第二章　测量误差与数据处理

本章主要内容

- 测量误差概述
- 测量误差的处理
- 误差的合成与分配
- 测量不确定度的评定

1 测量误差概述

主要内容：

- 误差的基本概念
  - 定义及表示
    - 绝对误差
    - 相对误差
    - 引用误差 → 仪表准确度
  - 分类
    - 随机误差
    - 系统误差
    - 粗大误差
  - 误差来源

误差的处理

1.1 误差的定义及表示

误差 = 测得值-真值

$$\Delta x = x - A_0$$

或者相对真值(A)代替：高精确度等级器具的测得值

通常用约定真值(A)代替

理论真值(A_0)：三角形的三个内角和为180°

约定真值(A)：Conventional true value

（1）由国家基准或当地最高计量标准复现而赋予该特定量的值；
（2）在没有系统误差的情况下，足够多次的测量值之平均值；
（3）采用权威组织推荐的该量的值。例如，由国际数据委员会(CODATA)推荐的真空光速、阿伏加德罗常量等特定量的最新值。

三种测量误差表示方法：

(1)绝对误差（误差）

绝对误差 = 测得值-真值 $\Delta x = x - A$

➢ 绝对误差可能是正值或者负值

(2)相对误差

实际相对误差： $\gamma_A = \dfrac{\Delta x}{A} \times 100\%$

示值相对误差： $\gamma_x = \dfrac{\Delta x}{x} \times 100\%$

$$\gamma_A \approx \gamma_x$$

➢ 相对误差可能是正值或者负值

(3) 引用误差

引用误差指的是一种简化和实用的仪器仪表示值的相对误差。

（满量程相对误差、满度相对误差）

引用误差： $\gamma = \dfrac{\Delta x}{L} \times 100\%$

最大引用误差：$\gamma_{\max} = \dfrac{\Delta x_{\max}}{L} \times 100\%$

$\Delta x_{\max}$：仪表的最大绝对误差

L：仪表的量程

- 引用误差可能是正值或者负值

■ 仪表准确度的表示：

工程中，为了表示测量结果的可靠程度，引入**准确度等级**概念，用G表示。这个数值是测量仪表在规定条件下，其允许的最大引用误差绝对值百分比的分子。

$$G\% \geq \left|\gamma_{\max}\right| = \left|\frac{\Delta x_{\max}}{L}\right| \times 100\%$$

准确度（精度）等级: Leval of accuracy

准确度等级是指符合一定的计量要求，使误差保持在规定极限以内的测量仪器的等别、级别。

准确度又称精(确)度

•仪表的准确度等级G

- G=0.005, 0.01, 0.02, 0.05；0.1, 0.2,（0.4）, 0.5；
  - I级标准表　　　　II级标准表
- 1.0, 1.5, 2.5，（4.0）；等
  - 工业用表

•仪表的最大允许绝对误差：

$$\left|\Delta_{\max}\right| = \underline{L} \times G\%$$

量程

- 例　某台温度检测仪表的测温范围为100～600℃，校验该表时得到的最大绝对误差为3℃，试确定该仪表的准确度等级。

解：该测温仪表的实际最大引用误差为：

$$\gamma_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{L} \times 100\% = \frac{3}{600-100} \times 100\% = 0.6\%$$

去掉%后，该表的准确度值为**0.6**，介于国家规定的准确度等级中**0.5**和**1.0**之间，而**0.5**级表和**1.0**级表的允许误差$\gamma_{表允}$分别为±**0.5%**和±**1.0%**。则这台测温仪表的准确度等级只能定为**1.0**级。

