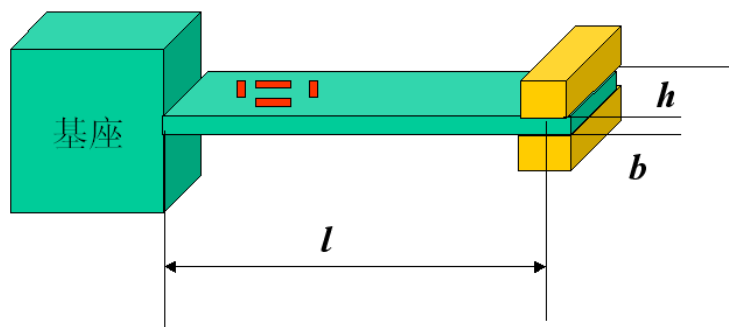
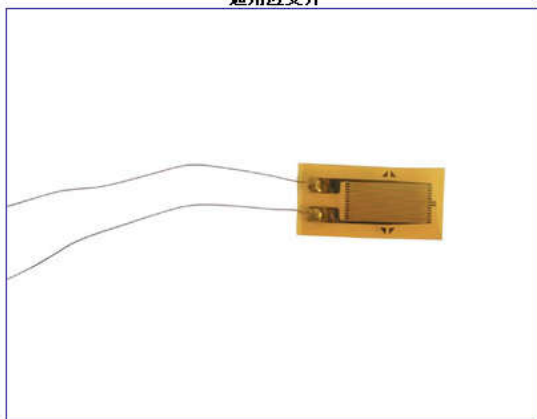


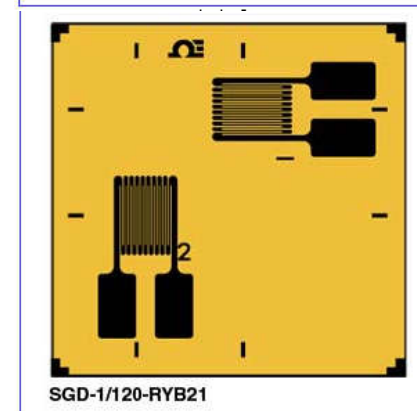
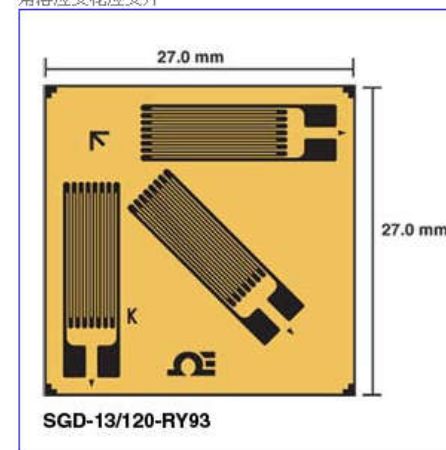
## 第二章 应变式传感器



通用应变片



角落应变花应变片



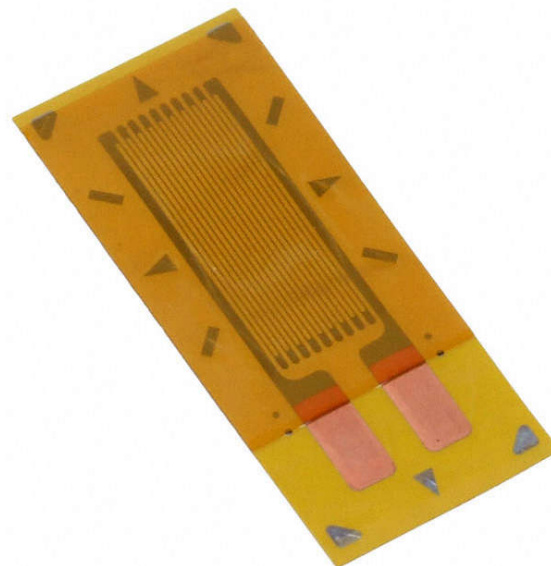
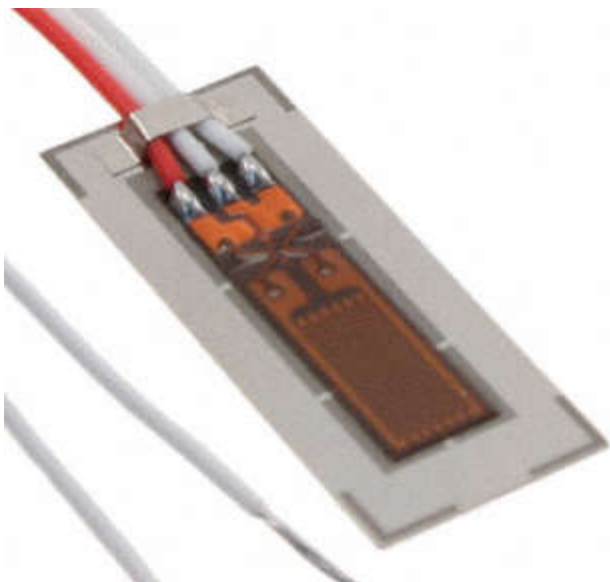
# 本章主要内容

---

1. 金属应变片式传感器
2. 压阻式传感器
3. 测量电路
4. 温度误差及补偿
5. 相关应用

# 1. 金属应变式传感器

- 核心元件是金属应变片，它可将试件上的应变变化转换为电阻变化。
- 应用时将应变片粘贴在被测试件表面。当试件受力变形时，应变片的**敏感栅**也随同变形，引起应变片的**阻值变化**，通过测量电路将其**转换为电压或电流**信号输出。



# 应变式传感器的优点

---

- 精度高，测量范围广
- 频率响应特性较好。
- 结构简单，尺寸小，质量轻。
- 可在高(低)温、高速、高压、强烈振动、强磁场及核辐射和化学辐射等恶劣条件下正常工作。
- 易于实现小型化、固态化。
- 价格低廉，品种多样，便于选择。

# 应变式传感器的缺点

---

- 在大应变状态中具有较明显的非线性，半导体应变式传感器的非线性更为严重；
- 应变片式传感器输出信号微弱，故它的抗干扰能力较差，因此信号线需要采取屏蔽措施；
- 应变式传感器测出的只是应变栅范围内的平均应变，不能显示应力场中应力梯度的变化等。

尽管应变式传感器存在上述缺点，但可采取一定补偿措施，因此它仍不失为非电量电测技术中应用最广和最有效的敏感元件。

# 应变与应力基础

- 当被测物理量作用在弹性元件时，弹性元件的变形引起**敏感元件**的阻值变化，通过转换电路将其转化为电量输出，电量变化的大小反映了被测物理量的大小。对于金属应变式传感器来说，敏感元件是**金属敏感栅**；对于压阻式应变传感器来说，敏感元件就是**半导体敏感栅**。

- **应力**

物体由于外因(受力、湿度变化等)而变形时，在物体内部各部分之间产生相互作用的内力，以抵抗这种外因的作用，并力图使物体从变形后的位置回复到变形前的位置。在所考察的截面某一点单位面积上的内力称为**应力**。按照应力和应变的方向关系，可以将应力分为正应力 $\sigma$ 和切应力 $\tau$ ，正应力的方向与应变方向平行，而切应力的方向与应变垂直。

# 应变与应力基础

- 应变

导体或者半导体在受到外界力的作用时，产生机械变形，机械变形导致其阻值变化，这种因形变而使阻值发生变化的现象称为应变效应，应变用符号 $\varepsilon$ 表示。

以金属丝式应变片为例， $\varepsilon = \frac{dl}{l}$  称为轴向应变， $\varepsilon_r = \frac{dr}{r}$  称为径向应变。

- 弹性模量

又称杨氏模量。弹性模量是弹性材料的一种最重要、最具特征的力学性质，是物体弹性变形难易程度的表征。用 $E$ 表示。定义为理想材料有小形变时应力与相应的应变之比。 $E$ 以单位面积上承受的力表示，单位为 $N/m^2$ 。

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

# 应变与应力基础

---

- 泊松比

在材料的比例极限内，由均匀分布的纵向应力所引起的横向应变与相应的纵向应变之比的绝对值，用符号 $\mu$ 表示。

以金属应变片为例，

$$\mu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon}$$



## 1.1 应变效应

金属丝的电阻随着它所受的**机械形变**（**拉伸或压缩**）的大小而发生相应变化的现象称为金属的电阻应变效应。

设有一根长度为 $l$ 、截面积为 $S$ 、电阻率为 $\rho$ 的金属丝，其电阻 $R$ 为：

等式两边取对数，两边再微分，得： $R = \rho \frac{l}{S}$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

轴（纵）向应变： $\varepsilon = \frac{dl}{l}$       径（横）向应变： $\varepsilon_r = \frac{dr}{r}$

# 1.1 应变效应

在弹性范围内：

$$\varepsilon_r = -\mu\varepsilon \quad \mu : \text{泊松比}$$

$$\text{另外又: } \frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{dS}{S} + \frac{dl}{l} = 2\varepsilon_r + \varepsilon = -2\mu\varepsilon + \varepsilon = (1-2\mu)\varepsilon$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} = C(1-2\mu)\varepsilon$$

将上述关系式整理后，得

$$\frac{dR}{R} = C(1-2\mu)\varepsilon + \varepsilon + 2\mu\varepsilon = [(1+2\mu) + C(1-2\mu)] \cdot \varepsilon = \underline{K_s} \cdot \varepsilon$$

灵敏度系数

## 1.1 应变效应

将微分dR、dl改写成增量 $\Delta R$ 、 $\Delta l$ ，可写成下式：

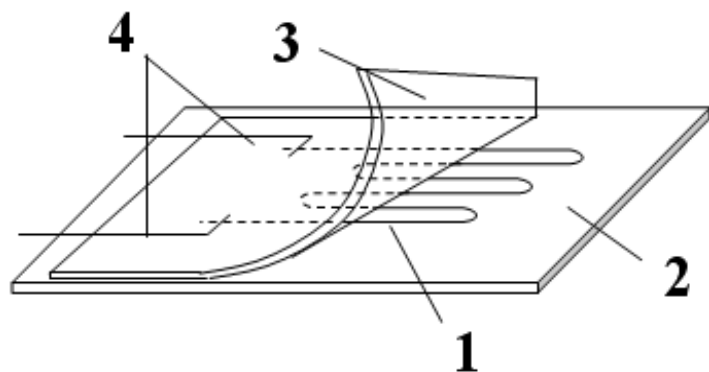
$$\frac{\Delta R}{R} = K_s \frac{\Delta l}{l} = K_s \cdot \varepsilon$$

即金属丝电阻的相对变化与金属丝的伸长或缩短之间存在比例关系。

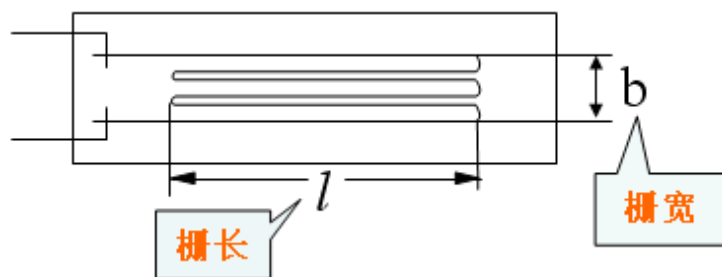
其中灵敏度系数 $K_s$ ：

- ◆ 通常把单位应变所引起的电阻值相对变化量称为电阻丝的灵敏度系数，用 $K_s$ 表示。
- ◆  $K_s$ 与金属材料 and 电阻丝形状的有关；
- ◆  $K_s$ 值是一个无因次量，即它没有量纲。

