第十一讲 系统决策概述

一．决策的概念

在天气晴雨未卜的情况下出门是否带伞?

在来年的教育经费难以预测的情况下，某学校是否应当扩建和扩大招生？

1．决策问题的特点

- 由状态的不确定性引起的后果的不确定性
- 各种可能后果的价值因人而异
- 有多个选择

2．决策的定义

1）《美国大百科全书》（“**D**ecision **T**heory”条目）

“所谓作**决策**，就是在若干个可能的备选方案中进行选择。决策论则是为了对制订决策的过程进行描述并使之合理化而发展起来的范围很广的概念和方法。”

2）《苏联大百科全书》

“决策是自由意志行动的必要元素……和实现自由意志行动的手段。自由意志行动要求先有目的和行动的手段，在体力动作之前完成智力行动，要考虑完成或反对这次行动理由等等，而这一智力行动以制订一项决策而告终”。显然

（1）决策是智力行动

（2）决策是意志行动，因此，决策与人的意志、主观愿望、价值判断有关.

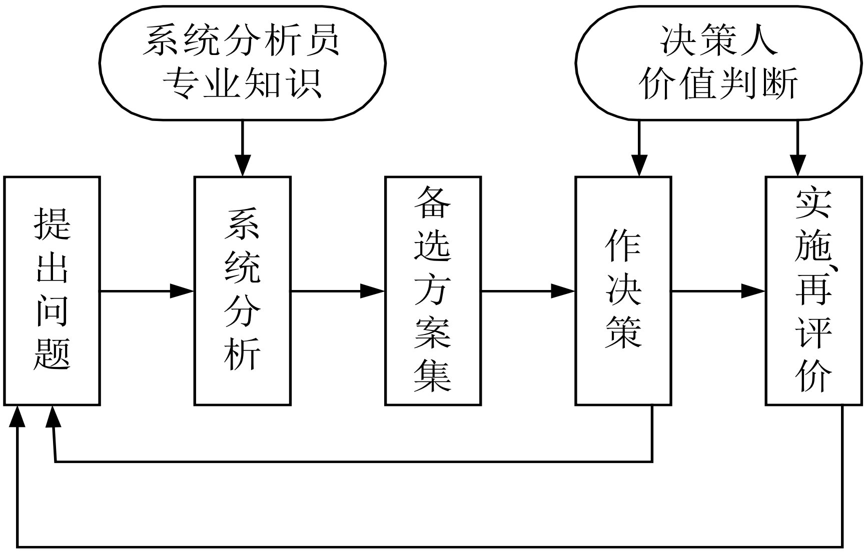
即：决策因人而异，不唯一。

3）我们采用的定义

决策：从若干可能的方案中，按某种标准(准则)选择一个。而这种标准可以是：最优，满意，合理等等。

决策分析：人们为了达到某个目标，从一些可能的方案(途径)中进行选择的分析过程，是在有风险或不确定性情况下制订决策的定量分析方法，是对影响决策的诸因素作逻辑判断与权衡。

4）系统分析与决策的关系



系统分析与决策的关系

3．决策问题的分类

1）按重要性分

	战略决策	策略决策	执行决策
决策权	集中	集中与分散结合	分散
所需信息	不全	较全	完全
问题结构	不良	一般	良好
涉及的风险	大	一般	小
决策的组织工作	复杂	一般	简单
决策程序	复杂	一般	简单
目标数量	多	中等	少
时限	长期	中期	短期

2）按性质分

- 程序化决策
- 非程序化决策
    - ◆ 结构化决策
    - ◆ 半结构化决策
    - ◆ 非结构化决策

3）个人事务决策与公务决策

- 西方国家的资本的私有制→决策论强调决策人的价值观：对决策人的判断、意见、感觉进行量化，由此进行合乎逻辑的分析、推理→作决策
- 我国的行政部门、企业领导的决策是公务决策，应强调客观性和理性化 由群众、集体进行价值判断

4）其他划分

- 单人决策，多人决策

- 单目标决策, 多目标决策
- 单步决策, 多步(序贯)决策
- 确定性决策,风险型决策,不确定型决策,模糊决策

4．决策问题的要素和描述

1）**行动集** 亦称方案集，记作 $A=\{a_1,\cdots,a_m\}$。在带伞问题中 $A=\{a_1,a_2\}$，其中a_1表示带伞，a_2表示不带伞。

