第七讲 系统分析（2）

（投入产出分析）

生产一吨钢需要多少电？

培养一名大学生需要花多少钱？（家庭、社会、学校【教学设施、生活设施、教师福利{家属、住房、吃饭…}…】…）

投入产出分析(里昂节夫，1906-1999，1936)：从经济系统的整体出发，分析各个部门之间产品的输入（投入）与输出（产出）的**数量**关系，确定达到平衡的条件。主要用于国民经济系统，也可以用于地区经济系统、部门经济系统以及企业经济系统。

一、投入产出表的一般结构

任何一个部门的产品，按其流向可以分为三个部分：

●留作本部门生产消耗用

●提供给其他部门用于中间消耗

●直接供给人民群众消费，储存和出口贸易

最后这部分产品是直接满足社会最终需要的，称为最终产品；前两部分统称为中间消耗或中间产品。表1和表2均表示一个由农业、制造业和服务业三个部门组成的经济系统的投入产出表（按行：使用分配；按列：投入比例）。

表1 按实物单位计算的投入产出表

产出 投入	中 间 产 品			最终产品	总产出
	农业	制造业	服务业		
农业	80	160	0	160	400
制造业	40	40	20	300	400
服务业	0	40	10	50	100
劳动	60	100	80	10	250

表2 按货币单位（价格）计算的投入产出表　　　　单位：元

产出 投入	中 间 产 品			最终产品	总产出
	农业	制造业	服务业		
农业(0.5) 制造业(1.0) 服务业(2.0)	40 40 0	80 40 80	0 20 20	80 300 100	200 400 200
劳动(2.0)	120	200	160	20	500
总投入	200	400	200	500	1300

一般投入产出表的结构：

产出 投入	中间产品 1	2	…	n	合计	最终产品 消费	储备	出口等	合计	总产出
部门 1	x_{11}	x_{12}	K	x_{1n}					R_1	x_1
2	x_{21}	x_{22}	K	x_{2n}					R_2	x_2
:	M	M	K	M					M	M
n	x_{n1}	x_{n2}	K	x_{nn}					R_n	x_n
合计										
折旧	d_1	d_2	…	d_n						
新创造的价值 工资	v_1	v_2	…	v_n						
利润等	m_1	m_2		m_n						
合计										
总产出	x_1	x_2	…	x_n						

第Ⅰ象限：揭示了国民经济各部门之间相互依存、相互制约的技术经济联系，是投入产出表的核心。

第Ⅱ象限：反映各部门的总产品中用于最终产品的部分。

第Ⅰ和Ⅱ象限组成的横表反映国民经济各部门产品的使用去向，即各部门产品中间使用和最终使用的数量。

第Ⅲ象限：是新创造的价值，包括劳动报酬（工资、津贴、补助等）和社会纯收入（利润、税金、公积金、公益金等）。它反映国民收入的初次分配情况。

第Ⅳ象限：反映国民收入再分配的情况，比较复杂，在投入产出分析中通常略去。

表3 中国1997年投入产出表的结构（按当年生产者价格计算）

<table>
<tr><td rowspan="4" colspan="2">产出
投入</td><td colspan="4">中间使用</td><td colspan="10">最终使用</td><td rowspan="4">进口</td><td rowspan="4">其他</td><td rowspan="4">总产品</td></tr>
<tr><td rowspan="3">种植业</td><td rowspan="3">………………</td><td rowspan="3">行政机关及其他行业</td><td rowspan="3">中间使用合计</td><td colspan="5">最终消费</td><td colspan="3">资本形成总额</td><td rowspan="3">出口</td><td rowspan="3">最终使用合计</td></tr>
<tr><td colspan="3">居民消费</td><td rowspan="2">政府消费</td><td rowspan="2">合计</td><td rowspan="2">固定资本形成总额</td><td rowspan="2">存货增加</td><td rowspan="2">合计</td></tr>
<tr><td>农村居民</td><td>城镇居民</td><td>小计</td></tr>
<tr><td>中间投入</td><td>种植业
………（124个）
行政机关及其他行业</td><td colspan="4">第 I 象限</td><td colspan="13">第 II 象限</td></tr>
<tr><td>增加值</td><td>固定资产折旧
劳动者报酬
生产税净额
营业盈余</td><td colspan="4">第 III 象限</td><td colspan="13" rowspan="2">第 IV 象限</td></tr>
<tr><td></td><td>总投入</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

表4 1997年中国投入产出表的6个部门投入产出基本流量（按当年价格计算） 单位：亿元

产出 / 投入		中间投入							最终使用		
									最终消费		
									居民消费		
		农业	工业	建筑业	运输邮电业	商业饮食业	非物质生产部门	中间使用合计	农村居民消费	城镇居民消费	居民消费合计
中间投入	农业	3964.1	8625.1	72.1	11.2	583.6	156.1	13412.2	6741.3	3619.6	10360.9
	工业	4612.5	61350.2	10198.0	1665.4	3546.3	6211.0	87583.4	7388.8	9266.4	16655.2
	建筑业	49.0	116.3	10.1	116.9	57.8	678.4	1028.5	0	0	0
	运输邮电业	252.4	2781.2	633.0	206.7	221.3	633.7	4728.3	154.5	361.2	515.7
	商业饮食业	447.5	4998.3	831.5	118.4	1191.4	903.3	8490.3	1288.3	1674.4	2962.7
	非物质生产部门	610.2	2859.7	643.3	326.3	1262.3	3195.5	8897.4	2225.4	3059.0	5284.4
	中间投入合计	9935.8	80730.7	12388.0	2444.9	6862.7	11778.1	124140.2	17798.3	17980.7	35779.0
增加值	固定资产折旧	584.8	5350.7	286.9	942.4	648.6	2498.9	10312.2			
	劳动者报酬	12978.7	14141.5	3457.9	1246.2	3219.5	6496.6	41540.4			
	生产税净额	433.0	6533.9	407.4	231.8	1350.7	1288.2	10244.9			
	营业盈余	745.1	8586.5	845.3	804.5	1217.4	1407.6	13606.6			
	增加值合计	14741.6	34612.7	47997.5	3225.0	6436.2	11691.2	75704.1			
总投入		24677.4	115343.4	17385.5	5669.8	13298.8	23469.3	199844.2			

