

一（25 分）试用单纯形法求解如下线性规划问题：

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 - x_2 + x_3 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2 \\ 2x_1 + x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

二（25 分）若上题（原问题）的对偶问题的最优解为 $y_1=0$, $y_2=1.5$ 。试进行如下分析：

（1）请利用对偶理论中的互补松弛性求解原问题的最优解。

（2）假设原问题描述了一个生产计划，原问题的第 2 个约束为某材料的用料约束。若可以在市场上以 3 个利润单位的价格购买 1 个用料单位的该材料，那么这种购买是否合算，为什么？

三（25 分）若第一题变化为

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 2 \\ 2x_1 + x_3 - x_4 \leq 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \end{aligned}$$

如何在第一题解答的基础上得到该题解答？

四（25 分）请用对偶单纯形法求解如下问题：

$$\begin{aligned} \min z &= 3x_1 + x_2 \\ s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$