



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

CONTROLE DE ATITUDE E POSIÇÃO PARA UM QUADRICÓPTERO

LUIZ GUILHERME CORREA LOURO

Orientador: Prof. Dr. Tales Argolo Jesus
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

BELO HORIZONTE
JULHO DE 2015

LUIZ GUILHERME CORREA LOURO

**CONTROLE DE ATITUDE E POSIÇÃO PARA UM
QUADRICÓPTERO**

Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso apresentada
ao Curso de Engenharia de Computação do Centro
Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

Orientador: Prof. Dr. Tales Argolo Jesus
Centro Federal de Educação Tecnológica
de Minas Gerais – CEFET-MG

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
BELO HORIZONTE
JULHO DE 2015

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Curso de Engenharia de Computação

Avaliação do Trabalho de Conclusão de Curso

Aluno: Luiz Guilherme Correa Louro

Título do trabalho: Controle de atitude e posição para um quadricóptero

Data da defesa: 24/06/2015

Horário: 17h00min

Local da defesa: Sala 401, Departamento de Computação (DECOM), CEFET-MG Campus II

O presente Trabalho de Conclusão de Curso foi avaliado pela seguinte banca:

Prof. Dr. Tales Argolo Jesus – Orientador
Departamento de Computação
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

Prof. Dr. Paulo Eduardo Maciel de Almeida – Membro da banca de avaliação
Departamento de Computação
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

Prof. Msc. Ramon da Cunha Lopes – Membro da banca de avaliação
Departamento de Computação
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais – CEFET-MG

Resumo

As diversas possibilidades de aplicações práticas e a maior acessibilidade a componentes eletrônicos e a recursos computacionais nas últimas décadas contribuíram para o aumento do número de estudos sobre Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs). Em aplicações como missões militares, vigilância, reconhecimento de regiões e transporte de objetos em áreas de difícil acesso para humanos é necessário que o veículo possa ser controlado remotamente e que tenha um grau de autonomia. Assim, neste trabalho busca-se implementar um sistema de controle de um quadricóptero para garantir a sua estabilidade e bom desempenho durante o voo. O sistema desenvolvido neste trabalho utiliza a estratégia de controle em cascata e está dividido em duas malhas. A malha interna controla a altitude e atitude do veículo enquanto a malha externa controla sua posição. O controlador Proporcional Integral Derivativo (PID), combinado com técnicas de sintonia dos seus ganhos, é utilizado internamente em cada malha para controlar os parâmetros do veículo. Para simulação do sistema de controle utiliza-se o modelo matemático do quadricóptero derivado a partir das leis da mecânica para translação e rotação de corpos rígidos. Os resultados experimentais, obtidos por meio de simulação computacional, mostram que ao receber um comando de trajetória, alcançam-se os valores de referência de forma satisfatória. Esses resultados evidenciam que o sistema de controle implementado pode ser utilizado para a estabilização e rastreamento de posição de um quadricóptero.

Palavras-chave: Quadricóptero. Controle PID. Controle em cascata.

Abstract

The various possibilities for practical applications and greater accessibility to electronic components and computing resources over the past decades, contributed to the increasing number of studies on Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). In applications such as military missions, surveillance, reconnaissance of regions and transport of objects in hard to reach areas for humans, vehicle remote control and autonomy are necessary. Thus, this study seeks to implement a control system for a quadcopter to ensure its stability and good performance during flight. The system developed in this work uses a cascade control strategy and is divided into two loops. An inner loop controls the altitude and attitude of the vehicle while the outer controls its position. Proportional Integral Derivative (PID) controller, combined with techniques for tuning its parameters, is used internally in each loop to control vehicle parameters. To simulate the control system a quadcopter mathematical model is developed, which is derived from mechanics laws for translation and rotation of a rigid body. Experimental results obtained through computer simulation show that upon receiving a command trajectory, the desired values are satisfactorily reached. These results show that the implemented control system can be used for stabilization and position tracking of a quadcopter.

Keywords: Quadcopter. PID control. Cascade control

Lista de Figuras

Figura 1 – Exemplo de um quadricóptero.	1
Figura 2 – Movimento do quadricóptero. (a) Movimento ascendente vertical. (b) Movimento descendente vertical. (c) Guinada sentido anti-horário. (d) Guinada sentido horário. (e) Movimento para direita . (f) Movimento para esquerda. (g) Movimento para trás. (h) Movimento para frente.	8
Figura 3 – Modelo do quadricóptero.	9
Figura 4 – Estrutura de um controlador PID.	11
Figura 5 – Dados utilizados para o cálculo da ação de um controlador PID, com T_d sendo o tempo de amostragem.	12
Figura 6 – Arquitetura do sistema de controle.	14
Figura 7 – Controle de altitude e atitude.	16
Figura 8 – Controle de posição.	17
Figura 9 – PID com derivativo na saída do sistema.	21
Figura 10 – Estrutura do controlador utilizando módulo de escalonamento de ganho.	22
Figura 11 – Ferramenta PID Tuner do MATLAB® para sintonia do controlador PID.	24
Figura 12 – Resposta do sistema de controle de altitude com valor de referência igual a -2 metros.	25
Figura 13 – Resposta do sistema de controle para perfil de altitude.	26
Figura 14 – Resposta do sistema de controle para os ângulos de atitude. (a) $\phi = 5$ graus; (b) $\theta = 5$ graus; (c) $\psi = 5$ graus	27
Figura 15 – Resposta do controlador para $x = 2$ metros.	28
Figura 16 – Resposta do controlador para $y = 2$ metros.	28
Figura 17 – Rastreamento de trajetória.	29
Figura 18 – Rastreamento de trajetória. (a) Coordenada x ; (b) Coordenada y ; (c) Coordenada z	30
Figura 19 – Rastreamento de trajetória.	31
Figura 20 – Comparação entre respostas do sistema utilizando PID e PID + escalonamento de ganho.	32

Lista de Símbolos

ϕ	Ângulo de rolamento
θ	Ângulo de arfagem
ψ	Ângulo de guinada
ω_i	Velocidade angular da hélice do i -ésimo motor
τ_i	Torque gerado pela i -ésima hélice em relação ao eixo z
F_i	Força de empuxo produzida pela i -ésima hélice
J	A matriz de inércia em relação ao referencial do corpo
$R \in SO(3)$	A matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial inercial
Ω	A velocidade angular no referencial do corpo
M	Vetor de momento total no referencial do corpo
d	Distância do centro de massa até o centro de cada motor
m	Massa total do quadricóptero
r	Vetor posição do centro de massa no referencial inercial
v	Vetor velocidade do centro de massa no referencial inercial
g	Aceleração da gravidade

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Relevância	2
1.2 Objetivos	3
1.2.1 Objetivo Geral	3
1.2.2 Objetivos Específicos	3
1.3 Organização do documento	4
2 – Trabalhos Relacionados	5
3 – Fundamentação Teórica	7
3.1 Modelagem matemática do quadricóptero	7
3.1.1 Princípio de funcionamento	7
3.1.2 Modelo dinâmico	7
3.2 Controle PID	11
4 – Metodologia	13
4.1 Sistema de Controle	13
4.1.1 Malha interna (Controle de Altitude e Atitude)	14
4.1.2 Malha externa (Controle de posição)	17
4.1.3 Cálculo da velocidade angular para os motores	19
4.1.4 Simulação da dinâmica do sistema a ser controlado	19
4.2 Implementação do controlador PID	20
4.3 Tratamento de perturbações no sistema	21
4.4 Planejamento dos experimentos	22
5 – Resultados	24
5.1 Resultados para o controle de altitude e atitude	24
5.2 Controle de posição	26
5.3 Escalonamento de ganho	32
6 – Conclusão	34
6.1 Trabalhos futuros	34
Referências	36

1 Introdução

Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) são aeronaves que não dependem de um ser humano em seu interior para pilotá-las. Essas aeronaves podem ser controladas remotamente ou possuir um certo grau de autonomia, sendo utilizadas tanto em ambientes externos como internos. Nas últimas décadas o número de pesquisas envolvendo veículos aéreos não tripulados aumentou consideravelmente, devido às diversas possibilidades de aplicações práticas, como por exemplo nas áreas de vigilância, militar e reconhecimento de regiões de difícil acesso (RYAN; HEDRICK, 2005; GADDA; PATIL, 2013).

Neste trabalho é estudado um quadricóptero, o qual é um VANT capaz de realizar decolagem e pouso vertical. Ele possui dois pares de hélices de passo fixo e rotações contrárias, localizadas em quatro vértices equidistantes da plataforma central da aeronave (LEE et al., 2010). Na Figura 1 pode ser observado um exemplo desse tipo de aeronave. O grande interesse em quadricópteros decorre do fato de que outros tipos de VANTs, como helicópteros, dependem de controles mecânicos complexos para serem direcionados, o que é feito de maneira mais simples no quadricóptero, dependendo apenas da alteração da velocidade dos quatro motores.



Figura 1 – Exemplo de um quadricóptero.

Fonte: <http://aeroquad.com>

Em diversas aplicações envolvendo quadricópteros é importante garantir um grau de autonomia para que a tarefa possa ser realizada; por exemplo, seguir comandos de trajetória para monitorar uma área ou transportar objetos para lugares que um ser humano não alcançaria facilmente. Para atingir essa autonomia, técnicas de controle de sistemas dinâmicos são utilizadas. Devido a sua modelagem complexa, várias técnicas

de controle, lineares e não lineares, são aplicadas na busca de se atingir melhor estabilidade e autonomia (CHEE; ZHONG, 2013; LEE et al., 2010; MIN et al., 2011; POUNDS et al., 2012).

O aumento da popularidade dos VANTs possibilitou a existência de projetos *open-source* que disponibilizam para uma comunidade de desenvolvedores esquemas de *hardware*, código e projetos para montagem e controle de um quadricóptero. Esses recursos são disponibilizados sob licenças de projetos *open-source* como a General Public License (GPL) (LIM et al., 2012). Esses projetos podem ser utilizados para pesquisa, facilitando a replicação e extensão dos resultados de outros pesquisadores e criando uma base para comparação entre várias abordagens. Os esforços para modelagem e controle do quadricóptero podem ser aproveitados e pode-se concentrar somente em uma característica ou funcionalidade específica que se queira implementar.

Neste trabalho será abordado o problema do controle de atitude e posição para um quadricóptero. A palavra atitude é usada para indicar as medidas dos ângulos de rolamento, arfagem e guinada da aeronave em relação a um referencial inercial. Em outras palavras, atitude é o mesmo que a orientação do quadricóptero no espaço. Para a simulação do quadricóptero utiliza-se um modelo que apresenta 4,544 kg de massa e 0,35 m de comprimento para cada um dos quatro braços. O método proposto para solução desse problema será a implementação de um controlador em cascata. Com o sistema proposto, procura-se solucionar o problema de rastreamento de posição. O sistema também pode ser utilizado para regulação dos ângulos de atitude, por exemplo, quando deseja-se que o quadricóptero permaneça pairando no ar.

1.1 Relevância

Quadricópteros são utilizados em diversos tipos de aplicações, tais como missões militares, vigilância, inspeção de obras e plantações, reconhecimento e transporte de objetos em áreas de difícil acesso para humanos. Para todas essas aplicações é necessário se implementar a autonomia da aeronave para pairar em uma altura desejada, seguir uma trajetória e/ou evitar obstáculos.

Bouktir et al. (2008) abordam o problema de planejamento de trajetória, buscando encontrar o tempo mínimo de planejamento por meio de técnicas de otimização não linear e considerando restrições do ambiente no qual um quadricóptero esteja operando. Ryan e Hedrick (2005) desenvolvem um algoritmo para planejamento de trajetória combinado com um sistema de piloto automático. Dessa forma buscam possibilitar a assistência de quadricópteros à pesquisa marítima e missões de resgate da guarda costeira, considerando que um quadricóptero voe ao lado de um helicóptero tripulado enquanto procura por alvos na água com o auxílio de uma câmera infravermelha.

Como citado acima, em alguns casos se deseja que objetos sejam transportados para lugares que um ser humano não alcançaria facilmente, por isso pode-se desejar que o quadricóptero responda a mudanças no peso de sua carga. Um controle que responda a mudanças no peso também pode ser útil para adição de novos componentes ao veículo, como uma câmera. [Pounds et al. \(2012\)](#) analisam a estabilidade de atitude quando uma carga é adicionada instantaneamente à aeronave mudando a localização do centro de massa do sistema. O quadricóptero é estabilizado com um controlador PID, que tem sua resposta ao degrau testada.