		最终使用									
		最终消费		资本形成总额					出口	其他	总产出
		政府消费	最终消费合计	固定资本形成总额	存货增加	资本形成总额	出口	最终使用合计			
中间投入	农业	0	10360.9	593.8	469.6	1063.4	408.3	11832.6	-400	-167.5	24677.4
	工业	0	16655.2	7241.2	2543.2	9784.4	13411.6	39851.2	-11695.5	-395.8	115343.4
	建筑业	0	0	16747.3	0	16747.3	24.5	16771.8	-50.1	-364.7	17385.5
	运输邮电业	0	515.7	58.4	36.8	95.1	407.1	1018.0	-24.2	-52.2	5669.8
	商业饮食业	0	2962.7	326.7	253.8	580.5	1289.3	4832.5	-43.1	19.1	13298.8
	非物质生产部门	8724.9	14009.3	186.9	0	186.9	1002.4	15198.6	-546.2	-80.5	23469.3
	中间投入合计	8724.9	44503.8	25154.2	3303.4	28457.6	16543.2	89504.7	-12759.1	-1041.5	199844.2
增加值	固定资产折旧										
	劳动者报酬										
	生产税净额										
	营业盈余										
	增加值合计										
总投入											

注意：

1）投入产出表中的部门的含义(由所用原材料相同、工艺技术相同、经济用途相同的同类产品组成的生产部门，即产品部门，又叫“纯部门”）（非行政部门和经济部门，比如教育部门和产业部门间的内容划分）

2）部门划分的多少为宜？根据国外经验，部门划分的数目一般在20~200之间为宜。（高填满率）

3）由于编制投入产出表所需的资料（具体）与现行的计划统计口径（全面）是不一致的，因此在划分部门时要考虑到资料收集的可能性，并尽可能利用原有的资料。

二、投入产出表中的基本关系

1、产出分配方程

在投入产出表中，每一行满足以下关系（每一部门的总产出等于其流向各部门的中间消耗与提供社会的最终产品之和，称为产出分配方程）：

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + R_i \ , \quad i = 1,2,\cdots,n \qquad (1)$$

2、产值方程（以货币为单位的纵向关系）

$$x_i = c_i + m_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ji} + d_i + v_i + m_i \qquad (2)$$

或 $$x_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ji} + z_i$$ 其中， $$z_i = d_i + v_i + m_i$$

$$i = 1,2,\cdots,n$$

3、投入产出方程（以货币为单位）

$$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} x_{ij} + R_i = \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} x_{ji} + z_i \qquad i = 1,2,\cdots,n$$

上式表示从第i部门流向其他部门的中间产品加上该部门的最终产品（左边），等于该部门从其他部门投入的中间产品加上本部门新创造的价值（工资、利润等）（右边），因此称上式为投入产出方程。该方程反映了一个经济系统达到平衡的条件，显然有

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} x_{ij} + R_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} x_{ji} + z_i\right)$$

即

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}+\sum_{i=1}^{n}R_i=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}x_{ji}+\sum_{i=1}^{n}z_i$$

则

$$\sum_{i=1}^{n}R_i=\sum_{i=1}^{n}z_i \qquad (3)$$

就是说：第Ⅱ象限与第Ⅲ象限在总量上相等

4、直接消耗系数

投入产出法中的线性假设：当产出的水平变动幅度不大时，所需要的各种投入量按比例变动。（如表1，如果要生产1000单位的农业产品，需要的各种投入量将是多少？）

直接消耗系数 a_{ij}：

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \tag{4}$$

a_{ij} 表示第j部门生产单位产品所需要的第i部门的投入量，a_{ij} 又称为技术系数或投入系数，因为它反映了部门之间的技术条件与投入定额。a_{ij} 的单位可以是度/吨、台/度等；若 x_{ij} 与 x_j 均以货币为单位，则 a_{ij} 是无量纲参数。

由表1得直接消耗系数如下表5

表5 表1的直接消耗系数

部门	农业	制造业	服务业
农业	0.2	0.4	0.0
制造业	0.1	0.1	0.2
服务业	0.0	0.1	0.1
劳动	0.15	0.25	0.8

部门i的净产出为： $N_i = x_i - x_{ii}$

5、技术结构矩阵

将式（4）代入式（1）得

$$x_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + R_i \qquad i = 1,2,\cdots,n \tag{5}$$

记 $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$，$R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}$，$A = \{a_{ij}\}_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$

