

第十讲 系统设计与评价

一、系统设计

系统分析的**主要成果**：（系统设计的基础）

- 新建或改建系统的必要性、可能性和可行性；（目标分析、可行性分析）
- 系统的目标和系统的约束：新建或改建系统的框架结构和评价基础；（结构分析、环境分析）
- 几种有价值的可供进一步加工的系统方案等。（定性、定量）

系统设计任务：应用系统思想（框架）、并综合各学科的知识、技术和经验（工具），通过总体规划和详细设计等环节（内容），充分利用和发挥系统分析的成果并把这些成果**具体化和结构化（基础）**，以创造满足设计目标的人造系统（目的）。

1. 任务与原则

1) 系统设计问题分类

- 可以通过系统行为的直接测量来证实所设计系统是否正确可行的，通常的实物系统如工程项目的设计属于这一类。（直接调研）
- 系统的目标不清、结构不良，设计人员很难甚至不可能在设计过程中观察该系统的行为特征及其后果，大部分社会经济系统的设计属于这一类。（应用方案生成技术）

2) 方案生成技术

(1) 显式生成：由决策人或系统分析员直接提出各种可能的方案

- 战略表法：把可以生成方案的有关内容分成若干方面，对每个方面又提出若干可供选择的项目或行动，并用表格形式列举出来。经过讨论挑选出若干比较合理和符合逻辑的组合，形成相应的备选方案。（组合创新）
- 智暴法：这是一种特定形式的专家会议，通过与会者自发提供信息、想法和建议来形成各种备选方案的办法。（头脑风暴）

（2）隐式生成：由决策人提出约束条件，由分析人员利用数学工具求出各种方案。一般是先建立模型、再求解满足约束条件的方案，例如直接分析法、概率统计分析法、工程设计分析法、状态空间分析法等。（定量设计）

3）设计原则

- 系统设计应追求整体最优（状态和输出全局最优）
- 主导事件原则（弱化小概率事件）
- 信息分类要适应决策需要（一般资料、决策参考资料）
- 综合应用多种知识和技术（系统工程的特点）

2. 程序与步骤

系统设计特点：

系统工程过程（与传统设计过程不同），即目标—功能—结构—效益的多次分析与综合。（寻求最优方案，适合大型产品和重大工程项目）

系统生成的一般步骤：（生命周期）

概念系统的设计（提出和分析问题）

系统的初步设计（搭建框架和机制研究）

详细设计与研发（结构分解和关键问题）

生产与构建系统（建设期）

系统运行与支持（运营期）

维护与逐步淘汰（升级和更新）

系统设计程序：

1. 设计方针和设计方法的给定；（采用创造性技术，按照线性和循环的方式提供多种可行方案备选）
2. 分析（完善方案：整体性、过程、环境、安全性、可靠性、假设、前提、结果）与综合（创造性方案生成：重要目标、修改约束、变化手段、基本设想）的探讨；
3. 设计数据的收集与加工；（基础数据分析、实验数据验证）
4. 分系统设计与评价；（结构分解）
5. 总系统设计与评价；（综合集成）
6. 实现方法的设计与评价；（创新方案生成）
7. 系统综合评价。（指标体系设计）

3. TRIZ 创新设计

1946 年，前苏联海军专利调查员根里奇·阿奇舒勒通过对 200 多万个专利研究发现：① 相似的问题和解决方法在工业和科学中会反复出现；② 工业和科学中存在相似的技术演变模式；③ 技术创新是应用其所在领域以外科学影响得到的。根据这三个基础发现，阿奇舒勒坚信能够帮助发明者找到技术创新的一般规律及其解决方法，并由此创立了“创造性技术解决理论”——TRIZ。TRIZ 的俄文缩写为 Теории Решения Изобретательских Задач，对应的英文为 Theory of Inventive Problem Solving (TIPS)。经过 50 多年的发展，TRIZ 已经形成了一套较为完整的理论体系和工具箱。20 世纪 90 年代初，TRIZ 开始传入欧美国家，引起了世界各国学者的浓厚兴趣。自 1993 年以来，美国数以百计的公司如通用汽车、克莱斯勒、洛克威尔以及摩托罗拉等已经开始研究和应用 TRIZ 方法，其中最成功的是福特汽车公司，有 TRIZ 创新的产品为其每年带来超过 10 亿美元的销售利润。但在我国，TRIZ 还没有引起重视，所做研究也甚少。