2）**自然状态集** 或称状态空间、参数空间，用来表示所有可能的自然或客观状态，记作 $\Omega=\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n\}$。在带伞问题中 $\Omega=\{\theta_1,\theta_2\}$，其中$\theta_1$表示下雨，$\theta_2$表示不下雨。

3）**后果集** 决策问题的各种可能的后果$c_{ij}=c(a_i,\theta_j)$ ($i=1,\cdots,m$，$j=1,\cdots,n$)的集合 $C=\{c_{ij}\}$。例如，在带伞问题中c_{11}表示带伞下雨时的后果。

4）**信息集** X 信息集亦称样本空间。

二、常用的决策模型

1． 理性模型 （假设决策人的行为合乎理性）

提出并阐明问题→搜集数据→列举方案→方案评价→选择→实施

2． 经济合理模型

尽可能在经济方面使用理性模型。如：OR C-B 分析

3． 逐步改变模型（现实世界大部分人采用）

慢慢来，循序渐进，保守。怀疑人类大幅度改造未来的能力，认为优化是空想，能满意就不错。

4.　序贯决策模型（模石头过河）

用于情况不明或意见不一的场合。首先同时用几种方法试试，收集信息，了解情况后再说

5.　超（非）理性模型

根据直觉、灵感、预感、智慧、宗教、信仰、领袖的号召力、忠诚、意志……作决策，不管合理与否。

6.　急剧改变模型

…新旧系统的更替

7.　无为模型

不作任何决策，有意识地决定什么也不做。

三．一般决策问题

1．确定性决策问题

当决策问题只存在一种已知的自然状态时，称为确定性决策。例如，企业系统中确定状态下的资源管理，包括库存管理和设备管理，以及运输管理、生产计划安排、和工程项目进度表编制等。

常用的方法有线性规划、非线性规划、动态规划、计划评审技术（网络技术）或图论、排队论、库存论等。

2．风险型决策问题

风险型决策问题，是指决策问题可能出现的状态已知，且各种状态 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n$ 出现的概率已知的决策问题。

3．严格不确定型决策问题

严格不确定型决策问题，是指决策问题可能出现的状态已知，但

对各种自然状态发生的概率（可能性）的大小一无所知。这类问题的常用决策准则为

1）悲观准则

悲观准则亦称极小化极大准则。决策人选择行动a_k使最大的损失$s_i=\max\limits_{j=1}^{n} l(\theta_j,a_i)$尽可能小，即$s_k=\min\limits_{i=1}^{m}\{s_i\}=\min\limits_{i=1}^{m}\max\limits_{j=1}^{n}\{l_{ji}\}$

2）乐观系数法

乐观主义准则亦称(使损失)极小化极小准则。决策人只考虑行动a_i各种可能的后果中最好的（即损失最小的）后果，即选择a_k使$o_k=\min\limits_{i=1}^{m}\{o_i\}=\min\limits_{i=1}^{m}\min\limits_{j=1}^{n}\{l_{ji}\}$

乐观系数法：根据以上两种准则的加权平均值来排列行动的优劣次序，具体规则是：选择a_k使

$$(1-\lambda)s_k+\lambda o_k=\min_{i=1}^{m}\{(1-\lambda)s_i+\lambda o_i\}=\min_{i=1}^{m}\{(1-\lambda)\max_{j=1}^{n} l_{ji}+\lambda\min_{j=1}^{n} l_{ji}\}$$

其中乐观系数λ可根据下表确定。

	a_1	a_2
θ_1	0	l
θ_2	1	l
s_i	1	l
o_i	0	l
$(1-\lambda)s_k+\lambda o_k$	$(1-\lambda)$	l

3）后悔值极小化极大

一个后果的后悔值r_{ji}的定义是：采取行动a_i在状态θ_j时的损失l_{ji}与状态为θ_j采用不同的行动的最佳结果（最小损失）$\min\limits_{i=1}^{m}\{l_{ji}\}$之差，即$r_{ji}=l_{ji}-\min\limits_{i=1}^{m}\{l_{ji}\}$

因此可用由 r_{ji} 构成的后悔值表 $(r_{ji})_{n\times m}$ 取代由 l_{ji} 构成的决策表，再用悲观准则求解。决策时，每种行动的优劣用最大后悔值 $p_i=\max\limits_{j=1}^{n}\{r_{ji}\}$ 作为指标来衡量。然后再选择使 p_i 极小化的方案或行动，也就是说，选择 a_k 使 $p_k=\min\limits_{i=1}^{m}\{p_i\}=\min\limits_{i=1}^{m}\{\max\limits_{j=1}^{n}\{r_{ji}\}\}$