这里，矩阵A称为该经济系统的技术结构矩阵。

将方程组（5）改写为一个矩阵方程： X=AX+R

于是有： (I-A)X=R

其中，I为nXn单位矩阵。

在矩阵A为确定的前提下，可以进行以下计算（X和R共2n个变量的n维线性方程）：

- 如果在经济系统中，各部门的总产量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 已经确定，则可计算出各部门的最终产量 $R_1, R_2, \cdots, R_n$；
- 反之，如果各部门的最终产量 $R_1, R_2, \mathrm{L}, R_n$ 已经确定，则可计算出各部门的总产量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$；
- 在经济系统中，各部门的总产量 x_i 与最终产量 R_i 中只要已知n个，就可以计算出其余n个未知数。

（注意：我们至此仍无法回答诸如“生产1吨钢总共需要用多少度电”的问题。要回答这样的问题，必须引入“完全消耗系数”。）

6、完全消耗系数

完全消耗包括直接消耗与间接消耗，间接消耗又分为许多层次。

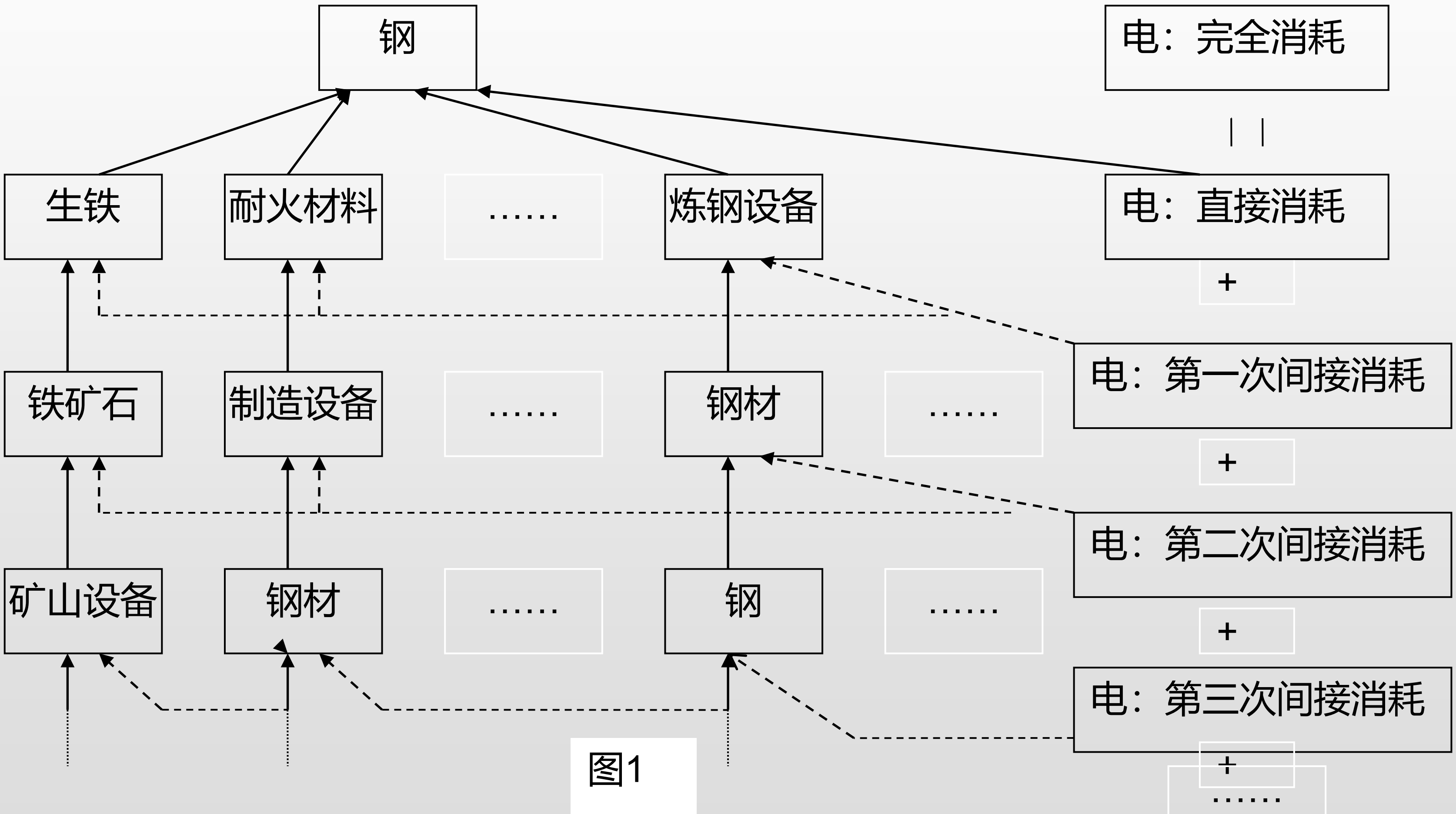

图1

思路1：根据图1，采用无穷级数的形式建立计算公式。以 b_{ij} 表示第 j 部门生产单位产品对第 i 部门的完全消耗系数（$i,j=1,2,\cdots,n$），则有：

$$b_{ij}=a_{ij}+\sum_{k=1}^{n}a_{ik}\cdot a_{kj}+\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_{is}\cdot a_{sk}\cdot a_{kj}$$

$$+\sum_{t=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}a_{it}\cdot a_{ts}\cdot a_{sk}\cdot a_{kj}+\cdots \qquad (6)$$