## 1.2 应变片的结构



- 1 敏感栅
- 2 基底
- 3 盖片
- 4 引线

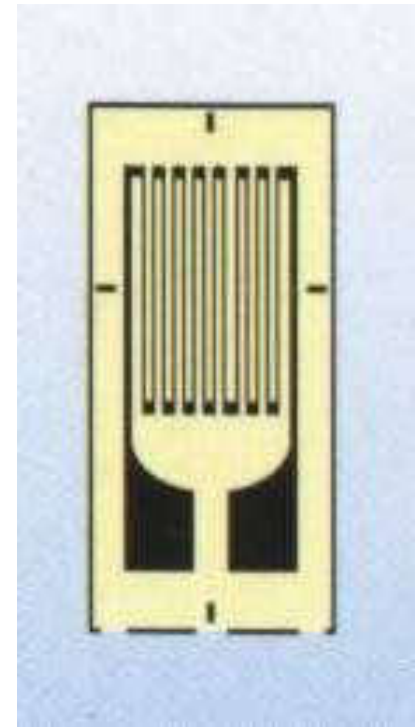
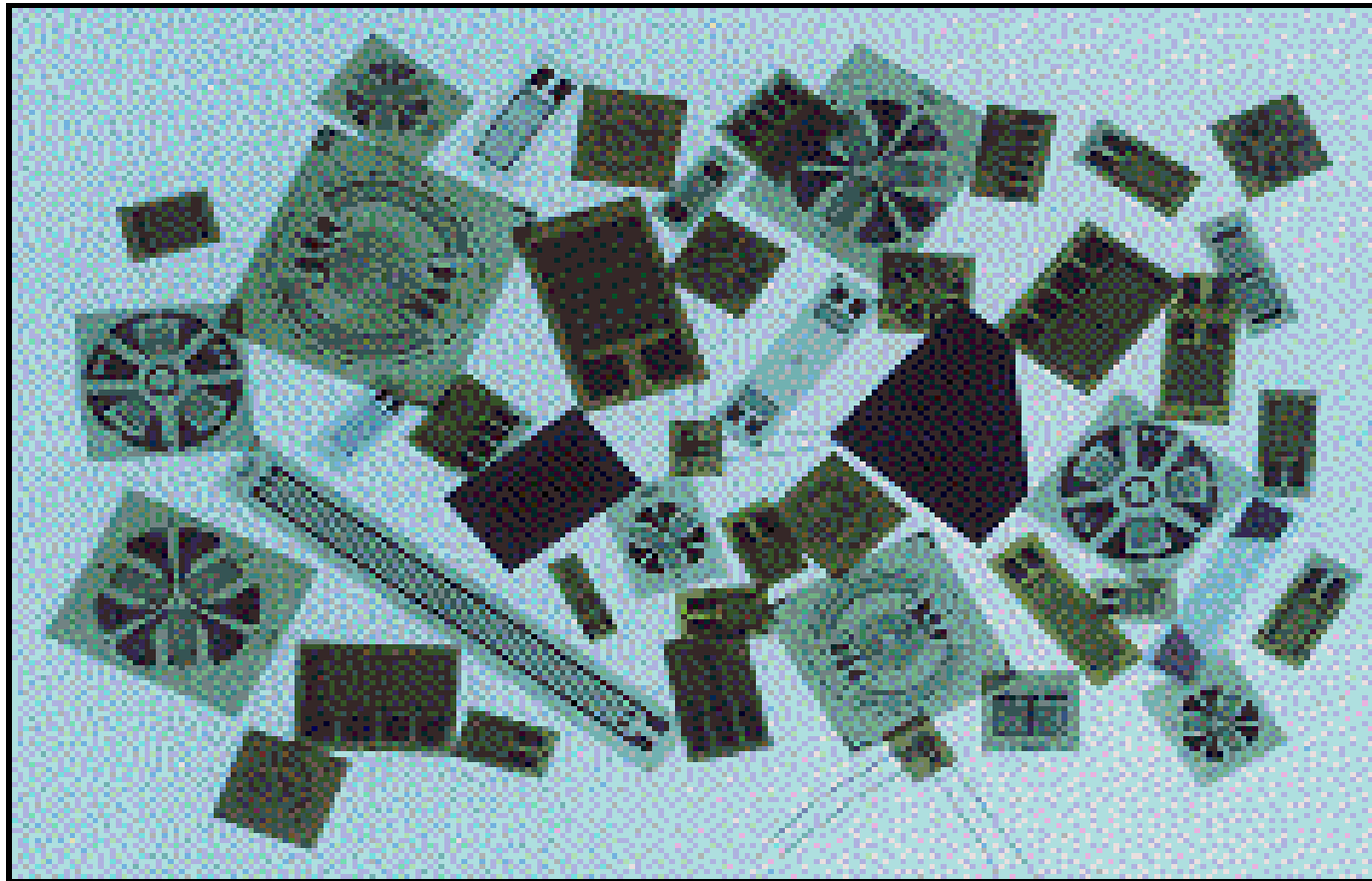


### 敏感栅:

栅长有 (100、200) mm, 及 (1、0.5、0.2) mm等,

电阻值有60  $\Omega$ , 120  $\Omega$ , 200  $\Omega$ , 1000  $\Omega$  等规格。

## 1.2 应变片的结构(续)



## 1.3 主要特性

### (1) 灵敏度系数K

$$\frac{\Delta R}{R} = K \varepsilon$$

■金属丝做成电阻应变片后，其电阻—应变特性与金属单丝时不同的，因此必须通过实验重新测定。

下降原因：剪力传递、栅形形状

规定的标准条件：

- ①试件材料取泊松比为0.285的钢；
- ②试件单向受力；
- ③应变片轴向与主应力方向一致。

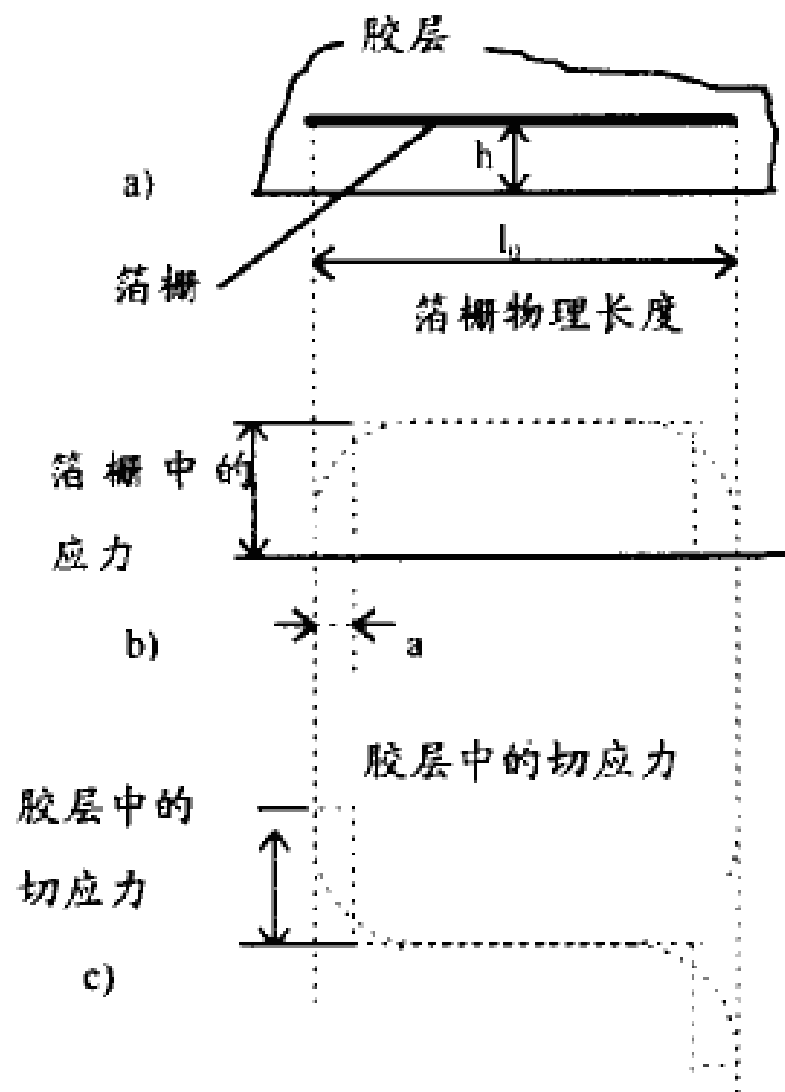


图2 胶层中的应变传递

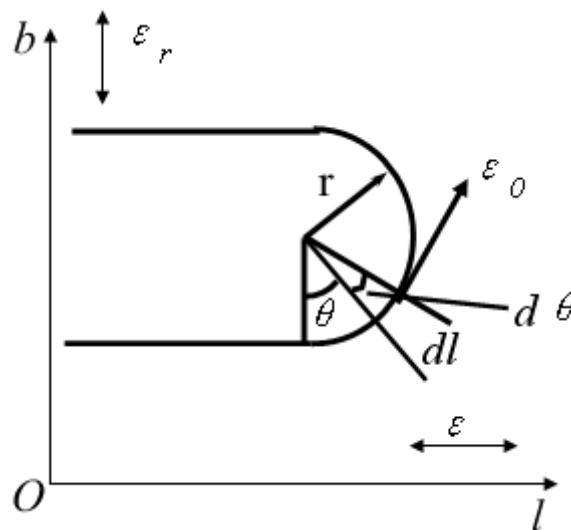
## 1.3 主要特性

### (2) 横向效应

■ 应变片由于两端有圆弧形或直线形的横栅，测量应变时，横栅既对应变片轴线方向的应变敏感，又对垂直于轴线方向的横向应变敏感。应变片的这种既受轴向应变影响，又受横向应变影响而引起电阻变化的现象称为横向效应。

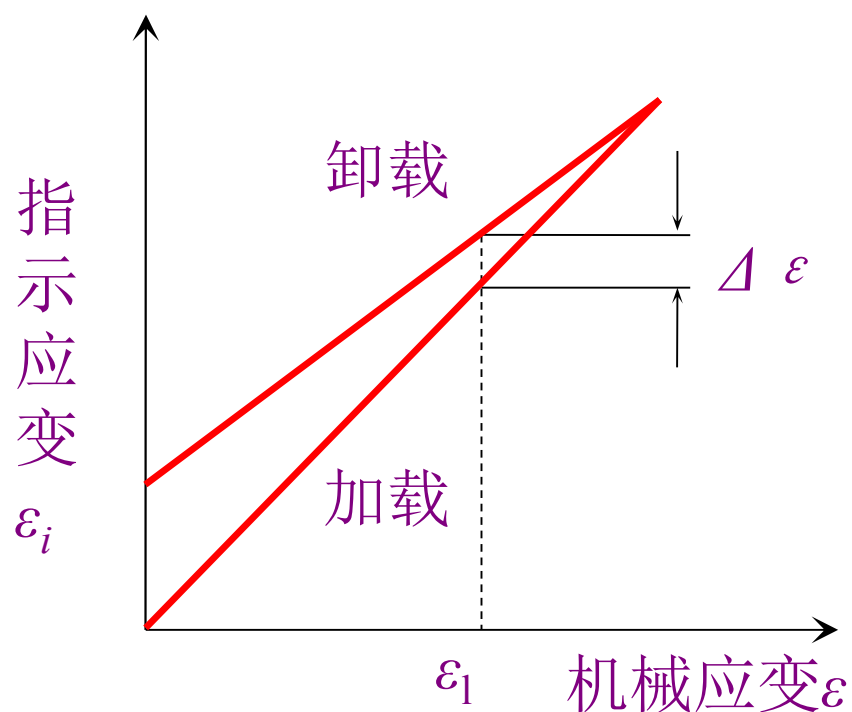
■ 横向效应给测量带来了误差，其大小与敏感栅的构造及尺寸有关。

■ 敏感栅的纵栅愈窄愈长，而横栅愈宽愈短，则横向效应的影响愈小。



## 1.3 主要特性

### (3) 机械滞后



应变片的机械滞后

■由于敏感栅材料、基底和粘合剂在承受机械应变以后会有部分残余变形。因而对于已经安装好的应变片，在一定温度下，其指示应变与真实应变的加载特性和卸载特性不重合，称为机械滞后