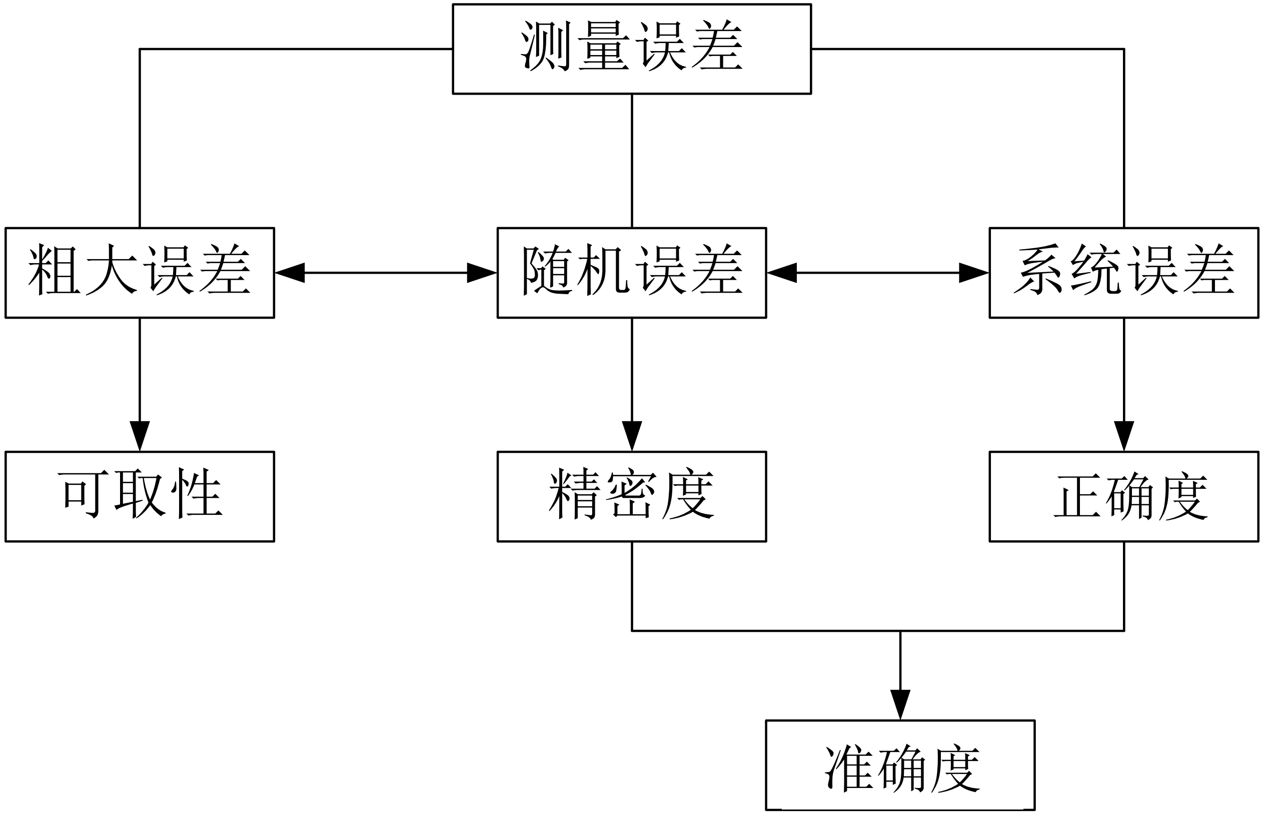
- 例　　现需选择一台测温范围为0～500℃的测温仪表。根据工艺要求，温度指示值的误差不允许超过±4℃，试问：应选哪一级精确度等级的仪表？

