

自动控制原理 实验报告



2022/3/19

实验六 线性系统综合与校正

一、 实验目的

1. 掌握线性系统的校正原理及校正方法，根据时域指标和频域指标间的关系，设计满足性能指标要求的校正装置。
2. 熟练运用 MATLAB 系统设计工具箱，对校正前后控制系统的时域或频域特性进行分析，选择合适的校正参数。
3. 根据系统的数学模型在模拟机上构建系统，并根据已确定的校正参数选择合适的元器件。

二、 实验仪器及设备

- 1、 STAR ACT 实验装置一套
- 2、 数字示波器
- 3、 微型计算机

三、 实验内容及步骤

根据实验四或实验五计算的数据，利用实验装置 STAR ACT 教学模拟机，对下列系统进行分析，设计满足性能指标的要求的装置，写出设计过程，记录实验电路图并分析实验结果。

第一题

利用根轨迹对已知传递函数系统进行校正

设单位反馈系统的开环传递函数为

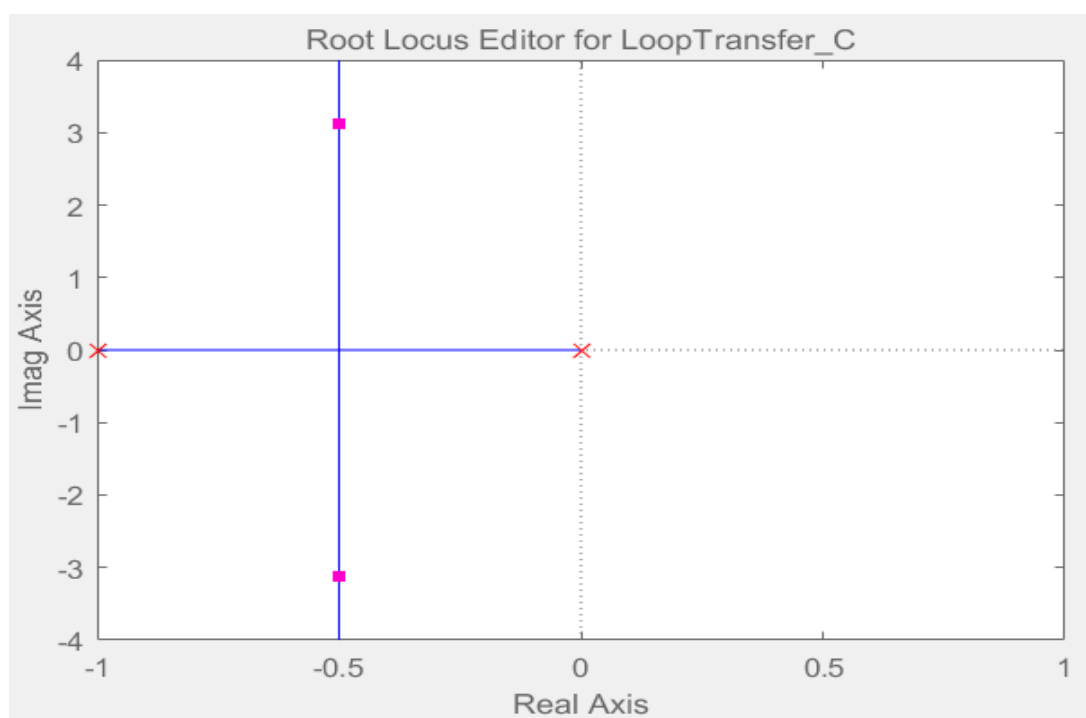
$$G(s) = \frac{10}{s(s+1)}$$

设计目标：

要求系统在单位阶跃输入作用下超调量 $\sigma = 20\%$, 调节时间 $t_s = 4s$ (2%)。

实验内容

对原系统进行分析，系统的根轨迹如下图所示



由 σ 和 ξ 的关系可得

$$\xi = \frac{\ln\left(\frac{1}{0.2}\right)}{\sqrt{\pi^2 + [\ln\left(\frac{1}{0.2}\right)]^2}} \approx 0.4559$$

$$\theta = \arccos \xi \approx 62.87^\circ$$

再由

$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} (2\%) = 4$$

可得

$$\xi \omega_n = 1$$

即在零极点分布图上实轴外的极点横坐标为-1

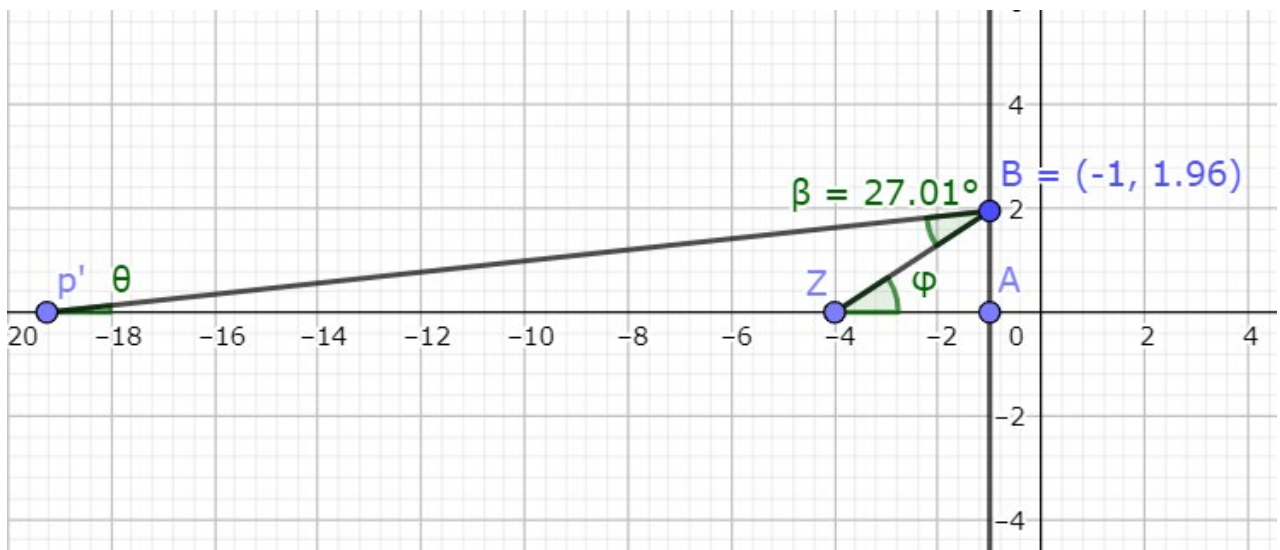
再由 $\theta = 62.87^\circ$ ，可得 $s' = -1 + j1.958$

此时

$$\angle G(s') = -(\pi - \arctan 1.958) - 90^\circ = -207^\circ$$

故相角应补充 $207^\circ - 180^\circ = 27^\circ$ 才能满足要求。

此时需要在实轴上假设一个零点，根据几次尝试后发现该零点 Z 使得 ϕ 越接近 27° 时，最终效果越好，故设置 $Z = (-4, 0)$



此时 $\phi = 33^\circ$ ， $\theta = 33^\circ - 27^\circ = 6^\circ$ ，由平面几何可知， $p' = (-19.6, 0)$

则

$$G_c(s) = K_c \frac{s + 19.6}{s + 4}$$

对于 K_c ，由幅值条件

$$|G_c(s') \times G(s')| = 1$$

可得

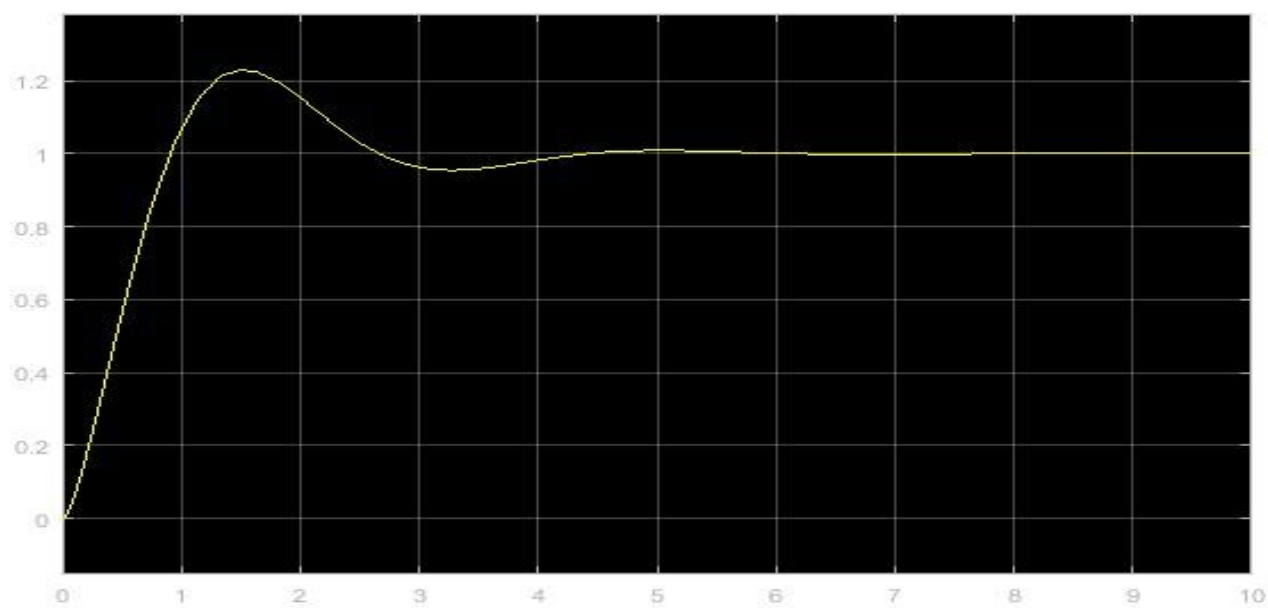
$$\left| K_c \frac{\sqrt{\omega^2 + 16}}{\sqrt{\omega^2 + 19.6^2}} \frac{10}{\omega \sqrt{1 + \omega^2}} \right| = 1$$

