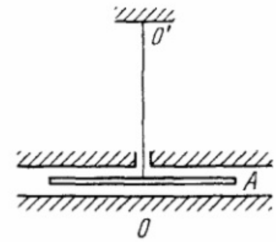
Задача 213

(2006) В тонкой трубке может скользить без трения веревка длиной L. В начальный момент времени веревка находится в левом колене. Определить период колебаний T веревки. Жесткостью веревки на изгиб пренебречь. Каким будет период колебаний T_1, если расстояние между вертикальными коленами трубки увеличить с L до $2L$?



Задача 214

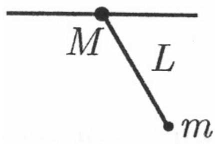
Тонкий однородный диск массы m и радиуса R, подвешенный в горизонтальном положении к упругой нити, совершает крутильные колебания в жидкости. Момент упругих сил со стороны нити $M = \alpha\varphi$. Сила сопротивления на единицу поверхности $F = \eta v$. Найти частоту малых колебаний.



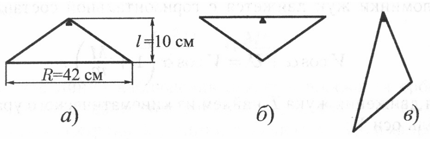
Задача 215 (2004) На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения μ лежит брусок массы m, который пружиной жесткости k соединен с вертикальной стенкой. Брусок сместили на расстояние $9\mu mg/2k$ и отпустили. Найти число колебаний бруска до остановки.

Задача 216

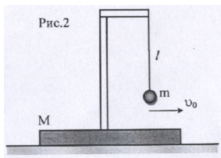
Найти период малых колебаний плоского маятника, точка подвеса которого с массой M находится на гладкой горизонтальной прямой (масса маятника m и его длина L).



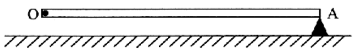
Задача 217 Дана проволочная вешалка, которая качается с малой амплитудой в плоскости рисунка относительно заданных положений равновесия. В положениях а и б длинная сторона вешалки расположена горизонтально. Две другие стороны равны между собой. Во всех трех случаях (а, б, в) возникают колебания с одинаковыми периодами. Где расположен центр масс вешалки?



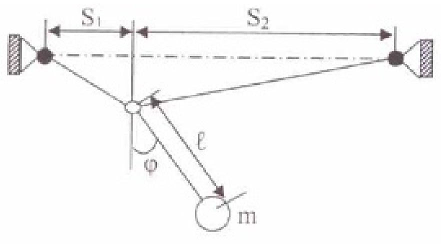
Задача 218
(2013) Точка подвеса математического маятника движется с постоянным ускорением a (лежащим в плоскости колебаний маятника) в горизонтальном направлении. Найти закон движения маятника.



Задача 219 (2017) Один конец однородного стержня длиной $L = 1$ м закреплен на горизонтальной оси O (перпендикулярной плоскости чертежа), вокруг которой он может вращаться без трения. Другой конец стержня свободно лежит на опоре A, при этом стержень горизонтали. Свободный конец стержня приподнимают на высоту $h = 1$ см относительно исходного положения, поворачивая стержень вокруг оси O, и отпускают бы начальной скорости. 1) Определите скорость свободного конца стержня при ударе об опору A. 2) Определите частоту ударов стержня об опору A, считая удары абсолютно упругими и мгновенными. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Трением пренебречь.

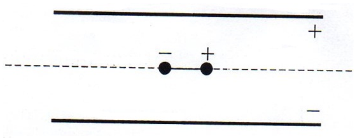


Задача 220 (2010) На абсолютно гибкой нити подвешен маятник. Расстояния до точки подвеса равны S_1 и S_2. Статический прогиб в точке подвеса маятника равен y_0, а длина маятника l, его масса m. Принять, что при $t = 0$ точка подвеса имеет вертикальное смещение A, а ее скорость v_0 равна нулю; маятник отклонен на угол φ_0. Считая, что натяжение нити $T = T_0 = const$, вывести дифференциальное уравнение малых колебаний маятника.



Задача 221 (2014) В центре плоского конденсатора удерживают диполь в положении 1, указанном на рисунке. Диполь представляет собой два маленьких заряженных шарика с зарядами q и $-q$ и массами m каждый, соединенных невесомым непроводящим стержнем длины L. Разность потенциалов между пластинами конденсатора равна U, расстояние между пластинами равно d (много меньше размеров пластин). Диполь поворачивают вокруг его центра и переводят в положение 2, которое является устойчивым положением равновесия диполя. 1) Определите работу электрического поля при повороте диполя из положения 1 в положение 2. 2) Определите

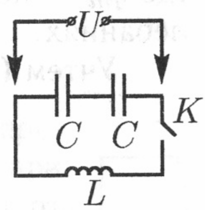
период малых крутильных колебаний диполя вокруг положения 2. 3) Какую минимальную скорость нужно сообщить диполю в положении 2 параллельно пластинам для того, чтобы диполь улетел из конденсатора? Силу тяжести не учитывать.