## 1.3 主要特性

### (4) 零点漂移和蠕变

#### ■ 零漂(zero shift)

对于已安装好的应变片，在一定温度下，不承受机械应变时，其指示应变随时间而变化的特性

➤原因：通以工作电流后的温度效应；应变片的内应力变化；粘结剂固化不充分等。

#### ■ 蠕变(creep)

在一定温度下，使其承受一恒定的机械应变时，指示应变随时间变化的特性。

➤原因：胶层之间发生“滑动”所致。

■ 这两个指标是衡量应变片特性对时间的稳定性。

## 1.3 主要特性

---

(5) 应变极限  $\epsilon_j$

当温度一定时（室温条件下），指示应变和真实应变的相对差值不超过10%时的最大真实应变数值。

(6) 最大工作电流

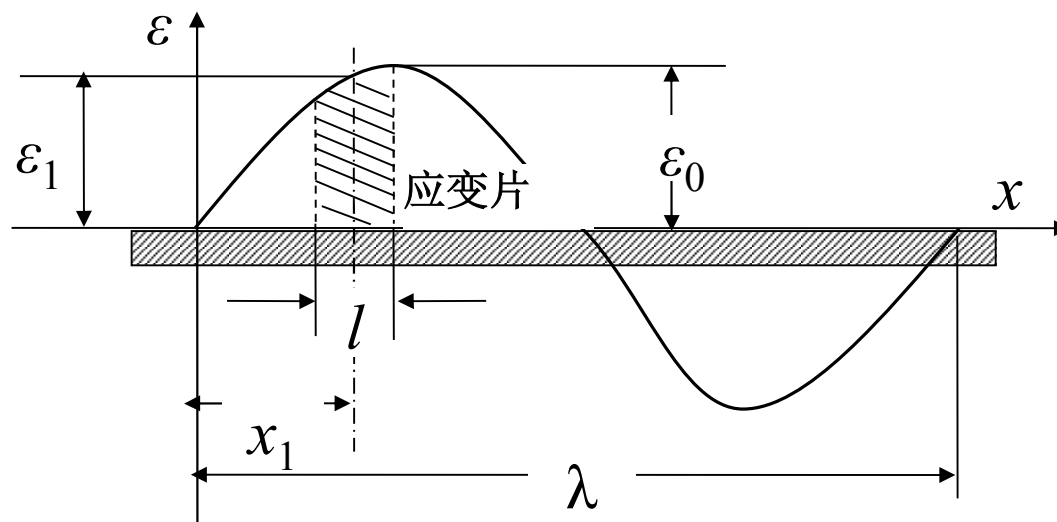
(7) 绝缘电阻

(8) 疲劳寿命

## 1.3 主要特性—动态特性

当被测应变值随时间变化的频率很高时，需考虑应变片的动态特性。因应变片基底和粘贴胶层很薄，构件的应变波传到应变片的时间很短(估计约  $0.2 \mu s$ )，故只需考虑应变沿应变片轴向传播时的动态响应。

设一频率为  $f$  的正弦应变波在构件中以速度  $v$  沿应变片栅长方向传播，在某一瞬时  $t$ ，应变量沿构件分布如图所示。



应变片对应变波的动态响应

## 1.3 主要特性—动态特性

相关计算：

应变栅长为  $l$ ；

应变波波长为  $\lambda$ ，则有  $\lambda = \frac{v}{f}$ ；

应变波沿构件分布为  $\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$  应变片中点的应变为  $\varepsilon_t = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_t$   $x_t$  为中点坐标。

应变片测得的应变为栅长  $l$  范围内的平均应变  $\varepsilon_m$ ，其数值为应变波曲线下的面积除以栅长。

$$\varepsilon_m = \frac{1}{l} \int_{x_t - \frac{l}{2}}^{x_t + \frac{l}{2}} \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x dx = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_t \cdot \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$$

$$\text{平均应变和中点应变得相对误差为 } \delta = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_m}{\varepsilon_t} = 1 - \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$$

结论：应变栅长与应变波的波长之比越小，相对误差越小。

## 1.3 主要特性—动态特性

平均应变和中点应变得相对误差为  $\delta = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_m}{\varepsilon_t} = 1 - \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$

$\frac{l}{\lambda}$	$\delta$
0.1	1.62%
0.04	0.51%

结论：应变栅长与应变波的波长之比越小，相对误差越小。

## 2 压阻式传感器

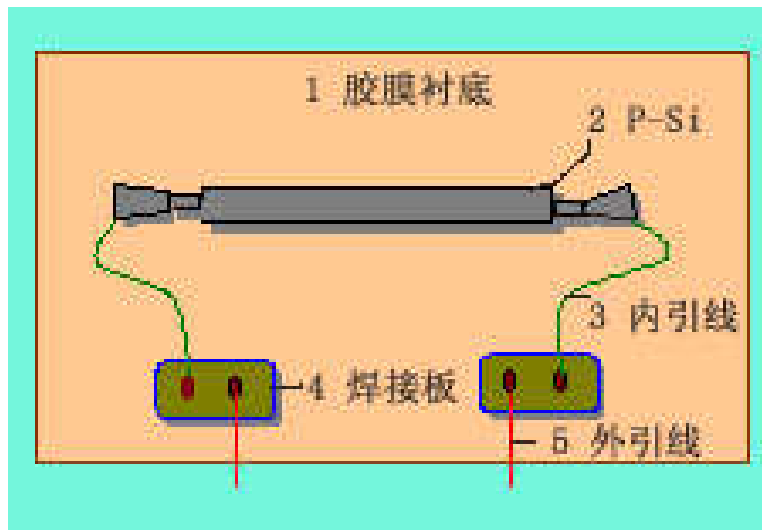
---

- 压阻式传感器的灵敏度高、动态响应好、精度高、易于微型化和集成化。
- 因为半导体材料对温度很敏感，因此压阻传感器的温度误差较大，必须要有温度补偿。



# 压阻式传感器分类

- 粘贴型压阻传感器：半导体应变片
- 固态压阻传感器（扩散型压阻传感器）：应变电阻与硅基片一体化




## 2.1 压阻效应

单晶硅材料在受到应力作用后，其电阻率发生明显变化，这种现象被称为压阻效应。

对于一条形半导体材料，其电阻变化量为：

$$\begin{aligned}\frac{dR}{R} &= \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \\ &= \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2\mu)\varepsilon\end{aligned}$$

对金属材料，值很小，通常可忽略

而半导体材料，若以  $d\rho/\rho = \pi\sigma = \pi E\varepsilon$  代入，则：

$$\frac{dR}{R} = \pi\sigma + (1 + 2\mu)\varepsilon = (\pi E + 1 + 2\mu)\varepsilon$$



## 2.1 压阻效应

由于 $\pi E$ 一般都比 $(1+2\mu)$ 大几十倍甚至上百倍，因此引起半导体材料电阻相对变化的主要原因是压阻效应，所以上式可近似写成

$$\frac{dR}{R} = \pi E \varepsilon$$

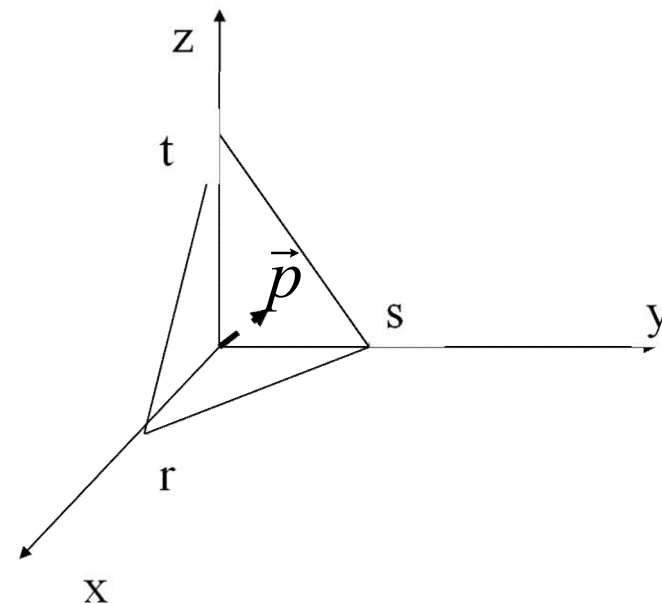
式中 $\pi$ —压阻系数； $E$ —弹性模量； $\sigma$ —应力； $\varepsilon$ —应变  
上式表明压阻传感器的工作原理是基于压阻效应。

扩散硅压阻式传感器的基片是半导体单晶硅。单晶硅是各向异性材料，取向不同其特性不一样。而取向是用晶向表示的，所谓**晶向就是晶面的法线方向**。

## 2.2 晶向和晶面的表示

晶面表示方法:

截距式：
$$\frac{x}{r} + \frac{y}{s} + \frac{z}{t} = 1$$



法线式：
$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = p$$

**晶向**：晶体空间点阵中任意两点连一条直线称为晶列，晶列的方向称为晶向。（向量 $\rho$ ）

## ➤密勒指数

$$\frac{x}{r} + \frac{y}{s} + \frac{z}{t} = 1$$

$$\frac{x}{p} \cos \alpha + \frac{y}{p} \cos \beta + \frac{z}{p} \cos \gamma = 1$$

$$\therefore \cos \alpha : \cos \beta : \cos \gamma = \frac{1}{r} : \frac{1}{s} : \frac{1}{t}$$

$$\text{取 } \frac{1}{r} : \frac{1}{s} : \frac{1}{t} = a : b : c$$

没有公约数的简单整数  
(密勒指数)

## 2.2 晶向和晶面的表示

---

- 具体表示方式:

$[a\ b\ c]$  ❖表示晶向

$(a\ b\ c)$  ❖表示晶面

$\{a\ b\ c\}$  ❖表示晶面族

## 2.2 晶向和晶面的表示

---

- 方向余弦

某晶向[a b c]的方向余弦为：

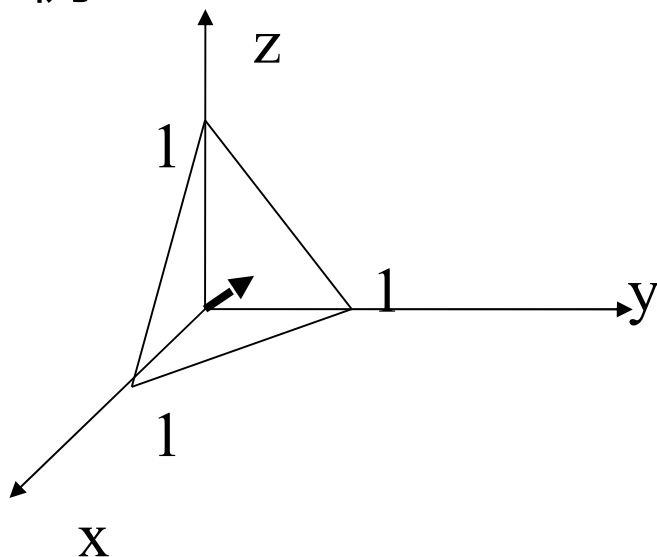
$$l = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \alpha$$