4）等概率准则

对真实的自然状态一无所知“等价于”所有自然状态具有相同的概率。因此不妨认为选择一种行动使损失的平均值极小化是有正当理由的。于是决策人面临不确定结果的期望值：$\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n}l_{ji}$，他应选择 a_k 使 $\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n}\cdot l_{jk}=\min\limits_{i=1}^{n}\{\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n}\cdot l_{ji}\}$

5）举例

	a_1	a_2	a_3	a_4	$\min\limits_i l_{ji}$
θ_1	2	3	4	3	2
θ_2	2	3	0	1	0
θ_3	4	3	4	4	3
θ_4	3	3	4	4	3
s_i	4	3	4	4	
o_i	2	3	0	1	
$(1-\lambda)s_i+\lambda o_i$	4-2λ	3	4-4λ	4-3λ	
$\sum_j(1/n)\cdot l_{ji}$	2.75	3	3	3	

	a_1	a_2	a_3	a_4
θ_1	0	1	2	1
θ_2	2	3	0	1
θ_3	1	0	1	1
θ_4	0	0	1	1
p_i	2	3	2	1

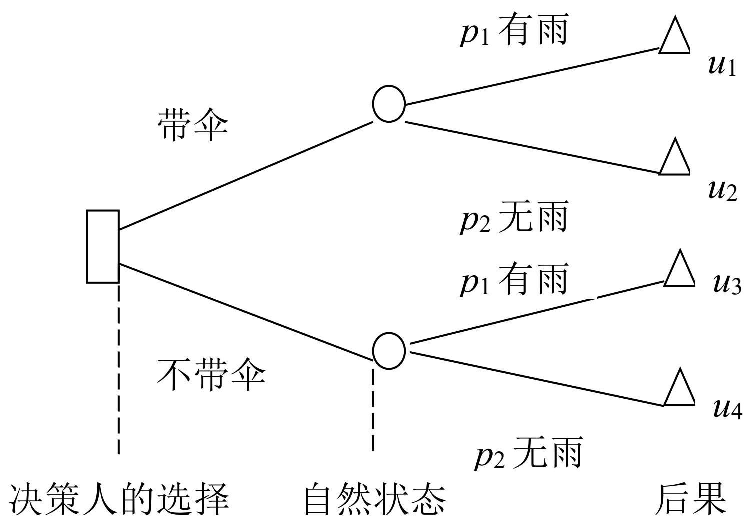
- 悲观准则：a_2
- 乐观系数法：$\lambda \le 0.25$时a_2；$\lambda \ge 0.25$时a_3
- 等概率准则：a_1
- 后悔值极小化极大准则：a_4

四．风险型决策

风险型决策问题特点：

- 决策人面临选择，可以采取的行动（即备选方案）不唯一；
- 自然状态存在不确定性，由于自然状态的不确定性导致后果不确定；
- 后果的价值待定。

1．决策树与抽奖



决策树：（决策点，决策枝）、（机会点，机会枝）

抽奖：机会点和由这个机会点出发的所有机会技构成的图形

2．偏好和效用

1)、关于价值的说明

A. 元素的分类

事实元素： 可以（或经过变换后可以）用科学手段，

如仪器仪表，加以检测;

价值元素: 因人而异，无法用科学手段加以检测。

B. 自然科学与社会科学的区别

- 自然科学研究<u>客观</u>世界，**<u>事实</u>**元素，<u>定量</u>为主；
- 社会科学研究<u>人际</u>关系，**<u>价值</u>**元素，<u>定性</u>为主。