Outra área na qual se verifica o uso de quadricópteros é a pesquisa acadêmica em robótica, tendo relevância como plataforma para estudos e aplicação da teoria de controle e também em prototipagem eletrônica, como por exemplo o desenvolvimento de placas para controle de voo utilizando Arduino. Como é mostrado em [Lim et al. \(2012\)](#) existem vários projetos *open-source* que podem ser utilizados na pesquisa envolvendo quadricópteros e seu comportamento, trazendo benefícios que permitem o desenvolvimento de projetos de pesquisa de maneira mais rápida e barata.

O controle de um quadricóptero é essencial para o seu uso nas diversas aplicações citadas acima, sendo necessário seguir comandos de trajetória e permanecer estável quando pairando no ar. Portanto, sem um controle eficiente de posição e atitude não é possível explorar todas as possibilidades de aplicação para um quadricóptero.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo o projeto e a aplicação de uma estratégia de controle que vise a estabilização e o rastreamento de atitude e posição de um quadricóptero. Espera-se que o sistema projetado seja robusto a perturbações externas, como variações no peso da aeronave ao carregar um objeto.

Serão realizados experimentos numéricos para verificação do funcionamento e sintonia dos parâmetros do controle projetado.

1.2.2 Objetivos Específicos

Neste trabalho, busca-se atingir os seguintes objetivos específicos:

- Modelagem matemática de um quadricóptero para possibilitar a sua simulação em um ambiente computacional.
- Projeto de um controle de altitude e atitude do tipo PID.

- Projeto de um controle de posição do tipo PD em cascata com o controle de atitude, que seja robusto a alterações de peso;
- Implementação da simulação para projeto e validação do sistema de controle em cascata.

1.3 Organização do documento

O Capítulo 2 apresenta trabalhos relacionados a VANTs, abordando algumas das técnicas de controle utilizadas. A fundamentação teórica é apresentada no Capítulo 3, contendo os conceitos necessários para a realização desse trabalho. No Capítulo 4 são descritas as etapas da modelagem e implementação do sistema de controle. Os resultados são apresentados no Capítulo 5. No Capítulo 6 apresentam-se as conclusões e são propostos trabalhos futuros.

2 Trabalhos Relacionados

Neste capítulo são apresentados trabalhos relacionados com a modelagem e o controle de um VANT do tipo quadricóptero. São abordadas técnicas para o controle de atitude, altitude e posição e também a modelagem da dinâmica e da cinemática da aeronave. Essa revisão tem como objetivo a aquisição de conhecimento sobre as possíveis técnicas e metodologias presentes na literatura.

Uma parte essencial do processo de desenvolvimento do sistema de controle de um quadricóptero é o estudo e a modelagem matemática do seu comportamento. No trabalho de [Lee et al. \(2010\)](#), métodos geométricos são usados para projeto e análise de controladores não lineares que são capazes de realizar manobras acrobáticas complexas. A modelagem do quadricóptero é expressa no espaço matemático definido pelo grupo Euclidiano especial SE(3). A dinâmica dos motores e hélices não é considerada, o que simplifica o processo de modelagem. Os autores desenvolvem uma arquitetura de controle híbrida com diferentes modos de voo, sendo eles: modo de voo com controle de atitude, controle de posição e controle de velocidade. É demonstrado por meio de simulações que ao intercalar os três modos de controle de voo o quadricóptero pode realizar manobras acrobáticas complexas.

No estudo de [Vianna Junior et al. \(2013\)](#) é desenvolvido o controle para um VANT de pequenas proporções com o objetivo de capturar imagens e vídeos aéreos de alta definição. O modelo matemático dos quatro motores e da estrutura do quadricóptero é definido por meio de técnicas de identificação de sistemas com a finalidade de se obter uma representação fiel ao sistema real, assim facilitando a fase de sintonia do controlador por intermédio de simulações. Para estabilização do quadricóptero, quatro controladores PID são implementados, um para cada ângulo de atitude (rolamento, arfagem e guinada) e um para a altitude. Na sintonia do controle PID é utilizada a técnica de alocação de pólos, que posiciona os pólos do sistema em locais que resultem em um bom desempenho em malha fechada. São apresentados os resultados para o controle dos ângulos de rolamento e arfagem, que na simulação computacional apresentam estabilidade e respostas sem atraso e sobressinal. Quando analisados os resultados no protótipo do quadricóptero, o comportamento foi parecido com o apresentado na simulação, com exceção da presença de ruídos.

Em [Nagaty et al. \(2013\)](#) o problema de estabilização e navegação de um quadricóptero é abordado utilizando-se uma arquitetura de controle de ciclo aninhado (em cascata), na qual o ciclo interno controla, por meio de um controle de rastreamento *Backstepping*, a atitude, a altitude e a direção. Já para o ciclo externo, é desenvolvido um controlador PD com uma função de saturação, o qual regula a posição e a velocidade

da aeronave. Devido à técnica de controle escolhida, os modelos cinemático e dinâmico do quadricóptero são desenvolvidos separadamente; nessa abordagem a dinâmica dos motores é considerada para alcançar melhor desempenho. Para testar a técnica proposta, um *framework* de simulação é desenvolvido, baseando-se no simulador de robótica 3D *open-source* Gazebo ¹ e na biblioteca ODE ². Os autores demonstram o funcionamento do controle implementado por meio de um comando de decolagem, rastreamento de trajetória e aterrissagem. A trajetória alvo é seguida pelo quadricóptero, como esperado.

Um estudo comparativo de técnicas de controle é realizado por Min et al. (2011), abordando a regulação da altitude de um quadricóptero com o peso total da estrutura desconhecida. Para efetuar esse controle é aplicada uma abordagem adaptativa e robusta (Adaptive Robust Control - ARC), sendo a massa estimada para então ser usada no controle de altitude. O controle ARC é validado por meio de uma comparação com um controlador PID, apresentando um desempenho melhor quando os parâmetros do modelo são incertos, como é o caso quando se varia a massa da aeronave.

Como é evidenciado nos trabalhos acima, existem várias técnicas de controle e diferentes formas de se modelar um quadricóptero. A escolha do método a ser utilizado depende dos requisitos do sistema escolhido. Neste trabalho, o controlador PID foi escolhido, por apresentar bons resultados e ser extensamente utilizado e testado, como em (CHEE; ZHONG, 2013; MIN et al., 2011; POUNDS et al., 2012) e em alguns dos trabalhos descritos acima.

¹ Gazebo 3D Robotics Simulator disponível online (<http://playerstage.sourceforge.net/gazebo/gazebo.html>).

² Open Dynamics Engine Library disponível online (<http://www.ode.org/>).

3 Fundamentação Teórica

Neste capítulo são apresentados os conceitos necessários para o desenvolvimento desse trabalho, detalhando o funcionamento e a modelagem matemática do quadricóptero, além de proporcionar uma introdução aos conceitos envolvidos no controle do sistema.

3.1 Modelagem matemática do quadricóptero

3.1.1 Princípio de funcionamento

Em um quadricóptero os dois motores na extremidade de um braço rotacionam no sentido horário, enquanto os outros dois rotacionam no sentido anti-horário. Dessa maneira, o efeito de torque é cancelado e o quadricóptero permanece parado no ar quando os comandos são iguais para todos os motores. Os motores geram uma força de propulsão de acordo com suas velocidades angulares $(\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4)$, portanto a movimentação do quadricóptero é determinada pela variação dessas velocidades. A [Figura 2](#) exemplifica as combinações de variação na velocidade angular para movimentar o quadricóptero no espaço. Ao se aumentar igualmente a velocidade angular dos motores, o quadricóptero irá ganhar altitude, ou perder caso a velocidade seja diminuída. Para realizar rotações no sentido anti-horário em torno do eixo vertical perpendicular ao plano do quadricóptero, basta aumentar a velocidade dos motores (1,3) e diminuir (2,4); já no sentido horário, deve-se fazer o inverso. Caso se desejem movimentos na horizontal, deve-se aumentar a velocidade de um motor e diminuir na mesma medida a velocidade do motor oposto, além da velocidade do outro par de motores ser mantida constante.

3.1.2 Modelo dinâmico

O quadricóptero é estudado como um sistema de corpo rígido, representado na [Figura 3](#). Os ângulos de rolamento (ϕ), arfagem (θ) e guinada (ψ) representam os ângulos formados nas rotações em relação aos eixos x, y e z , respectivamente. Esse sistema possui 6 graus de liberdade $(\phi, \theta, \psi, x, y, z)$ e 4 atuadores, que são os motores, sendo assim caracterizado como um sistema subatuado. O movimento de rotação das hélices gera uma força de empuxo F_i proporcional às velocidades angulares ω_i .

A modelagem matemática do quadricóptero desenvolvida nesse trabalho é baseada na abordagem apresentada em [Lee et al. \(2010\)](#). É definido um referencial inercial o formado pelos vetores ortogonais x_o, y_o e z_o e um referencial fixo no corpo

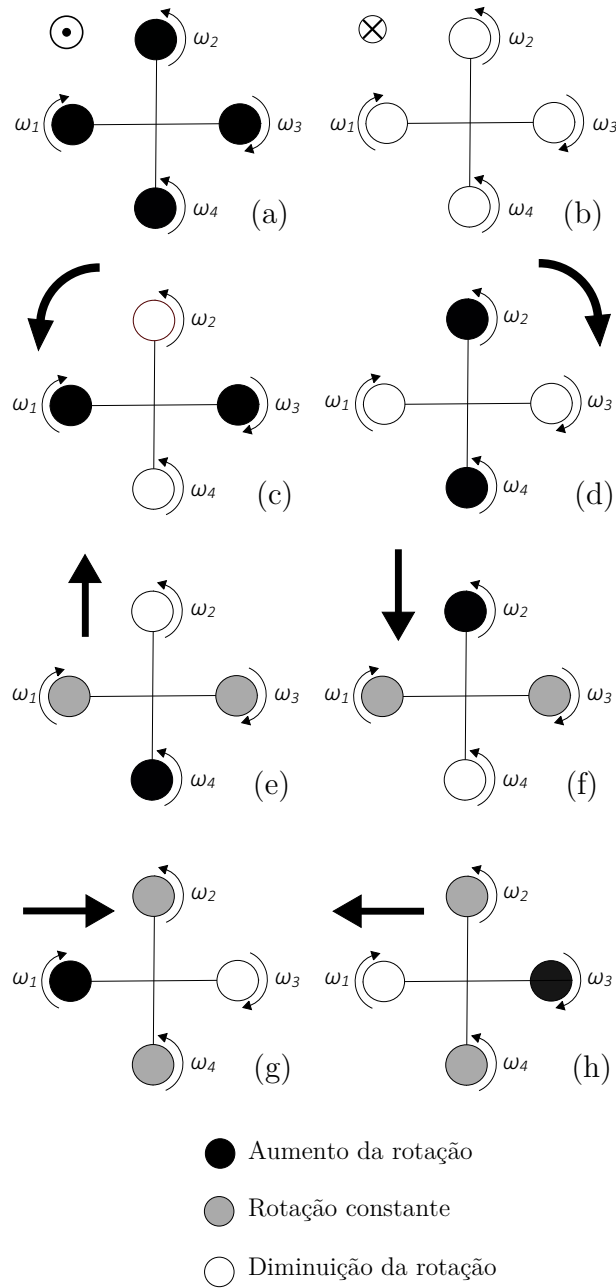


Figura 2 – Movimento do quadricóptero. (a) Movimento ascendente vertical. (b) Movimento descendente vertical. (c) Guinada sentido anti-horário. (d) Guinada sentido horário. (e) Movimento para direita. (f) Movimento para esquerda. (g) Movimento para trás. (h) Movimento para frente.

da aeronave, o qual possui sua origem localizada no centro de massa do veículo e é formado pelos vetores x_b , y_b e z_b . Ambos os referenciais seguem o sistema de referência NED (*North-East-Down*), no qual o eixo x aponta para o norte, o y para o leste e o z para baixo. A escolha do eixo z para baixo é comum na modelagem de aeronaves (STEVENSON, 1992).