$$m = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \beta$$

$$n = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \gamma$$

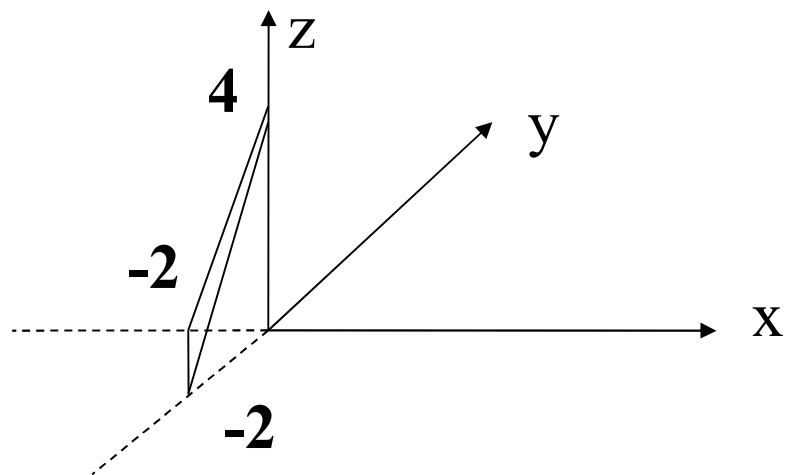
## 2.2 晶向和晶面的表示

- 示例：



❖ 晶向、晶面、晶面族分别为：

$$\begin{aligned} &[1\ 1\ 1] \\ &(1\ 1\ 1) \\ &\{1\ 1\ 1\} \end{aligned}$$

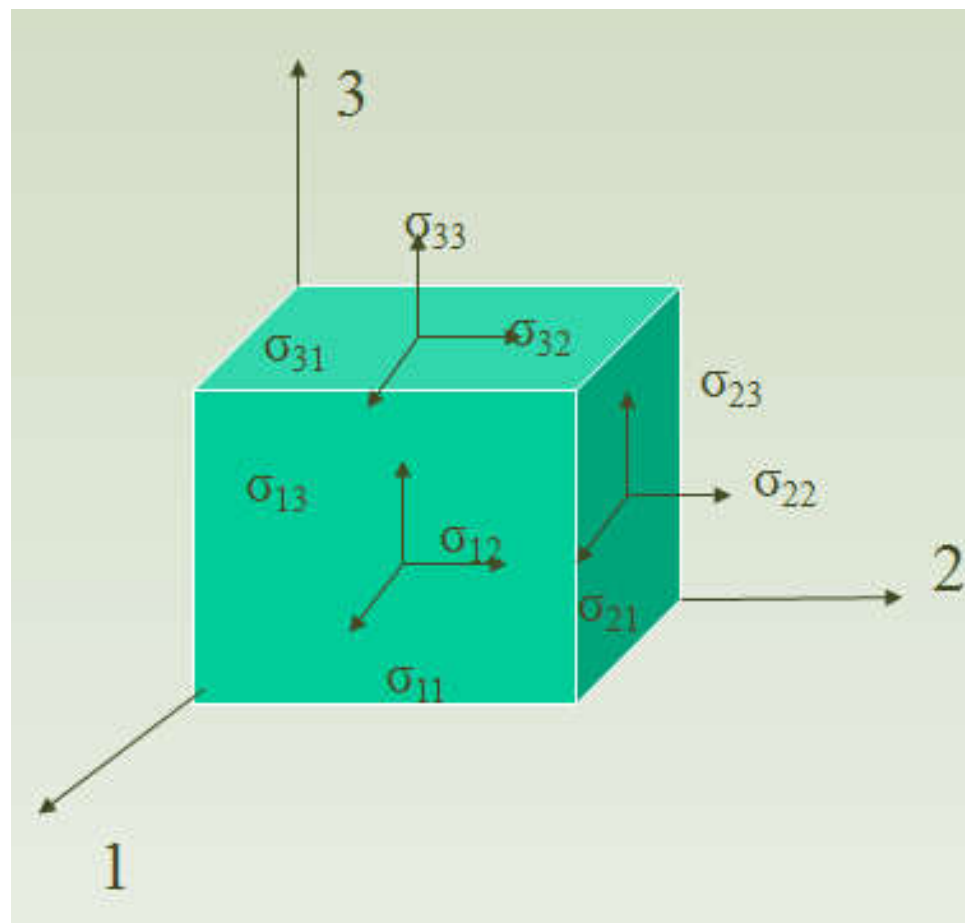


❖ 晶向、晶面、晶面族分别为：

$$\begin{aligned} &[\bar{2}\ \bar{2}\ 1] \\ &(\bar{2}\ \bar{2}\ 1) \\ &\{\bar{2}\ \bar{2}\ 1\} \end{aligned}$$

## 2.3 压阻系数

---



## 2.3 压阻系数

---

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \pi \cdot \sigma = \delta \approx \frac{\Delta R}{R}$$

❖ 六个独立的应力分量：

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$$

❖ 六个独立的电阻率的变化率：

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6$$



## 2.3 压阻系数

电阻率的变化与应力分量之间的关系——压阻系数矩阵

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

## 2.3 压阻系数

---

相关分析：

- 正向压阻系数相等
- 横向压阻系数相等
- 剪切压阻系数相等
- 切应力不可能产生正向压阻效应
- 正向应力不可能产生剪切压阻效应
- 剪切应力只能在剪切应力平面内产生压阻效应

## 2.3 压阻系数

---

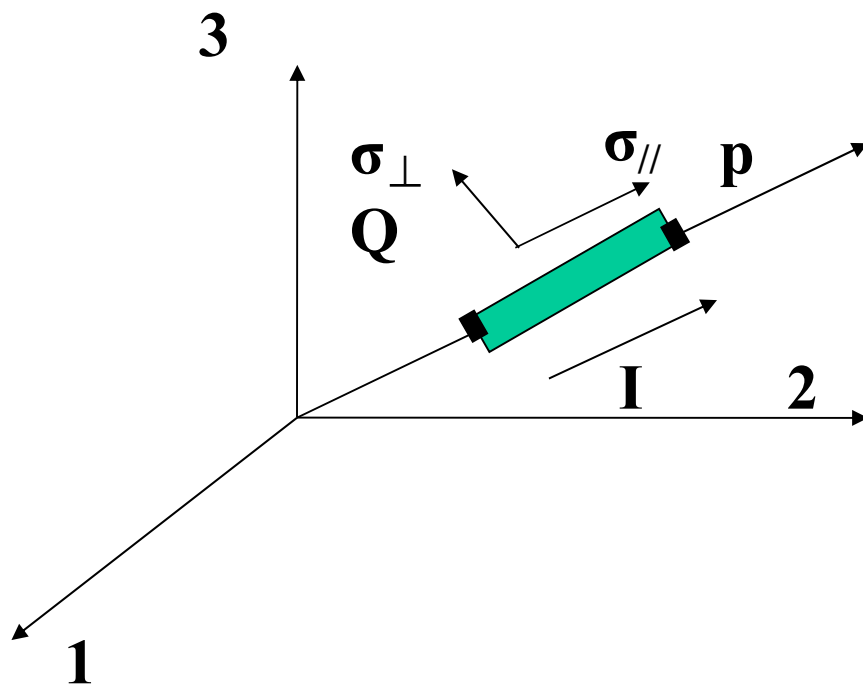
由分析可得压阻系数矩阵:

$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix}$$

## 2.3 压阻系数

---

以任意方向为例（P方向）推导电阻变化：



## 2.3 压阻系数

$$\frac{\Delta R}{R} = \pi_{//} \sigma_{//} + \pi_{\perp} \sigma_{\perp}$$

其中  $\sigma_{//}$  : 纵向应力

$\sigma_{\perp}$  : 横向应力

$\pi_{//}$  : 纵向压阻系数

$\pi_{\perp}$  : 横向压阻系数

将各个压阻系数向P、Q方向投影，可得：

$$\pi_{//} = \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 m_1^2 + m_1^2 n_1^2 + l_1^2 n_1^2)$$

$$\pi_{\perp} = \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2)$$

$(l_1, m_1, n_1)$ : P方向余弦     $(l_2, m_2, n_2)$ : Q方向余弦

## 2.3 压阻系数

---

简化分析:

- 对P型硅(掺杂三价元素) :

–  $\pi_{11}$ 、 $\pi_{12} \approx 0$  , 只考虑  $\pi_{44}$  :

- 对N型硅(掺杂五价元素) :

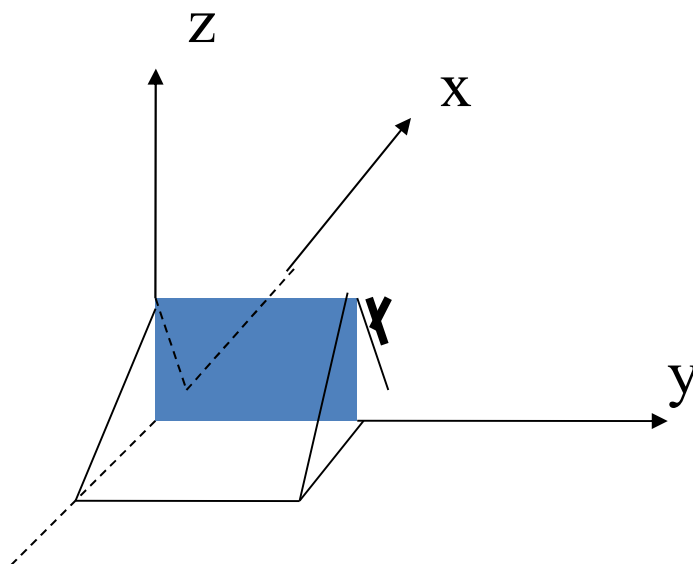
–  $\pi_{44} \approx 0$  ,  $\pi_{12} \approx -1/2\pi_{11}$  ,

( 参见第38页 )

通常P-Si的  $E = 1.87 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

## 2.3 压阻系数

例1：计算P型硅（100）晶面内[011]晶向的纵向与横向压阻系数



- （100）晶面内[011]晶向的横向为 $[0\bar{1}1]$ 晶向

## 2.3 压阻系数

解：

设 $[011]$ 与 $[0\bar{1}1]$ 晶向的方向余弦分别为： $l_1$ 、 $m_1$ 、 $n_1$ 、 $l_2$ 、 $m_2$ 、 $n_2$

$$l_1 = 0 \quad m_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad n_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$l_2 = 0 \quad m_2 = \frac{-1}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad n_2 = \frac{1}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\begin{aligned}\pi_{//} &= \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_{\perp} &= \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44})\end{aligned}$$

对P型硅:  $\pi_{11} \approx \pi_{12} \approx 0$

$$\pi_{//} = \frac{1}{2}\pi_{44} \quad \pi_{\perp} = -\frac{1}{2}\pi_{44}$$

对N型硅:  $\pi_{44} \approx 0, \pi_{12} \approx -\frac{1}{2}\pi_{11}$

$$\pi_{//} = \frac{1}{4}\pi_{11} \quad \pi_{\perp} = \frac{1}{4}\pi_{11}$$

# 小结（主要特点比较）

---

## 1 传感原理

**金属应变片**传感器：

根据金属发生形变后导致截面积、长度等发生变化引起电阻变化，将形变量转换成电学量。（**长度L、截面积S**）

**压阻式**传感器：

根据半导体在受应力作用后，半导体中的空穴或载流子发生迁移导致电阻率变化，从而引起电阻变化。（**电阻率 $\rho$** ）

# 小结（主要特点比较）

---

## 2 灵敏度

金属应变片传感器：

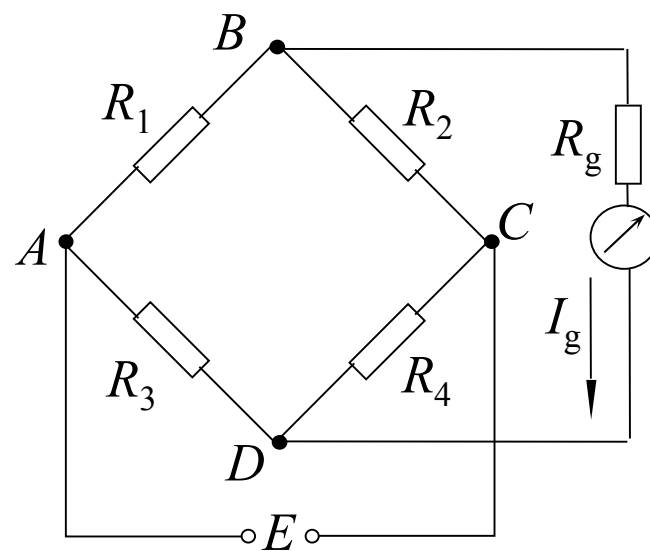
K值一般为2-3

压阻式传感器：

K值一般为100-300

### 3 测量电路

测量电阻式传感器的测量线路多采用电桥电路



电桥线路原理图

### 3 测量电路

通常电桥输出后接仪表放大器，其典型值为  $10^9 \sim 10^{12} \Omega$ ，

B、D两点可视为开路，则

$$U_g = E \frac{(R_1 R_4 - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (2-23)$$

