上 海 交 通 大 学 试 卷

（ 2019 至 2020 学年 第 1 学期 ）

班级号________________ 学号____________ 姓名 ________

课程名称 数字信号处理 成绩 ________

一、$X(\omega)$代表$x(t)$的傅里叶变换

$$X(\omega)=F[x(t)]=\int_{-\infty}^{+\infty}x(t)e^{-i\omega t}dt$$

请用$X(\omega)$的形式给出以下傅里叶变换的表达式

1） $F[x(t-t_0)]$ (5 分)

2） $F\left[x(t)e^{i\omega_0 t}\right]$ (5 分)

3） $F[x(at)]$, a为大于零的实数 (5 分)

1）$F[x(t-t_0)]=e^{-i\omega t_0}X(\omega)$

2）$F\left[x(t)e^{i\omega_0 t}\right]=X(\omega-\omega_0)$

3）$F[x(at)]=\frac{1}{a}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$

二、已知$x(n)$是长为N的有限长序列，$X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]$。现通过补零将其长度扩大r倍（r为大于零的正整数），得到长度为rN点的有限长序列$y(n)$：

$$y(n)=\begin{cases}x(n), & 0\le n\le N-1\\ 0, & N\le n\le rN-1\end{cases}$$

试分析：rN点$Y(k)=\mathrm{DFT}[y(n)]$与$X(k)$的关系　　（10 分）

（N点 DFT：$X(k)=\mathrm{DFT}[x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$，其中$W_N=e^{-i\frac{2\pi}{N}}$）

解答：

rN点 DFT $Y(k)$可写为：

$$Y(k)=\sum_{n=0}^{rN-1}y(n)e^{-i\frac{2\pi}{rN}nk}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-i\frac{2\pi}{rN}nk}\quad(0\le k\le rN-1)$$

N点 DFT $X(m)$可写为：

$$X(m)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-i\frac{2\pi}{N}nm}\quad(0\le m\le N-1)$$

N点序列$x(n)$写为：

$$x(n)=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}X(m)e^{i\frac{2\pi}{N}nm}$$

rN点 DFT $Y(k)$可以用N点 DFT $X(m)$表示：

$$\begin{aligned}Y(k)&=\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}X(m)e^{i\frac{2\pi}{N}nm}\right]e^{-i\frac{2\pi}{rN}nk}\\&=\sum_{m=0}^{N-1}\frac{X(m)}{N}\sum_{n=0}^{N-1}e^{i\frac{2\pi}{rN}n(rm-k)}\end{aligned}$$

则$rm=k$时，$Y(k)=X(m)$；$rm\neq k$时，$Y(k)$和$X(m)$按照上式计算

三、令$h(n)=\{h(0),h(1)\}=\{1,1\}$，$x(n)=\{x(0),\cdots,x(3)\}=\{1,2,3,4\}$，求$h(n)$和$x(n)$的线性卷积　（10 分）

$$y(n)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}x(m)h(n-m)$$

$y(n)$为 5 点序列：

$$y(n)=\{y(0),\cdots,y(4)\}=\{1,3,5,7,4\}$$

四、设有一谱分析用的信号处理器，要求采样点数必须为 2 的整数幂，频率分辨率<10Hz，信号采样时间间隔为 0.1ms，假定没有采用其他任何特殊数据处理措施。试确定：

(a) 一个纪录中的最少采样点数；　（5 分）

(b) 所允许处理的信号最高频率；（5 分）

(c) 最小纪录时间长度；（5 分）

(d) 请用信号时域和频域表示的相互关系阐述为什么在数字采样前中需要用到模拟低通滤波器。（5 分）

(a) 满足频率分辨率的最小时间长度为 0.1 秒，采样率 10000Hz，则采样点数需要大于 1000 点，则满足要求的最少采样点数为 1024 点

(b) 最高频率小于采样频率的 1/2，则所能处理的信号最高频率为 5000Hz

(c) 最小记录时间长度 0.1024 秒

(d) 采样信号的频谱是连续信号频谱的周期延拓，高于 1/2 采样频率的成分会在周期延拓时会发生频域的“混叠”现象，因此需要用到模拟低通滤波器滤除这一部分的频率成分

五、一个因果线性时不变系统的系统函数为：

$$H(z)=\frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-z^{-1})}$$

求该系统的单位脉冲响应$h(n)$。　（10 分）

解答：

化简有理分式可得：

$$H(z)=-2+\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{\frac{8}{3}}{1-z^{-1}}$$

则

$$h(n)=-2\delta(n)+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}u(n)+\frac{8}{3}u(n)$$

其中

$$u(n)=\begin{cases}1 & n\geq 0\\ 0 & n<0\end{cases}$$

六、试利用离散系统的 z 变换描述无限冲激响应(IIR)滤波器和有限冲激响应(FIR)滤波器，论述两种类型滤波器的特点和基本设计方法。（10 分）

解答：

无限冲激响应(IIR)滤波器：$H(z)=\sum_{n=n_0}^{\infty}h(n)z^{-n}=\frac{\sum_{r=0}^{M}b_r z^{-r}}{1-\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}$

单位冲激响应 h(n)是无限长的。
系统函数 H(z)在有限长 z 平面（0<|z|<∞)有极点存在(可能不稳定)
设计借助模拟滤波器的技术
容易取得比较好的通带与阻带衰减特性

有限冲激响应(FIR)滤波器：$H(z)=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)z^{-n}=\sum_{r=0}^{N-1}b_r z^{-r}$

系统的单位冲激响应 h(n)在有限个 n 值处不为零，即 h(n)是个有限长序列
系统函数 H(z)在|z|>0 处收敛，极点全部在 z=0 处(即 FIR 一定为稳定系统)
易于实现线性相位
允许设计多通带(或多阻带)滤波器

七、1) 给出并描述短时傅里叶变换的基本定义式（5 分）

2) 对于短时傅里叶变换，其时域和频域分辨率是如何定义的？（5 分）

3) 根据连续小波变换定义，描述小波变换时域和频域分辨率特点（5 分）

4) 描述傅里叶变换与短时傅里叶变换、连续小波变换两种时频分析方法的异同（5 分）

5) 为了提取数字信号的特征，举例说明如何从至少两种 DSP 方法中选择合适的数字信号处理方法（5 分）

1）$\mathrm{STFT}_x(\tau,\omega)=\int_t[x(t)W(t-\tau)]e^{-j\omega t}dt$

2）时域分辨率为短时窗的长度，频率分辨率为短时窗长度的倒数

3）$W_x(a,b)=\langle x(t),\psi_{a,b}(t)\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\psi_{a,b}^{*}(t)dt$； $a>0$

$\psi_{a,b}(t)=a^{-1/2}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$

低频端的频率分辨率高，时域分辨率低；高频端频率分辨率低，时域分辨率高。

4）傅里叶变换不具备时域定位功能；短时傅里叶变换时频分辨率固定；小波变换对高频信号时域分辨率高，低频信号频域分辨率高

5）

（共七道大题，此页空白）