A localização do centro de massa e a atitude em relação ao referencial inercial

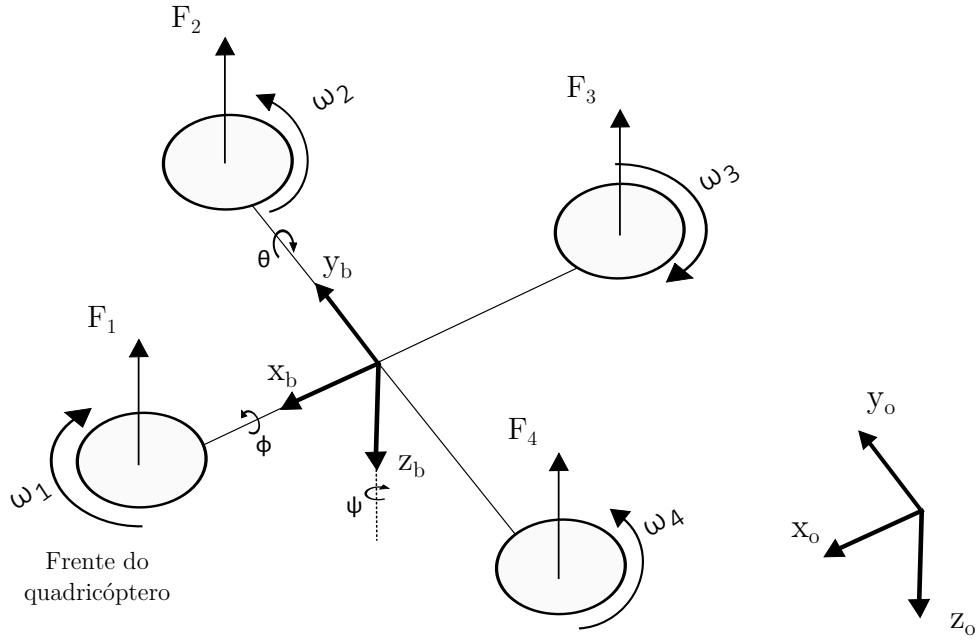


Figura 3 – Modelo do quadricóptero.

definem a configuração do quadricóptero. O espaço de configurações do sistema é o grupo Euclidiano especial $SE(3)$, o qual é formado pelo produto semidireto entre o \mathbb{R}^3 , no qual se representa a posição do centro de massa, e o grupo ortogonal especial $SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} | R^T R = I, \det(R) = 1\}$, no qual se representa a atitude do quadricóptero. R é a matriz de rotação do referencial do corpo para o referencial inercial, sendo suas colunas os vetores da base do referencial do corpo representados no referencial inercial.

A orientação relativa de dois sistemas de coordenadas ortogonais pode ser especificada por três ângulos independentes, os quais são chamados ângulos de Euler e são extensamente utilizados na análise da dinâmica de corpos rígidos (PIO, 1966). A matriz de rotação R é parametrizada em termos dos ângulos de Euler, determinando a orientação de um corpo rígido através de uma sequência de rotações em torno dos três eixos do referencial do corpo. R é dada por:

$$R(\phi, \theta, \psi) = R_z(\psi)R_y(\theta)R_x(\phi) \quad (1)$$

Sendo:

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

Logo:

$$R(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \phi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

A ordem de rotação utilizada para gerar a matriz R é a de rolamento (ϕ) seguida por arfagem (θ) e depois guinada (ψ) em torno dos eixos x , y e z do referencial do corpo respectivamente.

Na modelagem de [Lee et al. \(2010\)](#) algumas convenções são adotadas em relação aos motores e às hélices e também em relação à força e ao torque que eles exercem no quadricóptero. É suposto que o empuxo de cada hélice é diretamente controlado, não considerando-se a dinâmica dos motores, e que sua direção é normal ao plano do quadricóptero. O empuxo total agindo no sistema é $F = \sum_{i=1}^4 F_i$, sendo ele positivo quando o vetor do empuxo total age ao longo de $-\vec{z}$. O vetor de empuxo total no referencial inercial é dado por $-FRz_o \in \mathbb{R}^3$. Também é suposto que o torque gerado pela hélice i ao longo de $-\vec{z}$ é diretamente proporcional ao seu empuxo e é definido por $\tau_i = (-1)^i c_{\tau f} F_i$, para uma contante $c_{\tau f}$.

Considerando-se essas suposições, o vetor do momento no referencial fixo do corpo é dado por:

$$M = [d(F_2 - F_4), d(F_1 - F_3), c_{\tau f}(-F_1 + F_2 - F_3 + F_4)] \quad (4)$$

As equações de movimentação do quadricóptero podem ser definidas como:

$$\dot{r} = v, \quad (5)$$

$$m\dot{v} = mgz_o - FRz_o, \quad (6)$$

$$\dot{R} = R\hat{\Omega}, \quad (7)$$

$$J\dot{\Omega} + \Omega \times J\Omega = M, \quad (8)$$

em que a posição do centro de massa no referencial inercial é representada por $r = [x \ y \ z]^T$ e sua velocidade é representada por $v = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$. A velocidade angular é

definida por Ω e a matriz de inércia por J , ambas em relação ao referencial do corpo. A massa total do quadricóptero é representada por m . O *hat map* $\hat{\cdot}$ é definido como:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

para $x = [x_1 \ x_2 \ x_3] \in \mathbb{R}^3$, como visto em [Lee et al. \(2010\)](#).

3.2 Controle PID

O controle PID (Proporcional Integral Derivativo) é a técnica mais comum em sistemas de controle, sendo que mais da metade dos controladores industriais são controladores PID ou uma variação do mesmo ([OGATA, 2010](#)). Essa técnica é extensamente utilizada, pois apresenta uma estrutura simples, bom desempenho em vários processos e os ganhos PID podem ser sintonizados mesmo sem se conhecer o modelo específico do sistema controlado.

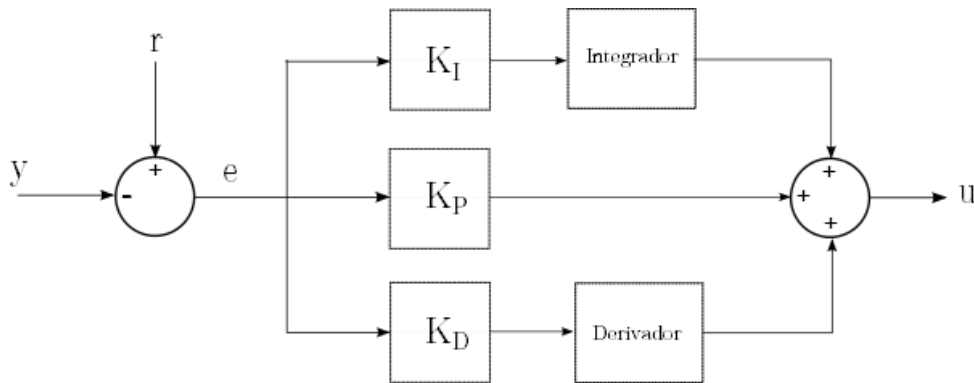


Figura 4 – Estrutura de um controlador PID.

A estrutura de um controlador é representada na [Figura 4](#), onde o valor do erro e é definido como $e = r - y$, com r representando o sinal de referência e y a saída do sistema que se deseja controlar. O sinal de controle u é o resultado da soma das ações proporcional, integral e derivativa. Ele é dado por:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (10)$$

onde K_P , K_I e K_D são os ganhos aplicados às ações proporcional, integral e derivativa, respectivamente.

Para se controlar um sistema com um controlador PID, são utilizados o passado, o presente e uma previsão do futuro do erro de controle, como mostrado na [Figura 5](#). A

parte proporcional do controlador utiliza o valor presente do erro, a integral considera a soma acumulada dos erros passados e a derivativa age em função de uma previsão do erro futuro. Por meio da soma desses três componentes o controlador busca minimizar o erro ajustando o sinal de controle na entrada do sistema.

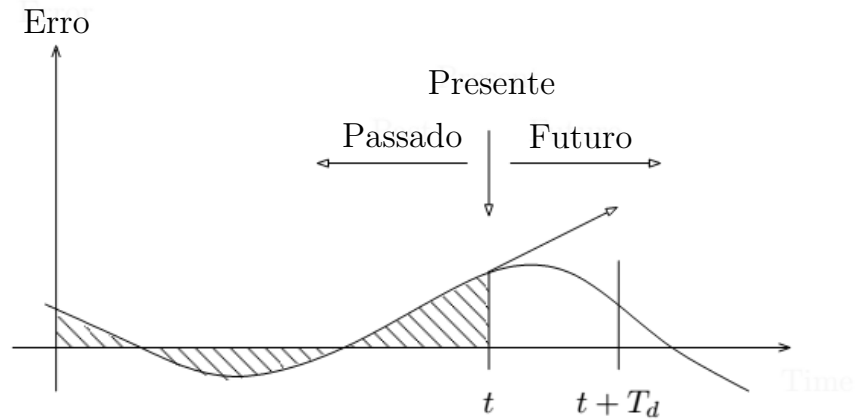


Figura 5 – Dados utilizados para o cálculo da ação de um controlador PID, com T_d sendo o tempo de amostragem.

Fonte: Adaptado de [Astrom e Murray \(2008\)](#).

4 Metodologia

Neste capítulo é descrita a metodologia utilizada no desenvolvimento do sistema de controle implementado neste trabalho. A arquitetura do sistema é apresentada e cada uma das etapas do processo de controle é explicada. Primeiramente é detalhada a implementação de um controlador em cascata dividido em uma malha externa, a qual controla a posição da aeronave e gera referências de atitude e altitude, e uma malha interna que é responsável pela estabilização da altitude e atitude gerando como saída os sinais de controle para cada um dos motores. Em seguida, é apresentado como as saídas do controle são transformadas em sinais de referência para os motores do quadricóptero e como a dinâmica do objeto de estudo foi simulada. Finalmente é aplicada uma técnica de controle para melhorar a resposta do controlador quando sujeito a perturbações na massa do sistema. O planejamento dos experimentos é apresentado na última seção da metodologia.

4.1 Sistema de Controle

Podemos dizer que o quadricóptero é um sistema subatuado, pois possui 6 graus de liberdade ($\phi, \theta, \psi, x, y, z$) e 4 atuadores. Desse modo não se consegue controlar diretamente todas as variáveis do sistema. Nesse trabalho a abordagem de controle em cascata é utilizada para contornar essa limitação. Analisando-se as Equações (6) e (8), identifica-se que a movimentação rotacional é independente da translacional, porém o contrário não é correto. Assim, pode-se projetar uma malha de controle interna para se garantir o rastreamento da altitude e atitude desejada e uma malha externa para controlar a posição durante o voo (NAGATY et al., 2013). Configurações similares de controle em cascata são utilizadas nos trabalhos (MICHAEL et al., 2010; RAFFO et al., 2014; BOUABDALLAH; SIEGWART, 2007).

A Figura 6 mostra a arquitetura do sistema implementado neste trabalho. Valores de referência são passados para o controle de posição que calcula os ângulos desejados de rolamento e arfagem, então a partir das quatro referências de entrada o controle de atitude e altitude gera os sinais de saída U_i que são transformados em comandos de controle para cada motor de acordo com as equações que determinam F e M_i . Após receber os comandos de velocidade dos motores, as variáveis de configuração do quadricóptero são retornadas e passadas para os blocos de controle. O ciclo externo para controle de posição é simulado a uma frequência de 100Hz, já o ciclo interno roda a 1kHz. A seguir serão descritas cada uma das etapas apresentadas acima.

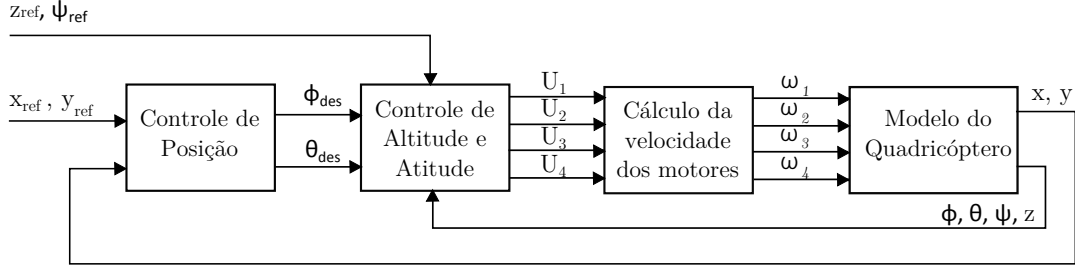


Figura 6 – Arquitetura do sistema de controle.