设 $R_1$ 为应变片的阻值，工作时有一增量 $\Delta R$ ，当拉伸应变时， $\Delta R$ 为正；压缩应变时为负。则

$$U_g = E \frac{(R_1 + \Delta R)R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + \Delta R + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (2-24)$$

### 3 测量电路

---

设电桥各臂均有相应的电阻增量 $\Delta R_1$ 、 $\Delta R_2$ 、 $\Delta R_3$ 、 $\Delta R_4$ 时，则

$$U_g = E \frac{(R_1 + \Delta R_1)(R_4 + \Delta R_4) - (R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3)}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4)} \quad (2-25)$$

实际使用时，一般多采用等臂电桥。

## 3.1 等臂电桥

当桥路中 $R_1=R_2=R_3=R_4$ 时，称为等臂电桥。则2-25式可写为：

$$U_g = E \frac{R(\Delta R_1 - \Delta R_2 - \Delta R_3 + \Delta R_4) + \Delta R_1 \Delta R_4 - \Delta R_2 \Delta R_3}{(2R + \Delta R_1 + \Delta R_2)(2R + \Delta R_3 + \Delta R_4)}$$

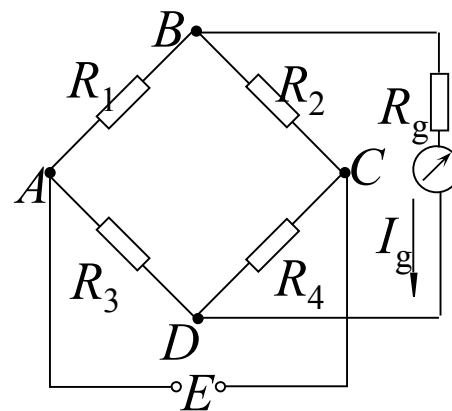
一般情况下， $\Delta R_i (i=1,2,3,4)$  都很小，即  $R \gg \Delta R$ ，略去高阶微量，得到：

$$\begin{aligned} U_g &\approx \frac{E}{4} \left( \frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} \right) \\ &= \frac{E}{4} K (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4) \end{aligned}$$

## 3.1 等臂电桥

几点特性：

- ① 当  $\Delta R \ll R$  时，输出电压与应变呈线性关系。
- ② 若相邻两桥臂的应变极性一致，即同为拉应变或压应变时，输出电压为两者之差；若相邻两桥臂的极性不同时，输出电压为两者之和。
- ③ 若相对两桥臂应变的极性一致时，输出电压为两者之和；相对桥臂的应变极性相反时，输出电压为两者之差。



电桥线路原理图



## 3.2 单臂测量电路（恒压激励分析）

当只有单臂工作时，即AB桥臂变化 $\Delta R$ ，则

$$U_g = \frac{E\Delta R}{4R + 2\Delta R} = \frac{E}{4} \frac{\Delta R}{R} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R}\right)^{-1} = \frac{E}{4} K\varepsilon \left(1 + \frac{1}{2} K\varepsilon\right)^{-1}$$

由上式展开级数，得

$$U_g = \frac{E}{4} K\varepsilon \left[1 - \frac{1}{2} K\varepsilon + \frac{1}{4} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K\varepsilon)^3 + \dots\right] \approx \frac{E}{4} K\varepsilon$$

则电桥的相对非线性误差为

$$\delta = \frac{\frac{E}{4} K\varepsilon - \frac{E}{4} K\varepsilon \left[1 - \frac{1}{2} K\varepsilon + \frac{1}{4} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K\varepsilon)^3 + \dots\right]}{\frac{E}{4} K\varepsilon} = \frac{1}{2} K\varepsilon + \frac{1}{4} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K\varepsilon)^3 + \dots$$

可见， $K\varepsilon$ 愈大， $\delta$ 愈大，通常 $K\varepsilon \ll 1$ 。 $\delta \approx 1/2 \cdot K\varepsilon$

## 3.2 单臂测量电路

例题：

设 $K=2$ ，要求非线性误差 $\delta < 1\%$ ，试求允许测量的最大应变值 $\varepsilon_{\max}$

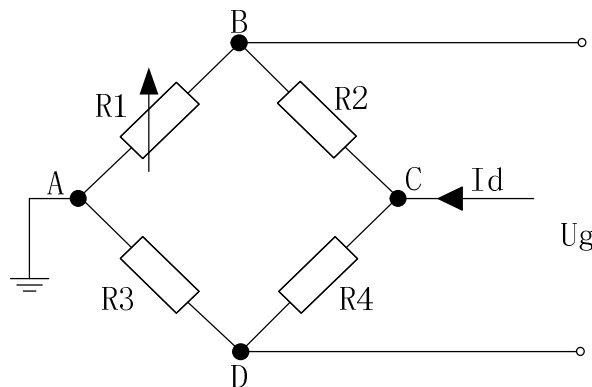
。

$$\frac{1}{2} K \varepsilon_{\max} < 0.01$$

$$\varepsilon_{\max} < \frac{2 \times 0.01}{K} = \frac{2 \times 0.01}{2} = 0.01 = 10000 \mu\varepsilon$$

结论：如果被测应变大于 $10000 \mu\varepsilon$ ，采用等臂电桥时的非线性误差大于1%。

## 3.2 单臂测量电路（恒流激励分析）



恒流激励单臂测量电路

当只有单臂工作时，即AB桥臂变化 $\Delta R$ ，则

$$U_g = \frac{R \Delta R}{4R + \Delta R} I_d = \frac{R I_d}{4} K \varepsilon \left(1 + \frac{1}{4} K \varepsilon\right)^{-1}$$

由上式展开级数，得

$$U_g = \frac{R I_d}{4} K \varepsilon \left[ 1 - \frac{1}{4} K \varepsilon + \frac{1}{16} (K \varepsilon)^2 - \frac{1}{64} (K \varepsilon)^3 + \dots \right]$$

## 3.2 单臂测量电路

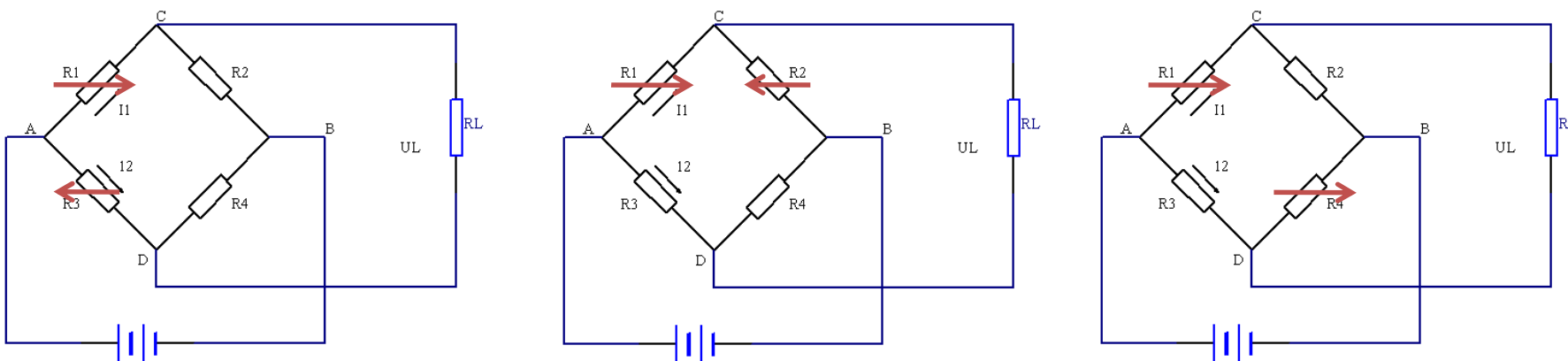
则电桥的相对非线性误差为

$$\delta = \frac{\frac{RI_d}{4} K\varepsilon - \frac{RI_d}{4} K\varepsilon \left[ 1 - \frac{1}{4} K\varepsilon + \frac{1}{16} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{64} (K\varepsilon)^3 + \dots \right]}{\frac{RI_d}{4} K\varepsilon}$$
$$= \frac{1}{4} K\varepsilon - \frac{1}{16} (K\varepsilon)^2 + \frac{1}{64} (K\varepsilon)^3 + \dots$$

可见， $K\varepsilon$ 愈大， $\delta$ 愈大，通常 $K\varepsilon \ll 1$ 。 $\delta \approx 1/4 \cdot K\varepsilon$

### 3.3 半桥测量电路

各桥臂初始电阻均为 $R$ ，传感器电阻的变化为 $\Delta R$ ，计算输出和非线性误差（恒压激励）



课堂作业：

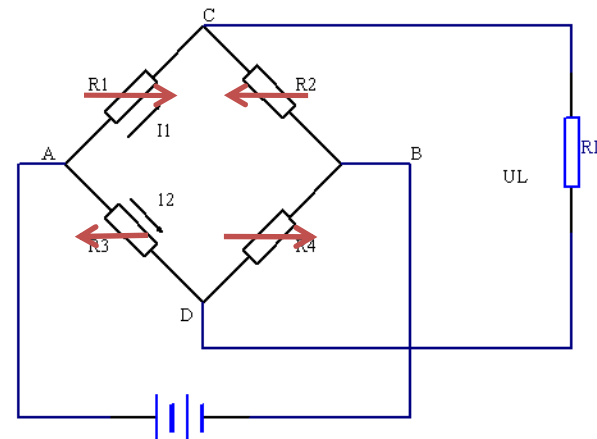
计算不同半桥，不同激励方式的输出电压

### 3.4 全桥测量电路

工作条件：

- 四个桥臂均为传感元件工作臂；
- 初始电阻均为 $R$ ，传感器电阻的变化为 $\Delta R$ 。（惠斯登电桥）

计算：输出信号及其非线性误差  
(恒压激励)



假设激励电压为 $E$ ，则输出电压为：

$$U_L = E \left( \frac{R_1 + \Delta R}{R_1 + \Delta R + R_2 + \Delta R} - \frac{R_3 + \Delta R}{R_3 + \Delta R + R_4 + \Delta R} \right)$$
$$= E \frac{\Delta R}{R} = E \cdot K \varepsilon$$

$$\delta = 0$$

## 3.5 测量电路（小结）

恒压激励模式（电压为 $E$ ）

电路形式	电路输出 $U_g$ ( $K\varepsilon \ll 1$ )	非线性误差 $\delta$
单臂	$U_g = E/4 \times K\varepsilon$	$\delta = 1/2 \times K\varepsilon$
半桥	$U_g = E/2 \times K\varepsilon$	$\delta = 0, \delta = ?$
全桥	$U_g = E \times K\varepsilon$	$\delta = 0$

恒流激励模式（电流为 $I_d$ ）

电路形式	电路输出 $U_g$ ( $K\varepsilon \ll 1$ )	非线性误差 $\delta$
单臂	$U_g = I_d R / 4 \times K\varepsilon$	$\delta = 1/4 \times K\varepsilon$
半桥	$U_g = I_d R / 2 \times K\varepsilon$	$\delta = 0$
全桥	$U_g = I_d R \times K\varepsilon$	$\delta = 0$