Задача 222 Молекулу одноатомного газа массы m, совершающую колебания около некоторого положения равновесия с амплитудой a и частотой ω, в первом приближении можно считать линейным гармоническим осциллятором. Найти $f(x)$ – функцию распределения вероятностей значений координаты x такого осциллятора, среднее значение координаты $\langle x \rangle$, среднее значение $\langle U \rangle$ потенциальной энергии осциллятора.

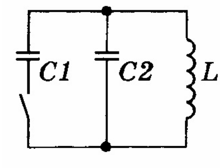
4.2 Колебательный контур

Задача 223
Батарея из двух последовательных соединенных конденсаторов емкостью C каждый заряжена до напряжения U и в начальный момент времени подключена к катушке индуктивностью L, так что образовался колебательный контур. Спустя интервал времени τ один из конденсаторов пробивается, и сопротивление между обкладками становится равным нулю. Найдите амплитуду колебаний заряда на непробитом конденсаторе.



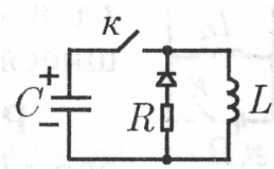
Задача 224

Два конденсатора одинаковой электроемкости $C_1 = C_2 = C$ и катушка индуктивности L соединены так, как показано на рисунке. В начальный момент времени ключ разомкнут, конденсатор C_1 заряжен до разности потенциалов U, а конденсатор C_2 не заряжен, сила тока в катушке равна нулю. Определите максимальное значение силы тока в катушке после замыкания цепи и период электромагнитных колебаний в цепи.



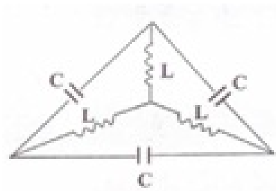
Задача 225

В схеме, изображенной на рисунке, в некоторый момент времени замыкают ключ K, и конденсатор емкостью C, имеющий первоначальный заряд q_0, начинает заряжаться через катушку индуктивности L. Когда ток разряда достигает максимального значения, ключ K вновь размыкают. Найти заряд Q, который протечет через резистор R. Сопротивление диода в прямом направлении много меньше R, в обратном - бесконечно велико.



Задача 226

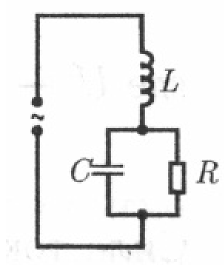
(2011) Электрический контур представляет собой треугольник, каждая сторона которого содержит емкость C, а вершины соединены с общей центральной точкой индуктивностями L. Пренебрегая сопротивлением и взаимной индуктивностью, найдите частоту возможных колебаний.



4.3 Переменный электрический ток

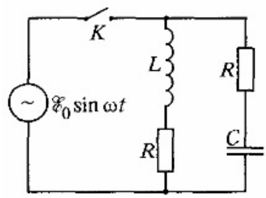
Задача 227

В изображенной на рисунке электрической цепи определите частоту приложенного переменного напряжения, при которой переменный ток через сопротивление не зависит от значения R. Индуктивность L и емкость C считать известными.



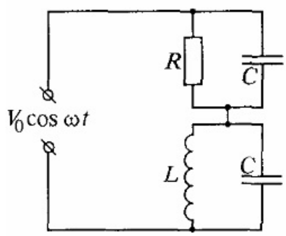
Задача 228

В приведенной на рисунке схеме в момент $t = 0$ замыкают ключ K. Найти зависимость от времени тока I, текущего через источник синусоидальной ЭДС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$. Параметры контура связаны соотношением $R = \sqrt{L/C}$.



Задача 229

При каком условии амплитуда тока в цепи зависит только от амплитуды приложенного напряжения, но не от его частоты? Индуктивность L, и емкость C, и сопротивление R считать известными.



Решение 15 Перейдем в систему отсчета, связанную с колечком O'. В этой системе отсчета скорость точки O равна $v_1/\cos\alpha$ и направлена вверх, так как нить нерастяжима и относительно колечка O' веревка выбирается с постоянной скоростью v_1. Поэтому относительно прямой $'$, связанной с землей, скорость колечка O будет равна $v_2 = \frac{v_1}{\cos\alpha} - v_1 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos\alpha}$ и направлена вверх.