4.1.1 Malha interna (Controle de Altitude e Atitude)

Antes de se implementar o controle de posição é necessário que a malha interna seja desenvolvida, pois esse bloco será o responsável por agir diretamente no modelo do quadricóptero. Essa malha é responsável por controlar a posição z e os ângulos de atitude. Supondo que ao controlar a posição em z os ângulos de atitude quase não variam, chega-se a:

$$m\ddot{z} = mg - F. \quad (11)$$

A partir da equação acima, percebe-se que é possível controlar a altitude de forma desacoplada pela força total exercida pelos motores. Define-se como ação de controle a variável $\Delta F(t) = mg - F$, pois a condição de voo pairado corresponde à posição de equilíbrio, em que F e mg são iguais. A definição dessa variável permite que a equação diferencial não linear (11) se transforme na equação diferencial linear:

$$m\ddot{z} = \Delta F(t). \quad (12)$$

Para aplicar a técnica de controle PID para atitude é necessário que se façam algumas simplificações na dinâmica do quadricóptero, sendo elas descritas abaixo.

A variação nos ângulos de Euler $\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ não são correspondentes às velocidades angulares do corpo Ω , podendo ser encontradas a partir de (BOUABDALLAH, 2007):

$$\Omega = R_r \dot{\eta}. \quad (13)$$

onde

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Em condições de voo pairado assume-se que $R_r \approx I_{3 \times 3}$, onde I é a matriz identidade. Assim, considera-se que $\Omega \approx \dot{\eta}$ o que facilita o desenvolvimento das equações referentes a dinâmica rotacional do quadricóptero.

Nesse trabalho considerou-se que a aeronave é simétrica em relação aos três eixos, portanto a matriz de momento de inercia é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Desenvolvendo a [Equação \(8\)](#) chega-se às equações que determinam a dinâmica dos ângulos de atitude:

$$J_x \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) + d(F_2 - F_4), \quad (16)$$

$$J_y \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (J_z - J_x) + d(F_1 - F_3), \quad (17)$$

$$J_z \ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} (J_x - J_y) - (-1)^i \sum_{i=1}^4 \tau_i, \quad (18)$$

onde ϕ , θ e ψ são os ângulos de rolamento, arfagem e guinada e d é a distancia do centro de massa do quadricóptero até um motor. J_x , J_y e J_z são os momentos de inércia em torno dos eixos x , y e z e $(-1)^i \sum_{i=1}^4 \tau_i$ é a diferença do contra torque produzida pela rotação dos motores.

Percebe-se que a variação de cada ângulo está acoplada a outras variáveis do sistema. Para projetar o controlador é necessário simplificar essas equações. Assim como em [Bouabdallah \(2007\)](#) e [Michael et al. \(2010\)](#), considera-se que a influência das forças dos motores é mais relevante do que os outros efeitos associados à dinâmica rotacional. Desse modo supõe-se que:

$$\ddot{\phi} \approx \frac{d}{J_x} (F_2 - F_4), \quad (19)$$

$$\ddot{\theta} \approx \frac{d}{J_y}(F_1 - F_3), \quad (20)$$

$$\ddot{\psi} \approx \frac{b}{J_z}(-F_1 + F_2 - F_3 + F_4). \quad (21)$$

Após essas simplificações consegue-se eliminar o acoplamento entre as variáveis relacionadas à atitude, o que possibilita implementar para cada ângulo de atitude um controlador para um sistema de segunda ordem. A [Figura 7](#) mostra a estratégia utilizada nessa fase do processo de controle.

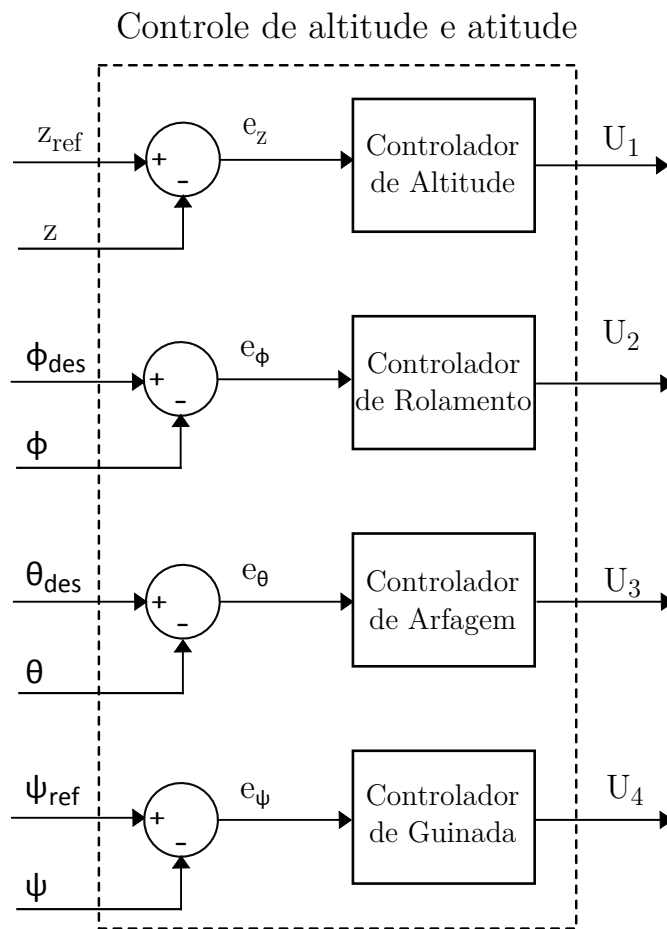


Figura 7 – Controle de altitude e atitude.

O desacoplamento entre as variáveis possibilita que sejam usados quatro controladores em paralelo. O controle de cada ângulo é feito por meio de um controlador PID que tem como entrada o erro e , dado pela diferença entre o valor de referência e o valor atual da variável sendo controlada. Esse bloco gera os sinais de controle U_i , os quais são

descritos pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned} U_1 &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \\ U_2 &= F_2 - F_4, \\ U_3 &= F_1 - F_3, \\ U_4 &= -F_1 + F_2 - F_3 + F_4. \end{aligned} \quad (22)$$

4.1.2 Malha externa (Controle de posição)

O movimento do quadricóptero em x e y depende dos ângulos de atitude, portanto o controlador de posição gera os ângulos desejados de rolamento (ϕ_{des}) e arfagem (θ_{des}) para alcançar os valores de x_{ref} e y_{ref} , como mostrado na [Figura 8](#). Considera-se que o ângulo de guinada (ψ) é fixo.

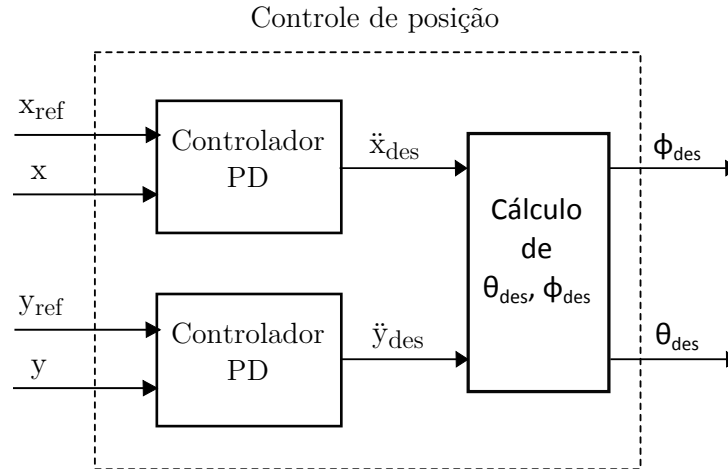


Figura 8 – Controle de posição.

A partir da [Equação \(6\)](#) chega-se às equações diferenciais para a aceleração em x e y :

$$\ddot{x}_{des} = -F(\sin(\phi_{des})\sin(\psi) + \cos(\phi_{des})\sin(\theta_{des})\cos(\psi)), \quad (23)$$

$$\ddot{y}_{des} = F(\sin(\phi_{des})\cos(\psi)) - \cos(\phi_{des})\sin(\theta_{des})\sin(\psi). \quad (24)$$

Essas equações podem ser simplificadas se assumirmos que os ângulos são pequenos em torno do voo pairado:

$$\ddot{x}_{des} = -F(\phi_{des}\sin(\psi) + \theta_{des}\cos(\psi)), \quad (25)$$

$$\ddot{y}_{des} = F(\phi_{des}\cos(\psi) - \theta_{des}\sin(\psi)). \quad (26)$$

Escrevendo essas equações na forma matricial podemos chegar a um sistema para encontrar os valores de ϕ_{des} e θ_{des} .

$$\begin{bmatrix} \phi_{des} \\ \theta_{des} \end{bmatrix} = \frac{m}{F} \begin{bmatrix} -\sin(\psi) & \cos(\psi) \\ -\cos(\psi) & -\sin(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_{des} \\ \ddot{y}_{des} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Após encontrar as equações para ϕ_{des} e θ_{des} é necessário definir uma estratégia para gerar a aceleração desejada em x e y . Para isso é utilizado um controlador PD que calcula as acelerações desejadas \ddot{x}_{des} e \ddot{y}_{des} de acordo com comandos de posição x_{ref} e y_{ref} . Os controladores são dados por:

$$\ddot{x}_{des} = K_p(x_{ref} - x) + K_d(\dot{x}_{ref} - \dot{x}) + \ddot{x}_{ref}, \quad (28)$$

$$\ddot{y}_{des} = K_p(y_{ref} - y) + K_d(\dot{y}_{ref} - \dot{y}) + \ddot{y}_{ref}, \quad (29)$$

onde K_p é o ganho proporcional e K_d o ganho derivativo.

Devido à dinâmica rápida do sistema, supõe-se que $\phi_{des} \approx \phi$ e $\theta_{des} \approx \theta$, o que leva a $x_{des} \approx x$ e $y_{des} \approx y$. Diante disso as Equações 28 e 29 podem ser reescritas na seguinte forma:

$$(\ddot{x}_{ref} - \ddot{x}) + K_d(\dot{x}_{ref} - \dot{x}) + K_p(x_{ref} - x) = 0, \quad (30)$$

$$(\ddot{y}_{ref} - \ddot{y}) + K_d(\dot{y}_{ref} - \dot{y}) + K_p(y_{ref} - y) = 0. \quad (31)$$

Como $x_{ref} - x = e_x$, temos:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = 0. \quad (32)$$

Assim, mostra-se que as equações utilizadas para controlar x e y produzem dinâmica de erro estável. Portanto, com os ganhos K_d e K_p adequados podemos controlar a posição do quadricóptero com erro nulo em regime permanente.

Para manter os ângulos de rolamento e arfagem dentro de um certo limite de segurança, devido a restrições na modelagem utilizando ângulos de Euler, é aplicada a função de saturação definida abaixo:

$$sat(a) = \begin{cases} a_{max} & a > a_{max}, \\ a & a_{min} \leq a \leq a_{max}, \\ a_{min} & a < a_{min}. \end{cases} \quad (33)$$

4.1.3 Cálculo da velocidade angular para os motores

Depois de gerados os sinais de saída da malha interna de controle é necessário que eles sejam transformados em comandos para os atuadores do sistema. A partir dos sinais de controle U_i são calculadas as velocidades angulares ω_i para cada motor do quadricóptero. A [Equação \(4\)](#) pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} F/d \\ M_1/d \\ M_2/d \\ M_3/b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}, \quad (34)$$

e ao invertê-la pode-se encontrar a força em cada motor:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F/d \\ M_1/d \\ M_2/d \\ M_3/b \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Como descrito em [Guimarães \(2012\)](#), com o valor da força pode-se encontrar a velocidade angular utilizando-se a equação abaixo:

$$F_i = k_m \omega_i, \quad (36)$$

onde k_m é uma constante encontrada experimentalmente de acordo com os motores utilizados como atuadores do sistema.