## 4 温度误差及补偿

---

### 4.1 温度误差

因环境温度改变而引起电阻变化的主要因素：

- 应变片的电阻丝(敏感栅)具有一定温度系数；

$$\Delta R_T = R_0 \alpha_R \Delta T$$

其中：

$\Delta R_T$ ：温度变化引起的电阻变化；

$R_0$ ：标准温度电阻值

$\alpha_R$ ：应变丝电阻温度系数；

$\Delta T$ ：温度增量



将温度变化折算为应变变化：

$$\Delta R_T = \Delta R_\varepsilon$$

$$R_0 \alpha_R \Delta T = R_0 K \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\alpha_R \Delta T}{K}$$

对于康铜丝制成的应变片，应变丝电阻温度系数  $\alpha = 2 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ， $K=2$ ，若环境温度变化  $10^\circ\text{C}$ ，则应变  $\varepsilon = 10 \times 10^{-6}$

钢的弹性模量  $E = 20 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ ， $(\sigma = \varepsilon \cdot E)$  则  $\sigma =$

*结论：电阻应变片由于温度改变所引起的电阻变化与试件应变所造成的电阻变化几乎具有相同的数量级。在应变测量中，如果不排除这种影响，势必给测量带来很大误差。*

---

## ■电阻丝材料与测试材料的线膨胀系数不同

$$\Delta l = (\alpha_g - \alpha_l)l_0\Delta T$$

其中：

$\alpha_g$ 是弹性材料的膨胀系数

$\alpha_l$ 是应变丝的线膨胀系数

## 4.2 温度补偿

- 单丝自补偿法(对于金属应变片)

为使应变片在温度变化时的热输出为零，必须使

$$\alpha_t + K(\alpha_g - \alpha_l) = 0$$

若应变片的敏感栅是用单一的合金丝制成，使其电阻温度系数  $\alpha_t$  和线膨胀系数及弹性材料线膨胀系数满足上式条件，即可实现温度自补偿。

- 双丝组合式自补偿法(对于金属应变片)

这种自补偿的条件是要求粘贴在某一试件上的两段敏感栅随温度变化而产生的电阻变化量大小相等，符号相反即

$$(\Delta R_a)_t = -(\Delta R_b)_t$$

(假设忽略线膨胀系数的影响)

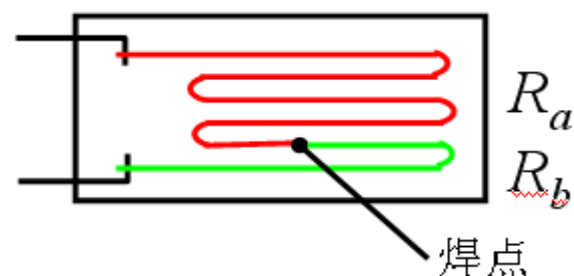
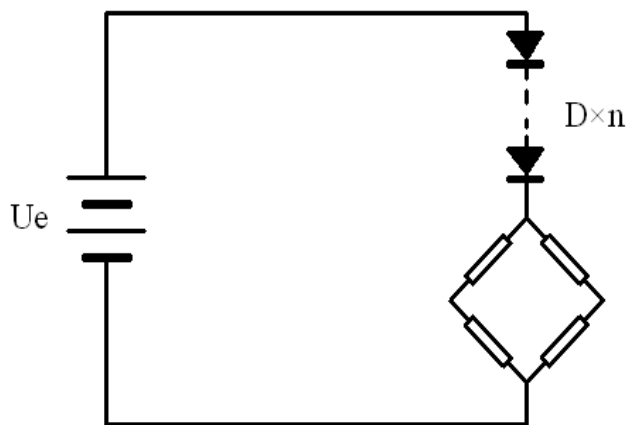


图 双丝组合式自补偿应变片

- 灵敏度温度漂移补偿

恒压源激励时，串联二极管进行补偿



压阻应变传感器电桥

原理：

二极管的温度特性为负（温度每升高 $1^{\circ}\text{C}$ ，正向压降要减小1.9至2.4mV），当温度上升时，电桥两端激励电压提高，使等效灵敏度不变。（通常压阻系数为负温度系数）

优点： 所用元件少，使用简便，补偿是动态进行的 。

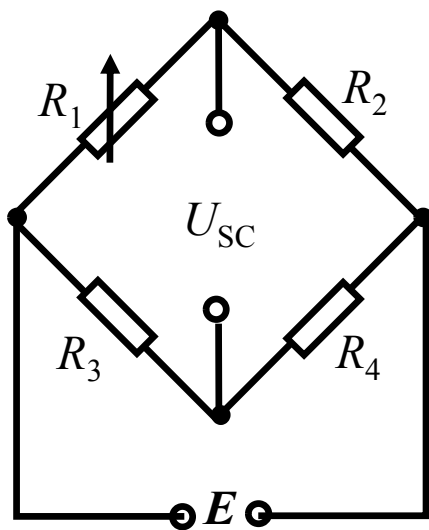
缺点： 二极管的数量只能是整数，因此补充总是不完全或者是过补偿。

## • 桥路补偿法

如图，电桥输出电压与桥臂参数的关系为

$$U_{SC} = E \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} = A(R_1 R_4 - R_2 R_3) = 0$$

式中  $A$ ——由桥臂电阻和电源电压决定的常数。

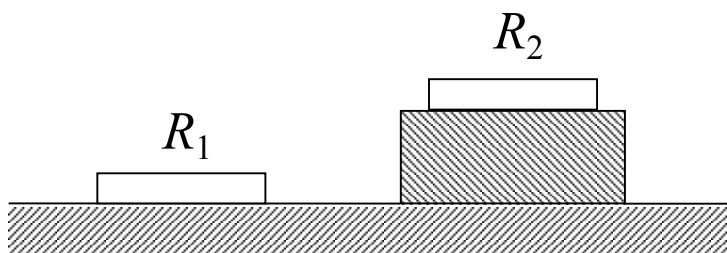


桥路补偿法

由上式可知，当 $R_3$ 、 $R_4$ 为常数时， $R_1$ 和 $R_2$ 对输出电压的作用方向相反。利用这个基本特性可实现对温度的补偿，并且补偿效果较好，这是最常用的补偿方法之一。

## • 补偿应变片法

测量应变时，使用两个应变片，一片贴在被测试件的表面，图中 $R_1$ 称为工作应变片。另一片贴在与被测试件材料相同的补偿块上，图中 $R_2$ ，称为补偿应变片。在工作过程中补偿块不承受应变，仅随温度发生变形。由于 $R_1$ 与 $R_2$ 接入电桥相邻臂上，造成 $\Delta R_{1t}$ 与 $\Delta R_{2t}$ 相同，根据电桥理论可知，其输出电压 $U_{sc}$ 与温度无关。当工作应变片感受应变时，电桥将产生相应输出电压。



补偿应变片粘贴示意图

若此时有应变作用，只会引起电阻 $R_1$ 发生变化， $R_2$ 不承受应变。故由前式可得输出电压为

$$U_{SC} = A \left[ (R_1 + \Delta R_{1t} + R_1 K \varepsilon) R_4 - (R_2 + \Delta R_{2t}) R_3 \right] = AR'RK\varepsilon$$

由上式可知，电桥输出电压只与应变 $\varepsilon$ 有关，与温度无关（忽略了A随温度的变化）。

为达到较好补偿，需满足下列三个条件：

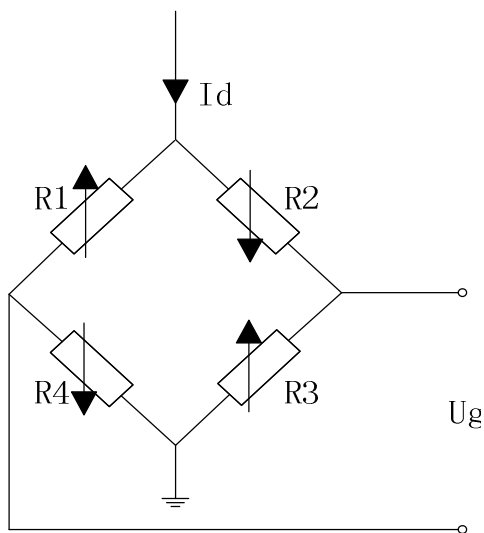
- $R_1$ 和 $R_2$ 须属于同一批号的，即它们的电阻温度系数 $\alpha$ 、线膨胀系数 $\beta$ 、应变灵敏系数 $K$ 都相同，两片的初始电阻值也要求相同；
- 用于粘贴补偿片的构件和粘贴工作片的试件二者材料必须相同，即要求两者线膨胀系数相等；
- 两应变片处于同一温度环境中。

此方法简单易行，能在较大温度范围内进行补偿。缺点是三个条件不易满足，尤其是条件③。在某些测试条件下，温度场梯度较大， $R_1$ 和 $R_2$ 很难处于相同温度点。

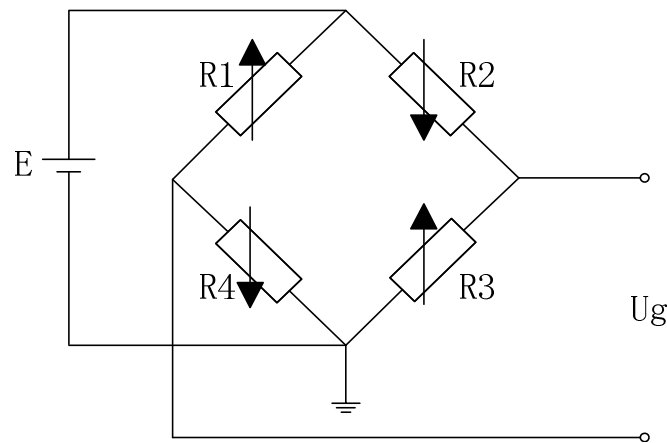
## • 差动结构恒流源激励补偿法

### 激励方式不同分析：

以惠斯登电桥为例，分析恒流源与恒压源两种激励方式对该电路的温度误差影响作用。



(a) 恒流源供电



(b) 恒压源供电



恒流源供电： $U_g = \Delta R \cdot I_d$

恒压源供电： $U_g = \frac{\Delta R}{R + \Delta R t} E$

其中， $\Delta R$ 为应变引起的电阻变化， $\Delta R t$ 为温度引起的电阻变化。

- 在恒流源供电下，全桥电路的输出与温度无关；
- 在恒压源供电下，全桥电路的输出与温度有关，在相同应变下，随着温度的升高其输出将减小。

灵敏度温度漂移：

恒流源供电： $K_S = K R I_d$

恒压源供电： $K_S = \frac{K E}{1 + \frac{\Delta R t}{R}}$

- 在恒流源供电下，全桥电路的灵敏度系数与温度无关；
- 在恒压源供电下，全桥电路的灵敏度与温度有关，随着温度的升高其灵敏度系数将减小。

——差动结构恒流源激励补偿法

- 温度修正法

---

通过实验先作出一条准确的温度变化引起输出值大小的特性曲线。工作时，根据此曲线对应变片实际测出的输出值进行修正。

## 5 相关应用

---

电阻式传感器，除了测定试件应力、应变外，还制造成多种应变式传感器用来测定力、扭矩、加速度、压力等其它物理量。

- ◆ 柱式力传感器
- ◆ 梁式力传感器
- ◆ 应变式压力传感器
- ◆ 应变式加速度传感器
- ◆ 固态压阻器件

## 5.1 柱式力传感器

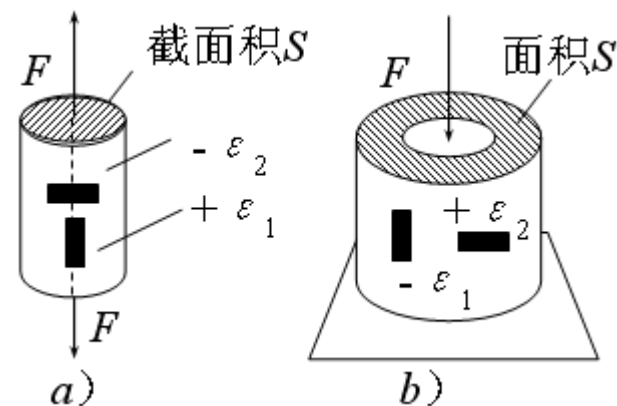
圆柱式力传感器的弹性元件分为实心 and 空心两种。

在轴向布置一个或几个应变片，在圆周方向布置同样数目的应变片，后者取符号相反的横向应变，从而构成了差动对。由于应变片沿圆周方向分布，所以非轴向载荷分量被补偿，在与轴线任意夹角的 $\alpha$ 方向，其应变为：