Решение 16 К моменту времени t от начала движения клин пройдет расстояние $s = at^2/2$ и приобретет скорость $v_1 = at$. За это время грузик

переместится вдоль клина на такое же расстояние s, а его скорость относительно клина будет равна $v_2 = at$ и направлена вдоль клина вверх. Скорость грузика относительно земли равна $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. Поскольку угол между векторами $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ равен α, то $v_3 = 2at\sin(\alpha/2)$.
Угол, который скорость $\vec{v}_3$ составляет с горизонтом, равен $\beta = (\pi - \alpha)/2$. Таким образом, грузик движется вдоль прямой, составляющей с горизонтом угол β с ускорением $a_2 = 2a\sin(\alpha/2)$.

Решение 23 Пусть время движения от соударения до возвращения в точку бросания равно t_2. Поскольку при упругом ударе вертикальная составляющая скорости не меняется, а горизонтальная скорость увеличивается до величины $v_0\cos\alpha + 2u$, то полное время полета составит $t_1 + t_2 = \frac{2v_0\sin\alpha}{g}$. Расстояние по горизонтали от места броска до места удара о стенку выражается в виде $v_0\cos\alpha t_1 = (v_0\cos\alpha + 2u)t_2$, откуда $t_1 = \frac{v_0\sin\alpha(v_0\cos\alpha+2u)}{g(v_0\cos\alpha+u)}$.

Решение 28 Требование минимальности скорости бросания камня с поверхности земли означает, что оптимальная траектория камня пройдет через точки "вершины"крыши B и C, расположенные на высотах H и h соответственно. Обратим движение камня и определим минимальную скорость в точке C – v_C, при которой камень может перелететь через точку B. Учитывая решение предыдущей задачи, легко понять, что $v_B = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+(H-h)^2}+H-h\right)}$
Минимально возможную скорость бросания камня с земли v_{min} найдем из закона сохранения энергии $v_{min}^2 = v_B^2 + 2gH$, откуда $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+(H-h)^2}+H\right.}$

Решение 105 Задача 391 сборника задач Сивухина.

Решение 110 Решение задачи 408 сборника задач Сивухина.

Решение 119 Изменение уровня жидкости на высоте z описывается дифференциа уравнением

$$S(z)\frac{dz}{dt} = q(z),$$

где $S(z)$ – площадь поперечного сечения сосуда на высоте z, а $q(z)$ – поток жидкости, зависящий от высоты z.

Принимая во внимание геометрию сосуда, можно предположить, что

$$q(z) = -\pi a^2\sqrt{2gz},$$

где a – радиус отверстия на дне конического сосуда. Учитывая, что отверстие достаточно малое, осевое сечение можно рассматривать как треугольник. Из подобия треугольников следует, что

$$\frac{R}{H} = \frac{r}{z}.$$

Следовательно, площадь поверхности жидкости на высоте z будет равна

$$S(z) = \pi r^2 = \pi\left(\frac{Rz}{H}\right)^2 = \frac{\pi R^2 z^2}{H^2}.$$

Подставляя $S(z)$ и $q(z)$ в дифференциальное уравнение, имеем:

$$\frac{\pi R^2 z^2}{H^2}\frac{dz}{dt} = -\pi a^2\sqrt{2gz}.$$

После простых преобразований получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$z^{\frac{3}{2}}dz = -\frac{a^2H^2}{R^2}\sqrt{2g}dt.$$

Проинтегрируем обе части, учитывая, что уровень жидкости уменьшается от начального значения H до нуля за время T :

$$\int\limits_H^0 z^{\frac{3}{2}}dz = -\int\limits_0^T \frac{a^2H^2}{R^2}\sqrt{2g}dt, \;\Rightarrow\; \left(\frac{z^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}\right)\Bigg|_0^H = \frac{a^2H^2}{R^2}\sqrt{2g}\left[(t)|_0^T\right], \;\Rightarrow\; \frac{2}{5}H^{\frac{5}{2}} = \frac{a^2H^2}{R^2}\sqrt{2g}$$

Решение 120 см. Юмашев Интегралы и производные в физике

Решение 197 На частицу действуют сила вязкого трения $\vec{F} = -r\vec{v}$ и сила Лоренца $\vec{F_L} = q\vec{v}\times\vec{B}$, уравнение движения в проекциях на оси, перпендикулярные $\vec{B}$, имеет вид: $m\dot{v_x} = -rv_x + qv_yB$, $m\dot{v_y} = -rv_y - qv_xB$. Умножим второе из этих уравнений на i и сложим с первым, получим $m(\dot{v_x} + i\dot{v_y}) = -r(v_x + iv_y) - iqB(v_x + iv_y)$. Обозначим $\phi \equiv v_x + iv_y$, тогда получим для ϕ дифференциальное уравнение $\dot{\phi} + \delta\phi + i\omega\phi = 0$, где $\delta = r/m$, $\omega = qB/m$. Решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $v_x(0) = v_0$, $v_y(0) = 0$, имеет вид $\phi(t) = v_0e^{-(\delta+i\omega)t}$. Расстояние от начальной точки до точки, где частица остановится, $L = \sqrt{x_\infty^2 + y_\infty^2} = \sqrt{\left(\int_0^\infty v_x\,dt\right)^2 + \left(\int_0^\infty v_y\,dt\right)^2} = |\int_0^\infty \phi\,dt| = v_0/\sqrt{\delta^2+\omega^2} = mv_0/\sqrt{r^2+q^2B^2}$.