Os motores apresentam uma potência máxima de operação que deve ser respeitada pelo controlador ao enviar comandos de velocidade. Para simular essa restrição dos atuadores utiliza-se a [Equação \(33\)](#) que limita os sinais de controle como se estivessem sendo aplicados em um sistema real. Isso é necessário para que a simulação seja mais próxima do quadricóptero modelado, pois se não existissem limites para a ação de controle a resposta do sistema simulado seria melhor, não representando uma situação real.

4.1.4 Simulação da dinâmica do sistema a ser controlado

A simulação do sistema é realizada no MATLAB® por meio das Equações (5) a (8), as quais representam o movimento do quadricóptero e determinam os valores para sua posição, velocidade, matriz de rotação e velocidade angular para ϕ , θ e ψ . O sistema tem como entradas a força total de propulsão gerada pelos quatro motores e os

momentos angulares em relação aos eixos x , y e z , os quais são calculados de acordo com as velocidades angulares geradas pelo controlador.

O processamento dos dados e a determinação dos parâmetros do quadricóptero são realizados por meio de uma função que resolve um sistema de equações diferenciais utilizando integração numérica. Essa função implementa o método Runge-Kutta clássico de quarta ordem.

Por meio da simulação é possível validar os algoritmos presentes em todo o sistema de controle. Assim pode-se verificar o funcionamento do controlador e a inclusão de novas técnicas antes de se aplicá-las em um sistema real, o qual pode ser danificado uma vez que não se possui um sistema completo em funcionamento. Portanto a simulação da dinâmica do quadricóptero possibilita a realização de testes para os controladores projetados neste trabalho.

4.2 Implementação do controlador PID

Os blocos de controle do sistema são implementados por meio de controladores PID, dados pela [Equação \(10\)](#). O controlador PID foi implementado utilizando-se o [Algoritmo 1](#) em MATLAB®. A função de controle PID recebe os ganhos proporcional, integral e derivativo, o erro atual e o tempo de amostragem. O resultado da função é o sinal de controle U . Para garantir que o erro integral não esteja sujeito ao efeito de *windup* foi implementada uma função de saturação para o valor do erro integral, como é demonstrado no algoritmo abaixo:

Algoritmo 1: Implementação digital do controlador PID

Entrada: Ganhos P , I , D , o erro atual $erro$, o intervalo de tempo dt

Saída: Sinal de controle U

repita

// Aproximação numérica retangular da integral do erro

$erro_{integral} \leftarrow erro_{integral} + (erro * dt)$

if $erro_{integral} > windupGuard$ **then**

$erro_{integral} = windupGuard$

end

if $erro_{integral} < -windupGuard$ **then**

$erro_{integral} = -windupGuard$

end

$diff \leftarrow (erro - erro_{anterior}) / dt$

$U \leftarrow P * erro + I * erro_{integral} + D * diff$

$erro_{anterior} \leftarrow erro$

até fim do tempo de simulação;

4.3 Tratamento de perturbações no sistema

Neste trabalho deseja-se que o sistema de controle tenha capacidade de responder a perturbações nos seus parâmetros, como aumento na massa da aeronave, e a erros na leitura das variáveis de saída do modelo. Um exemplo de aumento da massa do sistema seria trocar a bateria por uma maior e com mais tempo de autonomia. Para tentar contornar esses problemas foi implementado o controlador do tipo PID *rate feedback* e aplicada a técnica de escalonamento de ganho.

O controlador do tipo PID utiliza o erro para calcular o termo derivativo do sinal de controle, portanto quando os valores de referência são alterados bruscamente será gerado um sinal de controle muito alto devido ao aumento do erro em um pequeno espaço de tempo, efeito conhecido como *derivative kick*. Ruídos também podem estar presentes, fazendo com que o termo derivativo aumente e diminua a todo momento, o que pode resultar em desgaste no atuador do sistema controlado. Para evitar esse efeito é implementado um controlador do tipo PID *rate feedback*, o qual utiliza a saída do sistema ao invés do erro para calcular o termo derivativo, como mostrado na [Figura 9](#).

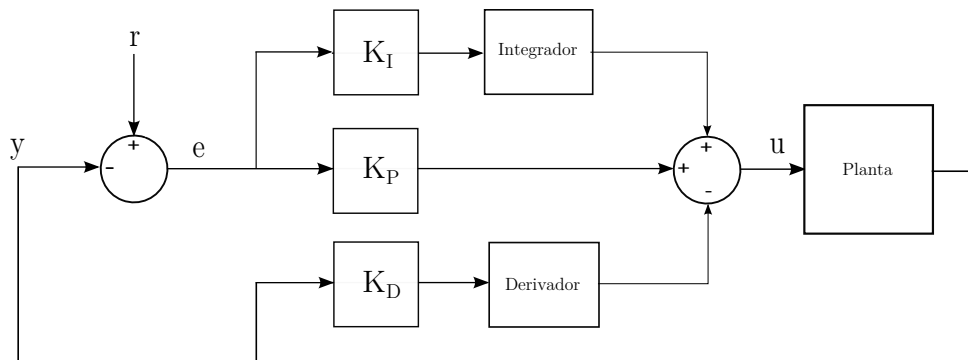


Figura 9 – PID com derivativo na saída do sistema.

Um quadricóptero pode ser utilizado para transportar uma certa carga de acordo com o seu tamanho, portanto deseja-se que o sistema de controle responda rapidamente as mudanças na massa total da estrutura da aeronave. Também podem ocorrer falhas nos motores causando diminuição na força de propulsão gerada por eles. Para tratar esses casos foi aplicada a estratégia de controle baseada em escalonamento de ganho.

A técnica aplicada consiste em definir valores para os ganhos K_P , K_I e K_D que resultem em uma melhor resposta quando o sistema sofre mudanças nos seus parâmetros, como por exemplo aumento da massa inicial do quadricóptero ao se adicionar uma carga à sua estrutura. Uma vez que a mudança de massa é detectada, os ganhos iniciais do controlador são alterados para os ganhos relativos à quantidade de massa adicionada. Desse modo o controlador agirá rapidamente e o sistema irá demorar menos tempo

para retornar ao ponto de referência no qual se encontrava. A [Figura 10](#) representa a estrutura do controlador PID combinado com a técnica proposta.

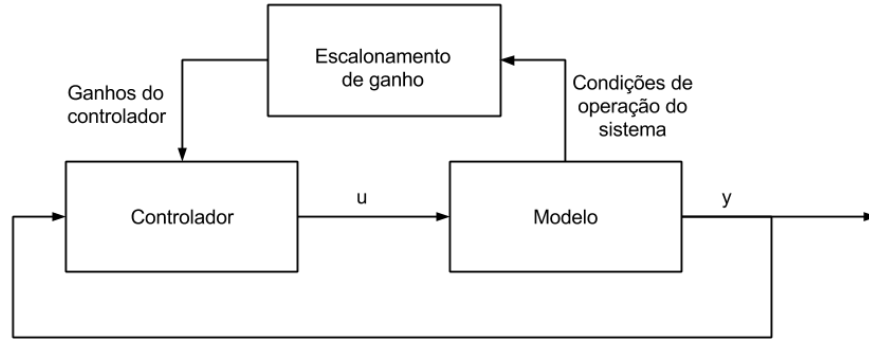


Figura 10 – Estrutura do controlador utilizando módulo de escalonamento de ganho.

O novo módulo adicionado ao controlador monitora os parâmetros do sistema e escolhe os ganhos K_P , K_I e K_D de acordo com a faixa de operação em que ele se encontra, como indicado na [Tabela 1](#). Os ganhos para a primeira faixa de operação são utilizados quando a massa total do sistema é menor ou igual a m . A segunda faixa de operação é escolhida quando o valor da massa total é maior que m e menor ou igual a $1,2m$. Se a massa ultrapassar o valor de $1,2m$ são utilizados os ganhos da terceira faixa de operação.

Os valores dos ganhos foram determinados utilizando-se a ferramenta PID Tuner do Control System Toolbox do MATLAB®. A função de transferência relativa à translação em z foi utilizada com aumento de m em 20% e 50%. Com os novos ganhos, o controlador será capaz de gerar uma melhor resposta à alteração de massa no sistema.

Tabela 1 – Ganhos relativos ao aumento de massa da aeronave.

	K_P	K_I	K_D
m	78,9057	18,4354	44,874
$1,2m$	94,6869	25,172	53,8488
$1,5m$	118,3586	28,9087	67,311

4.4 Planejamento dos experimentos

Os dados para análise dos resultados deste trabalho serão obtidos utilizando-se a simulação do quadricóptero a ser controlado. Os experimentos computacionais serão

realizados no software MATLAB[®], no qual o sistema de controle desenvolvido será aplicado ao modelo simulado.

O controle de cada variável do sistema será submetido ao sinal de degrau para testar a resposta do sistema quando cada variável for controlada independentemente. Espera-se que os valores de referência sejam rastreados sem erro em regime permanente. Objetiva-se também verificar o funcionamento do controle para as malhas interna e externa desenvolvidas neste trabalho.

Uma vez que o controle de todas as variáveis do sistema forem testados, serão realizados experimentos relativos ao rastreamento de posição, por meio da definição de trajetórias a serem seguidas pelo quadricóptero. Assim, busca-se validar a estratégia de controle em cascata, verificando se foi possível contornar a limitação dos 4 atuadores ao controlar as 6 variáveis do sistema.

Por ultimo serão geradas perturbações no sistema, aumentando-se a massa total do quadricóptero para simular a adição de carga enquanto o sistema de controle está atuando na aeronave. Dessa maneira busca-se validar a aplicação da técnica de ganho escalonado para aprimorar a resposta do sistema a variações em sua massa.

Para se medir o desempenho do sistema de controle projetado serão analisadas algumas das características da onda de resposta das variáveis a serem controladas. Serão analisados os parâmetros: tempo de subida, sobressinal e erro em regime permanente. O desempenho do sistema é medido de forma numérica utilizando-se o índice de integral do erro ao quadrado (ISE - Integral Square Error). Esse índice pondera os erros ao quadrado e é calculado utilizando-se a equação abaixo:

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt, \quad (37)$$

onde T é um tempo escolhido de modo que a integral tenda a um valor estacionário.

Utilizando-se os dados gerados pelos experimentos descritos acima será possível analisar os resultados para validação do sistema. O próximo capítulo apresenta esses resultados e a sua análise.

5 Resultados

Para validar o funcionamento do sistema de controle implementado foram realizados testes por meio da simulação do sistema no MATLAB®. Este capítulo apresenta as respostas ao degrau para cada variável controlada, assim como o rastreamento de perfis de altitude e posição. O comportamento do sistema é verificado na presença de variações na massa do quadricóptero.

Os parâmetros do modelo utilizados nos testes são: $m = 4,544$ kg, $g = 9,81$ m/s², $d = 0,35$ m, $J_x = J_y = 0,1816$ kg m² e $J_z = 0,3173$ kg m². Como este trabalho ainda não foi aplicado em um quadricóptero real, os valores são referentes à aeronave construída por [Guimarães \(2012\)](#).

5.1 Resultados para o controle de altitude e atitude

Antes de se avaliar os resultados da malha de controle externa, é importante garantir que a malha interna apresente bons resultados, pois ela deve rastrear os comandos da malha externa e afetar os parâmetros do quadricóptero como se esses comandos fossem aplicados diretamente ao modelo. Dessa forma, deve-se garantir que a malha interna seja mais rápida que a externa, eliminando os erros antes de afetarem a malha externa.