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

1、分割原则（分离法）

- （1）将物体分成独立的部分；
- （2）使物体成为可拆卸的；
- （3）增加物体的分割程度。

实例：组合家具，分类垃圾箱，百叶窗，分体式冰箱等。（如：分体式电子琴可以拆卸为相互独立的部分，既可单独使用又可联合使用，既便于携带又节省空间。）

2、抽取原则（提取法）

- （1）从物体中抽出产生负面影响（即“干扰”）的部分或属性；
- （2）从物体中抽出必要的部分或属性。

实例：避雷针，舞台上的反光镜。（如：避雷针利用金属导电原理，将可能对建筑物造成损害的雷电引入大地，以消除雷电对建筑物的损害。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

3、局部性质原则（局部质量改善法）

（1）从物体或外部介质（外部作用）的一致结构过渡到不一致结构；

（2）使物体的不同部分具有不同的功能；

（3）物体的每一部分均应具备最适于它工作的条件。

实例：瑞士军刀，家庭药箱，分割式餐盒，多功能手表（兼备通话、存储等功能）等。（如：瑞士军刀整个刀身的不同部分具有其不同的功能。）

4、不对称原则（非对称法）

（1）物体的对称形式转为不对称形式；

（2）如果物体不是对称的，则加强它的不对称程度。

实例：将电脑的插口设置为非对称性的以防止不正确的使用；为增强防水保温性，采用多重坡的屋顶等。（如：双角不对称机床铣刀可以增加磨擦力，有利于提高工作效率。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

5、联合原则（组合法）

（1）把相同的物体或完成类似操作的物体联合起来；

（2）把时间上相同或类似的操作联合起来。

实例：集成电路板、冷热水混水器等。（如：集成电路板将电子元件结合起来，有利于发挥整体功能并节约空间。）

6、多功能原则（一物多用法）

使一个物件、物体具有多项功能以取代其余部件。

实例：可以坐的拐杖，可当做U盘使用的MP3、多功能螺丝刀等。

（如：数码摄像机兼有摄像、照相、录音、硬盘存储功能。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

7、嵌套原则（套叠法）

（1）一个物体位于另一个物体之内，而后者又位于第三个物体之内等；

（2）一个物体通过另一个物体的空腔。

实例：俄罗斯套娃、伸缩式荧光棒、伸缩式天线、推拉门等。

（如：多功能螺丝刀只有一个刀柄，却拥有很多刀头，便于携带和使用。）

8、反重量原则（巧提重物法）

（1）将物体与具有上升力的另一物体结合以抵消其重量；

（2）将物体与介质（最好是气动力和液动力）相互作用以抵消其重量。

实例：热气球、使广告条幅在空中飘荡的氢气球、快艇等。（如：热气球利用燃烧形成的热空气升空。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

9、预先反作用原则（预先反作用法）

（1）事先施加反作用，用来消除不利影响；

（2）如果一个物体处于受拉伸状态，预先施加压力。

实例：钉马掌、给树木罩上黑色的防护网等。（如：给树木刷上参透漆以阻止树皮腐烂。）

10、预先作用原则（预先作法）

（1）预先完成要求的作用（整个的或部分的）；

（2）预先将物体安放妥当，使它们能在现场和最方便的地点立即完成所起的作用。

实例：透明胶带架、在停车场安置的缴费系统等。（如：灭火器在易于发生火灾的地点安放好，用来快速消除火灾发生时的不利影响。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

11、预先应急措施原则（预先防范法）

以事先准备好的应急手段补偿物体的低可靠性。

实例：安全气囊、降落伞的备用包、安全出口、电梯的应急按钮等。（如：事先给汽车安放安全气囊，在发生交通事故时，将驾驶员的伤害降到最低。）

12、等势原则（等势法）

改变工作状态而不必升高或降低物品

实例：汽车修理部的地下修理通道，悬挂式流水线等。（如：现在的大型工厂大部分采用流水线生产，传送带上的物品是不动的，而传送带旁的机械手臂代替了人的劳动，在不改变位置的前提下可以上下左右自由伸缩，提高了生产效率。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