称 $B=\{b_{ij}\}_{n\times n}$ 为“完全消耗系数矩阵”，则方程组（6）可以改写成

$$B=A+A^{2}+A^{3}+\cdots \qquad (7)$$

由于直接消耗矩阵A具有列和小于1的性质，且A的最大特征根之模小于1，则有 $\mathrm{I}+A+A^2+A^3+\cdots=(\mathrm{I}-A)^{-1}$

于是式（7）可以改写成 $$B=(I-A)^{-1}-\mathrm{I}$$

矩阵 $(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}$ 称为里昂节夫逆矩阵，其元素称为里昂节夫逆系数，它表示第j部门增加一个单位最终产品时，对第i部门的完全需要量。（因为$X=(\mathrm{I}-\mathrm{A})^{-1}R$）

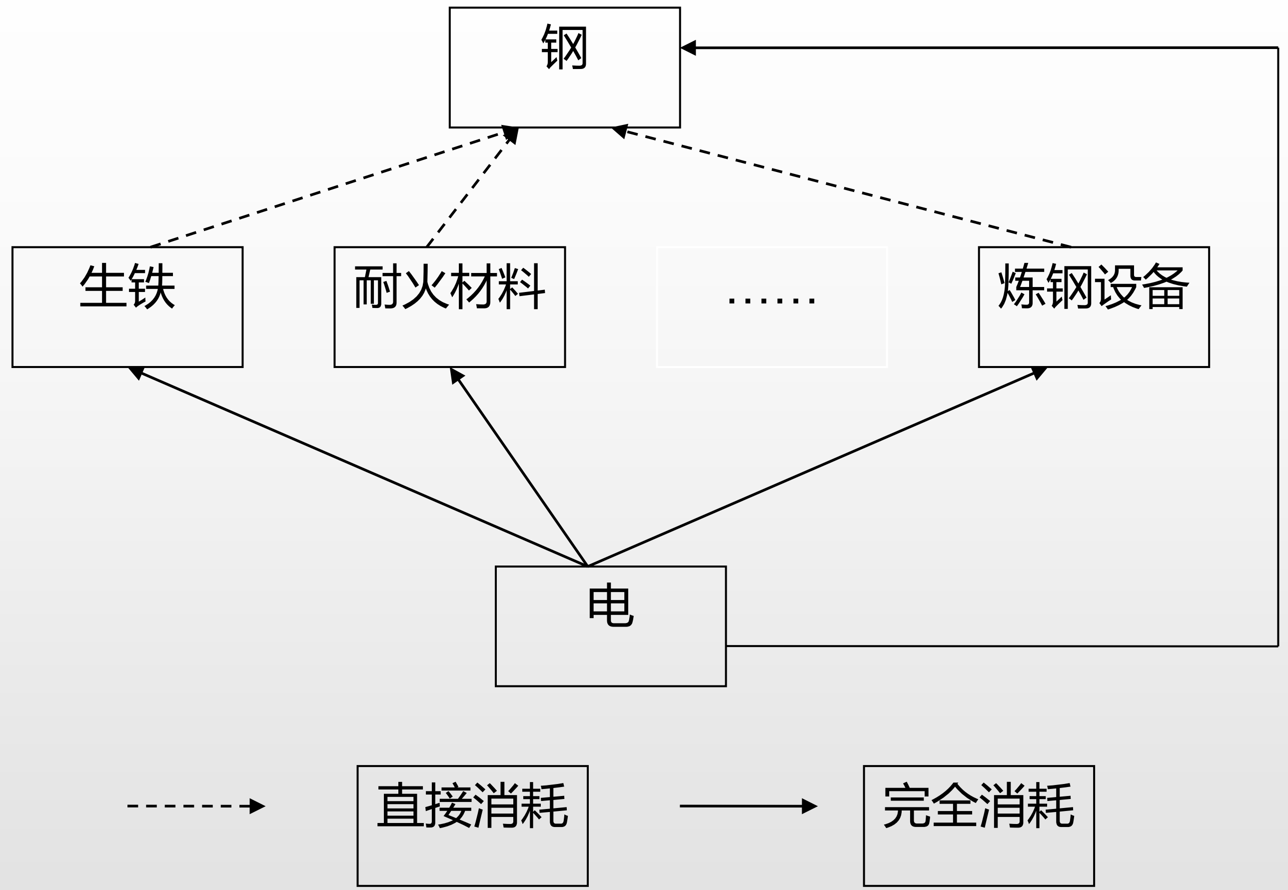

图2

思路2：如图2所示，钢对电的完全消耗等于炼钢对电的直接消耗与生铁、耐火材料、炼钢设备等对电的完全消耗之和，而这些生铁、耐火材料、炼钢设备是炼钢所直接消耗的。用公式表示：

$$b_{ij} = a_{ij} + \sum_{k=1}^{n} b_{ik} \cdot a_{kj} \quad i, j = 1,2,\cdots,n \qquad (8)$$

用矩阵表示：B=A+BA

因矩阵（I-A）非奇异（对于实际的经济系统来说，这一点总是满足的），故上式可改写为：

$$
\begin{aligned}
B &= A(\mathrm{I} - A)^{-1} \\
&= (\mathrm{I} - A)^{-1} - (\mathrm{I} - A)^{-1} + A(\mathrm{I} - A)^{-1} \\
&= (\mathrm{I} - A)^{-1} - (\mathrm{I} - A)\ (\mathrm{I} - A)^{-1} \\
&= (\mathrm{I} - A)^{-1} - \mathrm{I}
\end{aligned}
$$