Para se validar a estabilização de altitude utilizando um controlador PID, o sistema do quadricóptero foi simulado computacionalmente no MATLAB®. A sintonia

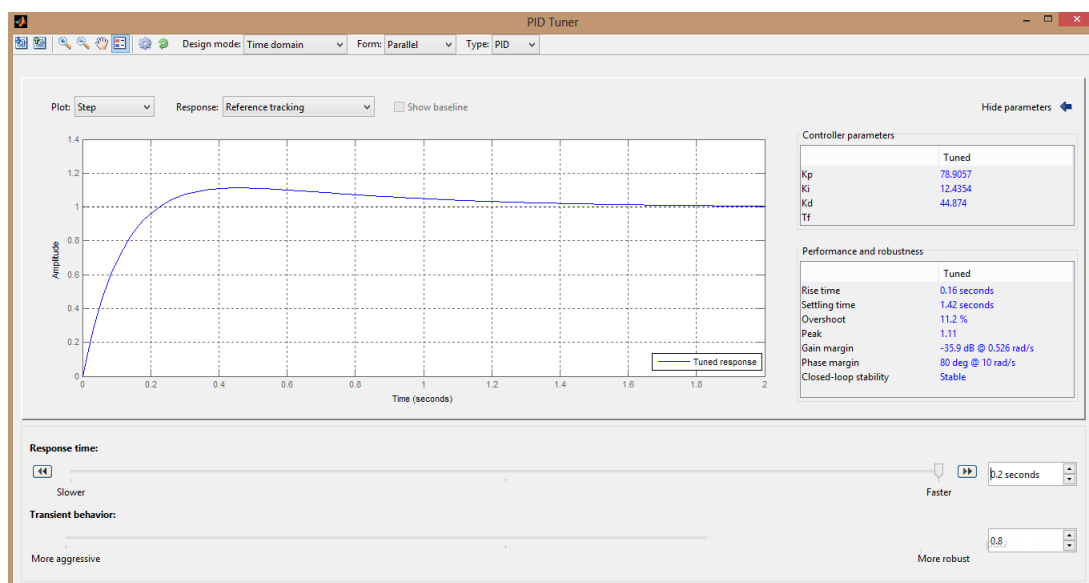


Figura 11 – Ferramenta PID Tuner do MATLAB® para sintonia do controlador PID.

dos parâmetros do controlador PID foi realizada com o auxílio da ferramenta PID Tuner do Control System Toolbox do MATLAB® utilizando a [Equação \(12\)](#). Por meio dessa ferramenta foram encontrados valores iniciais para os ganhos que foram ajustados, chegando-se a: $K_P = 131,2$, $K_I = 32,5468$ e $K_D = 39,7377$. A ferramenta possui uma interface gráfica que facilita o processo de sintonia do controlador de acordo com os requisitos de tempo e robustez que se deseja alcançar para a resposta do sistema controlado (ver [Figura 11](#)).

A resposta do controlador de altitude foi analisada quando é aplicado um valor de referência de 2 metros acima do solo, o qual será um valor negativo de acordo com o modelo definido neste trabalho. A resposta do sistema utilizando o modelo simulado é mostrada na [Figura 12](#). É possível observar que o resultado foi satisfatório, pois a resposta não apresentou erro de regime permanente, alcançando o valor desejado. Esse comportamento era esperado, pois a dinâmica de altitude possui dois polos integradores. O índice de desempenho ISE para essa resposta é igual a 1,6045.

Mesmo utilizando uma equação simplificada da dinâmica translacional no eixo z , foi possível modelar e sintonizar o controle de altitude de forma adequada aos propósitos deste trabalho.

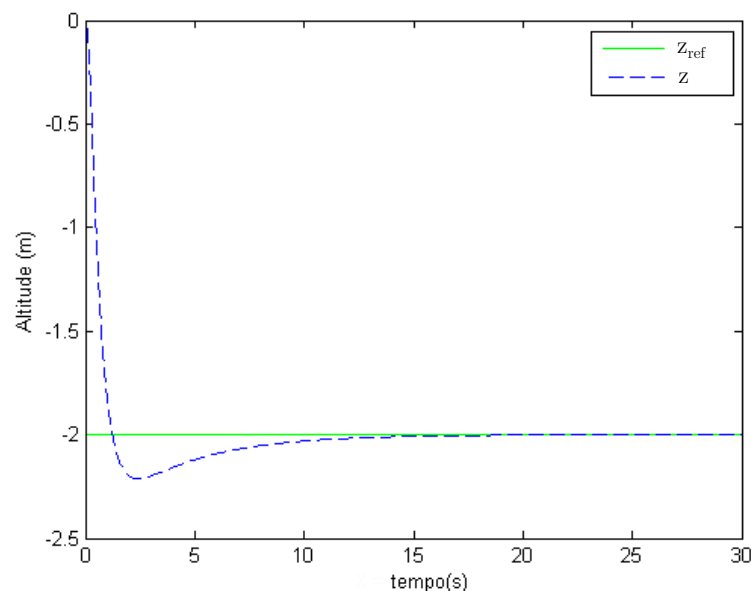


Figura 12 – Resposta do sistema de controle de altitude com valor de referência igual a -2 metros.

Um perfil de altitude também foi utilizado para validar o rastreamento dos valores de referência quando estes são variados ao longo do tempo. A partir da [Figura 13](#) é possível observar que o controlador foi capaz de seguir os comandos sem grandes

erros, apresentando resposta estável a perturbações no sistema, como sinais senoidais ou em degrau. O índice de desempenho ISE para o perfil definido foi de 1,7681.

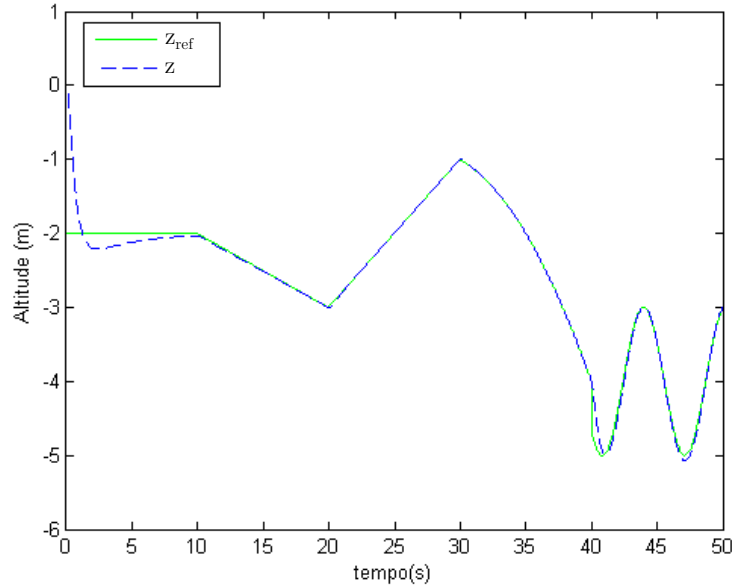


Figura 13 – Resposta do sistema de controle para perfil de altitude.

O controle dos ângulos de atitude são simulados utilizando-se o modelo do quadricóptero e tem sua resposta analisada ao se aplicar 5 graus como valor de referência para os ângulos de rolamento, arfagem e guinada. Nos resultados apresentados na [Figura 14](#) cada ângulo é controlado separadamente, utilizando os ganhos $K_P = 9,08$, $K_I = 1,5405$ e $K_D = 1,5881$ para rolamento, $K_P = 9,08$, $K_I = 1,5405$ e $K_D = 1,5881$ para arfagem e $K_P = 15,865$, $K_I = 2,6917$ e $K_D = 2,7748$ para guinada. Percebe-se que a resposta dos ângulos de atitude são similares, pois as dinâmicas dos ângulos são semelhantes. O tempo de subida é próximo de 1 segundo para todos os ângulos e o sobressinal é baixo. Em torno de 10 segundos o valor de referência é alcançado sem erro em regime permanente. A velocidade apresentada pelo sistema de controle de atitude é importante para garantir o funcionamento da malha de controle externa. Os índices de desempenho ISE para as respostas dos controles de rolamento, arfagem e guinada são 2,3124, 2,2679 e 2,2086 respectivamente.

5.2 Controle de posição

Uma vez que os resultados para o controle dos ângulos de arfagem e rolamento se mostraram satisfatórios, pode-se realizar testes para o controle da posição x e y da aeronave. Os ganhos $K_P = 6m$ e $K_D = 15m$ foram utilizados no controle de x e y , sendo m uma constante igual a massa do quadricóptero; a resposta ao degrau para x e y é exibida nas Figuras [15](#) e [16](#). Os ganhos dos controladores foram escolhidos

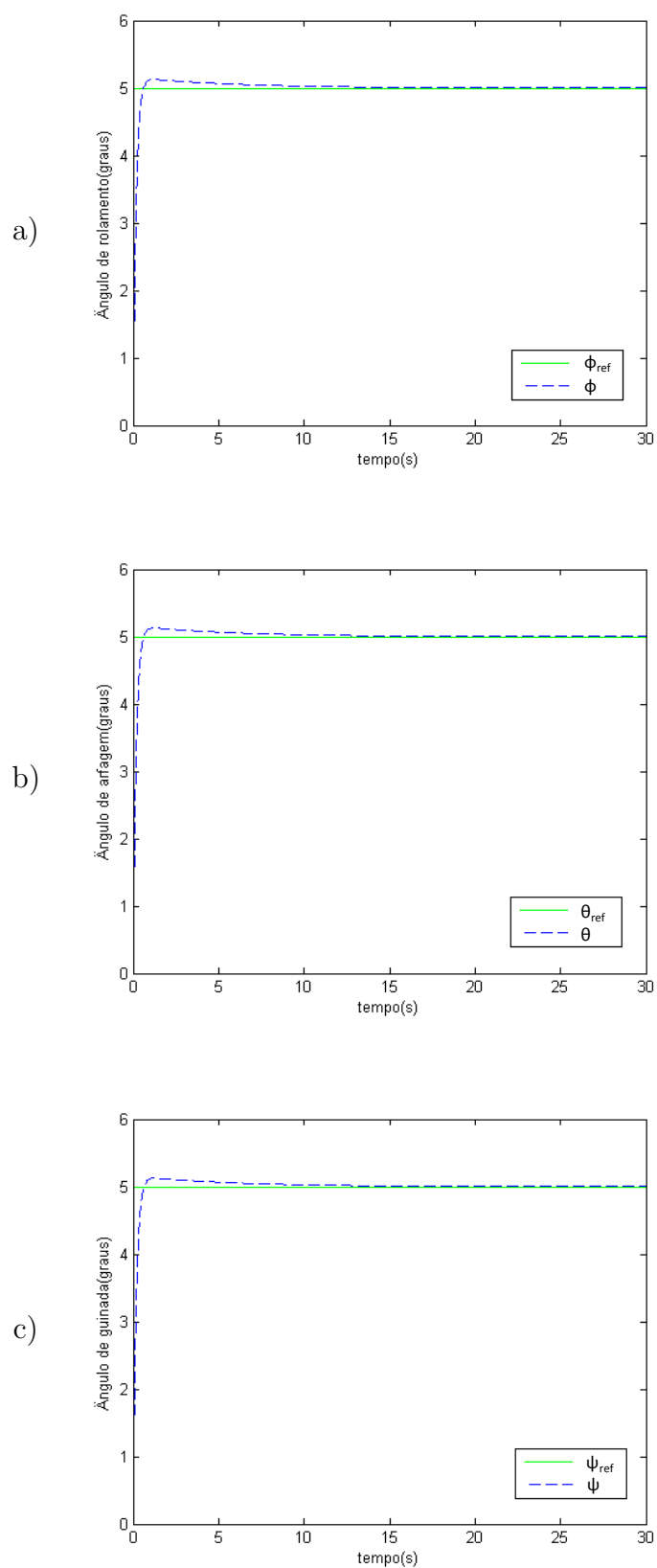


Figura 14 – Resposta do sistema de controle para os ângulos de atitude. (a) $\phi = 5$ graus; (b) $\theta = 5$ graus; (c) $\psi = 5$ graus

para gerar uma resposta mais suave o que possibilita que os ângulos de arfagem e rolamento cheguem próximos dos valores de referência antes dos valores passados pelo controlador de posição serem alterados.

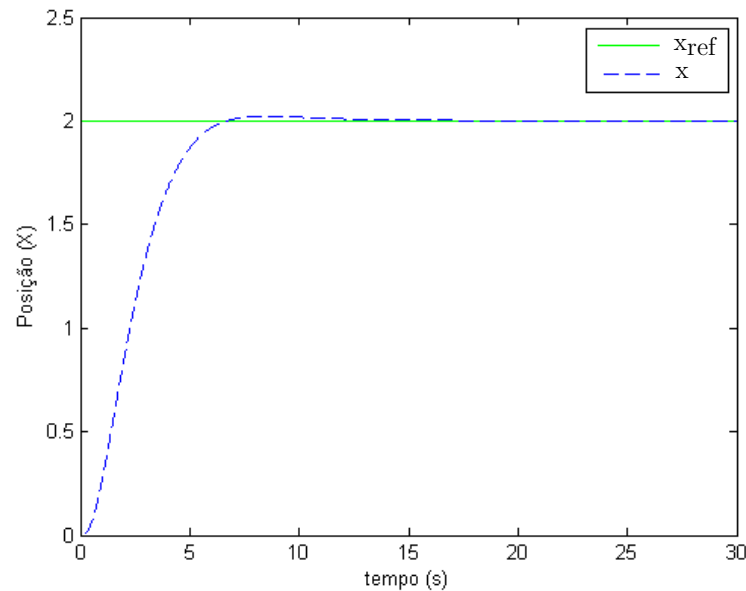


Figura 15 – Resposta do controlador para $x = 2$ metros.