Глава 5

Ответы

1 $\frac{L}{2v}$

2 $\frac{uL}{v}$

3 10 мин

4 $v_p = (S - S_1)/t$

5 $u > v/\tan\alpha$

6 Под углом α к вертикали, $\tan\alpha = \omega r/v_0$

7 $w = \sqrt{v^2 + u^2 - 2uv\cos\alpha_0}$, $\alpha = \alpha_0 + \arcsin\left(\frac{u}{w}\sin\alpha\right)$

8 $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_3 - \vec{v}_2$, $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$,

9 $\cos\alpha = v/u, u > v$, либо $\cos\alpha = u/v, u < v$

10 $u + 2v$

11 $L/\sqrt{2}$

12 $g\tau t + g\tau^2/2$

13 $L_{\max} = \frac{(v_1+v_2)^2}{2(a_1+a_2)}$

14 $v^2 = \pi gRn$, где $n \in \mathbb{N}$

15 $v_2 = v_1 \frac{\sin^2(\alpha/2)}{\cos\alpha}$

16 Ускорение грузика относительно земли $a_2 = 2a\sin(\alpha/2)$ направлено под углом $\beta = (\pi - \alpha)/2$ к горизонту.

17 При $v_a > vL/h$ человек ни при каком угле не сможет оказаться на шоссе раньше автобуса. При $v_a < vL/h$ существует два ответа $\alpha_1 = \arcsin\frac{h}{L} + \arcsin\frac{v_a h}{vL}$ и $\alpha_2 = \arcsin\frac{v_a h}{vL} - \arcsin\frac{h}{L}$.

18 $l/2 - vt\cos\alpha$

19 $\tan\beta = \sqrt{\tan^2\alpha + \frac{2gh}{v_0^2\cos^2\alpha}}$, $s = \frac{v_0\cos\alpha}{g}\sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gh}$.

20 $h = g\tau^2/2 = 5$ м

21 $h = gt^2/2 = 5$ м

22 $h = gt_1t_2/2$

23 $t_1 = \frac{v_0\sin\alpha(v_0\cos\alpha + 2u)}{g(v_0\cos\alpha + u)}$

24 $v_{min} = \sqrt{g(R+2H)}$

25 $y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_0^2}$

26 Если $v_0 < 2\sqrt{gh}$, то дальность полета $L = \frac{v_0^2}{g}$; если $v_0 > 2\sqrt{gh}$, то $L = 4h\sqrt{\frac{v_0^2}{2gh} - 1}$.

27 $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+h^2} + h\right)}$

28 $v_{min} = \sqrt{g\left(\sqrt{l^2+(H-h)^2} + H + h\right)}$

29 1) $\pi/2$; 2) $\pi/8$

30 1) При $gR > v^2$ максимальная высота подъема $h = 2R$, при $gR < v^2$ – $h = R + \frac{v^2}{2g} + \frac{gR^2}{2v^2}$; 2) $v_{min} = \frac{\pi gR}{(1+\sin\alpha)\cos\alpha}$, где $\sin\alpha = gR/v^2$; 3) изменится.

31 $R = \sqrt{g}T_1T_2/2\sqrt{2}$

32 $s = 10$ м, $\tau = v_0 \sin 150^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ / g$

33 $\tau = \frac{v_0 \cos(\alpha/2)}{g \sin(3\alpha/2)}$

34 $x = v\sqrt{2h/g}\,(1+\alpha)\,/\,(1-\alpha)$

35 $v(\varphi) = v\sqrt{2(1-\cos\varphi)}$, $x(t) = vt - R\sin\varphi$, $y(t) = R(1-\cos\varphi)$, $\varphi = vt/R$, $R_k = 4R$.

36 $u = v\cos\alpha/\cos\beta$

37 $T_1 = 2\pi L/v$, $T_2 = 2\pi L/3v$.

38 $\omega = v_0/l_0 \sin\alpha$, $R = sqrtl^2 + l_0^2 - 2ll_0\sin\alpha$, $v_M = \omega R$.