其中 $\omega = 1.958 \text{ rad/s}$ ，解得 $K_c = 1.9$

则校正网络传递函数为

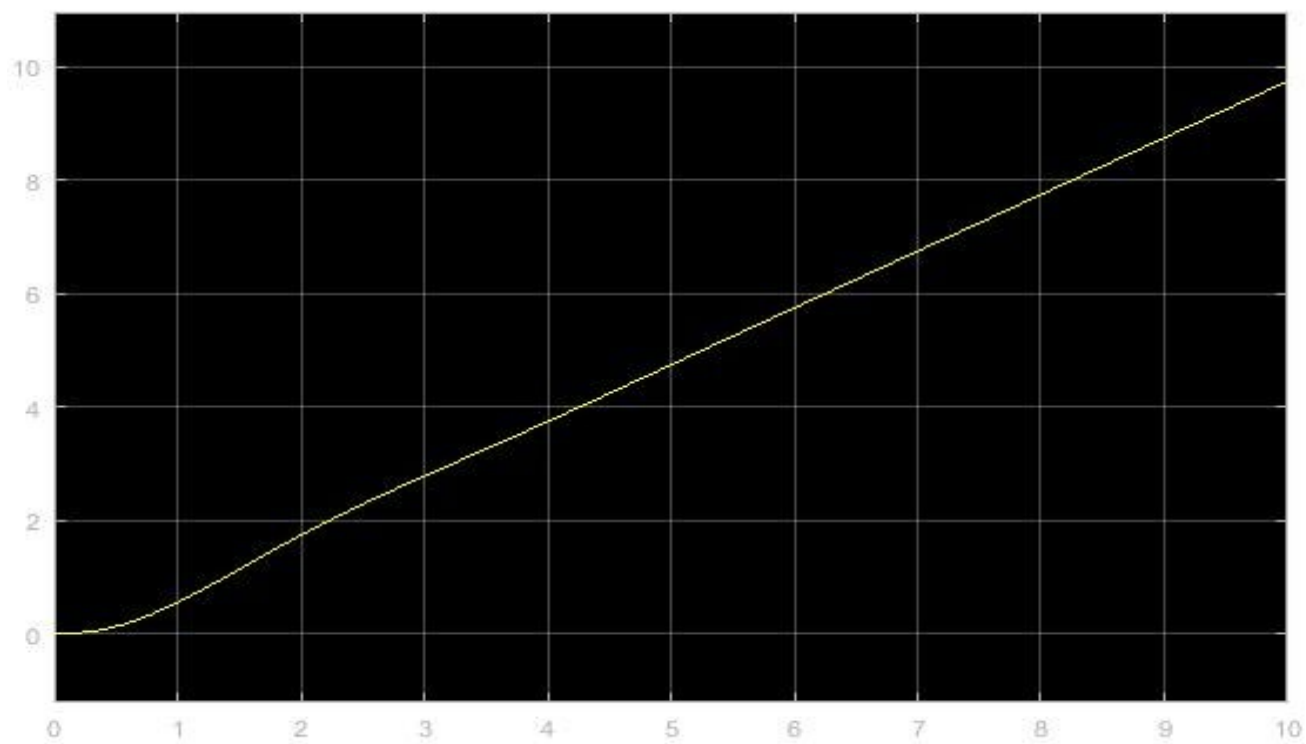
$$G_c(s) = \frac{1.9(s + 19.6)}{s + 4}$$

对校正后的系统使用 MATLAB 进行分析，校正后系统单位阶跃响应如下图所示

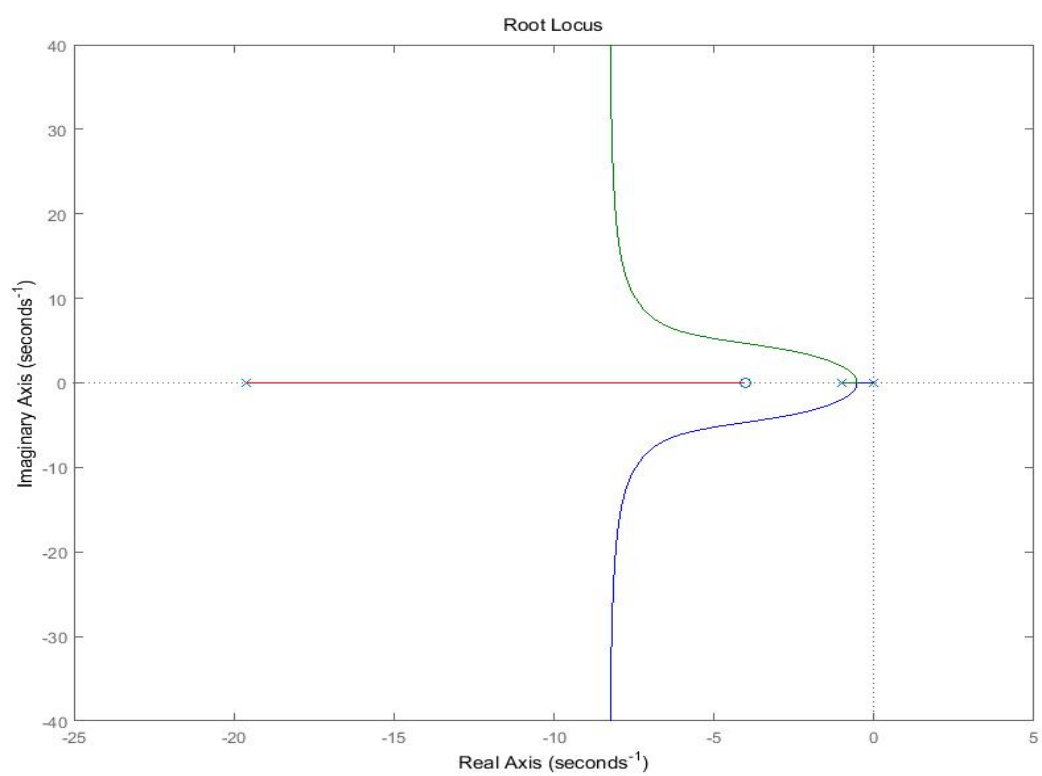


超调量 $\sigma \approx 21\%$ ，调节时间 $t_s \approx 4s$ (2%)，基本满足要求。

校正后系统的单位斜坡响应如下图所示



校正后系统的根轨迹如下图所示



第二题

频域法串联超前校正

频域法校正主要是通过对被控对象的开环对数幅频特性和相频特性（Bode图）观察和分析实现的。

一、实验目的

1. 了解和掌握超前校正的原理。
2. 了解和掌握利用闭环和开环的对数幅频特性和相频特性完成超前校正网络的参数的计算。
3. 掌握在被控系统中如何串入超前校正网络，构建一个性能满足指标要求的新系统的方法。

二、实验原理及说明

超前校正的原理是利用超前校正网络的相角超前特性，使中频段斜率由 40dB/dec 变为 -20dB/dec 并占据较大的频率范围，从而使系统相角裕度增大，动态过程超调量下降；并使系统开环截止频率增大，从而使闭环系统带宽也增大，响应速度也加快。超前校正网络的电路图及 Bode 图见图 3-3-1。

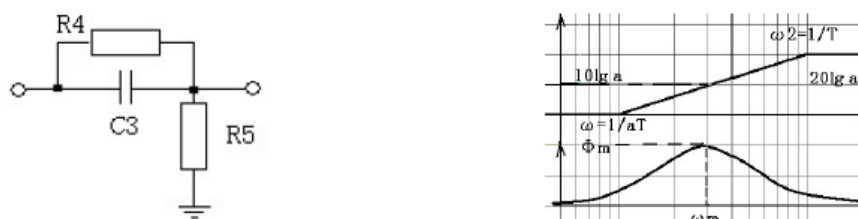


图 3-3-1 超前校正网络的电路图及伯德图

三、实验内容及步骤

1. 观测被控系统的开环对数幅频特性 $L(\omega)$ 和相频特性 $\phi(\omega)$ ，幅值穿越频率 ω_c ，相位裕度 γ ，按“校正后系统的相位裕度 γ' ”要求，设计校正参数，构建校正后系统。

2. 观测校正前、后的时域特性曲线，并测量校正后系统的相位裕度 γ' 、超调量 M_p 、峰值时间 t_p 。
3. 改变“校正后系统的相位裕度 γ ”要求,设计校正参数，构建校正后系统，画出其系统模拟电路图和阶跃响应曲线，观测校正后相位裕度 γ' 、超调量 M_p 、峰值时间 t_p 填入实验报告。

