
动态规划与最优控制

作业 2

问题 1: 计算下列泛函的变分

$$J[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (x^4 y' + x^3 y + 3) dx$$

问题 2: 讨论泛函 $J[y] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y^2 + y' \sin 2x) dx$ 满足边界条件 $y(0) = k, y(\frac{\pi}{2}) = -1$ 的极值曲线是否存在?

问题 3: 设人造地球卫星姿态控制系统的状态方程为

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

性能泛函为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^2 u^2(t) dt$$

边界条件为

$$x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(2) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

求使性能泛函取极值的极值轨线 $x^*(t)$ 和极值控制 $u^*(t)$ 。

问题 4: 考虑直流电机得速度控制问题, 在忽略电枢电感和粘性阻尼时, 电机得动态特性可由如下微分方程描述

$$T_m \dot{\omega}(t) + \omega(t) = \frac{1}{K_e} u(t)$$

其中, $\omega(t)$ 为电机转速; $u(t)$ 为电枢电压; T_m 为机电时间常数; K_e 为反电动势系数。假设电机初始转速为 $\omega(0) = 1$, 欲设计电枢电压 $u(t)$, 使得电机在 t_f 时刻停止, 即 $\omega(t_f) = 0$, 使得控制能量最小, 即使得

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} u^2(t) dt$$

达到最小。