39 $a_p = \sqrt{a^2 + a^4t^4/R^2}$

40 $v = \omega l \tan\alpha$

41 $v = \omega l/\cos^2\varphi$

42 $\omega = u\sin^2\alpha/h$

43 $a = uv/L$

44 $\omega R/\cos(\alpha/2)$

45 отрезок

46 $4\omega^2 R$

47 $u = \sqrt{v^2 + \omega^2 L^2}$, $a = \sqrt{\omega^4 L^2 + 4\omega^2 v^2}$

48 В центре через $t = v/l$, $\tan\alpha = (x-y)/(x+y)$.

49 если $\mu > \tan\alpha$, то $a = 0$; если $\mu < \tan\alpha$, то $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

50 $a_1 = g\frac{m\sin^2\alpha}{m\sin^2\alpha + M\cos^2\alpha}$, $a_2 = g\frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{m\sin^2\alpha + M\cos^2\alpha}$

51 $a_1 = g\frac{m_2\sin\alpha\cos\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}$, $t = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2\sin^2\alpha)}{(m_1+m_2)g\sin^2\alpha}}$

52 $v_{min} = u\sin\alpha = 5$ м/с, $t = v_2/g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 11,3$ с, парабола.

53 $\tan\alpha=\mu$, $F=\mu mg/\sqrt{\mu^2+1}$

54 $\tan\beta=\mu$, $F=mg\sin(\alpha+\beta)$ при $\alpha+\ beta<\pi/2$, иначе $F=mg$.

55 $F_2=mg\sqrt{(\mu\cos\alpha)^2-(\sin\alpha)^2}=48$ Н, $F_3=mg(\mu\cos\alpha+\sin\alpha)/\sqrt{\mu^2+1}=93,1$ Н.

56 $F=\mu m_1 g\left(m_1/m_2+1\right)$

57 $F=20100\mu mg=241,2$ Н

58 $\cos\alpha=g/\omega^2R$, при $g<\omega^2R$, иначе $\alpha=0$.

59 $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L\cos\alpha}}$

60 При $\varepsilon<\mu g/R$ $t=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}\left(\frac{\mu^2g^2}{\varepsilon^2R^2}-1\right)^{\frac{1}{4}}$, $\tan\alpha=\left(\frac{\mu^2g^2}{\varepsilon^2R^2}-1\right)^{-\frac{1}{24}}$

61 $x=\frac{2F}{4\pi^2\nu^2m}=25,3$ см, $x=v\sqrt{\frac{m}{k}}=15,9$ мм

62 $T(x)=m\omega^2\left(l^2-4x^2\right)/8l$

63 $T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

64 В первом случае $T=9mv^2/4l$, в кинетическую энергию вращения перейдет $3/4$ энергии