13、相反原则（逆向作用法）

- （1）不用常规的解决方法，而是反其道而行之；
- （2）使物体或外部介质的活动部分变成为不动的，而使不动的成为可动的；
- （3）将物体运动部分颠倒。

实例：起跑器、做泥塑时使用的转盘、滚梯等。（如：跑步机将不动的地面变成了可动的橡胶滚轮，减少了人们锻炼时空间和场地限制。）

14、球形原则（曲面化法）

- （1）从直线部分过渡到曲线部分，从平面过渡到球面，从正六面体或平行六面体过渡到球形结构；
- （2）利用滚筒、球体、螺旋等结构；
- （3）利用离心力，以回转运动代替直线运动。

实例：圆形跑道、圆珠笔的笔尖、洗衣机、汽车的轮胎等。（如：滚轮办公椅将固定的椅腿变为可随意移动的圆轮，方便工作人员移动。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

15、动态原则（动态法）

- （1）物体（或外部介质）的特性的变化应当在每一工作阶段都是最佳的；
- （2）将物体分成彼此相对移动的几个部分；
- （3）使不动的物体成为动的。

实例：用于矫正牙齿的记忆合金，分成一段一段的利于转弯的火车车厢，可以弯曲的吸管等。（如：可折叠式健身器可以折叠，节约空间。）

16、局部作用或过量作用原则（部分超越法）

如果难于取得百分之百的效果，则应当部分达到或超越理想效果。这样可以把问题大大简化。

实例：抹墙时总是先将大量水泥抹在墙上，而后除去多余的；给自行车打气不一定要百分之百的打满。（如：用针管抽取液体的时候不可能直接吸入准确的剂量，而是先多吸取而后再将多余的液体排出，这样大大简化了操作的难度。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

17、向另一维度过渡原则（多维法）

- （1）如果物体作线性运动（或分布）有困难，则使物体在二维度（即平面）上移动。相应地在一个平面上的运动（或分布）可以过渡到三维空间；
- （2）利用层结构替代单层结构；
- （3）将物体倾斜或侧置；
- （4）利用指定面的对面；
- （5）利用投向相邻面或反面的光流。

实例：旋转楼梯、拔地而地的高楼、双面集成电路板等。（如：为了节约城镇居住空间，将单层的平房改为楼房。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

18、机械振动原则（机械振法）

- （1）使物体振动；
- （2）如果已经在振动，则提高它的振动频率（达到超声波频率）；
- （3）利用共振频率；
- （4）用压电振动器替代机械振动器。

实例：无锯末断开木材的方法，其特征是，为减少工具进入木材的力，使用脉冲频率与被断开木材的固有振动频率相近的工具
(苏联发明证书~307986)

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

19、周期作用原则（离散法）

- （1）从连续作用过渡到周期作用（脉冲）；
- （2）如果作用已经是周期的，则改变周期性；
- （3）利用脉冲的间歇完成其它作用。

实例：警笛，收音机用各种不同的波段来传递信息，心脏起捕器等。（如：警车的警笛利用周期性原则，避免噪音过大，并且使人对其更敏感。）

20、连续有益作用原则（有效作用持续法）

- （1）连续工作（物体的所有部分均应一直满负荷工作）；
- （2）消除空转和间歇运转；
- （3）将重复运动改为转动。

实例：内燃机火车的活塞装置、循环流水线等。（如：喷墨打印机的打印头在回程也执行打印操作，避免空转，消除了间歇性动作。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

21、紧急行动原则（快速法）

快速招待一个危险或有害的作用。高速跃过某过程或其个别阶段（如有害的或危险的）。

实例：照相机的闪光灯等。（如：照相机使用闪光烟，高速闪烁，避免给人眼造成伤害。）

22、变害为益原则（变害为利法）

（1）利用有害因素（特别是介质的有害作用）获得有益的效果；

（2）通过有害因素与另外几个有害因素的组合来消除有害的因素；

（3）将有害因素加强到不再是有害的程度。

实例：再生塑料，再生纸，利用粪便和生活垃圾产生沼气加以利用等。（如：将可能污染环境的废旧物品回收，加工后重新利用。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

23、反馈原则（反馈法）

（1）进行反向联系；

（2）如果已有反向联系，则改变它。

实例：驾驶室中的各种仪表将车辆所处的行驶状态反馈给驾驶员，方便驾驶员操作车辆。

24、中介物原则（中介法）

（1）利用中介物质传递某一物体或中间过程；

（2）在原物体上附加一个易拆除的物体。

实例：弹琴用的拨子、放菜的托盘、化学反应中的催化剂、提升物体时的动滑轮等。（如：用托盘将热杯子托起，避免烫伤。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