例1：试根据表1计算完全消耗系数。

解法1：由表5可知，

$$A=\begin{bmatrix}0.2 & 0.4 & 0\\ 0.1 & 0.1 & 0.2\\ 0 & 0.1 & 0.1\end{bmatrix}$$

则

$$\mathrm{I}-A=\begin{bmatrix}0.8 & -0.4 & 0\\ -0.1 & 0.9 & -0.2\\ 0 & -0.1 & 0.9\end{bmatrix}$$

于是:

$$(\mathrm{I}-A)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{197.5}{149} & \frac{90}{149} & \frac{20}{149}\\ \frac{11.25}{74.5} & \frac{90}{74.5} & \frac{20}{74.5}\\ \frac{11.25}{670.5} & \frac{90}{670.5} & \frac{765}{670.5}\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.326 & 0.604 & 0.134 \\ 0.151 & 1.208 & 0.268 \\ 0.017 & 0.134 & 1.141 \end{bmatrix}$$

故:

$$B=(\mathrm{I}-A)^{-1}-\mathrm{I}=\begin{bmatrix} 0.326 & 0.604 & 0.134 \\ 0.151 & 0.208 & 0.268 \\ 0.017 & 0.134 & 0.141 \end{bmatrix}$$

解法2： （思路1的）近似计算。对于表5所示的经济系统，要得到农业部门1000单位的总产出，下面计算所需各部门的直接投入与间接投入。

表6 直接投入和间接投入

生产部门	初始产出	直接投入	间接投入						总计
			第1轮	第2轮	第3轮	第4轮	第5轮	…	
农业	1000	200	80	28	10.8	4.12	1.588	…	324.508
制造业	0	100	30	13	4.9	1.91	0.735	…	150.545
服务业	0	0	10	4	1.7	0.66	0.258	…	16.617

表6中，“直接投入”一列的数字很容易计算：

$$\begin{bmatrix}0.2\\0.1\\0\end{bmatrix}\times 1000=\begin{bmatrix}200\\100\\0\end{bmatrix}$$

就是说，要求农业部门产出1000单位，必须由农业部门投入200单位，并由制造业投入100单位。而这200单位与100单位分别要由农业部门与制造业部门生产出来，于是需要另外的消耗——根据表5计算第1轮间接投入：

$$\begin{bmatrix}0.2\\0.1\\0\end{bmatrix}\times 200+\begin{bmatrix}0.4\\0.1\\0.1\end{bmatrix}\times 100=\begin{bmatrix}80\\30\\10\end{bmatrix}$$

同理，计算第2轮间接投入：

$$\begin{bmatrix}0.2\\0.1\\0\end{bmatrix}\times 80+\begin{bmatrix}0.4\\0.1\\0.1\end{bmatrix}\times 30+\begin{bmatrix}0\\0.2\\0.1\end{bmatrix}\times 10=\begin{bmatrix}28\\13\\4\end{bmatrix}$$

如此等等，可以无穷的计算下去。表6计算了5轮间接投入，然后求和，如表中最右列总计所示。总产出是农业部门1000单位，因此近似的完全消耗系数为 $(0.324508，0.150545，0.016617)^T$

注意：对于多数产品来说，其完全消耗系数要比直接消耗系数大得多。

三、投入产出表的应用（构建里昂节夫逆矩阵）

1、投入产出分析在计划和预测方面的应用

投入产出表集生产、分配、交换、消费于一身，充分描述了社会再生产的全过程，揭示了国民经济各部门、各产品之间的技术经济联系，因而它在制订计划、调整计划、论证计划、优化计划和经济预测等方面能够发挥重大作用。

1) 投入产出表是从最终使用出发制订计划的有效工具

其主要步骤如下

（1）确定计划期的总消费

总消费包括居民消费和社会消费的总量及其构成。

对于居民消费，在预测计划期的居民消费总量时，一般应根据因素分析法分析计划期影响居民消费变化的诸因素，并结合计划期的各种情况作出计算。这些因素包括：由人口变化而引起的消费需求，由新增劳动力引起的消费需求，由消费水平变化而引起的消费需求等。在预测计划期的居民消费结构时，既可以利用住户家庭调查资料，也可以利用统计分析法或其他经济数学方法，还可以通过对报告期投入产出表中居民消费结构调整等方法得到。

对于社会消费，计划期的总量既可以根据计划期科学、教育、文化等事业的发展情况进行预测，也可以根据历史上居民消费与社会消费的比例进行预测。其计划期的结构一般都通过对报告期投入产出表中社会消费结构调整而得到。

（2）确定计划期的总投资（储备）

要分别确定计划期的固定资产大修理、固定资产更新改造、基本建设和库存增加。

（3）确定计划期的进出口

对于进出口，一般应根据我国进出口政策、我国经济政策、发展速度和国内资源的供求关系进行预测而得到。

（4）确定计划期的直接消耗系数矩阵

随着生产的发展和科技的进步，报告期投入产出表的直接消耗系数也需要进行适当修正，也就是需要预测计划期的直接消耗系数矩阵。

如果计划期距报告期较近，产业结构、产品结构、价格结构和生产技术变化不大，则可以不必修正报告期投入产出表的直接消耗系数矩阵，而视其为计划期的；如果计划期距报告期较远，则产业结构、产品结构、价格结构和生产技术变化比较大，需修正报告期投入产出表的直接消耗系数矩阵，以得到计划期的直接消耗系数矩阵。

（5）利用投入产出模型测算计划期国民经济各部门的总产出其测算公式为：

$$X^{(t)} = (\mathrm{I} - A^{(t)})^{-1} Y^{(t)}$$

从最终使用出发制定计划，有一个很经典的例子。美国政府聘用里昂节夫在1944年编出了1939年投入产出表，根据这个表计算出部分产品对于钢的完全消耗系数，见表7.