1. 未校正系统的时域特性的测试 未校正系统模拟电路图见图 3-3-2。

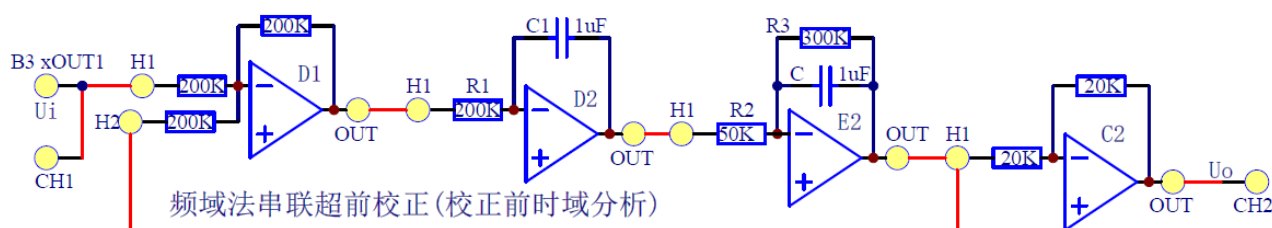
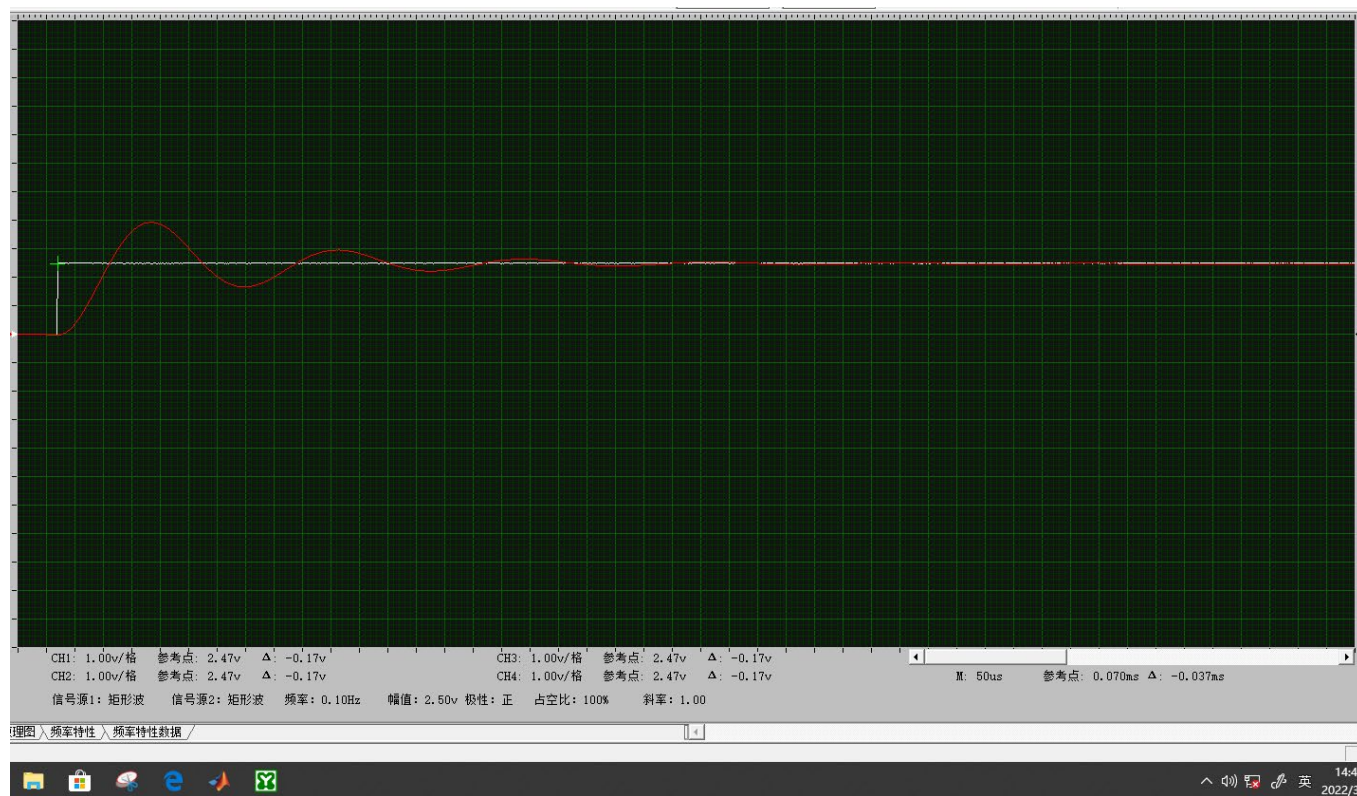


图 3-3-2 未校正系统模拟电路图

(1) 运行、观察、记录



测量未校正系统的时域特性：

超调量 $M_p = 58.3\%$

峰值时间 $t_p = 0.332s$

调节时间 $t_s = 1.67s$ (5%)

2. 未校正系统的频域特性的测试

未校正系统频域特性测试的模拟电路图见图 3-3-4，与图 3-3-2 比较，该图只是增加了 C2 (OUT) → B3 (ADin) 插孔连线，其余均相同。

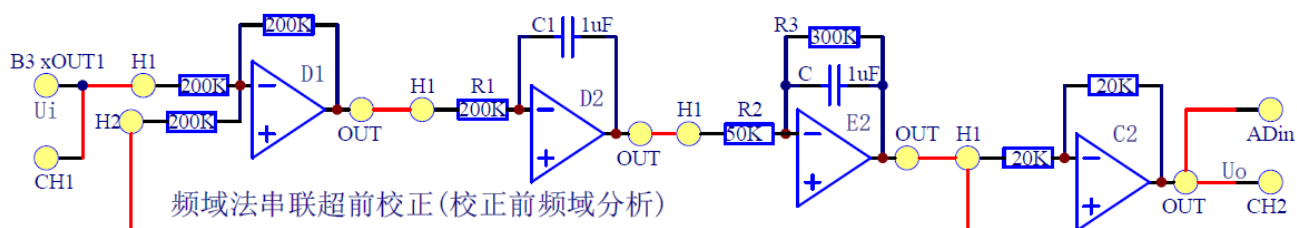
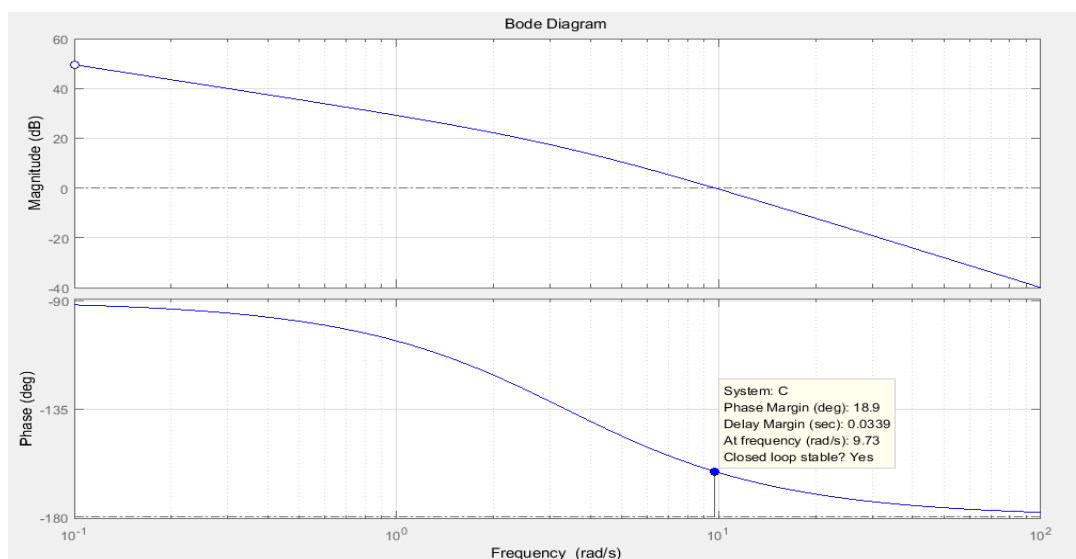


图 3-3-4 未校正系统频域特性测试的模拟电路图

实验步骤：

- (1) 构造模拟电路
- (2) 运行、观察、记录，未校正系统的 Bode 图如下图所示



3. 超前校正网络的设计

由模拟电路图求出系统开环传递函数

$$G(s) = \frac{30}{s(1 + 0.3s)}$$

① 计算未校正系统的相位裕度;

由未校正系统的 Bode 图可求出

$$\omega_c = 9.73 \text{ rad/s}$$

$$\gamma = 18.9^\circ$$

② 根据设计要求校正后系统的相位裕度 γ' , 计算 a , T ;

设计目标: 校正后相角裕度 $\gamma' = 45^\circ$

$$\phi_m = \gamma' - \gamma + \Delta\phi = 45^\circ - 18.9^\circ + 3.9^\circ = 30^\circ$$

$$a = \frac{1 + \sin\phi_m}{1 - \sin\phi_m} = 3$$

由 $L_c(\omega_m) = 10\lg a$, 可得 $\omega_m = 7.25 \text{ rad/s}$

由 $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, 可得 $T = \frac{1}{7.25\sqrt{3}} = 0.0796 \text{ s}$

③ 根据 a, T , 计算电路参数 R_4, R_5, C (根据实验装置, 可以指定 $C = 1\mu F$);

由

$$T_1 = aT = R_4C = 0.2388$$

可得

$$R_4 = 240 \text{ k}\Omega$$

再由

$$T = T_2 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} C$$

可得

$$R_5 = 120k\Omega$$

④ 写出超前校正网络传递函数；

$$G_c = \frac{1}{a} \times \frac{1 + aTs}{1 + Ts} = \frac{1 + 0.2388s}{3(1 + 0.0796s)}$$