25、自服务原则（自助法）

- （1）物体应当为自我服务，完成辅助和修理工作；
- （2）利用废弃的资源、能量和物质。

实例：可以自己充电的机器人、用食物或野草等有机废物做的肥料等。（如：大部分计算机都具有自我更新，自我修复的功能。这样能够避免人们繁琐复杂的劳动和可能犯下的错误，节约时间。）

26、复制原则（复制法）

- （1）用简单而便宜的复制品代替难以得到的、复杂的、昂贵的、不方便的或易损坏的物体；
- （2）用光学图像替代单件物品或系列物品，然后图像可以放大或缩小；
- （3）可见光仪器可由红外线或紫外线仪器替代。

实例：宇航员的模拟训练系统、公园中的微缩景观、售楼处的楼盘模型、卫星图像代替实地考察等。（如：利用手机拍摄、传输照片或图像，极大地满足了人们的需要。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

27、替代原则（替代法）

用便宜的物品代替贵重的物品，对性能稍作让步。

实例：假花代替常常更换的真花，一次性物品代替价格昂贵且需要储存的物品，用模式警察代替真警察等。（如：一次性水杯代替了陶瓷、金属水杯，避免了浪费。用塑料制作的盆景代替用鲜花制作的盆景，可以长期使用，利于清洗。）

28、机械系统的替代原则（系统替代法）

（1）用光学、声学、味学等设计原理代替力学设计原理；

（2）用电场、磁场和电磁场同物体相互作用；

（3）由恒定场转向不定场，由时间固定的场转向时间变化的场，由无结构的场转向有一定结构的场；

（4）利用铁磁颗粒组成的场。

实例：感应式水龙头利用光学原理替代力学原理，省力同时节约水源。

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

29、气压或液压原则（压力法）

用气体结构和液体结构代替物体的固定部分。

实例：消防救生用的充气气垫，机动车上用的液压减震器等。

（如：高档球鞋的鞋底都使用了气垫，给脚部提供了很好的缓冲。）

30、利用软壳或薄膜原则（柔化法）

（1）利用软壳和薄膜代替一般的结构；

（2）用软壳和薄膜使用物体同外部介质隔离。

实例：奥运会“水立方”游泳馆等。（如：游乐园中的充气气球将人体与水隔离，使人能够体验在水中行走的乐趣。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

31、多孔材料原料（孔化法）

- （1）将物体做成多孔的或利用附加多孔元件；
- （2）如果物体是多孔的，事先用相应物质填充空孔。

实例：生活中用的纱窗，录音棚用的隔音板，枪械中用的消声器等。

32、变色原则（色彩法）

- （1）改变物体或外部介质的颜色；
- （2）改变物体或外部介质的透明度；
- （3）为了观察难以看到的物体或过程，利用染色添加剂；
- （4）如果已采用了这种添加剂，则彩荧光粉。

实例：彩色荧光棒，在街道上经常看见的荧光灯等。（如：交通警察的警服通常添加明显标志和荧光粉，有利于警察在黑暗的环境中的醒目和安全。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

33、同质性原则（同化法）

同指定物体相互作用的物体应当用同一（或性质相近的）材料制成。

实例：用金刚石来切割钻石，螺丝与螺帽为保证耐用性与稳定性，采用的都是钢材料。（如：插头与插座外壳基本都使用塑料，便于绝缘，防止漏电伤人。）

34、抛弃与修复原则（自生自弃）

（1）已完成自己的使命或已无用的物体部分应当剔除（溶解、蒸发等）或在工作中过程直接变化；

（2）消除的部分应当在工作过程中直接再利用。

实例：塑料瓶回收消毒后可再次使用，将玻璃碎片回收制成新玻璃等。（如：自动铅笔的笔芯可以随时被折断，再按出新的笔芯。壁纸刀可以将不锋利的刀片抛弃，再推出新的刀片。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