决策科学涉及价值判断，要用定量方法研究价值元素，这是决策科学既不同于一般的自然科学, 又不同于社会科学之处。

C. 价值的度量--效用

决策问题的特点：自然状态不确定: 以概率表示；

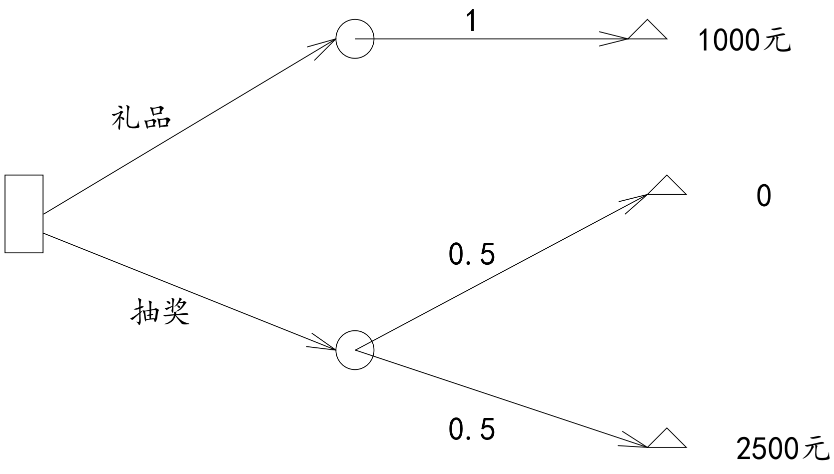
后果价值待定：以效用度量。

无形后果，非数字量(如信誉、威信)需以数值度量；

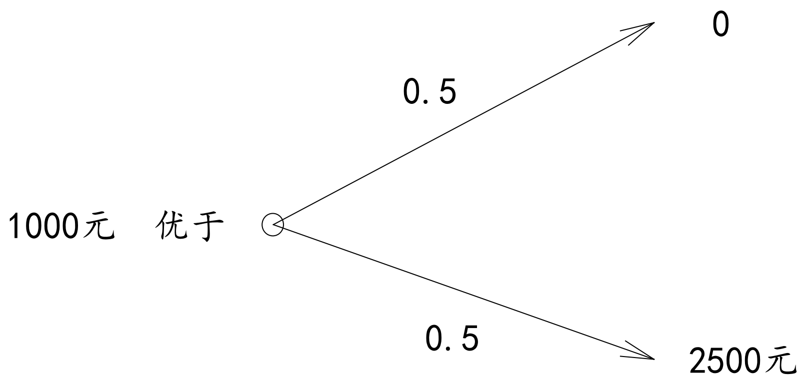
即使是数值量(例如货币)表示的后果，其实际价值仍有待确定，后果的价值因人而异。

例一：同是 100 元钱，对穷人和百万富翁的价值绝然不同；

例二：



上图作为商业、经营中实际问题的数学模型有普遍意义，有人认为打赌不如礼品，即



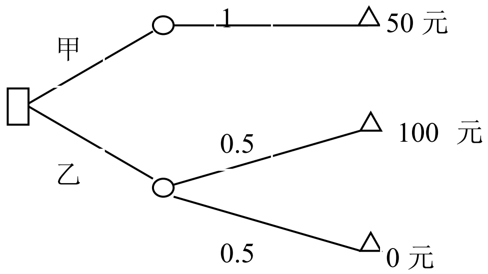
* 由上面两个例子可知：在进行决策分析时，存在如何描述(表达)后果的实际价值，以便反映决策人偏好次序(preference order)的问题