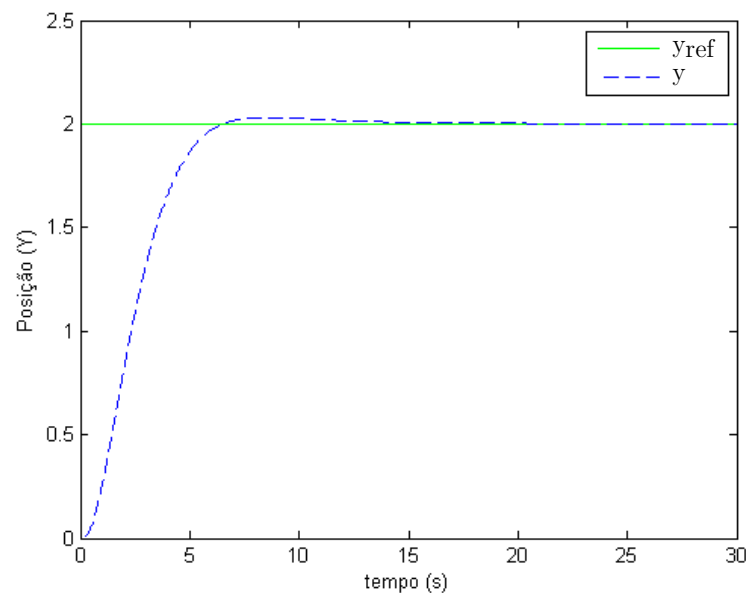


Figura 16 – Resposta do controlador para $y = 2$ metros.

Como se pode observar, o sistema apresenta um tempo de resposta em torno de 7 segundos, aproximadamente 7 vezes maior que o da malha interna. O valor desejado é alcançado com pequeno sobressinal e com erro em regime permanente nulo. As respostas para as variáveis x e y apresentam o índice de desempenho ISE igual a 6,9414.

Por último é testado o rastreamento de posição, pela definição de duas trajetórias a serem seguidas. Para a primeira simulação, o caminho de referência a ser rastreado pelo modelo é definido por:

$$\begin{aligned} x_{ref} &= 0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{\pi t}{20}\right); & y_{ref} &= 0,5 - 0,5 \sin\left(\frac{\pi t}{20}\right); \\ z_{ref} &= -(3 - 2 \cos\left(\frac{\pi t}{20}\right)); & \psi_{ref} &= 0 \end{aligned}$$

A Figura 17 exibe a trajetória seguida pelo quadricóptero em comparação com o valor desejado. Inicialmente o veículo encontra-se em $r = [0 \ 0 \ 0]^T$. Verifica-se que o sistema de controle foi capaz de levar o veículo a seguir a trajetória com pouca diferença do valor de referência.

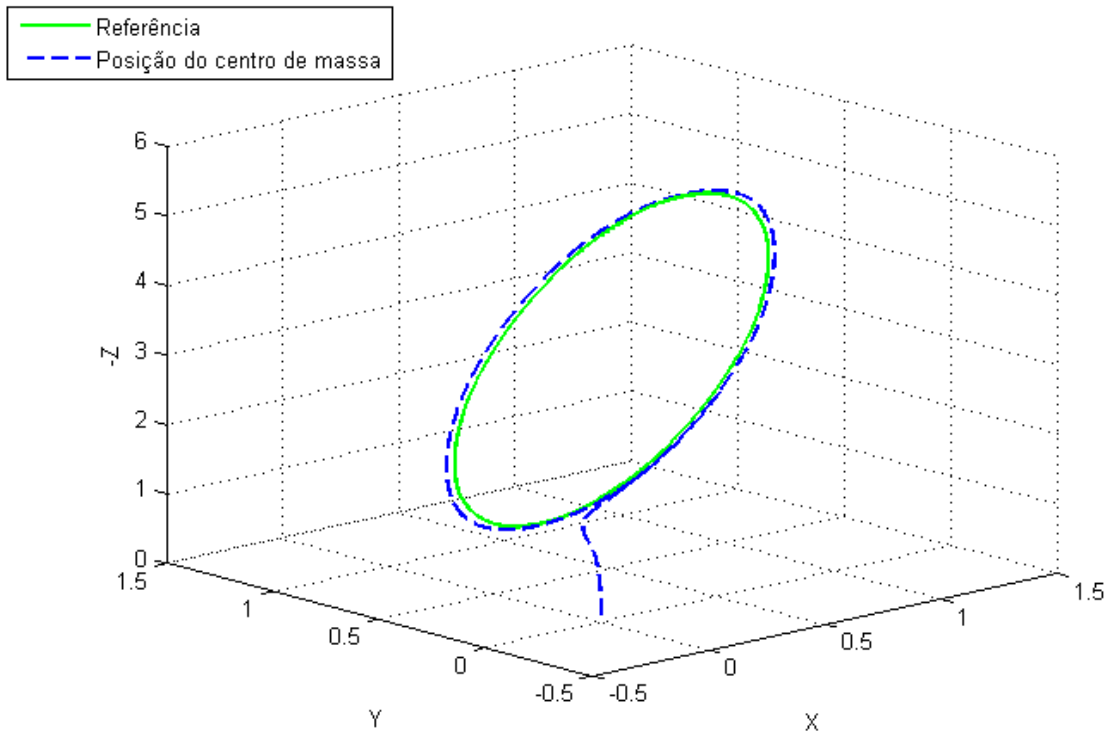


Figura 17 – Rastreamento de trajetória.

As respostas das coordenadas controladas durante o rastreamento de posição são apresentadas na Figura 18. Observa-se que o valor de referência é seguido pela variável z mesmo quando o valor desejado é definido distante da posição inicial do quadricóptero, mas para y não ocorre o mesmo. O sistema se comporta dessa maneira, pois a posição em y é controlada pela malha externa que é mais lenta do que a malha

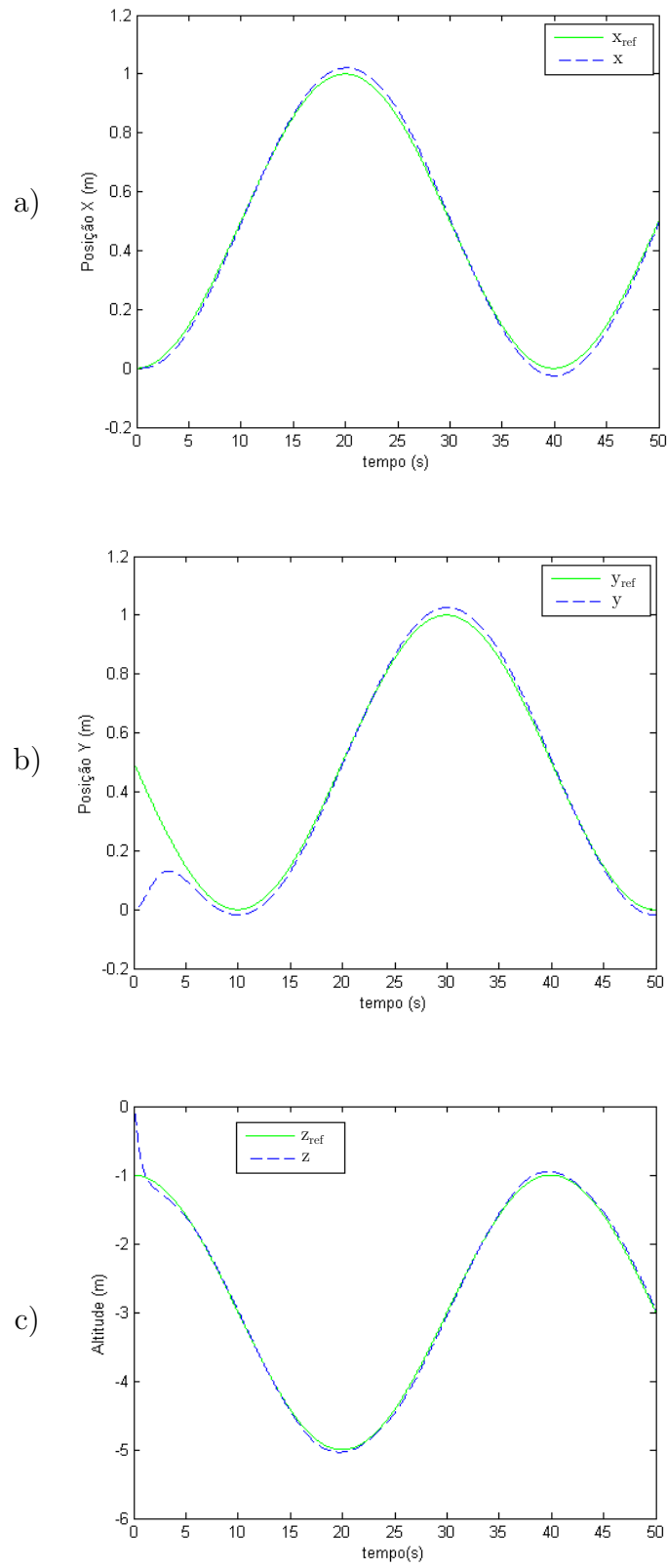


Figura 18 – Rastreamento de trajetória. (a) Coordenada x ; (b) Coordenada y ; (c) Coordenada z

interna, a qual controla a posição em z . Os índices de desempenho ISE para as variáveis x , y e z são 0,0136, 0,3737 e 0,4143 respectivamente.

A segunda simulação para rastreamento de posição apresenta o caminho definido por:

$$x_{ref} = raio \cos\left(\frac{\pi t}{20}\right), \quad y_{ref} = raio \sin\left(\frac{\pi t}{20}\right),$$

$$z_{ref} = -0,5, \quad \psi_{ref} = 0,$$

$$\text{onde } raio = \frac{1}{\sqrt[4]{\cos^4\left(\frac{\pi t}{20}\right) + \sin^4\left(\frac{\pi t}{20}\right)}};$$

A trajetória rastreada pelo quadricóptero é exibida na [Figura 19](#). Observa-se que o caminho desejado foi seguido, mas se distanciou mais do valor de referência comparando-se com a primeira simulação. Os valores desejados em x e y sofreram mudanças de trajetória mais acentuadas, o que levou a um maior sobressinal em comparação com a primeira simulação. Os índices de desempenho ISE para o controle das variáveis x , y e z são 1,8478, 0,1306 e 0,0865 respectivamente.

Para que o sistema de controle implementado apresente o seu melhor desempenho é desejável que as trajetórias definidas sejam mais suaves.

