第二次课后作业

[学号：019020910013 作者：杨纪楠]

1. 考虑信号 $x(n)=0.5[1+(-1)^n]u(n)$，($u(n)$ 为单位阶跃序列)，则：

a)、画出 $x(n)$ 的图形，并求 $x(n)$ 的 z 变换 $X(z)$；

b)、确定 $X(z)$ 的极点和零点，并画图

2. 假如 $x(n)$ 的 z 变换表示为下式，问 $X(z)$ 可能有多少不同的收敛域，它们分别对应什么序列？

$$X(z)=\frac{1-\frac{1}{4}z^{-2}}{\left(1+\frac{1}{4}z^{-2}\right)\left(1+\frac{5}{4}z^{-1}+\frac{3}{8}z^{-2}\right)}$$

3. LTI 离散时间系统的的转移函数为 $H(z)=\dfrac{1-0.5z^{-1}}{1-0.25z^{-2}}$ ，$|z|>0.5$

该系统是因果系统吗？确定该系统的冲激响应。

4．有一信号 $y(n)$ 与另两个信号 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的关系是 $y(n)=x_1(n+3)*x_2(-n-1)$ ，其中 $x_1(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$，$x_2(n)=\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$。利用 z 变换的性质求 $y(n)$ 的 z 变换 $Y(z)$

1、a) $x(n)=0.5[u(n)+(-1)^n u(n)]$

由Z变换线性性质，并查表得

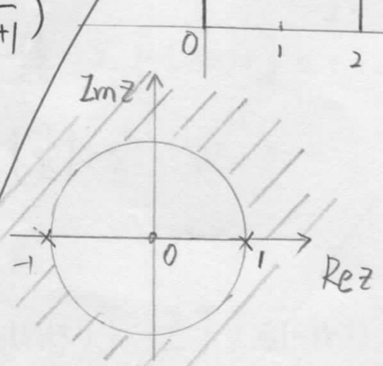
$$X(z)=\frac{0.5}{1-z^{-1}}+\frac{0.5}{1+z^{-1}}=0.5\left(\frac{z}{z-1}+\frac{z}{z+1}\right)$$

$$=\frac{z^2}{(z-1)(z+1)} \qquad |z|>1$$

x(n)图形：

b) 极点 $z=-1, 1$

零点 $z=0$



杨纪楠　0190209 10013

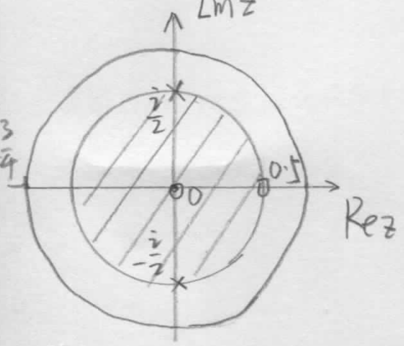
2. 对 $X(z)$ 分子、分母进行因式分解，得

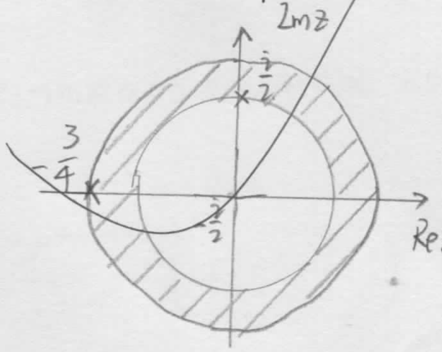
$$X(z)=\frac{(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{2}z^{-1})}{(1+\frac{1}{2}jz^{-1})(1-\frac{1}{2}jz^{-1})(1+\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{3}{4}z^{-1})}=\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{(1+\frac{1}{2}jz^{-1})(1-\frac{1}{2}jz^{-1})(1+\frac{3}{4}z^{-1})}$$

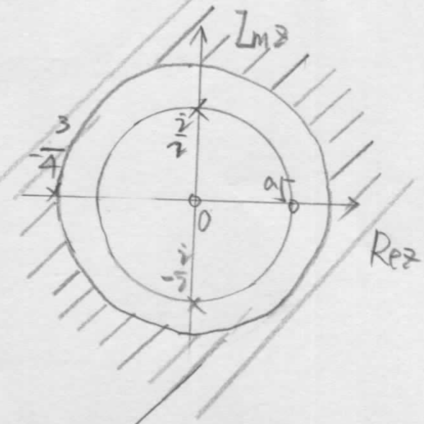
$$=\frac{z^2(z-\frac{1}{2})}{(z+\frac{1}{2}j)(z-\frac{1}{2}j)(z+\frac{3}{4})}$$

极点：$z=\frac{j}{2},-\frac{j}{2},-\frac{3}{4}$　零点 $z=0,\frac{1}{2}$

1) $|z|<\frac{1}{2}$ 为左边序列　2) $\frac{1}{2}<|z|<\frac{3}{4}$ 为双边序列　3) $|z|>\frac{3}{4}$ 为右边序列







3. $H(z)=\frac{1-0.5z^{-1}}{(1+0.5z^{-1})(1-0.5z^{-1})}=\frac{1}{1+0.5z^{-1}}$　极点 $z=-0.5$　收敛域 $|z|>\frac{1}{2}=|-\frac{1}{2}|$

查表 $ZT[a^n u(n)]=\frac{1}{1-az^{-1}}$　$|z|>|a|$　得　$x(n)=(-\frac{1}{2})^n u(n)$

收敛域包含单位圆，系统稳定，且是因果系统

4. 查表 $ZT[a^n u(n)]=\frac{1}{1-az^{-1}}$　$|z|>|a|$　得

$X_1(z)=ZT[x_1(n)]=\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$　$|z|>\frac{1}{2}$　　$X_2(z)=ZT[x_2(n)]=\frac{1}{1-\frac{1}{3}z^{-1}}$　$|z|>\frac{1}{3}$

由序列的移位性质得　$ZT[x_1(n+3)]=z^3X_1(z)=\frac{z^3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$　$|z|>\frac{1}{2}$

$x_2(n)\xrightarrow{\text{翻转得}}x_2(-n)$ 并向左移一位 $x_2[-(n+1)]=x_2(-n-1)$

$ZT[x_2(-n)]=X_2(\frac{1}{z})=\frac{1}{1-\frac{1}{3}z}$　$|\frac{1}{z}|>\frac{1}{3}$　$|z|<3$

$ZT[x_2(-n-1)]=z\cdot X_2(\frac{1}{z})=z\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{3}z}$　$|z|<3$

由时域卷积性质　$Y(z)=ZT[x_1(n+3)]\cdot ZT[x_2(-n-1)]$

$=\frac{z^3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}\cdot\frac{z}{1-\frac{1}{3}z}=\frac{3z^5}{(z-\frac{1}{2})(3-z)}$　$\frac{1}{2}<|z|<3$

A+　10/13