* 偏好次序是决策人的个性与价值观的反映，与决策人所处的社会、经济地位，文化素养，心理和生理(身体)状态有关。

* 除风险偏好之外，还有时间偏好。 i，折扣率； ii，其他

而效用(**Utility**)就是偏好的量化，实数(实值函数)。

2）偏好



A．风险偏好：风险厌恶：甲$\succ$乙

风险中立：甲∽乙

风险追求：甲$\prec$乙

B．时间偏好：时间折扣

100 元∽一年后 108 元。

100 元∽一年后 106，基于银行的 6％年息

100 元∽一年后 110，基于银行发放贷款的 10％年税率

3）效用

效用（用 u 表示）是决策后果对决策人的实际价值的量化。

◆ 有些决策问题的后果不是数字量

◆ 即使后果是一个数字量，也并不能如实反映它在决策人心目中的实际价值

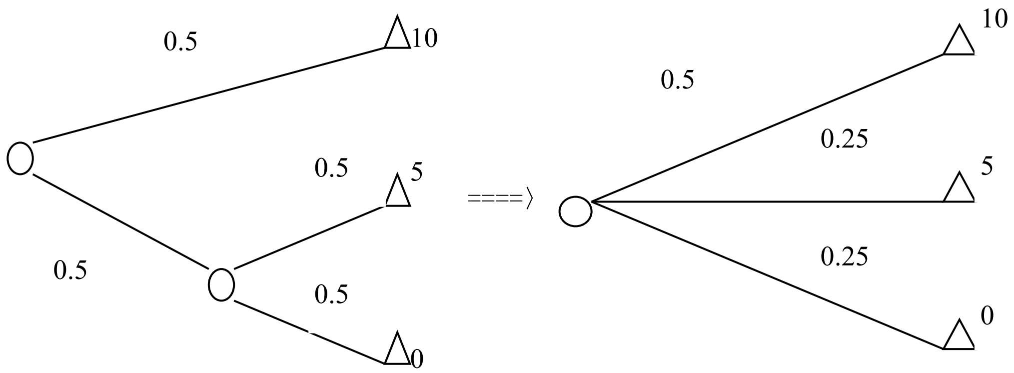
理性行为公理：

(1) 备选方案的成对可比性

（2）优于和无差异关系满足传递性

（3）如果一个抽奖的某一后果是另一抽奖，那么它可以通过概率运算分解成基本后果。

例如，一个抽奖是：



（4）如果两种抽奖无差异，那么在复合抽奖中它们可以互相替代；

（5）两种抽奖都有相同的两种后果 O_1 和 O_2，如果决策人认为 O_1 优于 O_2，则决策人将选择 O_1 出现的概率较大的抽奖。

（6）如果 O_1 优于 O_2，O_2 优于 O_3，那么总存在一个由 O_1 和 O_3 组成的抽奖与 O_2 无差异。

效用的设定过程比较复杂，有兴趣的读者可以参阅有关文献。

3．主观概率

概率是表示某个事件(或状态)的不确定性度量的一种方法。

客观概率：被研究对象固有的物理属性,与使用者的个性无关。

主观概率：一种信念，是人们相信某种不确定性事件出现的可能性大小的度量，由决策人给出的一种主观估计

4．决策规则

1）**最大可能值准则**

2）**贝叶斯准则**

选择行动 a_k 使期望收益（或期望效用）极大，即

$$E_k = \max_{i=1}^{m}\{v_i\} = \max_{i=1}^{m}\{E_i(c_{ji})\} = \max_{i=1}^{m}\{\sum_{j=1}^{n} c_{ji} \cdot \pi(\theta_j)\}$$

或者选择行动 a_k 使期望损失极小，即

$$E_k = \min_{i=1}^{m}\{v_i\} = \min_{i=1}^{m}\{E_i(l_{ji})\} = \min_{i=1}^{m}\{\sum_{j=1}^{n} l_{ji} \cdot \pi(\theta_j)\}$$

3）贝努利准则

4）E-V 准则

5）不完全信息情况下的决策准则

四．多目标决策

目标决策问题具有如下特点：

- 决策问题的目标多于一个
- 目标间的不可公度
- 各目标间的矛盾性

1．多目标决策问题的要素

1) 决策单元和决策人

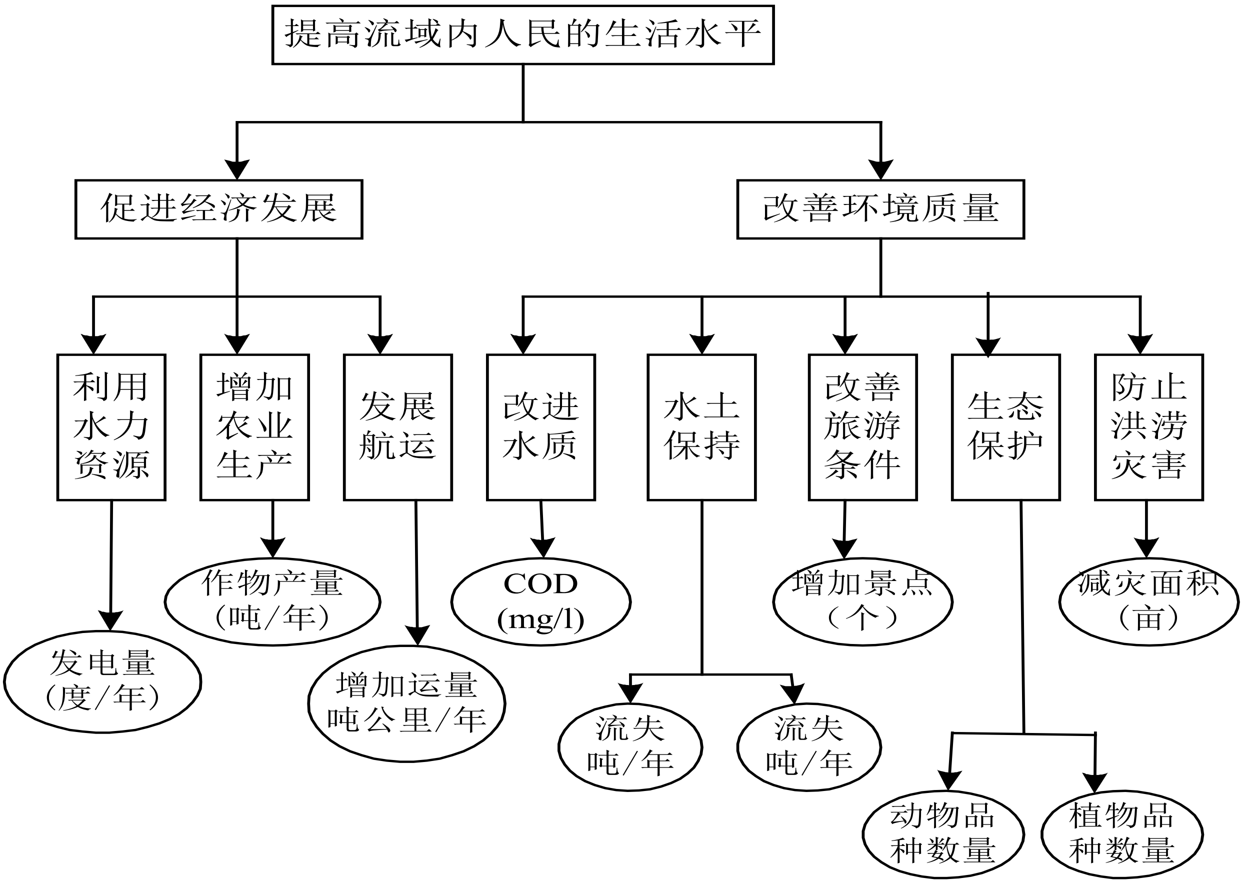
决策人、分析人员、人机系统构成决策单元.