•解：工艺允许误差为

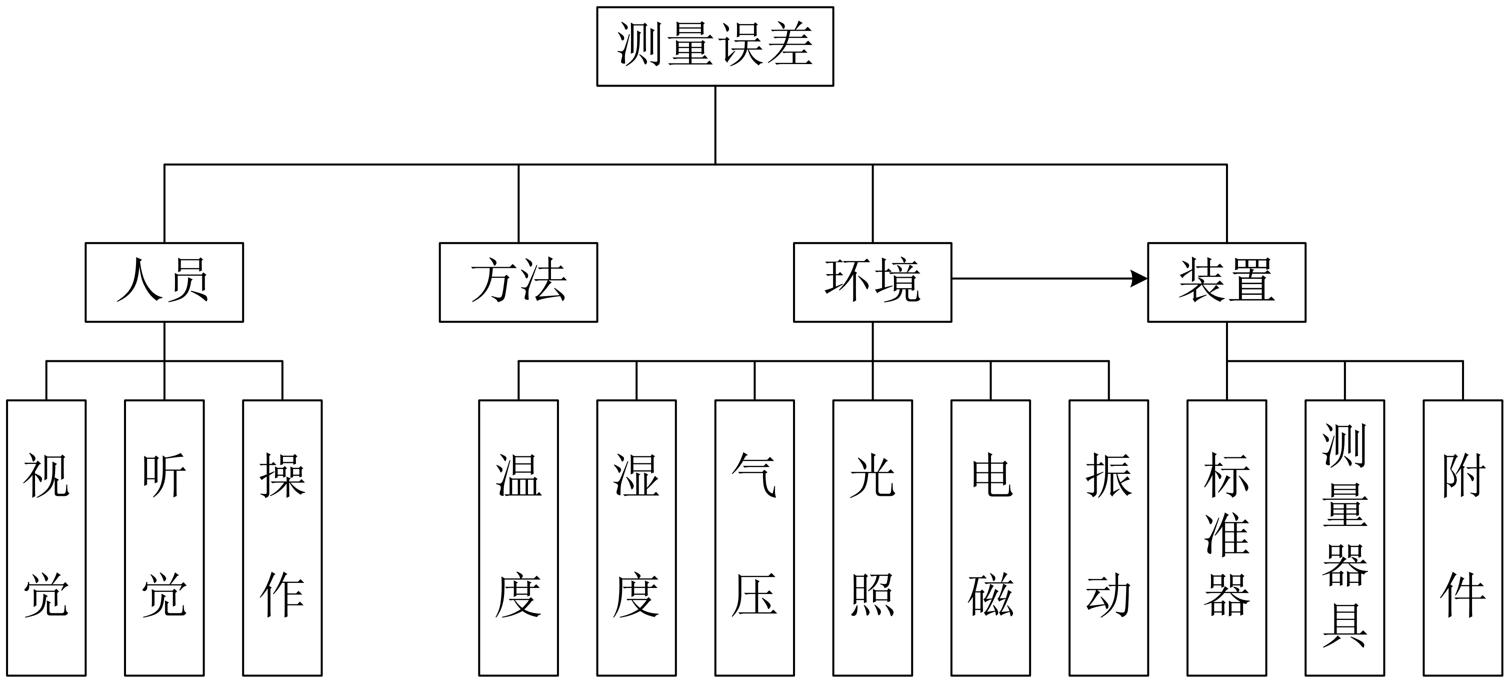
$$\gamma=\frac{\pm\varDelta_m}{L}\times100\%=\frac{\pm4}{500-0}\times100\%=\pm0.8\%$$

取绝对值，去掉**%**后，该表的精确度值为**0.8**，也是介于**0.5～1.0**之间，而**0.5**级表和**1.0**级表的允许误差$\gamma_{表允}$分别为±**0.5%**和±**1.0%**。应选择**0.5**级的仪表才能满足工艺上的要求。