⑤ 为了补偿接入超前校正网络后，被校正系统的开环增益要下降 a 倍，必须另行提高系统的开环增益增益 a 倍（单独串接增益为 a 的比例环节）。

$$a = \frac{R_4 + R_5}{R_5} = 3$$

4. 校正后系统的频域特性的测试

连接串联超前校正后系统频域特性测试的模拟电路图并观察频率特性。

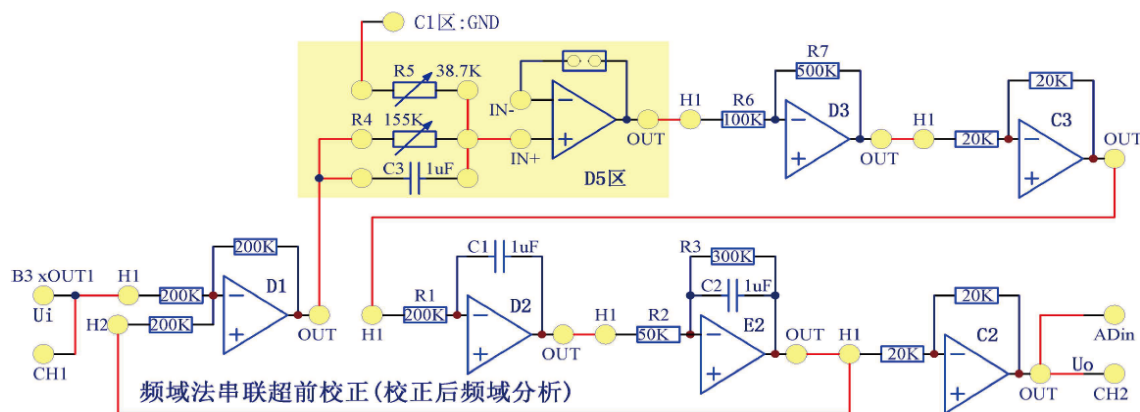
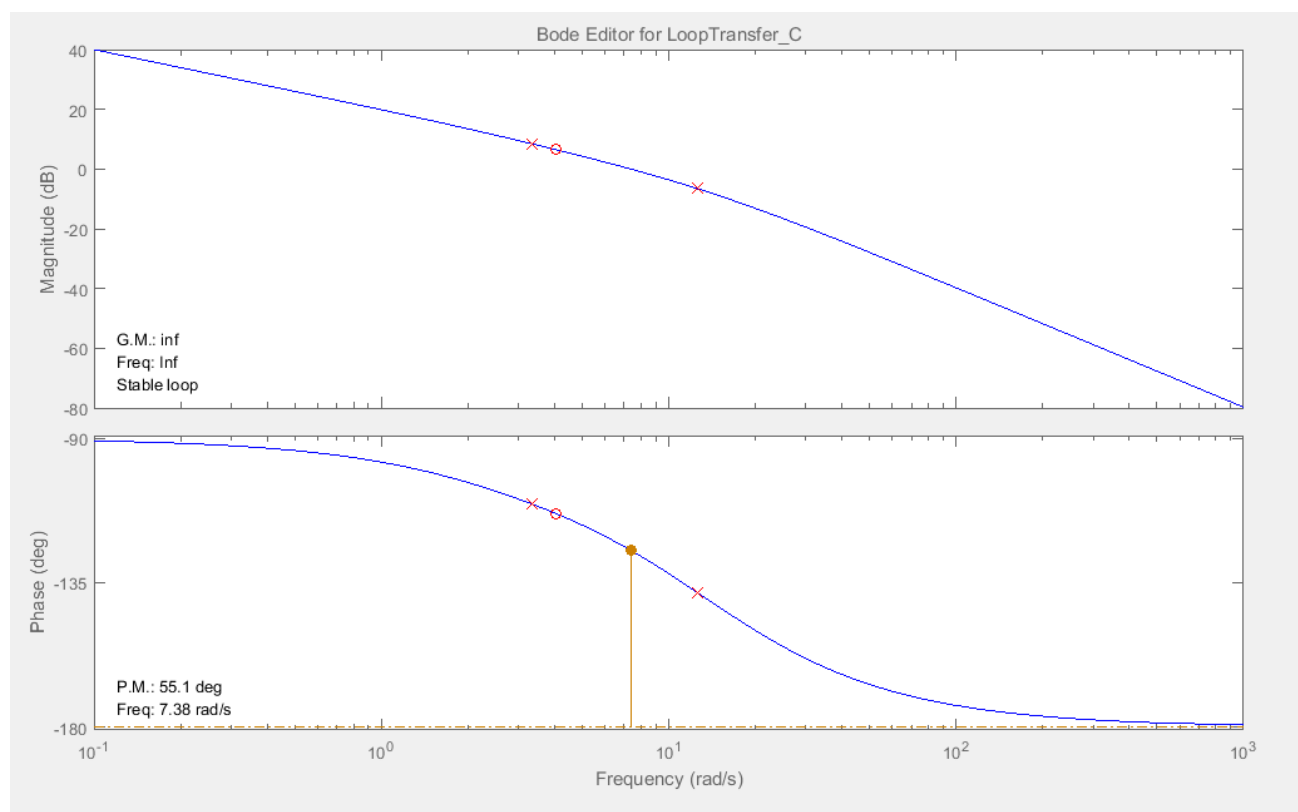


图 3-3-7 串联超前校正后系统频域特性测试的模拟电路图

串联超前校正后系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{10(1 + 0.2388s)}{s(1 + 0.3s)(1 + 0.0796s)}$$

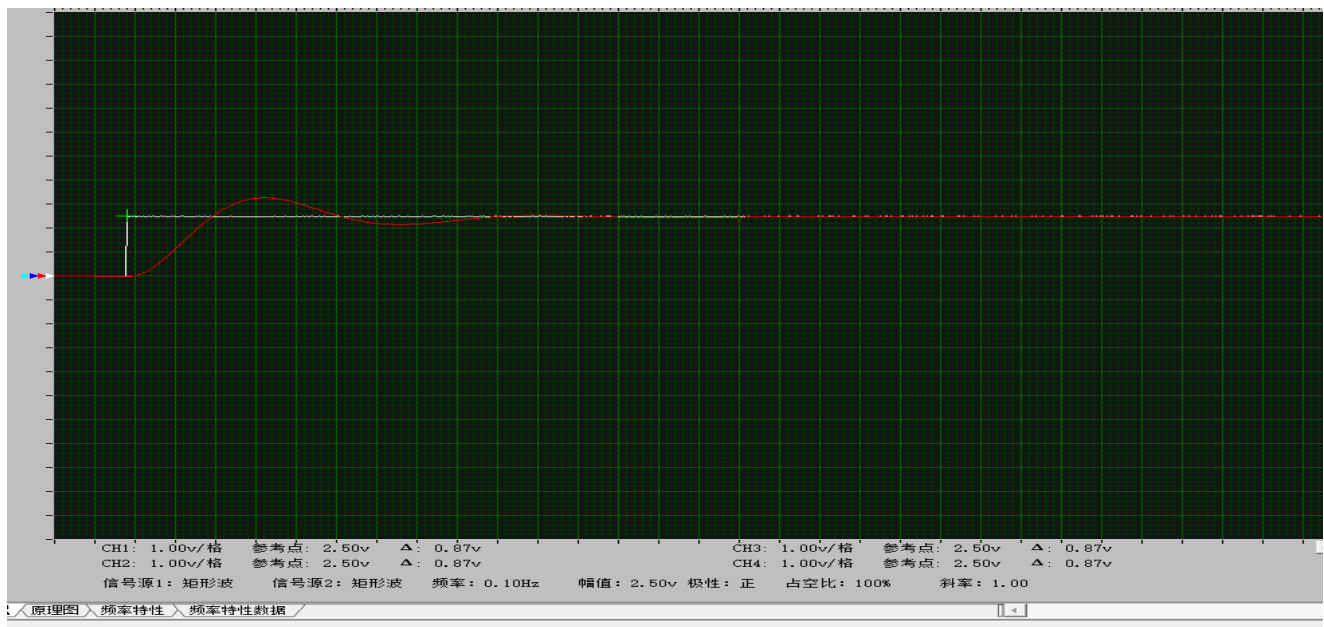
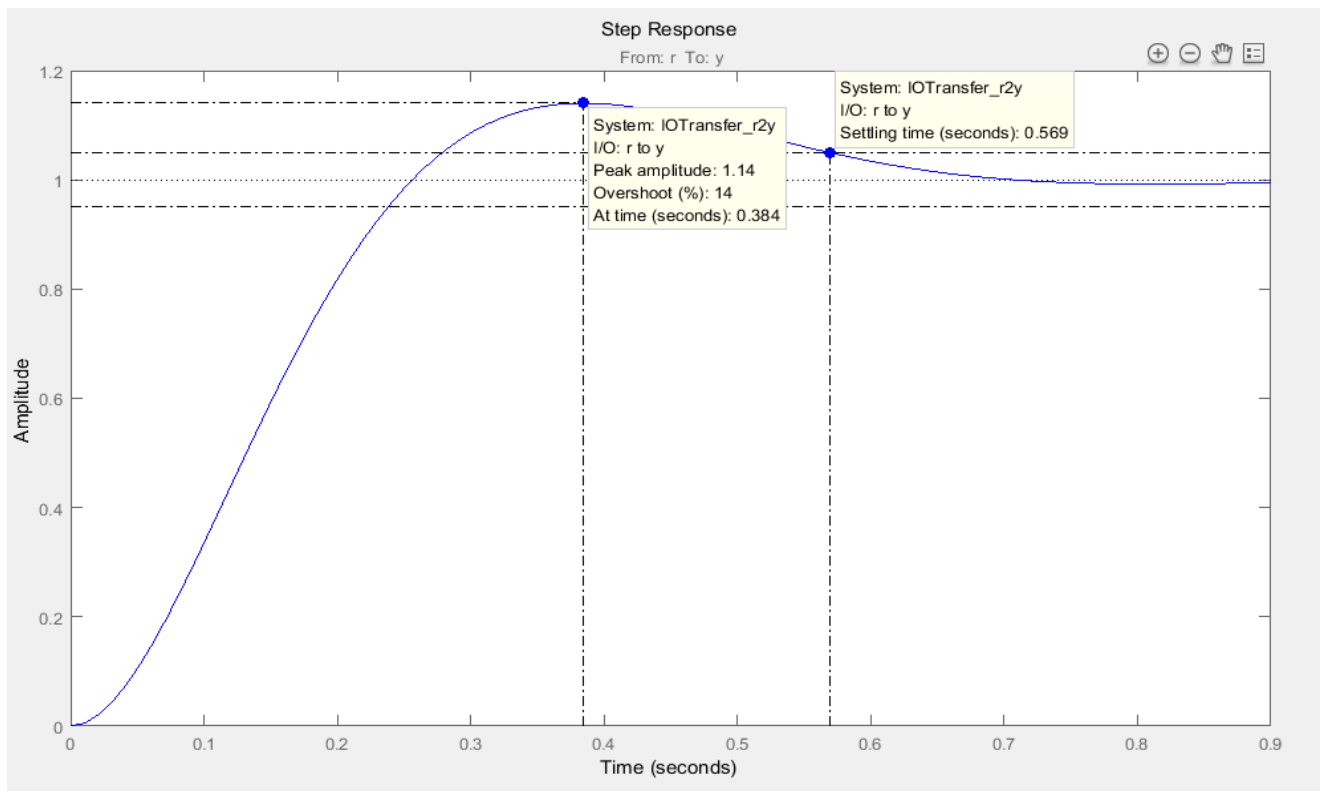
校正后系统的 Bode 图如下图所示