表7 1939年每千美元产品所需钢的吨数

部门	所需钢的吨数	部门	所需钢的吨数
建筑业	1.65	食品加工	0.26
金属制造业	2.9	燃料和动力	0.22
机动车辆和工业设备	2.5	木材、纸、印刷、家具	0.46
商业和饮食业化工橡胶	0.23	农业运输	0.15
产品	0.3	其他	0.28
	0.2		0.66

从这些系数中可以看出，金属制造业、机动车辆和工业设备，建筑业名列前茅。美国劳动统计局根据战后这三个行业有较大发展的估计，预测钢产量将比战时最高产量还要大。当时，美国一些企业界人士曾对此表示怀疑，但以后的事实证明预测是对的。根据投入产出表的计算，预测到1950年美国的钢锭产量应该是9800万吨，而1950年钢锭的实际生产为9680万吨，说明预测相当成功。

2) 加强计划的综合平衡

（1）检验计划的平衡协调

这种检验可以采取从生产到使用或从使用到生产两个方法来进行。

从生产到使用，就是从计划期国民经济发展速度出发，利用投入产出模型计算计划期各部门可提供的最终使用量，来验证计划期安排的使用，检验计划期安排的使用与计划期安排的生产之间的协调程度。此时所用的公式为：

$$Y^{(t)}=(\mathrm{I}-A^{(t)})X^{(t)}$$

从使用到生产，就是根据计划期各种最终使用出发，利用投入产出模型计算计划期国民经济各部门的发展速度，来验证计划期安排的生产，检验计划期安排的生产与计划期安排的使用之间的协调程度。此时所用的公式为：

$$X^{(t)}=(\mathrm{I}-A^{(t)})^{-1}Y^{(t)}$$

（2）对计划调整方案进行验证

当国民经济发展计划不协调时，或生产大于使用，或使用大于生产，都必须对计划进行调整。对调整后的计划是否协调，仍需要投入产出模型进行验证，这是因为对某一部门产品需求量的变化，将会引起国民经济各部门的连锁反应。

对计划的调整方案进行验证所使用的公式为：

$$\Delta Y^{(t)} = (\mathrm{I} - A^{(t)})\Delta X^{(t)}$$

或

$$\Delta X^{(t)} = (\mathrm{I} - A^{(t)})^{-1}\Delta Y^{(t)}$$

式中，$A^{(t)}$为计划期的直接消耗系数矩阵；前式的$\Delta X^{(t)}$为计划期国民经济部门的总产出增量；后式的$\Delta X^{(t)}$为需要调整的计划期国民经济各部门的总产出增量；前式的$\Delta Y(t)$为需要调整的计划期最终使用增量；后式的$\Delta Y(t)$为计划期调整的最终使用增量。

3) 大规模建设项目评估

（1）大规模项目开工建设前的需求测算

利用投入产出模型进行大规模项目建设前的需求测算时，首先要将大规模项目建设以及随之而来的一系列附属工程建设所需要的投资品作为一个最终使用的投资品增加矢量

$$\Delta Y=(0,\cdots,\Delta y_k,\cdots,\Delta y_t,\cdots,0)^T$$

这里， $\Delta y_k,\cdots,\Delta y_t$ 是建设项目及随之进行的一系列附属工程建设所需要的第 $k,\cdots,t$ 种投资品。然后，根据公式 $\Delta X=(I-A)^{-1}\Delta Y$ 就可以计算出由于进行大规模项目建设所需投资品ΔY而引起的对生产的需求ΔX 即由此而产生的对各部门总产出的影响，从而就可以确定在生产能力一定的条件下，根据经济发展的需要是否应该进行此项大规模项目建设。

（2）大规模项目建成投产后的波及影响测算

大规模项目建设投产后，社会将增加某种产品。生产这些新增加的产品即直接消耗，又间接消耗国民经济各部门的产品，在整个国民经济中又将产生连锁反应。利用投入产出模型可以测算出这种连锁反应和对国民经济各部门的需求。

① 如果新建项目投产后生产的是新产品，在测算这种新产品的生产对国民经济各部门的影响时，可以把这种新产品生产时所发生的各种消耗作为最终使用的增加，而得到最终使用的增量 $\overline{\Delta Y}$，然后利用公式 $\overline{\Delta X} = (\mathrm{I} - A)^{-1}\overline{\Delta Y}$ 就可以测算出对国民经济各部门产生的连锁反应和需求 $\overline{\Delta X}$。

② 如果新建项目投产后生产的是已有产品，并且假设这种产品就是投入产出表中的第n种产品。此时，在测算生产该产品对国民经济各部门的需求和影响时，可利用下述公式：

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_{n-1} \end{bmatrix}^T = (\mathrm{I} - A_{n-1})^{-1} \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n-1,n} \end{bmatrix}^T \Delta X_n$$