1.2 误差的分类与准确度评定



1.3 误差的主要来源

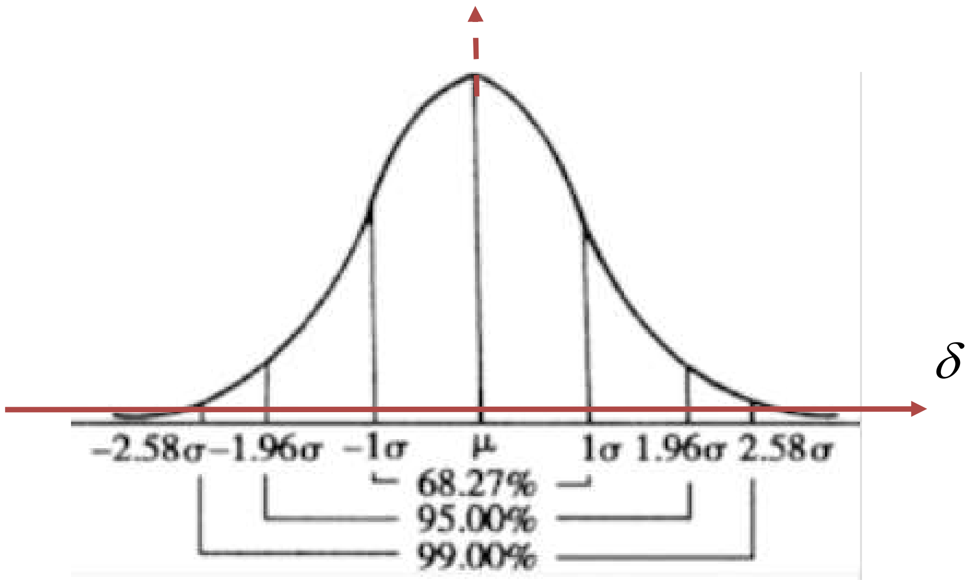


2 测量误差的处理

2.1 随机误差的处理

- 测量值随机误差多数都服从正态分布

正态分布：$f(\delta)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}$ ，$\mu=0$



对称性：绝对值相等的正误差与负误差出现的次数相等；

单峰性：绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的次数多；

有界性：一定测量条件下，随机误差的绝对值不会超过一定界限；

抵偿性：随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋向于零。

（1）等精度测量列

利用多次测量值的算术平均来估计实际值u

算术平均值：

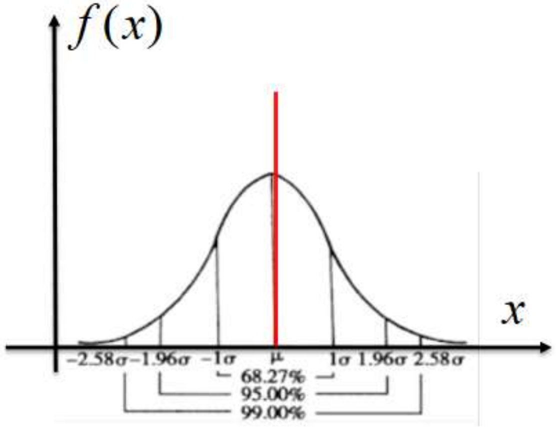
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

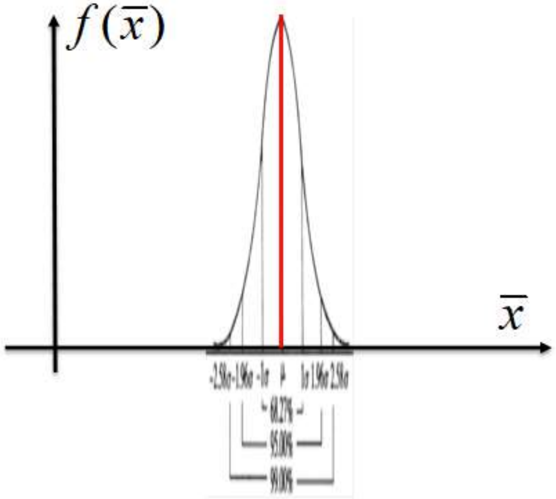
标准差：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \gamma_i^2}{n-1}} \Longleftarrow \quad \gamma_i = x_i - \bar{x}$$