决策单元的作用：提供价值判断，据以排列方案的优先序

功能：接受输入信息, 产生内部信息, 形成系统知识, 作决定

2) 目标集及其递阶结构

目标是决策人希望到达的状态，可以表示成层次结构:



3)属性集和代用属性

属性是对基本目标达到程度的直接度量；当目标无法用属性值直接度量时，用以衡量目标达到程度的间接量叫代用属性。例如：

i 生态保护：用野生动植物品种数量的增减、鱼类的品种数量，洄游鱼类的通过量

ii 合格的教师队伍: 用教师的学历结构、职称结构、专业结构、科研能力(论文、成果数量)等来衡量

• 对属性的要求：

①可理解：属性要能充分说明目标满足的程度

②可测：给定方案的属性在实际上可以用数值(以一定单位)来表示

• 对属性集的要求：

①完全的：反映了决策问题的所有重要方面

②可运算的：能有效地用于进一步的分析

③可分解的：属性集可以分成几部分，使评价简化

④非冗余的：问题没有那个方面被重复考虑

⑤最小的：对同一问题，找不到另一个完全的属性集，它有更少数目的元素

4) 决策形势

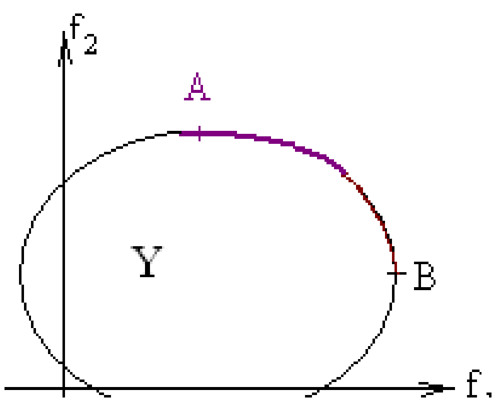
决策形势指决策问题的结构和环境，它的范围宽窄不等。

5) 决策规则

- 最优规则
- 满意规则

2．非劣解和最佳调和解

非劣解：不存在各个目标值都不劣于方案 *A* 的相应目标值的另一个方案（记作 *B*），其中 *B* 至少有一个目标值比 *A* 优。如右图所示中的 *A*、*B* 点（f_1、f_2 表示目标）。



最佳调和解：在所有非劣解中找出一个按照某种原则(即决策规则)来说是最好的方案。

3．有限方案多目标决策

1）决策矩阵

设一个多属性决策问题可供选择的方案集为 $X=\{x_1,\cdots,x_m\}$；用向量 $y_i=(y_{i1},\cdots,y_{in})$ 表示方案 x_i 的 n 个属性值，其中 y_{ij} 是第 i 个方案的第 j 个属性的值；当目标函数为 f_j 时，$y_{ij}=f_j(x_i)$，$i=1,\cdots,m$，$j=1,\cdots,n$。