求得 $\gamma' = 55.1^\circ > 45^\circ$ ，符合设计要求。

5. 校正后系统时域特性的测试

系统的单位阶跃响应如图所示



求得校正后 $t_s = 0.569s$, $t_p = 0.384s$, $M_p = 14\%$, 符合设计要求

总结

通过对原系统使用超前校正网络进行调节，得到校正后结果为

相位裕度 γ' (设计目标)	测量值		
	相位裕度 γ'	超调量 $M_p(\%)$	峰值时间 t_p
45°	55.1°	14%	0.384

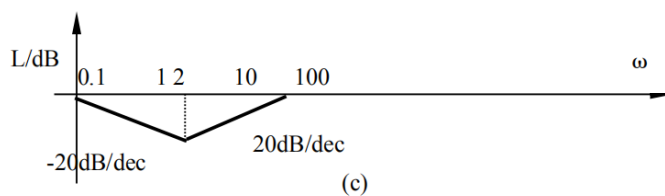
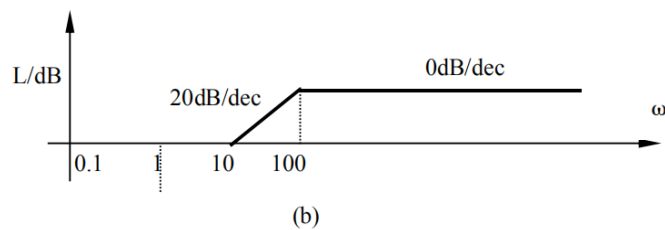
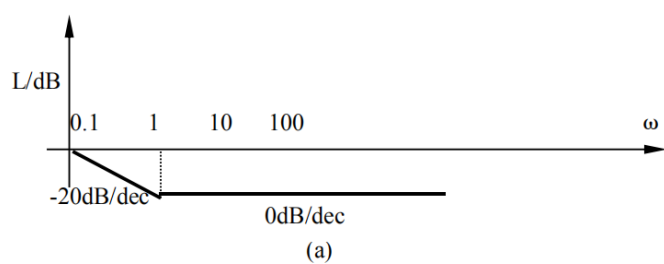
校正后系统的时域和频域特性均得到改善。

第三题

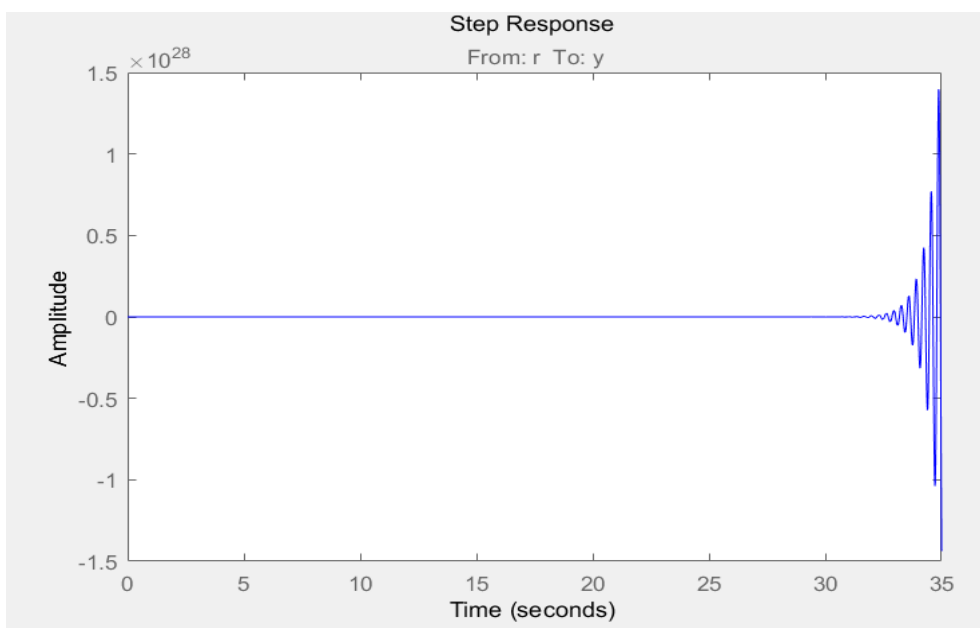
如图所示三种串联网络特性，它们均由最小相角环节组成，若控制系统为单位反馈系统，其开环传递函数为