残（余误）差

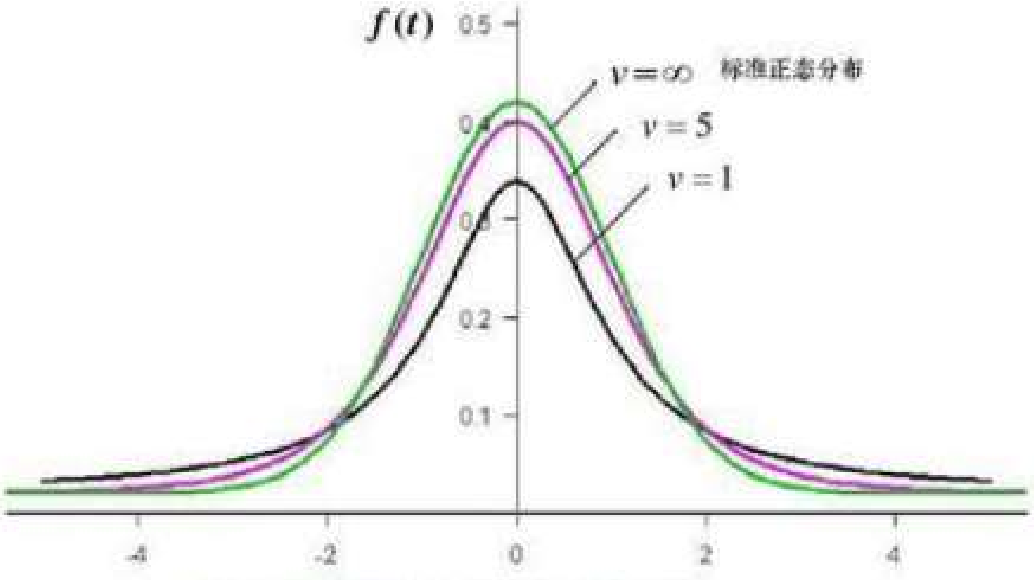
平均值的标准差：$\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$





概率分布曲线图

t分布：有限次测量服从t分布，v是自由度。



- 增加测量次数难以保证测量条件的恒定，很难显著提高测量结果的准确性。
- 当σ一定时，通常取n<10较为适宜。

（2）非等精度测量

各组测量结果的可靠程度不一样。

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{m} p_i}$$

各组测量结果的均值

Pi:各组测量结果的权

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} p_i v_{\bar{x}_i}^{\ 2}}{(m-1)\sum_{i=1}^{m} p_i}}$$