ΔX_n——新建项目投产后生产的第n种产品的总产出；

A_{n-1}——直接消耗系数矩阵A去掉第n行和第n列后的子矩阵；

$(a_{1n}, a_{2n}, \cdots, a_{n-1,n})^T$——直接消耗系数矩阵A的第n列的前n-1个元素组成的列矢量；

$(\Delta X_1, \Delta X_2, \cdots, \Delta X_{n-1})^T$——新建项目投产后所产生的第n种产品的总产出 ΔX_n ，对国民经济各部门产生的需求和影响。

（3）大规模项目建设对劳动者收入、对居民消费的影响测算

任何一个大规模项目建设在建设和投产后都将引起劳动力的投入，由此而产生劳动者收入的变化，进而对居民消费也产生影响。利用投入产出模型也可以测算出这些变化和影响。

计算各部门劳动者收入变化的公式为：

$$\Delta V = \Delta \hat{X} \cdot X^{-1} V$$

ΔV——各部门劳动者收入增量的列矢量， $\Delta V = (\Delta V_1, \Delta V_2, \cdots, \Delta V_n)^T$；

X^{-1}——各部门总产出的对角矩阵的逆矩阵；

$\Delta \hat{X}$——大规模项目建设需要各部门的总产出增量的对角矩阵（对角线元素即需要各部门的总产出增量，在②中已计算出）；

V——各部门劳动者收入的列矢量。

计算大规模项目建设因劳动者收入变化而对居民消费产生影响的公式为

$$\Delta W = D \cdot \Delta V'$$

ΔW ——大规模项目建设因劳动者收入变化而对居民消费产生影响的列矢量；

D ——投入产出表中居民消费构成的列矢量；

$\Delta V'$ ——大规模项目建设所引起的各部门劳动者收入的增量中用于居民消费的数量。

4) 多方案计划及其优化

利用投入产出模型作多方案计算时，可以计算不同经济政策所产生的后果，也可以考虑各种不同的目标在计划期的影响和后果。例如，可以计算计划期人民生活水平提高的不同幅度对生产的影响、相应的各个生产计划方案，计划期不同投资率下生产的安排情况以及在不同生活水平的提高与不同投资安排的配合下，计划期各部门的生产情况等。将这些计算结果与计划期的各个部门生产能力、资源状况、能源交通的可能情况作平衡协调后，就能找出一个比较优化的方案。

2、投入产出分析在政策模拟方面的应用

将与各种经济政策有关的一些变量，如价格、工资、税收等，作为已知的控制变量时，利用投入产出模型能够模拟出各种不同经济政策可能带来的后果和影响，为制定各种经济政策服务。

1)价格政策模拟

部门间的完全消耗系数表，可作为调整物价决策时的重要工具来利用。（蝴蝶效应，比如猪肉涨价）

（1）投入产出的价格模型

根据投入产出表，投入产出的价格模型为

$$\begin{cases} p_1 = \sum_{i=1}^{n} a_{i1} p_i + n_1 \\ \vdots \\ p_n = \sum_{i=1}^{n} a_{in} p_i + n_n \end{cases}$$

矩阵形式为： $P = [(\mathrm{I} - A)^{-1}]^T N$

式中：P——各种产品价格的列矢量，$p_i (i = 1,2,\cdots,n)$ 为第 i 种产品的价格；

A——直接消耗系数矩阵；

N——各产品的单位最初投入的列矢量，$n_i (i = 1,2,\cdots,n)$ 为第 i 种产品的单位最初投入。

（2）测算产品调价的影响

- 测算一种产品或服务价格变动对其他产品或服务价格的影响。

第n种产品价格提高Δp_n后，其他产品或服务价格波及影响幅度的公式为

$$\begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \vdots \\ \Delta p_{n-1} \end{bmatrix} = [(\mathrm{I} - A_{n-1})^{-1}]^T \begin{bmatrix} a_{n1} \\ a_{n2} \\ \vdots \\ a_{n,n-1} \end{bmatrix} \Delta p_n$$

A_{n-1}——投入产出表直接消耗系数矩阵A去掉第 n 行和第n 列后的子矩阵;

$(a_{n-1}, \cdots, a_{n-1}, a_{n-1})^T$——直接消耗系数矩阵A的第n行的前n-1个元素的列矢量;

$\Delta p_i, (i = 1,2,\cdots,n-1)$ ——由于第 n 种产品（或服务）提价后所产生的波及影响，即相应的提价幅度。

●多种产品或服务价格变动对其他产品或服务价格变动的影响。

投入产出表中后面的k种产品或服务的价格分别提高 $\Delta p_{n-k+1}, \Delta p_{n-k+2}, \cdots, \Delta p_n$ ，那么由此而引起的第 $1,2,\cdots,n-k$ 种产品或服务价格波及影响幅度的公式为

$$\begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \vdots \\ \Delta p_{n-k} \end{bmatrix} = [(\mathrm{I} - A_{n-k})^{-1}]^T A^T{}_{k,n-k} \begin{bmatrix} \Delta p_{n-k+1} \\ \Delta p_{n-k+2} \\ \vdots \\ \Delta p_n \end{bmatrix}$$

A_{n-k} ——直接消耗系数矩阵A去掉后面的 k 行和 k 列后的子矩阵;

$A^T{}_{k,n-k}$ ——直接消耗系数矩阵

（3）测算产品调价对价格总指数、消费品价格指数、投资品价格指数的影响

调价后价格总水平变动幅度的公式为：$Q=\dfrac{\Delta P^T X}{I^T X}$

ΔP^T——由 k 种产品或服务调价的幅度，以及由此引起的其他产品或服务价格变动的幅度以及这 k 种产品的调价幅度的行矢量：$\Delta P^T=(\Delta p_1,\Delta p_2,\cdots,\Delta p_n)$；