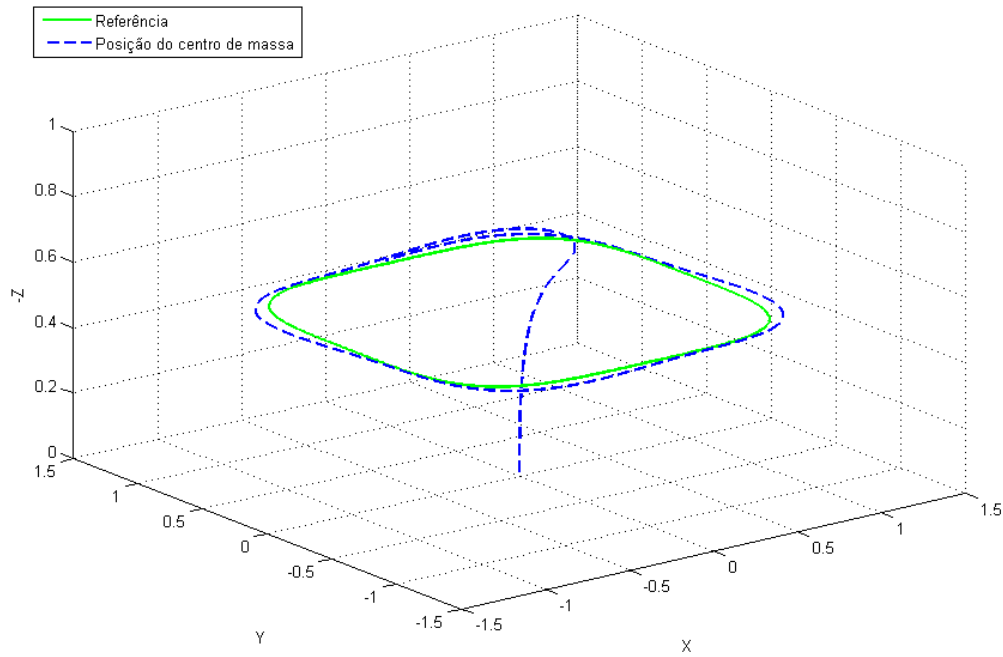
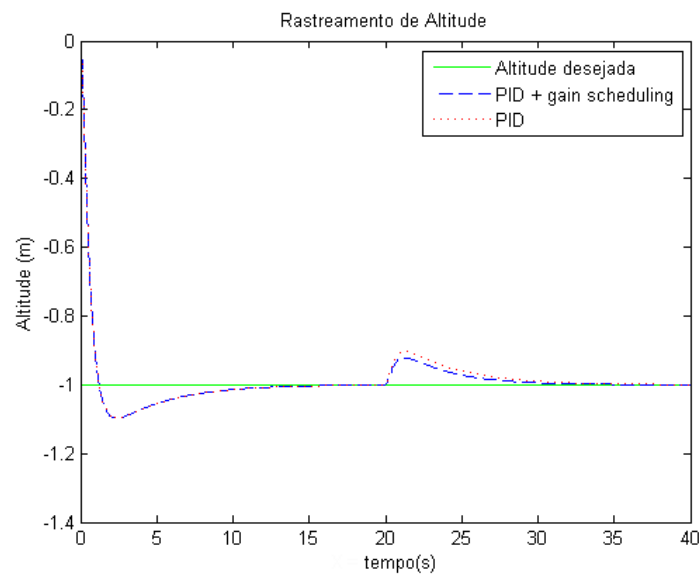


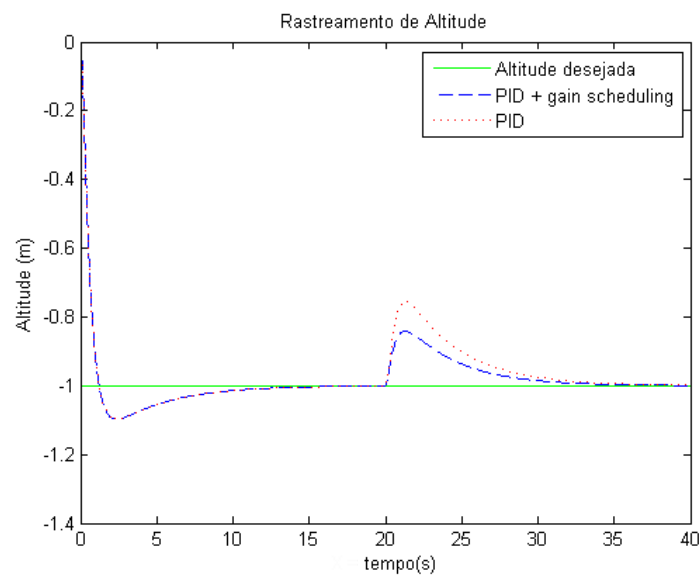
Figura 19 – Rastreamento de trajetória.

5.3 Escalonamento de ganho

Nos experimentos referentes à técnica de escalonamento de ganho analisou-se a resposta do controlador de altitude quando se adiciona massa ao sistema, simulando as mudanças no sistema ao se transportar um objeto no quadricóptero. Na [Figura 20](#) são exibidas as respostas do sistema com e sem a técnica de escalonamento de ganho para a adição de $0,2m$ e para adição de $0,5m$.



(a) Aumento de massa em $0,2m$



(b) Aumento de massa em $0,5m$

Figura 20 – Comparação entre respostas do sistema utilizando PID e PID + escalonamento de ganho.

Percebe-se que a alteração da massa do sistema gera uma variação na altitude, a qual é suprimida pelo controlador PID convencional. Com a aplicação da técnica de escalonamento de ganho observa-se que ouve um ganho na velocidade de resposta do sistema, sendo esse ganho maior quando a alteração é de $0,5m$. Os índices de desempenho ISE para a resposta do sistema com $1,2m$ e $1,5m$ de massa total são exibidos na [Tabela 2](#). Observa-se que o valor do índice é menor quando a técnica de ganho escalonado é aplicada, o que indica uma melhora na resposta do sistema.

Tabela 2 – Índices de desempenho para a técnica de escalonamento de ganho.

	PID	PID + escalonamento de ganho
$1,2m$	0,3773	0,3664
$1,5m$	0,5257	0,4234

Em uma posição próxima ao solo, o modulo de escalonamento de ganho ajuda a gerar uma resposta mais rápida podendo evitar que o quadricóptero atinja o solo.

A partir dos resultados apresentados nesta seção verifica-se que para todas as variáveis do sistema (x, y, z, ϕ, θ e ψ) os valores de referência são alcançados sem erro em regime permanente. Dessa maneira foi possível controlar o quadricóptero de forma satisfatória por meio de comandos de trajetória.

6 Conclusão

O desenvolvimento de um sistema de controle para um quadricóptero passa por várias etapas, dentre elas a sua modelagem matemática que contribui para o entendimento do sistema e o desenvolvimento de um controle que se adeque ao veículo. Neste trabalho, um sistema de controle em cascata utilizando controladores PID foi desenvolvido para controlar a atitude e a posição de um quadricóptero.

Os resultados foram obtidos por meio de experimentos nos quais o modelo do quadricóptero foi simulado em MATLAB®. Para que um controlador PID seja bem sucedido é necessário que os seus parâmetros de controle sejam bem sintonizados. A simulação foi essencial na sintonia dos controladores PID e na realização de testes em um ambiente controlado.

Ao simular a resposta para cada variável de controle do sistema foi possível observar que todas alcançaram os valores de referência, sem erro em regime permanente e apresentando apenas pequenos sobressinais. A malha interna foi testada separadamente da malha externa e alcançou bons resultados, o que possibilitou o funcionamento adequado da malha externa e de todo o sistema. O rastreamento de posição foi implementado com sucesso, levando o quadricóptero a seguir o caminho desejado apresentando apenas pequenos erros de percurso.

O controlador PID apresenta um processo simples de implementação e atende a vários sistemas, pode-se ainda combinar várias técnicas para melhorar seu desempenho. Neste trabalho foi implementado um bloco baseado na técnica de escalonamento de ganho para melhorar a resposta do sistema quando esse estiver sujeito a variações de massa. Essa variação pode ocorrer em algumas aplicações possíveis para quadricópteros, como o transporte de cargas em lugares de difícil acesso aos seres humanos. O bloco adicionado melhorou o desempenho do sistema, uma vez que diminuiu levemente o tempo de resposta e reduziu a perturbação gerada no sistema.

Após a simulação do sistema de controle e da validação dos resultados obtidos, conclui-se que o sistema de controle desenvolvido pode ser utilizado em várias das aplicações citadas no início deste trabalho.

6.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros são listadas as seguintes propostas:

- Implementar a estratégia de controle projetada em um sistema real;

- Verificar efeitos da incerteza de valores recebidos dos sensores, analisando como o sistema de controle projetado se comporta quando aplicado em um sistema real;
- Aplicar técnicas de controle não linear e realizar um estudo comparativo com o sistema de controle implementado neste trabalho;
- Implementar funcionalidade para desvio de obstáculos.
- Estender o sistema implementado para controlar mais de uma aeronave.

Referências

- ASTROM, K. J.; MURRAY, R. M. **Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers**. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2008. ISBN 0691135762, 9780691135762. Citado na página [12](#).
- BOUABDALLAH, S. **Design and control of quadrotors with application to autonomous flying**. Tese (Doutorado) — École Polytechnique federale de Lausanne, 2007. Citado 2 vezes nas páginas [14](#) e [15](#).
- BOUABDALLAH, S.; SIEGWART, R. Full control of a quadrotor. In: IEEE. **Intelligent robots and systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ international conference on**. [S.l.], 2007. p. 153–158. Citado na página [13](#).
- BOUKTIR, Y.; HADDAD, M.; CHETTIBI, T. Trajectory planning for a quadrotor helicopter. In: IEEE. **Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on**. [S.l.], 2008. p. 1258–1263. Citado na página [2](#).
- CHEE, K.; ZHONG, Z. Control, navigation and collision avoidance for an unmanned aerial vehicle. **Sensors and Actuators A: Physical**, Elsevier, v. 190, p. 66–76, 2013. Citado 2 vezes nas páginas [2](#) e [6](#).
- GADDA, J. S.; PATIL, R. D. Quadcopter (uavs) for border security with gui system. In: ESRSA PUBLICATIONS. **International Journal of Engineering Research and Technology**. [S.l.], 2013. v. 2, n. 12 (December-2013). Citado na página [1](#).
- GUIMARÃES, J. P. F. **Controle de Atitude e Altitude Para Um Veículo Aéreo Não Tripulado Do Tipo Quadricóptero**. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, 2012. Citado 2 vezes nas páginas [19](#) e [24](#).
- LEE, T.; LEOK, M.; MCCLAMROCH, N. H. Control of complex maneuvers for a quadrotor uav using geometric methods on se (3). **arXiv preprint arXiv:1003.2005**, 2010. Citado 6 vezes nas páginas [1](#), [2](#), [5](#), [7](#), [10](#) e [11](#).
- LIM, H.; PARK, J.; LEE, D.; KIM, H. J. Build your own quadrotor: Open-source projects on unmanned aerial vehicles. **Robotics & Automation Magazine, IEEE**, IEEE, v. 19, n. 3, p. 33–45, 2012. Citado 2 vezes nas páginas [2](#) e [3](#).
- MICHAEL, N.; MELLINGER, D.; LINDSEY, Q.; KUMAR, V. The grasp multiple micro-uav testbed. **Robotics & Automation Magazine, IEEE**, IEEE, v. 17, n. 3, p. 56–65, 2010. Citado 2 vezes nas páginas [13](#) e [15](#).
- MIN, B.-C.; HONG, J.-H.; MATSON, E. T. Adaptive robust control (arc) for an altitude control of a quadrotor type uav carrying an unknown payloads. In: IEEE. **Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on**. [S.l.], 2011. p. 1147–1151. Citado 2 vezes nas páginas [2](#) e [6](#).
- NAGATY, A.; SAEEDI, S.; THIBAUT, C.; SETO, M.; LI, H. Control and navigation framework for quadrotor helicopters. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, Springer, v. 70, n. 1-4, p. 1–12, 2013. Citado 2 vezes nas páginas [5](#) e [13](#).

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. Fifth. [S.l.]: Prentice Hall, 2010. 567–647 p. Citado na página 11.

PIO, R. L. Euler angle transformations. **Automatic Control, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 11, n. 4, p. 707–715, 1966. Citado na página 9.

POUNDS, P. E.; BERSAK, D. R.; DOLLAR, A. M. Stability of small-scale uav helicopters and quadrotors with added payload mass under pid control. **Autonomous Robots**, Springer, v. 33, n. 1-2, p. 129–142, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 2, 3 e 6.

RAFFO, G. V.; ORTEGA, M. G.; RUBIO, F. R. Robust nonlinear control for path tracking of a quad-rotor helicopter. **Asian Journal of Control**, Wiley Online Library, 2014. Citado na página 13.

RYAN, A.; HEDRICK, J. K. A mode-switching path planner for uav-assisted search and rescue. In: IEEE. **Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on**. [S.l.], 2005. p. 1471–1476. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.

STEVENS, F. L. L. B. L. **Aircraft Control and Simulation**. 1. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1992. ISBN 0471613975,9780471613978. Citado na página 8.

Vianna Junior, J. C.; De Paula, J. C.; LEANDRO, G. V.; BONFIM, M. C. Stability control of a quad-rotor using a pid controller. **Brazilian Journal of Instrumentation and Control**, v. 1, n. 1, p. 15–20, 2013. Citado na página 5.