各组测量结果的残余误差

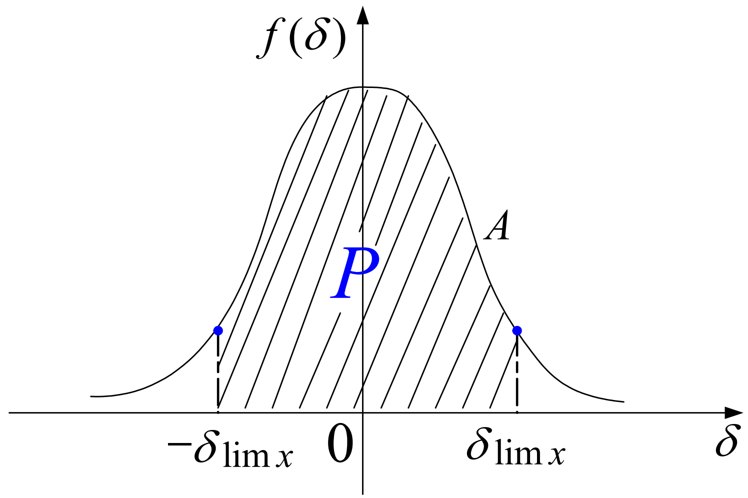
$$v_{\bar{x}_i} = \bar{x}_i - \bar{x}$$

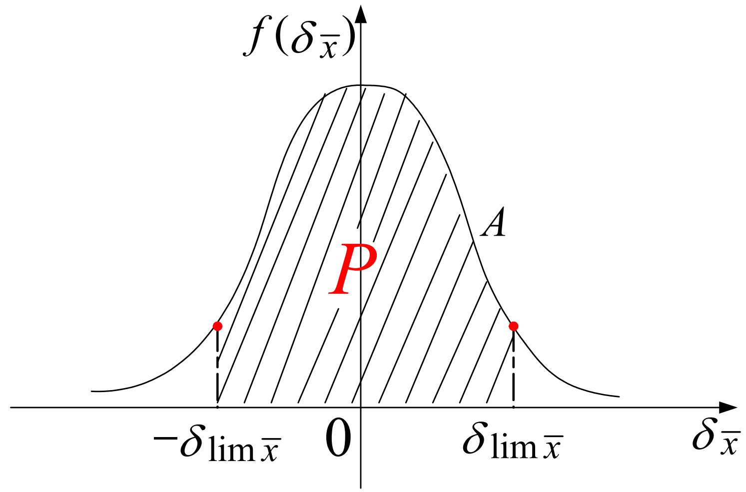
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} p_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^{m} p_i} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} p_i v_{\bar{x}_i}{}^2}{(m-1)\sum_{i=1}^{m} p_i}}$$

例如：工作基准米尺连续3天与国家基准器比较，得到基准米尺的平均长度为999.9425mm（三次测量）、999.9416mm（二次测量）、999.9419mm（五次测量）。则权重分别为3、2、5

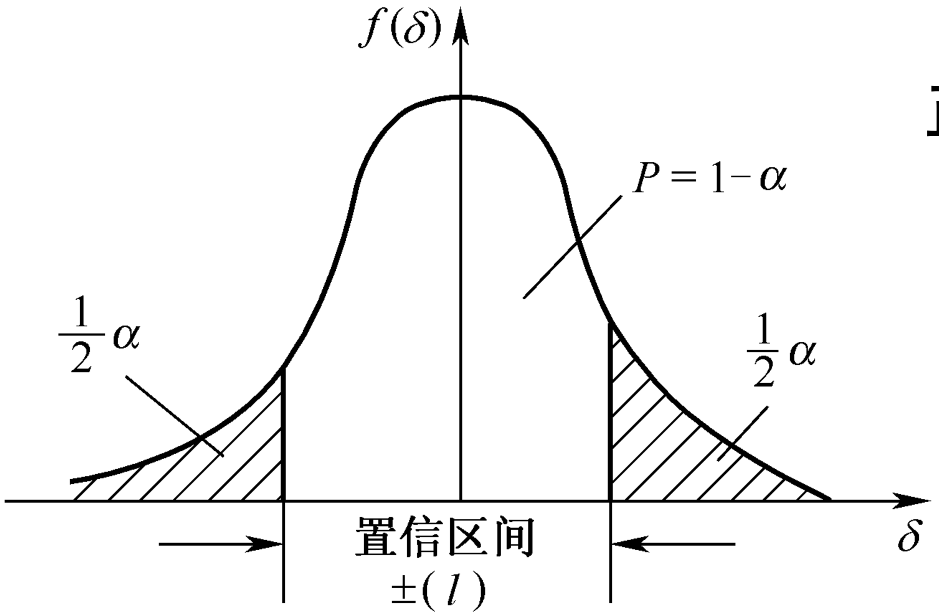
（3）极限误差:

- 测量的极限误差是极端误差；
- 测量结果(单次测量或测量列的算术平均值)的误差不超过极限误差的概率为P，并使差值(1-P)可予忽略。





极限误差



正态分布：$\delta_{\lim}x=\pm t\sigma$

t分布：$\delta_{\lim}\bar{x}=\pm t_a\sigma_{\bar{x}}$

置信系数：由给定的置信概率和自由度来确定

算术平均值的标准差

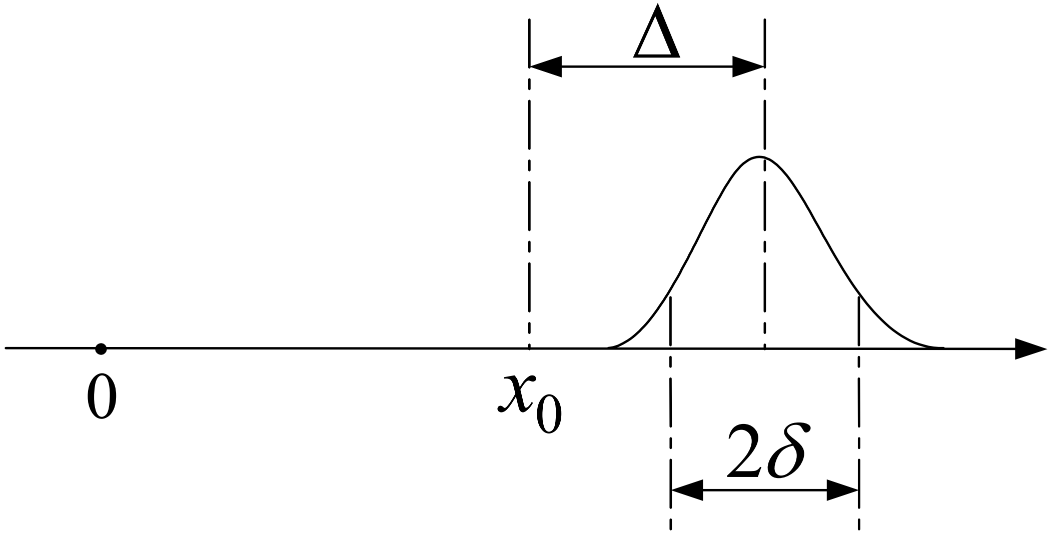
P:置信概率(confidence probability)

t:置信系数(confidence factor)