65 $T=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$

66 $v_1=v/3$, $v_2=2v/3$

67 $4m_1m_2/(m_1+m_2)^2$

69 Окружности радиусами $r_1=mR/(m+M)$ и $r_2=MR/(m+M)$

70 $x=3$ см

71 $F=\rho Sv^2$

72 $\vec{a}=-\mu\vec{u}/M$

73 $T=m\omega^2R/2\pi$

74 $e^{2\pi\mu n}$

75 $F = 3mg(1 - x/l)$

76 $v = \sqrt{gH}$

77 $F = mgH/l$, $a = gH/l$

78 $h = l(1 - \sin\alpha)/2\cos\alpha$

79 $y = a\cosh x/a$, $a = T/\rho gH$

80 $v > \sqrt{\mu gl(1 + m/M)/2}$

81 $L = hM/\mu(m + M)$

82 $x_m = 2(F - \mu mg)/k$, $v_m = \sqrt{\frac{k}{m}}\frac{F-\mu mg}{k}$

83 $A = 2mgh - mv^2/2$

84 $v^2 = (v_1^2 + v_2^2)/2 - g(H - h)$

85 $v = \sqrt{2gH(1 + m/M)}$

86 $v_1 = Mv/(M + 2m) > v_2 = v(M - m)/(M + m)$

87 $v_0 = \sqrt{\frac{gLM}{(M-m)\sin 2\alpha}}$

88 $N = s(M^2 - m^2)/(Lm^2)$

89 $v_{1,2} = (2 \pm \sqrt{3})/4$

90 $v_m = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2gl}{3}}$

91 $v = \sqrt{24gl/5}$

92 $v_1 = \sqrt{2FL/m} = 27,4$ м/с, $v_2 = \sqrt{6FL/(3m + M)} = 20,2$ м/с

93 $Q = N/q\rho V = 26,5$ л/ч, $v = \sqrt[3]{\frac{NRT}{2pS\mu}} = 33$ м/с

94 $h = \frac{v_0^2 M}{2g(m+M)}$, $v_2 = 2mv_0/(m + M)$, $T = m(g + v_0^2/l)$

95 $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2 + I/r^2)$

96 $a = F(\cos\alpha - r/R)/(m + I/R^2)$

97 $T = 2mg$

98 $t = mr^2\omega/2M_0$, $N = M_0 t^2/2I$, $I = I_0 + m(d^2 + r^2/2)$

99 $l = 2L/3$

100 $N = 3\pi R\nu^2/(4\mu g)$

101 $N = mg/4$

102 $N = \sqrt{10}Mg/4$

103 $v = \sqrt{gR(7\cos\alpha - 4)/3}$

104 $\omega_{0\,\min} = v_0/R$, $v = (\omega_0 R - v_0)/2$

105 Движение после перехода границы будет сначала равнозамедленное, затем с постоянной скоростью; 1/3 энергии превратится в тепло, 2/9 во вращательную энергию и 4/9 останется в виде поступательной энергии движения.

106 $u = \frac{5mv}{7M}(1 - l/R)$

107 $\Delta L = -4I_1 I_2\omega_0/(I_1 + I_2)$, $\Delta E = -2I_1 I_2\omega_0^2/(I_1 + I_2)$

108 $l = L/\sqrt{3}$

109 $M = 2l/\sqrt{3}$, $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

110 $\omega = \frac{12mv_0}{(4m+M)l}$

111 1) $l = L/\sqrt{3}$; 2) $u_1 = u_0/3$, $V = u_0/3$, $\omega = u_0/l$.

112 1) верхний удар $x > 2R/5$; 2) нормальный удар $x = 2R/5$; 3) нижний удар $x < 2R/5$.

113 $x(t) = \frac{mv_0}{\alpha}\left(1 - e^{-\alpha t/m}\right)$, $s = mv_0/\alpha$

114 $v(t) = \sqrt{\frac{mg}{\alpha}}\tanh(kt/m)$, $s = \frac{m}{\alpha}\sqrt{\frac{mg}{\alpha}}\cosh^2(kt/m)$

115 $\Delta h = \frac{1}{2\beta} \log \frac{e^{2\beta h}}{2-e^{-2\beta h}}$, $\beta = k/m$

116 $T = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}} \operatorname{arcosh} \frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} = \sqrt{\frac{L}{(1+\mu)g}} \log \left[\frac{L}{\varepsilon(1+\mu)g} - \sqrt{\frac{L^2}{\varepsilon^2(1+\mu)^2 g^2} - 1} \right]$

117 $h = h_{\max}(1 - e^{-S_0 vt/S^* h_{\max}})$

118 $h(t) = \left(\sqrt{h_0} - st\sqrt{g/2}/S \right)^2$

119 $z^{\frac{3}{2}} zt = -\frac{a^2 H^2}{R^2} \sqrt{2g} dt$, $T = \frac{R^2}{5a^2} \sqrt{\frac{2H}{g}}$

120 $\tau = L_0(e^{u/v} - 1)/u$

121 $v = v_0/(1 + \cos\varphi)$

122 $\tau = \frac{kv_0}{g \sin\alpha (k^2-1)}$, $s = \frac{2v_0^2 k^2}{4kg \sin\alpha (k^2-1)}$

123 $L = mv_0/k$, $\tau = kH/mg + m/k$

124 $v_0^2 = \frac{2gR}{4\mu^2+1} \left(3\mu e^{\mu\pi} - 2\mu^2 + 1 \right)$

125 $v = gt/4 + g\gamma t(\beta^2 t^2 + 3\beta t\gamma + 3\gamma^2)/4(\beta t + \gamma)$, $\beta = 4\pi\alpha(3m/4\pi\rho)^{2/3}/3$, $\gamma = m_0^{1/3}$

126 $x = \frac{h}{2(1+u/v)} (\frac{y}{h})^{1+u/v} - \frac{h}{2(1-u/v)} (\frac{y}{h})^{1-u/v} - \frac{h}{2(1+u/v)} + \frac{h}{2(1-u/v)}$, $x_0 = h\frac{u}{v} \left(1 - \frac{u^2}{v^2} \right)^{-1}$

127 $T_{\max} = p_0 V_0/(4R)$

128 $T_{\max} = \sqrt{p_0/3\alpha}$

129 $p_0 = \rho gh \left((L-h)^2 - 4x^2 \right) / (4x(L-h))$

130 $t_1 = \tau V(p_n - p)/(p_0 V_0)$, $t_2 = \tau \log p/p_n / \log(1 + V_0/V)$

131 $h_1 = h\frac{2p_0 + 3\rho gh}{2(2p_0 + \rho gh)}$, $h_2 = h/2 + p_0/\rho g$

132 $x = a + \sqrt{a^2 + 1}$, $a = \frac{T(n^2-1)}{T_2 2n}$

133 $\Delta M = 2M/15$

134 $T_0 = \sqrt{2}T$, $p_0 = p(1+\sqrt{2})2^{-5/4}$

135 $u \approx \frac{\lambda}{2}\sqrt{\frac{k}{3mT}\frac{dT}{dx}}$

136 $u = \frac{\sqrt{T_2}-\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}+\sqrt{T_1}+4\sqrt{T}}\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