35、改变物体性质原则（性能转换法）

- （1）改变系统的物理状态；
- （2）改变浓度或密度；
- （3）改变灵活程度；
- （4）改变温度或体积。

实例：酒心巧克力，生活中用的洗手液等。（如：人们发现液体胶水不便于使用和携带。于是发明了固体胶。）

36、状态变化原则（相变法）

利用相变时发生的现象，例如体积改变、放热或吸热。

实例：水凝固体积膨胀，借助蜡烛燃烧来获得光源，加湿器利用水蒸发来增加室内的湿度。（如：弹簧可以利用开头的改变举起重物。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

37、热膨胀原则（热膨胀法）

- （1）利用物体热胀冷缩的性质；
- （2）利用一些热膨胀系统不同的材料。

实例：热气球因热膨胀而升上天，利用热膨胀将扁的乒乓球恢复原样。（如：温度计利用热胀冷缩的原理测量温度。）

38、氧化原则（逐级氧化法）

- （1）用富氧空气代替普通空气；
- （2）用纯氧替换富氧空气。

实例：潜水员使用的氧气瓶，鼓风机利用空气的流动来加强氧气的输入等。（如：炼钢中使用的强氧化枪，利用纯氧提高火焰的温度，便于切割作业。）

TRIZ 理论中的 40 条发明原理：

39、惰性环境原则（惰性环境法）

（1）用惰性介质代替普通介质；

（2）在真空中进行某过程。

实例：电解NaOH制取钠要在惰性环境下进行等。（如：在电灯泡内充入惰性气体或将电灯泡内部制成真空，防止灯丝过快氧化。油气弹簧以惰性气体氮作为传力介质。）

40、复合材料原则（复合材料法）

用复合材料替代单一材料。

实例：复合地板，合成橡胶轮胎等。（如：笔记本电脑的外壳使用混合材料，增加强度，保护电脑。）

二、系统评价

1. 评价的概念和任务

1) “评价”的定义

评价或称评估，根据一定的标准去测量和判定被评对象的**性能和质量**，没有正确的评估就不可能有正确的决策。例如，教育系统评价（**教育质量、教育事业**发展）、新建舰艇的全武器系统的评价（**武器配置优化、舰艇战斗力**）、区域环境评价（**了解实际状况、控制恶化、改善质量**），等等。其要点是（**出发点**）：

- 存在有效的标准，可以根据这一标准，收集系统的有关资料，确定系统实际存在的性能和质量状况。（**指标体系综合计算**）
- 可以将系统实际的性能和质量与某个规定的标准相比较，判断系统性能是否合格或优劣。（**量化对比**）

2) 评价的基本过程

包括确定评价标准，收集相关资料，对所收集的信息进行分析，用适当的方法形成评价结果。因此评价的目的是对系统（无论已有还是拟建系统）的性能、状态有一客观的了解，为主管部门或决策人制订决策提供依据。

2. 评价的实施（原则）

- 1) 将各项指标数量化（如方便性、舒适性的量化，可依靠主观感觉和经验）
- 2) 将所有指标归一化（因各指标的量纲不一致，可打分无量纲化）
- 3) 保证评价的客观性（避免主观随意性，可标准化、公平公开）
- 4) 保证方案的可比性（基础和条件相似，确保公平，如高考分数线按省区别划分）
- 5) 评价指标的系统性和政策性（指标体系、环境因素）

3. 评价指标体系的建立

系统评价的复杂性主要是评价指标体系的建立。系统评价指标体系是由若干个单项评价指标组成的整体，它应反映出所要解决问题的各项目标要求。（实际、完整、合理、科学）

1) 通常指标大类

- 政策性指标：包括政府的方针、政策、法令，以及法律约束和发展规划等方面的要求，这对重大项目或大型系统尤为重要。
- 技术性指标：包括产品的性能、寿命、可靠性、安全性等，工程项目的地质条件、设备、建筑物、运输等技术指标要求。
- 经济性指标：包括方案成本、利润和税金、投资额、流动资金占用量、回收期、建设周期，以及地方性的间接收益等。
- 社会性指标：包括社会福利、社会节约、综合发展、就业机会、污染、生态环境等。
- 资源性指标：如工程项目中的物资、人力、能源、水源、土地条件等。
- 时间性指标：如工程进度、时间节约、试制周期等。

2) 关键问题

- 指标大类和数量问题（容易确定各自的重要程度、利于评价）
- 关于各评价指标之间的相互关系问题（相互独立、互不重复）
- 评价指标体系的提出和确定问题（德尔菲法）