$$G(s) = \frac{400}{s^2(0.01s + 1)}$$

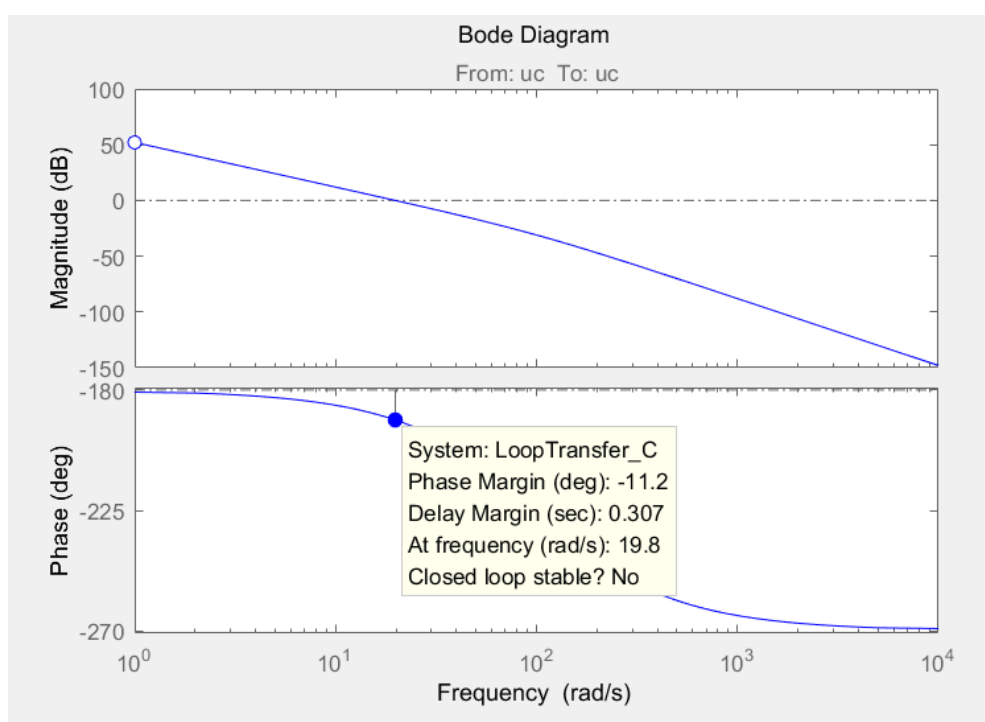
试求：1) 系统加入哪一种串联网络，可使校正系统的稳定程度最好？



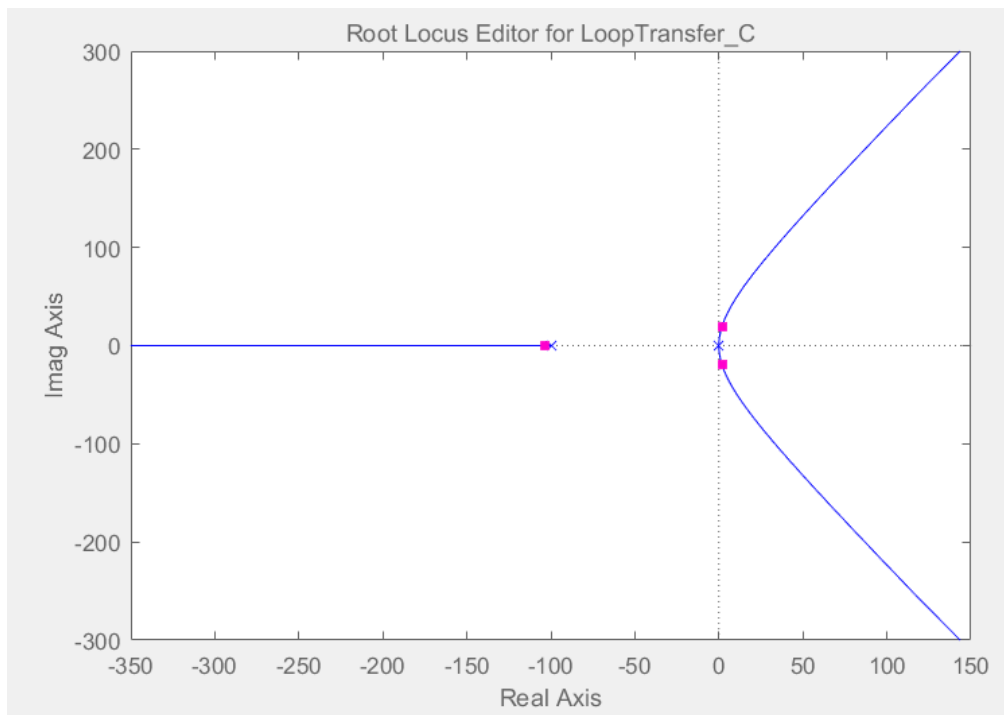
在 MATLAB 中对原系统进行仿真，系统的阶跃响应如下图所示：



系统的 Bode 图如下图所示：



系统根轨迹如下图所示



分析：

由上图可看出该系统不稳定，且幅值裕度以及相角裕度都是负值，需要引入校正装置。

① 引入滞后校正（a 图）

该校正装置的传递函数为：

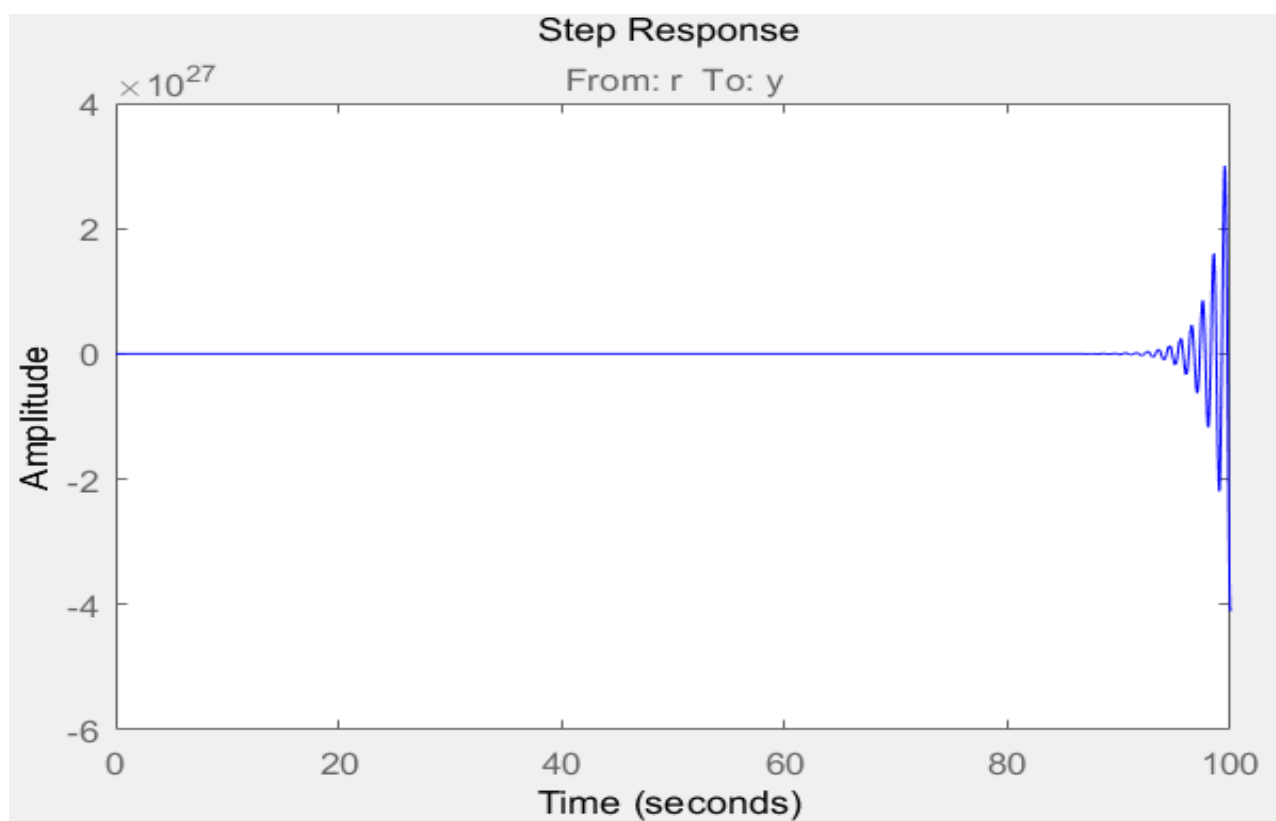
$$C(s) = \frac{1 + s}{1 + 10s}$$

则引入该校正装置后的传递函数为：

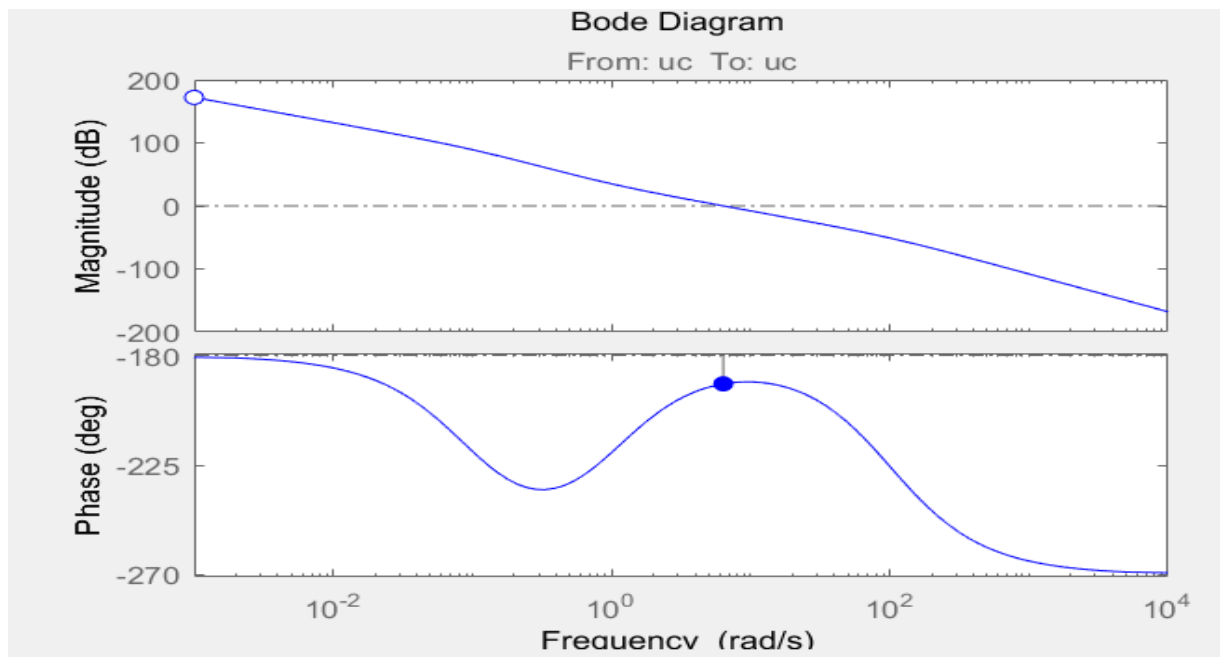
$$G(s) = \frac{400(1 + s)}{s^2(0.01s + 1)(1 + 10s)}$$