137 $\mid \frac{dT}{dz} \mid < \frac{2\mu g}{7R}$

138 $T = T_0 + 2mv^2/3R$

139 $v = v_0\left(1+\sqrt{1+9pV/2mv_0^2}\right)/3$

140 $T = T_0\left((\eta+1)^2/4\eta\right)^{(\gamma-1)/2}$

141 $\eta = \frac{2(T_2-T_1)}{3T_1+5T_2}$

142 $T = 2T_0/3 = 200$ K

143 $\Delta h = v_0^2/5g = 8$ см

144 1) $U/W = 5/2$; 2) $Q = \frac{7\varepsilon_0 SU^2}{4d}$.

145 $A = R(T_2 - T_1) - RT_1 \log T_2/T_1$

146 1) $T_0 = m_1gh(1+S_2/S_1)/(\nu R) = 289$ K; 2) $T_2 = T_0 + 2Q/(5\nu R) = 337$ K; 3) $T_3 = \frac{2}{5\nu R}(m_1gh + m_2gh) + \frac{3}{5}T_0 = 250$ K.

147 $C = C_V + R/(1+\alpha)$

148 $VT^{1/(\gamma-1)} = Ce^{\alpha T^2/2R}$

149 $T_2/T_1 = (\alpha i)/(\alpha(1+i)-1)$, $p_2/p_1 = i/(\alpha(1+i)-1)$

150 $C(V) = R/(\gamma-1) + R(V_0-2V)/(V_0-2V)$

151 $v = \sqrt{\frac{2Mq^2}{Lm(m+M)}}$, $u = \sqrt{\frac{2mq^2}{LM(m+M)}}$

152 $q_a = -q\frac{a(b-r)}{r(b-a)}$, $q_b = -q\frac{b(r-a)}{r(b-a)}$

153 $F = \frac{Q^2\pi(R^2-h^2)}{2\varepsilon_0(4\pi R^2)^2}$

154 $F = \frac{\sigma^2\sqrt{3}a^2}{8\varepsilon_0}$

155 $\mid \Delta q \mid = \mid q\frac{x-x_1}{d}$

156 $v_{\min} = q\sqrt{\frac{2k}{mR}}$, $v_{\min 2} = q\sqrt{\frac{8k}{3mR}}$,

157 $I_{01} = \frac{3\mathcal{E}}{3r+2R}$, $I_{02} = \frac{\mathcal{E}}{3r+2R}$

158 $Q = \frac{C_1C_2\mathcal{E}^2}{2(C_1+C_2)}$

159 $I = \frac{U}{R}e^{-t/RC}$

160 1) $I_1 = \frac{\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2}{3R}$; 2) $Q = (C_1\mathcal{E}_1^2 + C_2\mathcal{E}_2^2/2)$

161 1) $U_1 = \frac{2R\mathcal{E}}{r+3R}$, $U_2 = \frac{R\mathcal{E}}{r+3R}$; 2) $Q = \frac{3RC\mathcal{E}}{r+3R}$

162 $R/3$, $5R/6$, $6R/7$, $7R/15$

163 $I = 2/21$ А

164 $R = \rho r/16d^2$

165 $(6-\sqrt{3})R/6$

166 R

167 $R_1 = 2R/n$

168 $t_1 = 6$ мин, $t_2 = 25$ мин

169 $I = 0,06$ А

170 $R = 5$ Ом

171 $U_0 = 2R^2/\alpha$

172 636 В

173 1) $m = \mathcal{E}BL/Rg - M$; 2) $v = \frac{MgR}{B^2L^2}$

174 $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{CUlB}{2m\sqrt{gL}}$

175 $\omega^2 = \frac{2T_0}{ml} - \frac{\mu\mu_0 Il_1}{\pi a^2}$, $I^* = \frac{2T_0\pi a^2}{\mu\mu_0 ll_1}$

176 1) $I = \pi v B r^2/R = 251$ мА; 2) $P = I^2R = 31,6$ мВт; 3) $M = P/2\pi\nu = 126$ мкН м

177 $a = g/(1 + \varepsilon_0\pi R^2 dB^2/m)$

178 $B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$

179 $F = \frac{\mu_0 I^2}{\pi l}$

180 $\omega = qB/2m$

181 $\omega(t) = qB(t)/2m$

182 $v = \frac{Rr}{lB(R+r)}\left(\frac{mg}{Bl} - \frac{\mathcal{E}}{r}\right)$

183

184 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1 + \frac{B^2L^2C}{ml}\right)}$