三、常用的综合评价方法

1. 指标的量化方法（无量纲化）

排队打分法（各方案在同一指标下的排序）、体操计分法（十分制评委打分，去掉最高最低再平均）、专家评分法（主观感觉和经验，好中差分等级）、两两比较法（判断优劣等级）等。

2. 指标的综合方法

加权平均法、功效系数法（满意程度量化）、主次兼顾法（主要指标最优，次要指标满足约束）、成本效益法、聚类分析法、层次分析法、专家评价法、模糊综合评价方法等。

- 定量分析评价
- 定性与定量相结合

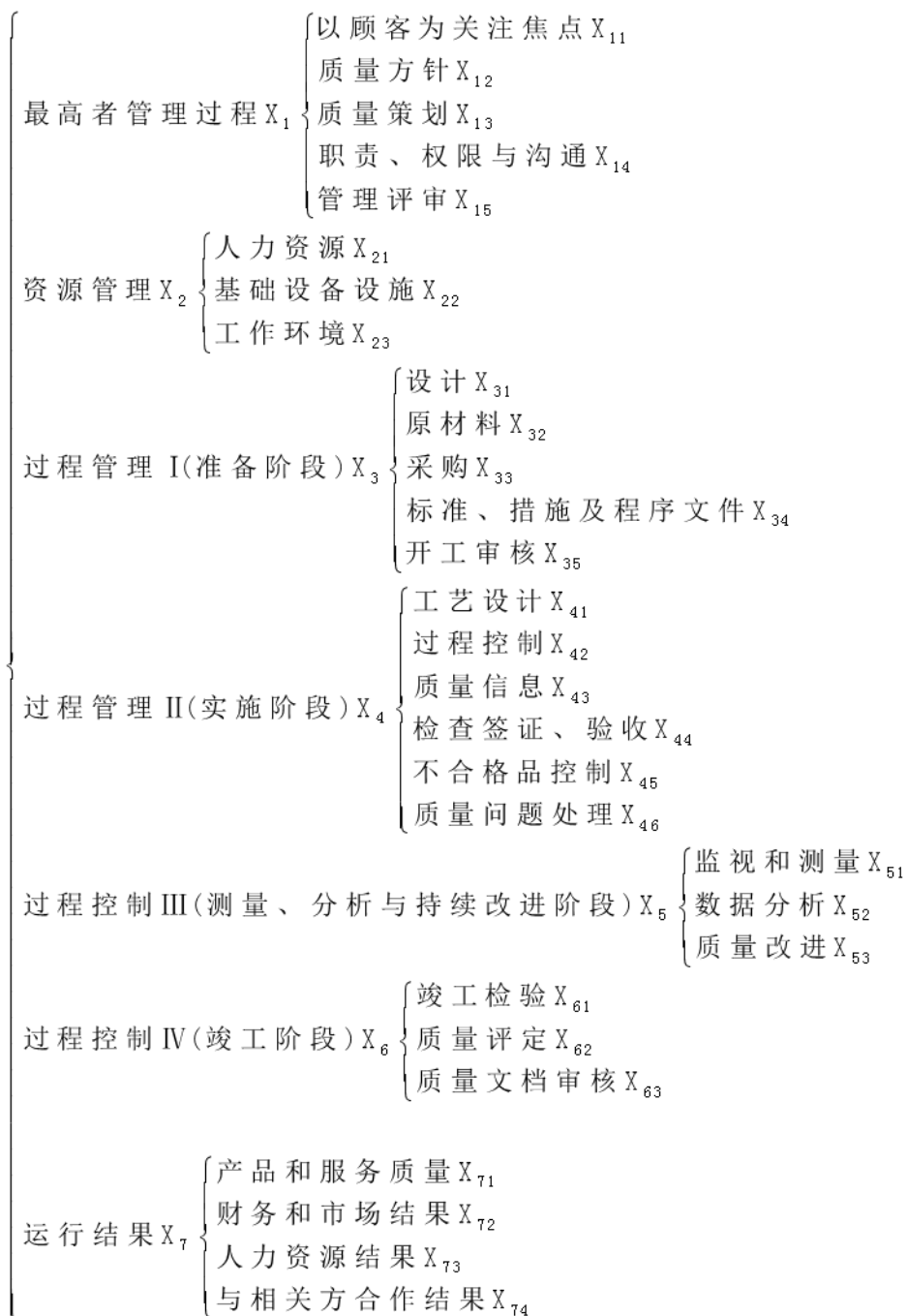
1) 层次分析法（复杂系统，精确权重及评价）

典型多目标评价举例：大型水电工程质量管理体系评价指标体系（或购买电脑）

目标层

子目标层

属性指标层



层次分析法的主要内容:

A. 各层次指标或目的的权重确定

B. 根据最低层各目标的权和评价值对系统作出综合评估

(1) 权重的确定

- 直接给出
- 两两比较

特征向量法： 设 a_{ij} 为第 i 个指标对第 j 个指标的相对重要性的估计值，可近似地将它看作指标 i 的权 w_i 与指标 j 的权 w_j 的比值 w_i/w_j 。 n 个指标进行 $C_n^2 = n(n-1)/2$ 次成对比较后，可得矩阵

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

如果决策人对 $a_{ij}(i,j=1,2,\dots,n)$ 的估计一致, 则有 $a_{ij} = 1/a_{ji}$
 $a_{ij} = a_{ik}a_{kj}$, 而且 $a_{ii} = 1, i=1,2,\dots,n$; 如果对 a 的估计不一致, 则
 只有 $a_{ij} \approx w_i/w_j$ 。则 (A 的秩为 1, n 为 A 的唯一非零特征值, W
 为特征向量)

$$A \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \approx n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}, \text{ 即 } (A - nI) \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

估计时存在误差，则矩阵 A 中元素 a_{ij} 的小的扰动意味着本征值的小扰动，从而有：（当 A 不完全一致时，一般有 $\lambda_{\max} \geq n$ ）

$$A \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \lambda_{\max} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix}$$

由该式可以求得 $w=[w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ 。具体步骤如下：

Step1: 首先求得矩阵 A ，根据下表比较第 i 个指标对第 j 个指标的相对重要性。

标度值	两个因素（或指标）相比，一个因素比另一个因素的重要程度	2, 4, 6, 8为上述相邻判断的中值。若因素 <i>i</i> 与 <i>j</i> 比较得 a_{ij} ，则因素 <i>j</i> 与因素 <i>i</i> 相比得 $1/a_{ij}$
1	同样重要	
3	稍微重要	
5	明显重要	
7	强烈重要	
9	绝对重要	

示例 设某高校拟从三个候选人中选一人担任中层领导，候选人的优劣用六个指标去衡量，这六个指标是①健康状况②业务知识③书面表达能力④口才⑤道德水平和⑥工作作风。关于

这六个指标的重要性，有关部门设定的指标重要性矩阵 A 为：

	①	②	③	④	⑤	⑥
①	1	1	1	4	1	1/2
②	1	1	2	4	1	1/2
③	1	1/2	1	5	3	1/2
④	1/4	1/4	1/5	1	1/3	1/3
⑤	1	1	1/3	3	1	1
⑥	2	2	2	3	1	1

Step 2: 计算 w 和 λ_{\max} (方根法)

① **A** 中每行元素连乘并开 n 次方，即

$$w_i^* = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

② 求权重： $w_i = w_i^* / \sum_{i=1}^n w_i^*$ $i = 1, 2, \dots, n$ (归一化)

③ **A** 中每列元素求和： $S_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n$

④ 计算 λ_{\max} 的值： $\lambda_{\max} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot S_i$

用上述近似算法求得示例中矩阵 **A** 的 $\lambda_{\max} = 6.4203$ ，权向量为： $B_2 = [0.1685, 0.1891, 0.1871, 0.0501, 0.1501, 0.2550]^T$

Step 3: A 中各元素 a ($i,j=1,2,\dots,n$)估计的一致性判断

一致性指标: $C.I. = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$

一致性比率: $C.R. = C.I. / R.I.$

平均随机一致性指标 $R.I.$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$R.I.$	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46	1.49	1.52	1.54

- $C.R. > 0.1$, 说明 A 中各元素 a_{ij} 的估计一致性太差, 应重新估计;
- $C.R. \leq 0.1$, 则可以认为 a_{ij} 的估计基本一致。