仿真结果如下：

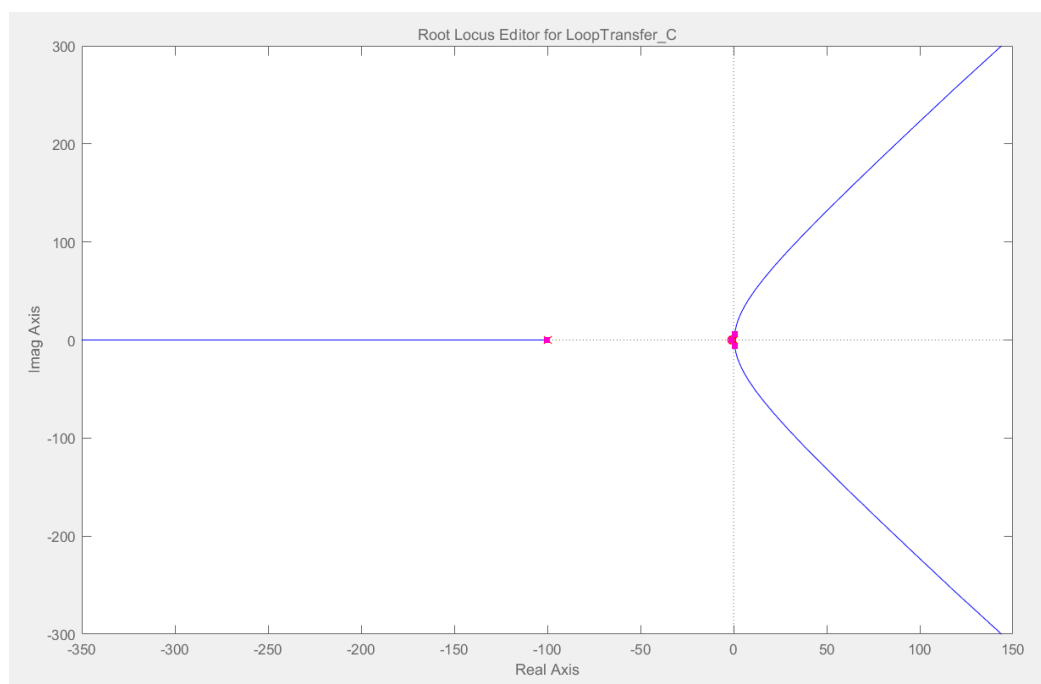
校正系统的阶跃响应如下图所示



校正系统的 Bode 图如下图所示



校正系统的根轨迹如下图所示



② 引入超前装置（b 图）

该装置的传递函数为：

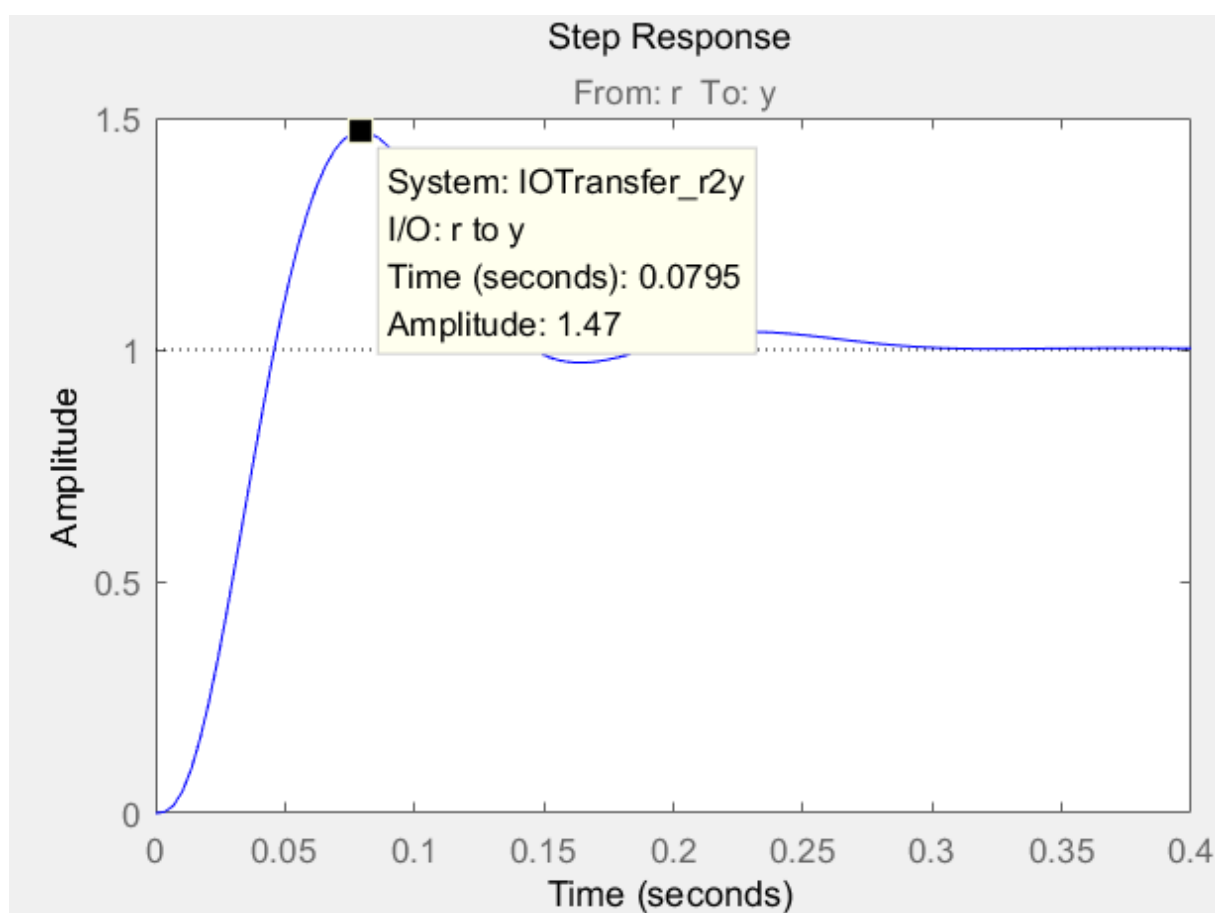
$$C(s) = \frac{1 + 0.1s}{1 + 0.01s}$$

使用装置后，系统传递函数为：

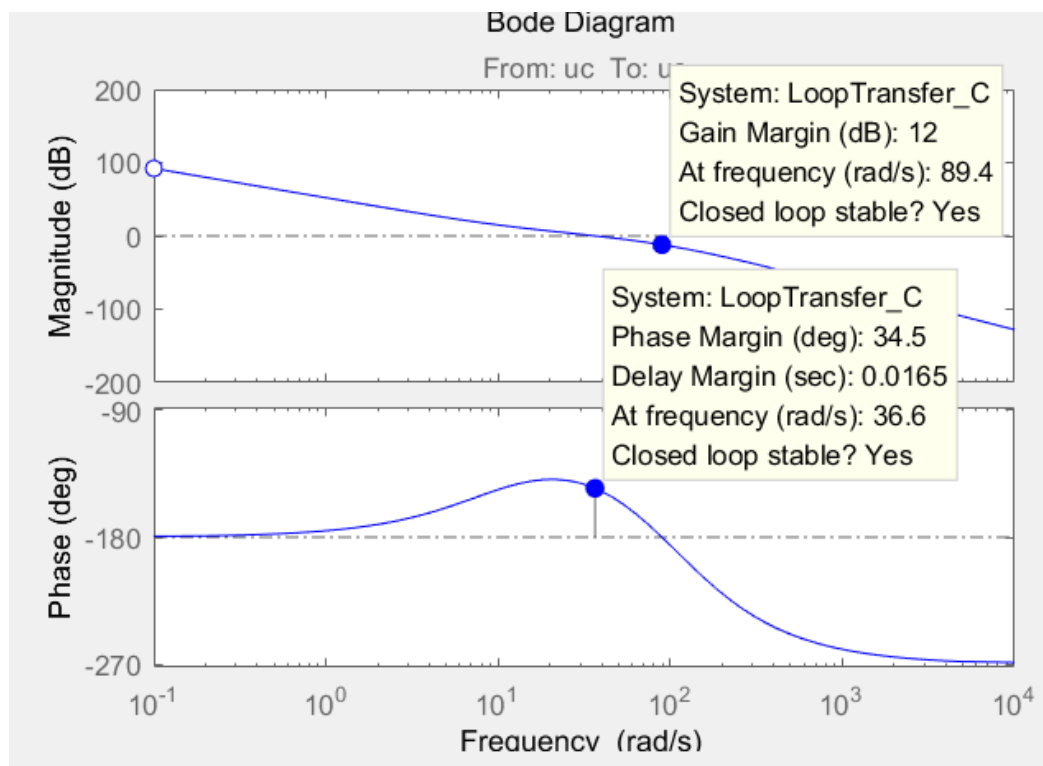
$$G(s) = \frac{400(1 + 0.1s)}{s^2(0.01s + 1)(1 + 0.01s)}$$

相应的仿真结果如下：

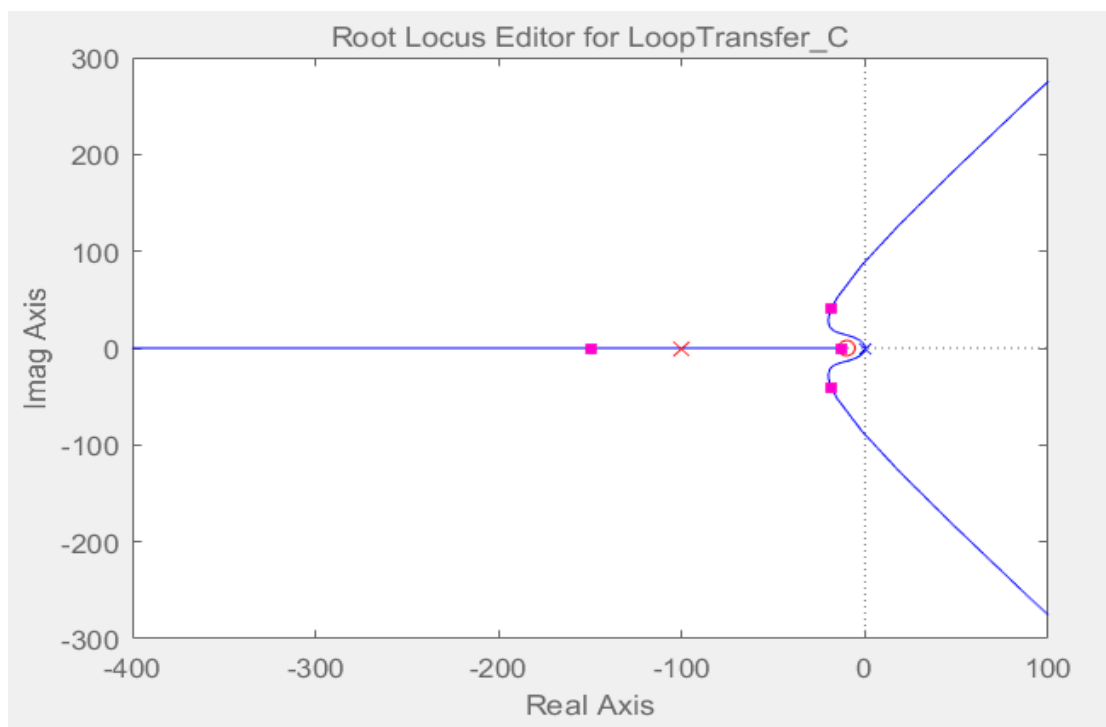
校正后系统的阶跃响应如下图所示



校正后系统的 Bode 图如下图所示



校正系统的根轨迹如下图所示



③ 引入超前滞后环节（c 图）

校正装置的传递函数为：

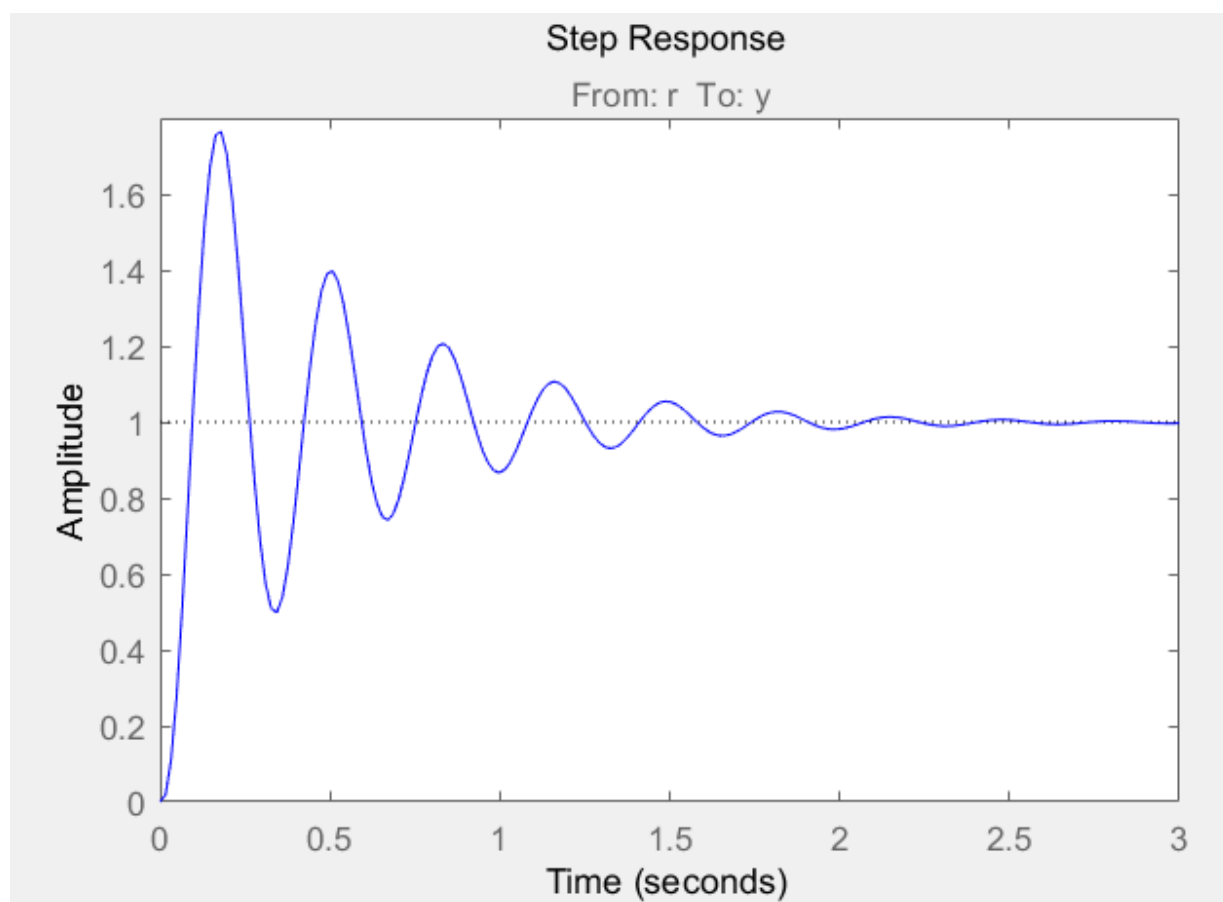
$$C(s) = \frac{(1+s)^2}{(1+10s)(1+0.1s)}$$