各方案的属性值可列成决策矩阵 (或称为属性值表)，如下表

决策矩阵

	y_1	$\cdots$	y_j	$\cdots$	y_n
x_1	y_{11}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1n}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
x_i	y_{i1}	$\cdots$	y_{ij}	$\cdots$	y_{in}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
x_m	y_{m1}	$\cdots$	y_{mj}	$\cdots$	y_{mn}

例

研究生院试评估的部分数据

j / i	人均专著(本/人) y_1	生师比 y_2	科研经费(万元/年) y_3	逾期毕业率(%) y_4
1	0.1	5	5000	4.7
2	0.2	7	4000	2.2
3	0.6	10	1260	3.0
4	0.3	4	3000	3.9
5	2.8	2	284	1.2

2）数据预处理

数据的预处理主要有如下三个作用：

- 类型统一
- 非量纲化
- 数据归一化

原始的决策矩阵为 $Y=\{y_{ij}\}$，变换后的决策矩阵记为 $Z=\{z_{ij}\}$，$i=1,\cdots,m$， $j=1,\cdots,n$ 。设 $y_j^{\max}$ 是决策矩阵第 j 列中的最大值，$y_j^{\min}$ 是决策矩阵第 j 列中的最小值。

（1）线性变换

若 j 为效益型属性，$z_{ij}=y_{ij}/y_j^{\max}$

若 j 为成本型属性，$z_{ij}=1-y_{ij}/y_j^{\max}$

（2）标准 0-1 变换

对效益型属性 j，$z_{ij}=\dfrac{y_{ij}-y_j^{\min}}{y_j^{\max}-y_j^{\min}}$

j 为成本型属性时，$z_{ij}=\dfrac{y_j^{\max}-y_{ij}}{y_j^{\max}-y_j^{\min}}$

（3）最优值为给定区间时的变换

设给定的最优属性区间为 $[y_j^0,\ y_j^*]$，y_j' 为无法容忍下限，y_j'' 为无法容忍上限，则

$$z_{ij}=\begin{cases}1-(y_j^0-y_{ij})/(y_j^0-y_j') & \text{若 } y_j'<y_{ij}<y_j^0\\ 1 & \text{若 } y_j^0\leqslant y_{ij}\leqslant y_j^*\\ 1-(y_{ij}-y_j^*)/(y_j''-y_j^*) & \text{若 } y_j''>y_{ij}>y_j^*\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

例如，设研究生院的生师比最佳区间为[5,6]，$y_j'=2$，$y_j''=12$，则函数图像如图 9.7 所示。

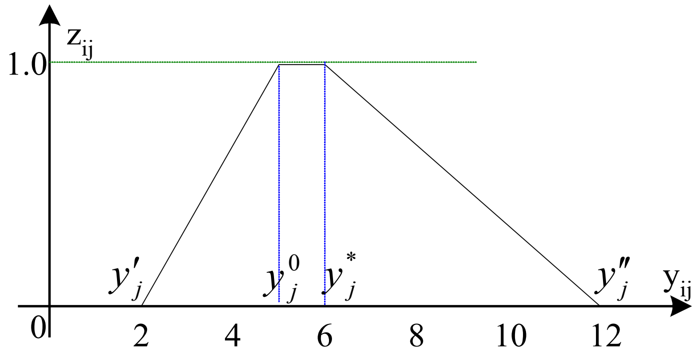


图9.7 最优属性为区间时的数据处理

（4）向量规范化

$$z_{ij}=y_{ij}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{m}y_{ij}^{2}}$$

（5）原始数据的统计处理

$$z_{ij}=\frac{y_{ij}-\bar{y}_j}{y_j^{\max}-\bar{y}_j}(1.00-M)+M\text{ ，其中 }\bar{y}_j=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}y_{ij}$$