上例中, 一致性比率 $C.R. = 0.067 < 0.1$, 可以通过一致性检验。

(2) 最底层各目标权的计算

用上述方法由树的根部（目标层）向树梢（属性指标层）求出各枝分权的权，即先确定第二层中各指标的权；再确定与第二层中各指标相关联的那几个第三层目标的权。这样进行下去，直到最底层各组的权全部设定为止。

在求出上述各组权后，只要用乘法将上一层次某个目标的权，乘到与该目标相关的下一目标的权上，即得下一目标关于总目标的权。这样依次相乘，即可获得最底层次（即树梢）各目标的权向量。

(3) 综合评估

设最底层各指标的权向量为 w ，最底层各指标的规范化指标值向量为 $v=[v_1, v_2, \dots, v_l]^T$ ，则总的综合评价值为：

$$C = v^T w = \sum_{i=1}^l v_i w_i$$

2) 成本效益法（工程和经济活动中常用，如新建项目评估）

成本：系统中的人力、经费、物资材料等资源的消耗，或越小越好的指标值

效益：系统的产出，或越大越好的指标值

成本效益法：通过各种方案的成本与效益的比较来评价方案优劣

评价原则：效益与成本的比率越大越好

成本效益分析中决策人的时间偏好：当项目的第 i 个方案要延续 n 年，逐年投入的成本为 $C^1_j, C^2_j, \dots, C^n_j$ ，获得效益为 $e^1_j, e^2_j, \dots, e^n_j$ ，则折合成现值：

◆ 第 j 年的成本折合成现值: $C_i^j / (1+r)^j$

◆ 总成本的现值: $C_{ip} = \sum_{j=1}^n \frac{C_i^j}{(1+r)^j}$

◆ 总效益的现值: $E_{ip} = \sum_{j=1}^n \frac{e_i^j}{(1+r)^j}$

或者折合为 n 年后的终值:

◆ 总成本终值为: $C_{il} = \sum_{j=1}^n C_i^j (1+r)^{n-j}$

◆ 总效益终值为: $E_{il} = \sum_{j=1}^n e_i^j (1+r)^{n-j}$

◆ 效益成本比为: E_{il} / C_{il}

如果成本、效益均有多种，而且无法折合成同一度量指标时，成本和效益必须用向量表示，构成多目标决策问题，需要采用求解多目标决策的有关方法来评估方案的优劣。

3) 聚类分析法（使事务条理化）

聚类分析法：根据 n 个被研究对象及它们某些特征值的观察，按照内在的相似性将它们归入 k 类($k < n$)。（如学校划分为重点、一般、差）

设有 n 个评估对象，每个对象有 p 个特征（指标）的观察值 x_{ij} , $i=1,2,\dots,n$, $j=1,2,\dots,p$, w_j 为第 j 个特征的权重以反映该特征的重要程度。那么，按照某种规则将它们聚集成若干明确定义的类的具体做法如下：

(1) 首先通过调查研究，分析对象可能属的类，确定分类数

(2) 选定 k 个初始凝聚点（最好选有代表性的对象，加速收敛），然后计算：

Step 1: 各点到 k 个初始点的加权距离 d_{ij}

$$d_{il} = \left[\sum_{j=1}^p w_j (x_{ij} - x_{lj})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad i=1,\dots,n, \quad l=1,2,\dots,k$$

Step 2: 令 $d_i^* = \min_l d_{il}, l_0 = \arg \min_l d_{il}$

将对象*i*归入*l*₀类。

Step 3: 计算各类重心

$$g_{lj} = \frac{\sum_{i \in L(l)} x_{ij}}{n(l)}, \quad j=1,2,\dots,p, \quad l=1,2,\dots,k$$

式中， $n(l)$ 为属于 l 类的单位的个数， $L(l)$ 为属于 l 类的 $n(l)$ 个单位序号的集合。

Step 4: 计算每一类中各点到该类重心的加权距离：

$$E_{il} = \left[\sum_{j=1}^p w_j (x_{ij} - g_{lj})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad i \in L(l), \quad l = 1, 2, \dots, k$$

并令 $E_l^* = \max_i E_{il}$

3) 用上次（即（2）之 Step 3）求得的 k 个重心作为新的凝聚点，将 n 个单位逐一代入，重复 2) 中各步，并比较这一次的误差与上一次的误差，若二者基本相同则过程终止，否则重复本步骤（3）。