引入该装置后，系统的传递函数为：

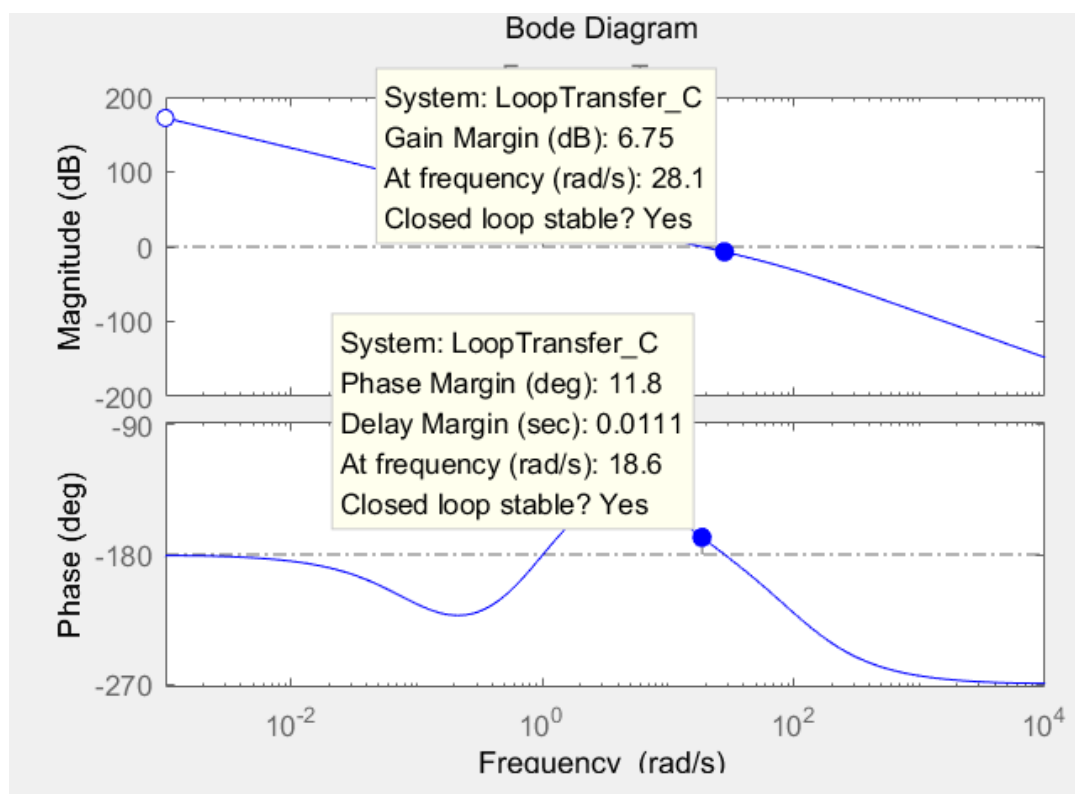
$$G(s) = \frac{400(1+s)^2}{s^2(0.01s+1)(1+10s)(1+0.1s)}$$

对于引入校正装置后的系统仿真如下：

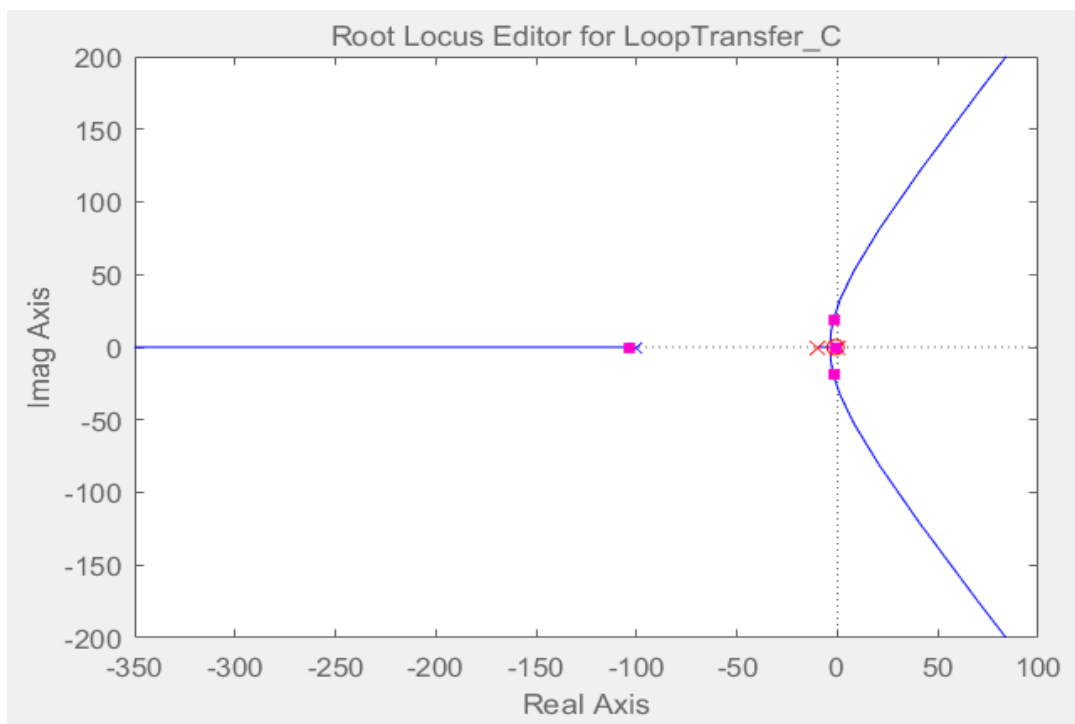
校正系统的阶跃响应如下图所示



校正系统的 Bode 图如下图所示



校正系统的根轨迹如下图所示



结论:

① **a** 为一个滞后校正装置，会引起相角的滞后，降低相角裕度，而对于原系统本来相角裕度就为负值，因此**不能引入滞后**

② **b** 是一个超前校正装置，可以增大相角裕度，对于原系统而言可以有较大的改善，并且由仿真结果可以看出，引入校正后的系统是稳定的。

③ **c** 是一个滞后超前的网络，但通过装置 **b** 与 **c** 实验结果可以看出，装置 **c** 的校正效果不如装置 **b**。

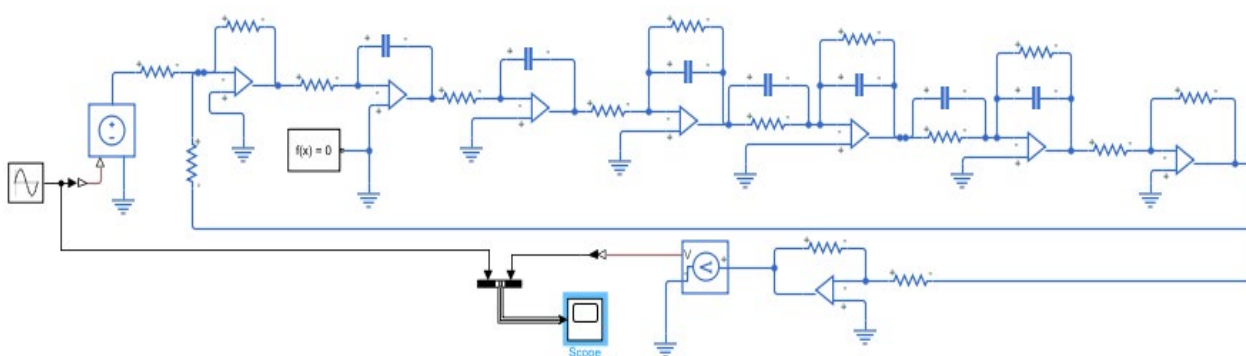
因此最终选择装置 **b**。

2) 为了将 12Hz 的正弦波噪声削弱 10 倍左右，你确定采用哪种串联网络特性？

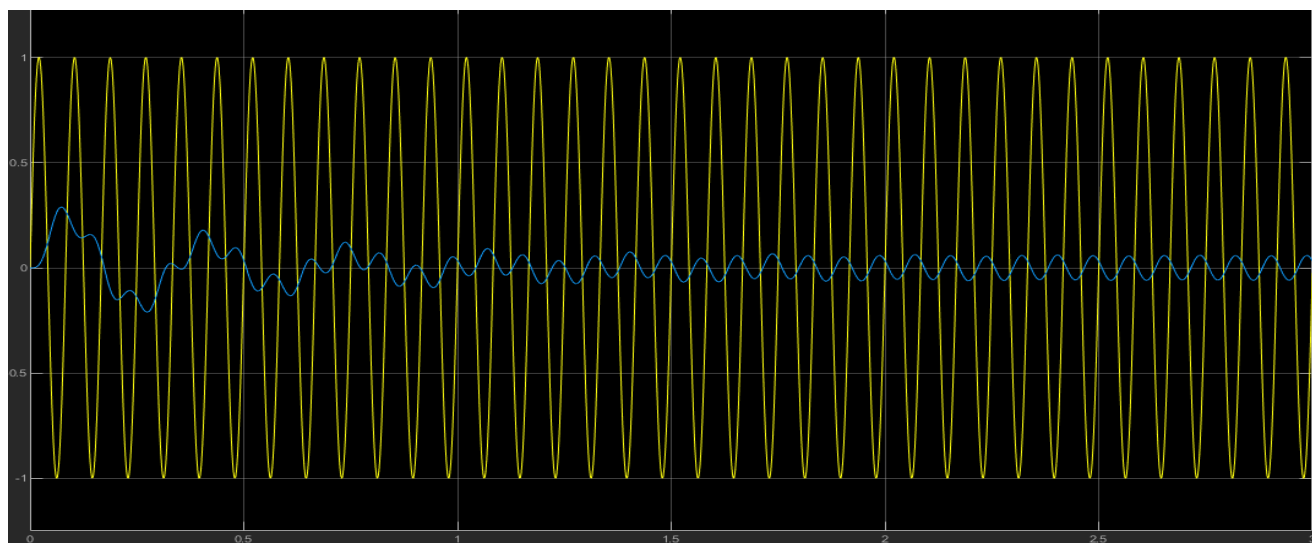
衰减的频率为 12Hz，转化为角频率为 $\omega = 75.4\text{rad/s}$ ，故选择**装置 b** 可以满足需要。传递函数为：

$$G(s) = \frac{400(1+s)^2}{s^2(0.01s+1)(1+10s)(1+0.1s)}$$

物理电路仿真结构图如下：



输入 12Hz 正弦波输入进行验证，输入和输出波形分别为：



从稳定后的输出波形可以看出对 12Hz 的信号衰减满足要求。