X ——各产品总产出的列矢量;

I^T ——由1组成n维行矢量 $I^T=(1,1,\cdots,1)$。

调价后消费品价格变动幅度 Q_1 的公式为：$Q_1=\dfrac{\Delta P^T D}{I^T D}$

D ——投入产出表中的消费列矢量。

计算调价投资品价格变动幅度 Q_2 的公式为：$Q_2=\dfrac{\Delta P^T W}{I^T W}$

W ——投入产出表中投资列矢量。

2)工资（或劳动报酬）的政策模拟

（1）工资（或劳动报酬）变化对产品或服务价格的影响

工资（或劳动报酬）变化对产品或服务价格影响的公式为

$$\Delta P = [(\mathrm{I} - A)^{-1}]^T \Delta V$$

ΔP ——因工资（或劳动报酬）变化而引起的各种产品或服务价格变化的幅度的列矢量；

ΔV ——各部门的工资（或劳动报酬）系数变化幅度的列矢量，

$$\Delta V \quad = (\Delta v_1, \Delta v_2, \cdots, \Delta v_n)^T$$

（2）工资（或劳动报酬）变化对消费的影响公式为 $\Delta W = D \cdot \Delta V'$

ΔW——因工资（或劳动报酬）变化对各种消费需求的增量的列矢量；

D —— 投入产出表中居民消费构成的列矢量；

$\Delta V'$ ——工资（或劳动报酬）系数变化后的增量中用于居民消费的数量。

（3）工资（或劳动报酬）变化而引起的消费需求对生产的影响

计算公式为 $\Delta X = (\mathrm{I} - A)^{-1} \Delta W$

ΔX——满足新增消费和需求 ΔW 而引起的各部门总产出的增量的列矢量；

ΔW——工资（或劳动报酬）变化对各种消费品需求的增量的列矢量。

（4）工资（或劳动报酬）变化对价格总指数、消费品价格指数、投资品价格指数的影响，计算这些价格指数的公式与计算因产品调价引起的价格指数变化的公式相一致。

3)税收政策模拟

（1）税收变化对价格影响的公式为 $\Delta P = [(\mathrm{I} - A)^{-1}]^T \Delta S$

ΔP ——因税收变化而引起的各部门产品价格变化幅度的列矢量；

ΔS ——各部门产品的税收变化幅度的列矢量，

$$\Delta S = (\Delta s_1, \Delta s_2, \cdots, \Delta s_n)^T$$

（2）税收变化对建设影响的计算公式为：$\Delta Y_T = T \Delta K$

ΔY_T ——税收变化后需要各部门提供的投资品增量的列矢量；

T ——投入产出表中固定资产投资构成的列矢量；

ΔK ——增加税收后用于固定资产投资的增量。

3）税收变化对生产的影响的公式为 $\Delta X = (\mathrm{I} - A)^{-1} \Delta Y_T$

（4）税收变化对劳动者收入和居民消费的影响

税收增加后，在其他条件不变的情况下，企业要保持原有的利润水平，就意味着产品价格将有所提高。由于产品价格变化，将引起消费品价格的变化，从而产生对劳动者收入的影响，利用投入产出模型也能测算出这些影响。如果税收增加后不降低劳动者的实际收入水平，则要根据价格指数变动的情况对劳动者收入继续适当调整。对此，利用投入产出模型也可以进行测算。

4)固定资产折旧政策和利润政策模拟

利用投入产出模型也可以对固定资产折旧政策、利润政策进行模拟，有关计算与上述税收政策模拟类似。

5) 投资政策模拟

利用投入产出模型可以进行各种与投资有关的测算，每年投资政策，为制订投资政策提供科学依据。

（1）通过研究国民经济各部门、各产品在国民经济中的地位和作用，以及国民经济的综合平衡，可以确定需要进行重点投资的部门。例如，通过影响力系数的计算，找出那些可以加快国民经济发展的部门；又如，通过需求与生产能力的平衡，找出制约国民经济发展的薄弱环节等，作为确定投资方向和投资数量的重要依据。

（2）利用投入产出模型中投资的构成，根据里昂节夫逆矩阵，可以测算出由投资而引起对各部门生产需求，从而结合生产的可能为投资安排提供依据。

（3）计算不同建设周期和效果的投资对国民经济的影响，为确定不同建设周期和不同效果的投资决策提供参考。

（4）建立动态投入产出模型，直接将投资与生产建立联系。

3、其他应用

1）研究国民经济各种重大比例关系

利用投入产出模型可以研究的国民经济重大比例关系主要是：

- 两大部类比例关系
- 农、轻、重比例的关系
- 物资生产与非物质生产比例关系
- 一、二、三产业之间的比例关系
- 总消费与总投资的比例关系
- 国民经济各部门之间比例关系等

2）改进微观经济管理，提高微观经济效益

●强化微观核算，达到微观统计、会计、业务三大核算的统一

●调整企业的产品结构

●制订企业的生产计划

●改进企业产品的生产工艺

●节约挖潜，加强物资管理

●提高企业经济效益等

3）其他

●产业结构和产品结构的调整

●产业结构和产品结构政策的制订

●重大专项问题的研究

●环境污染战略问题的研究

●人才和教育问题的研究

●国际经济的对比研究、外贸和回来的研究