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_1}{2} [(1 - \mu) + (1 + \mu) \cos 2\alpha]$$

$\varepsilon_1$ ——沿轴向的应变； $\mu$ ——弹性元件的泊松比。

$$\text{当 } \alpha=0 \text{ 时 } \varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_1 = \frac{F}{SE} \quad \text{当 } \alpha=90^{\circ} \text{ 时 } \varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_2 = -\mu\varepsilon_1 = -\mu \frac{F}{SE}$$

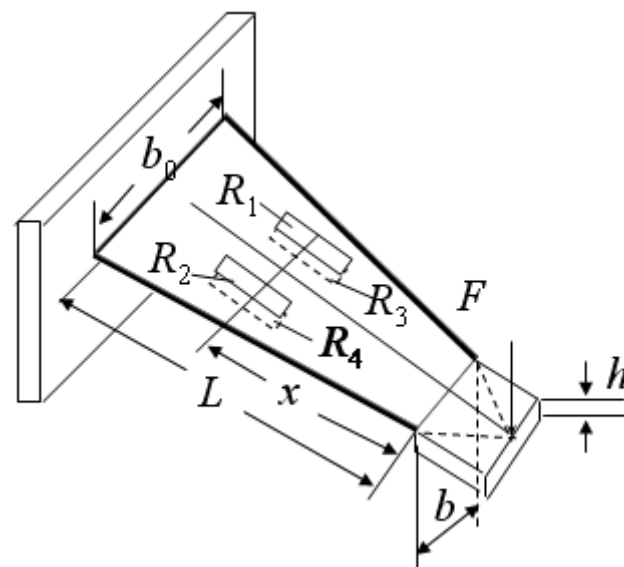


柱力式传感器

## 5.2 梁式力传感器

等强度梁弹性元件是一种特殊形式的悬臂梁，如图所示。梁的固定端宽度为 $b_0$ ，自由端宽度为 $b$ ，梁长为 $L$ ，梁厚为 $h$ 。

这种弹性元件的特点是：其截面沿梁长方向按一定规律变化，当力 $F$ 作用于梁端三角形顶点上，梁内各断面产生的应力相等，故在对 $L$ 方向上粘贴应变片位置要求不严。

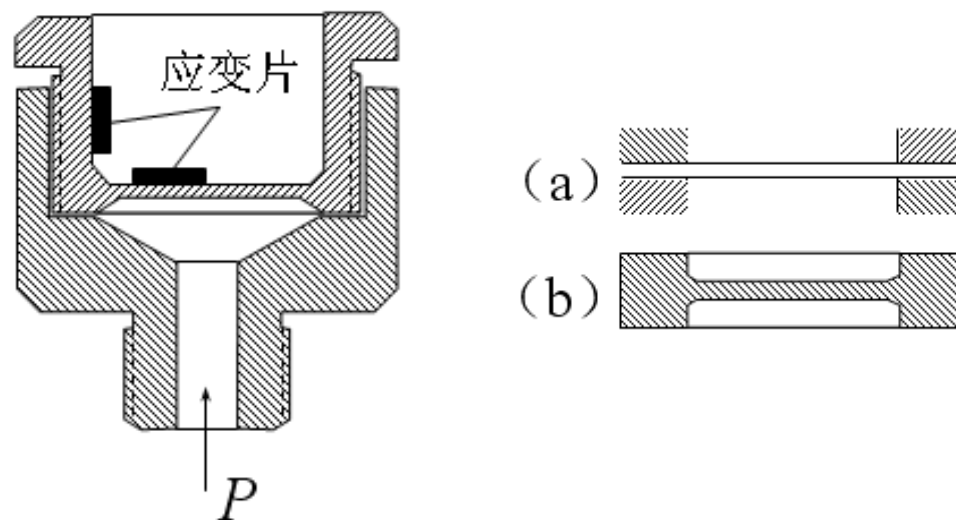


等强度梁弹性元件

## 5.3 应变式压力传感器

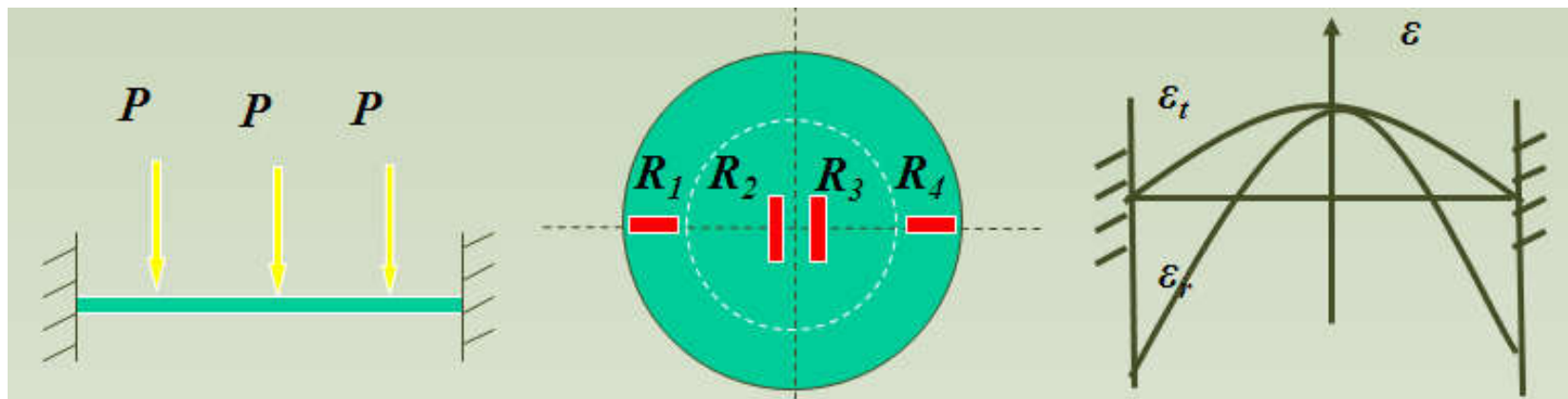
测量气体或液体压力的薄板式传感器，如图所示。当气体或液体压力作用在薄板承压面上时，薄板变形，粘贴在另一面的电阻应变片随之变形，并改变阻值。这时测量电路中电桥平衡被破坏，产生输出电压。

圆形薄板固定形式：  
采用嵌固形式，如图 (a)  
或与传感器外壳作成一体，如图 (b)。



应变式压力传感器

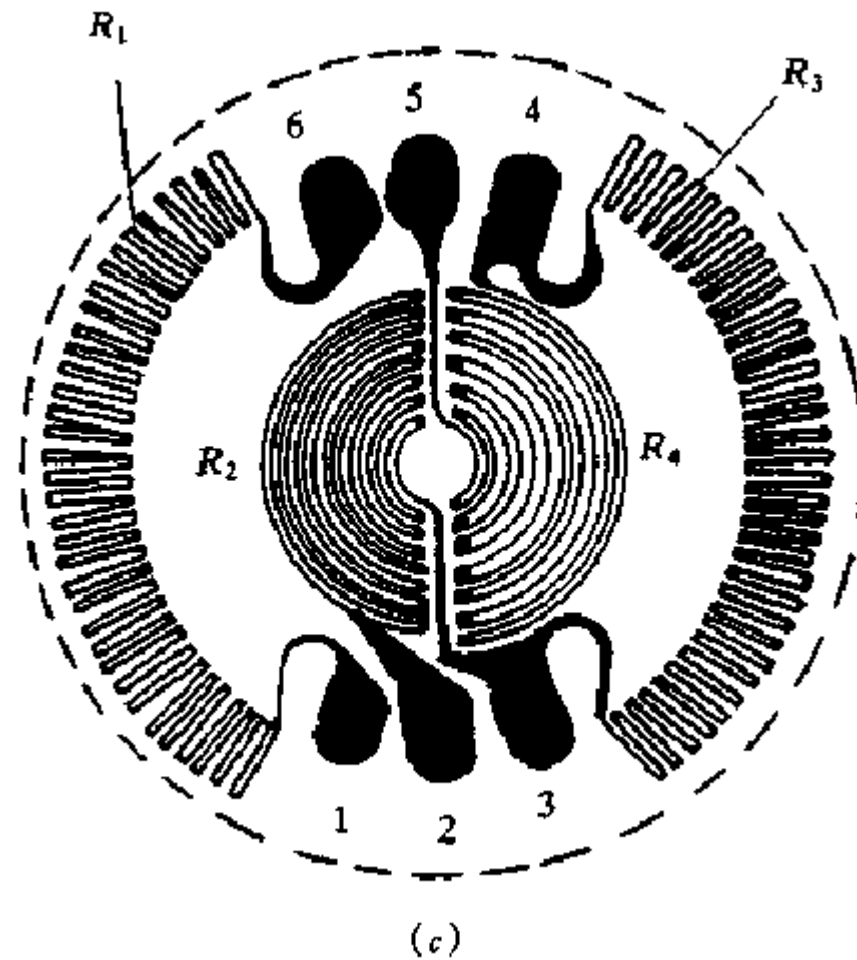
## (金属) 膜片式压力传感器



- ❖ 切向应变  $\epsilon_t$  都是正值，膜片中间最大
- ❖ 径向应变  $\epsilon_r$  分布有正有负，在边缘处达到最大
- ❖ 贴片时应避开径向应变为零的位置
- ❖ 在中心沿切向贴两片，在边缘沿径向贴两片，接成相邻桥臂以提高灵敏度。

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{3P}{8h^2 E} (1 - \mu^2) (r^2 - 3x^2) \\ \epsilon_t = \frac{3P}{8h^2 E} (1 - \mu^2) (r^2 - x^2) \end{cases}$$

## (金属) 膜片式压力传感器



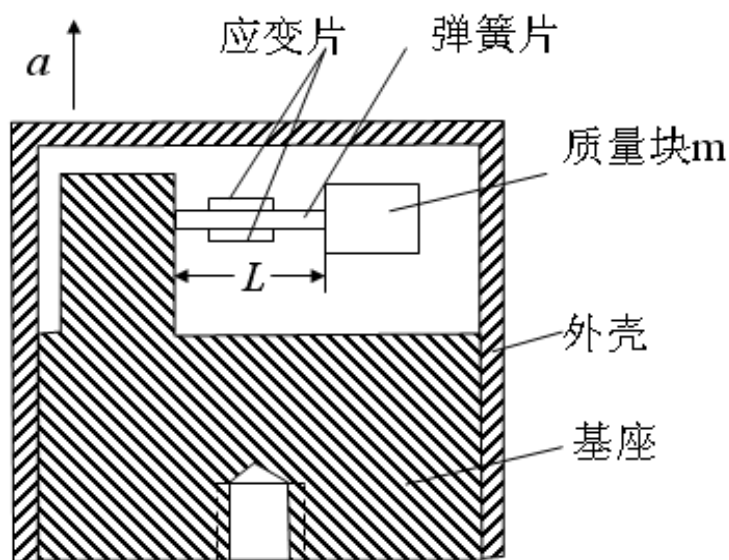
膜片式压力传感器的一种敏感元件结构



## 5.4 应变式加速传感器

由端部固定并带有惯性质量块 $m$ 的悬臂梁及贴在梁根部的应变片、基座及外壳等组成, 是一种惯性式传感器。

测量时, 根据所测振动体加速度的方向, 把传感器固定在被测部位。当被测点的加速度沿图中箭头所示方向时, 固定在被测部位。当被测点的加速度沿图中箭头所示方向时, 悬臂梁自由端受惯性力