185 $t = \sqrt{\frac{2l}{g\sin\alpha}\left(1 + \frac{Cl^2B^2\cos^2\alpha}{m}\right)}$

186 $F = \frac{\mu_0^2 I^2 v}{4\pi^2 R}\log^2\frac{b}{a}$

187 $p = \frac{\mu_0^2 ab^2 I^2}{8\pi^2 RL(L+a)}\log\left(1 + \frac{a}{L}\right)$

188 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{mL(\rho L+R)}{\mathcal{E}lB}}$

189 1) $Q = 3mv_0^2/8$; 2) $a = \sqrt[3]{\frac{mv_0R}{4B^2}}$; 3) $a = \sqrt{\frac{mv_0R}{4B^2d}}$

190 $d = 2\pi v\cos\alpha m/qB$

191 $t = \frac{2m}{eB}\arctan\left(\frac{eBR}{mv}\right)$

192 1) $v_0 < eBd/m$; 2) $U < eB^2d^2/2m$

193 $t = \frac{2\pi m_1 m_2}{qB(m_1+m_2)}$

194 $L = 2\pi m u n/eB$, $n \in \mathcal{N}$

195 $\vec{a}_c = \frac{q_1}{m_1}\vec{v}_c \times \vec{B}$, $\vec{r}'' = \frac{q_1}{m_1}\vec{r}' \times \vec{B} + \frac{q_1(q_2-q_1)\vec{r}}{m_1 r^3}$

196 $\vec{r} \times \vec{p} - \alpha q \vec{r}/r = \mathrm{const}$

197 $r_\infty = m v_0/\sqrt{\gamma^2 + q^2 B^2}$

198 $\langle v \rangle = \frac{E}{B}\left(\frac{\beta}{2\omega} + 2\pi\frac{\beta^2}{\omega^2}\right)$, $\beta = 2\gamma/m$, $\omega = \sqrt{\frac{q^2B^2+\gamma^2}{m^2}} \approx \frac{qB}{m}$

199 $v_0 = 2qB_0/(mk)$

200 $B = \frac{b}{b^2-a^2}\sqrt{\frac{8mU}{e}}$

201 $\omega = \sqrt{F/ml}$

202 $\omega = \sqrt{\frac{F(r+l)}{rml}}$

203 $\omega = \cos\beta\sqrt{2k/m}$

204 $\omega = \sqrt{3g/2l + 3k/m}$

205 $T = 2\pi\sqrt{\frac{20ml}{9kl-24mg}}$, при $k > 24mg/9l$

206 $\omega_x = \sqrt{2k/m}$, $\omega_y = \sqrt{\frac{2k\Delta l}{m(l+\Delta l)}}$, $\Delta l = l/3$

207 $\omega = \sqrt{k_2/m_2}$

208 $x^2 = A^2\frac{\omega_0^4+4\beta^2\omega^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}$, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, $\beta = b/2m$

209 $\omega^2 = \frac{2\nu R S^2}{mV^2}T$

210 $T = 2\pi\sqrt{\frac{ML}{p_0 S+Mg}}$

211 $T = \pi\sqrt{2V/Sg}$

212 $T = 2\pi\sqrt{H/g(1+\cos\alpha)}$

213 $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, $T = 2(\pi+1)\sqrt{L/g}$

214 $\omega = \sqrt{2\alpha/mR^2 - (\pi\eta R^2/m)^2}$

215 одно колебание

216 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g(1+m/M)}}$

217 На расстоянии 5 см от вершины треугольника

218 $\alpha(t) = A\cos(\sqrt{\sqrt{a^2+g^2}/l}t) + \alpha_0$, $\alpha_0 = \arctan(a/g)$

219 1) $v = \sqrt{3gh}$; 2) $\nu = 0.25\sqrt{3g/h}$

220 $ml\varphi'' + (mg - m\omega^2 A\cos\omega t)\varphi = 0$, $\omega^2 = T_0(S_1+S_2)/mS_1S_2$

221 1) $A = qUL/d$; 2) $T = 2\pi\sqrt{\frac{mLd}{2qU}}$; 3) $v_0 = \sqrt{\frac{qUL}{md}}$

222

223 $q_{\max} = \frac{CU}{2}\sqrt{2 - \cos^2\left(\sqrt{\frac{2}{LC}}\tau\right)}$

224 $I_{\max} = U\sqrt{\frac{C}{2L}}$, $T = 2\pi\sqrt{2LC}$

225 $q = \frac{q_0}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

226 $\omega = 1/\sqrt{3LC}$

227 $\omega = 1/\sqrt{LC}$

228 $I(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{R}\sin\omega t$

229 $L = R^2C$, $\tan\varphi = -\omega RC$