（6）专家打分数据的预处理

$$z_{ij}=M^0+(M^*-M^0)\frac{y_{ij}-y_j^{\min}}{y_j^{\max}-y_j^{\min}}$$

若$M^0=0$，$M^*=1$，上式就与效益型属性的标准 0-1 变换相同。

4．确定权的常用方法

权包含并反映下列几种因素：

① 决策人对目标的重视程度

② 各目标属性值的差异程度

③ 各目标属性值的可靠程度

通过权可以将多目标决策问题转化为单目标问题求解。

1）最小二乘法

首先由决策人把目标的重要性作成对比较，设有 n 个目标，则需比较$n(n-1)/2$次。把第 i 个目标对第 j 个目标的相对重要性记为a_{ij}，并认为，这就是属性 i 的权w_i和属性 j 的权w_j之比的近似值，$a_{ij}\approx w_i/w_j$，n 个目标成对比较的结果为矩阵 A。

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

若决策人能够准确估计a_{ij}，则应有：$a_{ij}=1/a_{ji}$，$a_{ij}=a_{ik}\cdot a_{kj}$ 和 $a_{ii}=1$，且 $\sum_{i=1}^{n}a_{ij}=\frac{\sum_{i=1}^{n}w_i}{w_j}$ 。因此当 $\sum_{i=1}^{n}w_i=1$ 时，

$$w_j=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}a_{ij}}$$

若决策人对a_{ij}的估计不准确，则上列各式中的等号应为近似号。这时可用最小二乘法求 w，即解：

$$\min\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}w_j-w_i)^2\}$$

受约束于 $\sum_{i=1}^{n}w_i=1$

$$w_i>0 \quad (i=1,2,\ldots,n)$$

拉格朗日函数为$L=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(a_{ij}w_j-w_i)^2+2\lambda(\sum_{i=1}^{n}w_i-1)$，$L$ 对 w_l ($l=1,2,\ldots,n$)求偏导，并令其为 0 得 n 个代数方程：

$$\sum_{i=1}^{n}(a_{il}w_l-w_i)a_{il}-\sum_{j=1}^{n}(a_{lj}w_j-w_l)+\lambda=0，\ l=1,2,\ldots,n$$

由上式及$\sum_{i=1}^{n}w_i=1$构成$n+1$ 个方程，其中有$w_1,w_2,\cdots,w_n$及λ共 $n+1$ 个变量，因此可以求得 $w=[w_1,w_2,\cdots,w_n]^{T}$

2）本征向量法

（略）

5．加权和法

1）一般加权和法

一般加权和法的求解步骤很简单：

① 属性值规范化，得 z_{ij}， i=1，⋯,m; j=1，⋯, n

② 确定各指标的权系数 w_j， $j=1,\cdots,n$

③ 令 $C_i=\sum_{j=1}^{n}w_j z_{ij}$

最后，根据指标 C_i 的大小排出方案 i (i=1,⋯,m)的优劣。例如，

j \ i	z_1（y_1）**0.2**	z_2 **0.3**	z_3（y_3）**0.4**	z_4（y_4）**0.1**	C_i
1	0.0357	1.0000	1.0000	0.0000	0.7074
2	0.0714	0.8333	0.8000	0.5319	0.6375
3	0.2143	0.3333	0.2520	0.3617	0.2871
4	0.1071	0.6666	0.6000	0.1702	0.4784
5	1.0000	0.0000	0.0568	0.7447	0.2972
$x_1 \succ x_2 \succ x_4 \succ x_5 \succ x_3$					

2）字典序法

- $w_1 \gg w_2 \gg w_3 \gg \cdots \gg w_n$
- 单目标决策

3）层次分析法（AHP）

（略）

五．群决策

- 企业的新产品开发
- 政治生活中的代表制度
- 企业和行政部门的咨询机构

无论代表大会，领导班子，还是咨询机构，在决策理论中都称为

群(Group)，群所作的决策称为群决策(Group decision making)，或称多人决策。群决策研究的是决策的科学化与民主化。

群决策可以分为以下几类：

涉及内容及解决办法

- 群决策—多人决策
  - 集体决策
    - 委员会
      - 社会选择
        - 投票表决
        - 社会选择函数
        - 社会福利函数
      - 专家判断和群体参与
        - 激发创造性
        - 采集意见
        - 系统结构的探索
        - 仿真
        - 实施与管理
    - Team theory
    - 一般均衡理论
    - 组织机构决策
      - 递阶优化
      - 组织决策
      - 管理
  - 冲突分析
    - 一般对策论
      - 正规型
      - 扩展型
      - 特征函数
    - 协商与谈判
      - Nash 谈判模型
      - K-S 模型
      - Mid- mid 法
      - 均衡增量法
    - 主从对策与激励
    - 仲裁与调解
      - 强制仲裁
      - 最终报价仲裁
      - 组合仲裁
    - 亚对策论