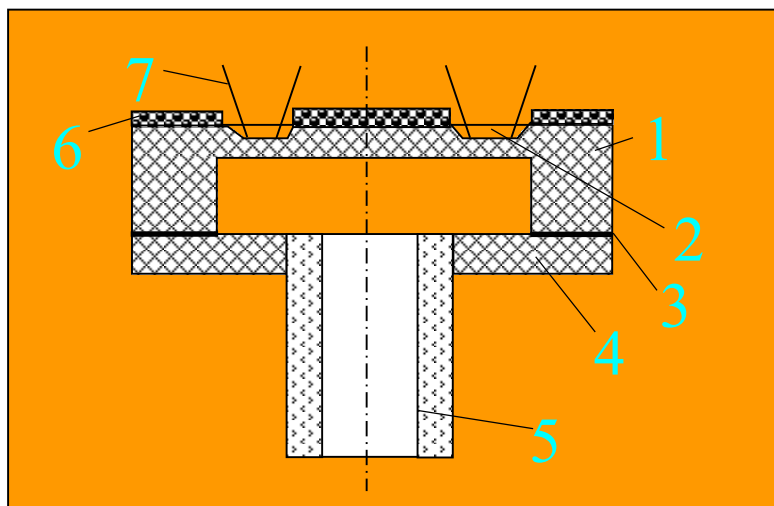


应变式加速度传感器

$F=ma$  的作用, 质量块向箭头 $a$ 相反的方向相对于基座运动, 使梁发生弯曲变形, 应变片电阻也发生变化, 产生输出信号, 输出信号大小与加速度成正比。

## 5.5 固态压阻器件

利用固体扩散技术，将P型杂质扩散到一片N型硅底层上，形成一层极薄的导电P型层，再装上引线接点。若在圆形硅膜片上扩散出四个P型电阻，构成惠斯登电桥的四个臂，这样的敏感器件通常称为固态压阻器件。

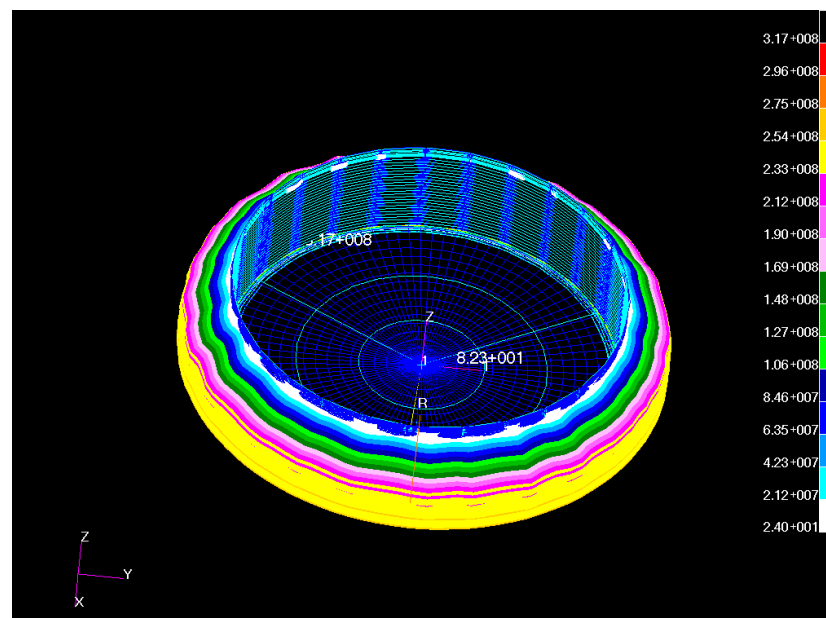


固态压阻器件

- 1—N-Si膜片
- 2—P-Si导电层
- 3—粘贴剂
- 4—硅底座
- 5—引压管
- 6—Si 保护膜
- 7—引线

## 5.6 其它应用

### 在结构分析中的应用



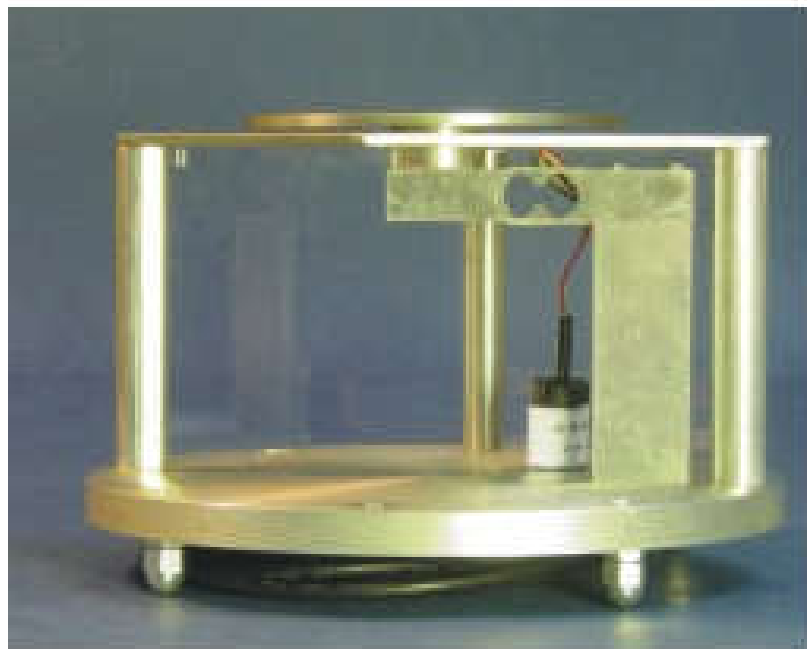
10万立方米原油储罐的应力分析--三维应力云图

应力最大值约为317MPa，位置在底层壁板和罐底边缘板相连的部位(即大角焊缝区域)，与其距离较近的罐壁区域应力值也比较接近最大值。因此罐壁与罐底板的角焊缝的焊接强度极为重要。

## 5.6 其它应用

### 电子秤原理

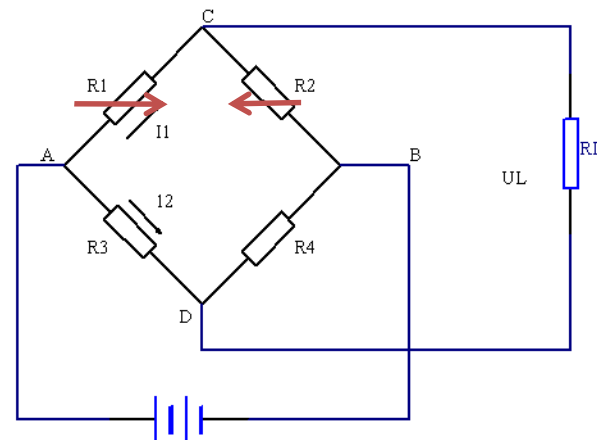
将物品重量通过悬臂梁转化结构变形再通过应变片转化为电量输出。



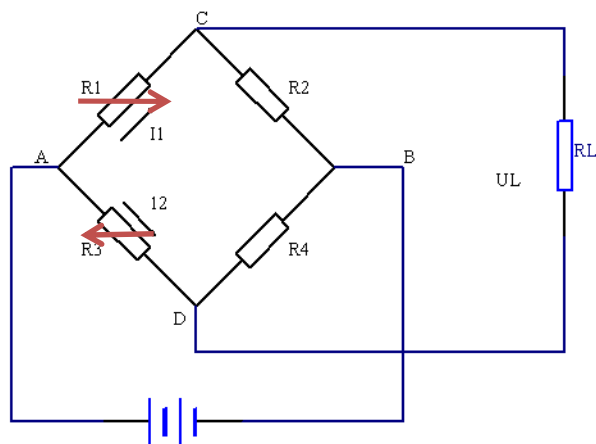
---

END !

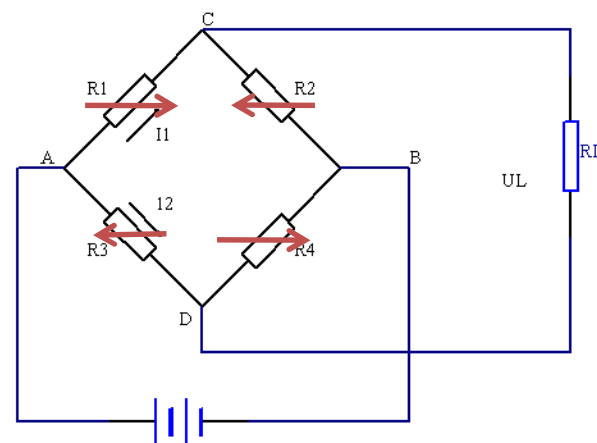
作业1：如图为等臂电桥电路，初始电阻均为 $R$ ，应变电阻的变化量大小为 $\Delta R$ 。恒压源供电，电压为 $E$ 。负载电阻 $R_L$ 足够大，可认为其值无穷大。试分别计算3个电路的输出电压、电压对应变电阻相对变化的灵敏度及非线性误差。



(1)



(2)



(3)

**作业2：**如图为等臂电桥电路，初始电阻均为 $R$ ，应变电阻的变化量大小为 $\Delta R$ ，温度变化引起的电阻变化 $\Delta R_t$ 。图1为恒压供电，电压为 $E$ 。图2为恒流源供电，电流为 $I$ 。负载电阻 $R_L$ 足够大，可认为其值无穷大。试分别计算2个电路的输出电压、电压对应变电阻相对变化的灵敏度及非线性误差。

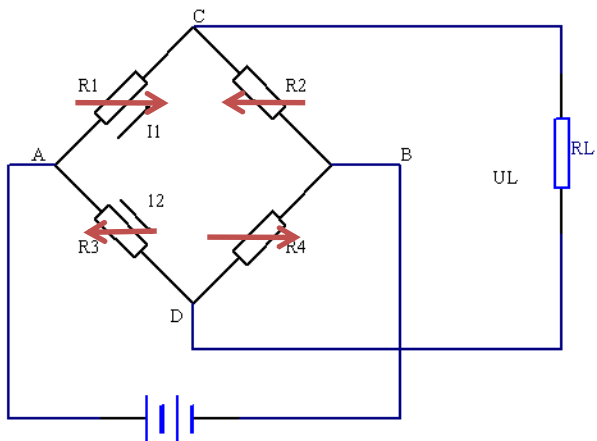


图1

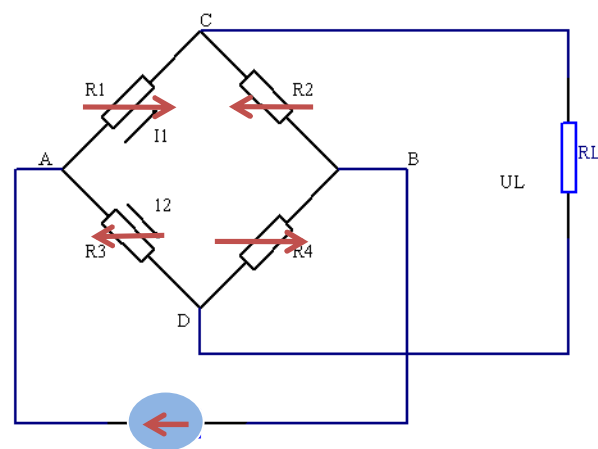


图2

作业3：求P型硅（100）晶面任意方向的纵向压阻系数和横向压阻系数，并画出纵向压阻系数的分布图。

作业4：3-8, 3-9, 3-10, 3-11

校交：23日交作业

物流：28日交作业