2.2 系统误差的处理

（1）系统误差产生的原因

(1) 测量装置方面的因素
(2) 环境方面的因素
(3) 测量方法的因素
(4) 测量人员的因素



（2）系统误差的特征

1) 定值系统误差
2) 变值系统误差
   ①累积性系统误差
   ②周期性系统误差
   ③复杂规律变化系统误差

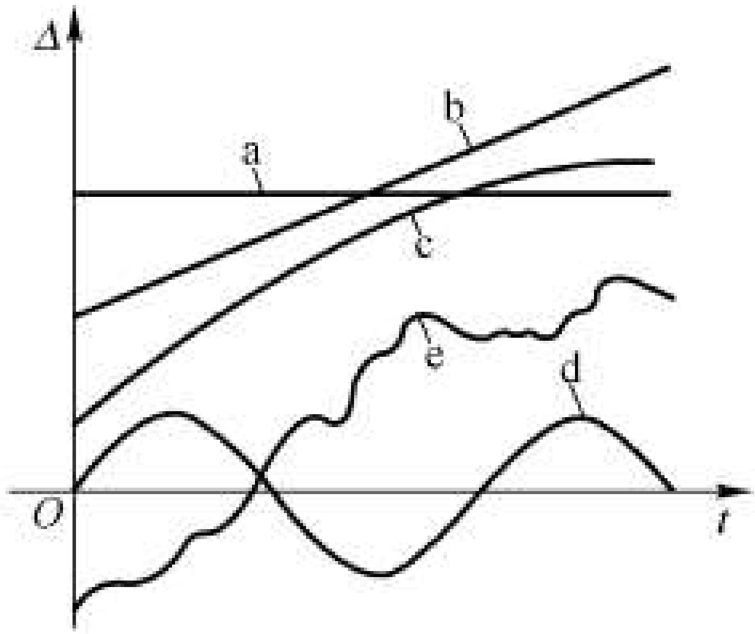


图 2-4　系统误差的变化特征

（3）系统误差的判别方法

实验对比法:用于发现测量列组内不变的系统误差；

残余误差观察法:用于发现测量列组内有规律变化的系统误差；

不同公式计算标准差比较法：用于发现测量列组内的系统误差；

计算数据比较法:用于发现各组测量之间的系统误差；

t检验法:用于发现各组测量之间的系统误差。

（一）实验对比法——系统误差的判别方法

- 改变产生系统误差的条件，进行不同条件的测量，以发现系统误差；

➢ 量块按公称尺寸使用时，在测量结果中就存在由于量块的尺寸偏差而产生的不变系统误差，用另一高一级精度的量块进行对比发现；

✓ 适于发现不变的系统误差；

✓ 用于发现测量列组内的系统误差。

（二）残余误差观察法——系统误差的判别方法

- 根据测量先后顺序，将测量列的残余误差列表或作图进行观察，可判断有无系统误差；
- 主要适用于发现有规律变化的系统误差；
- 用于发现测量列组内的系统误差。

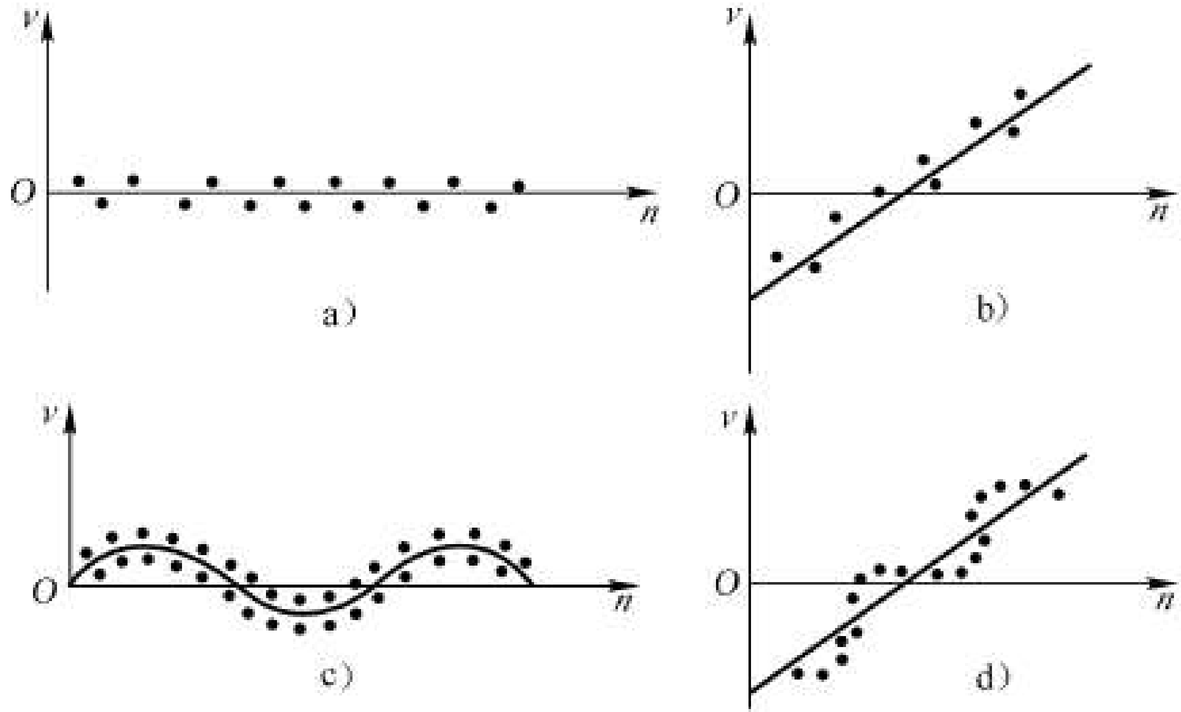


图 2-5　残余误差散点图

（4） 系统误差的减小和消除

1) 从误差产生根源上消除系统误差

2) 加修正值法

3) 交换法

例如：等臂天平测量时，两臂不等会存在长度误差。如何处理？

4) 对称法

不变系统：高斯计测量静磁场

线性系统？

5) 半周期法

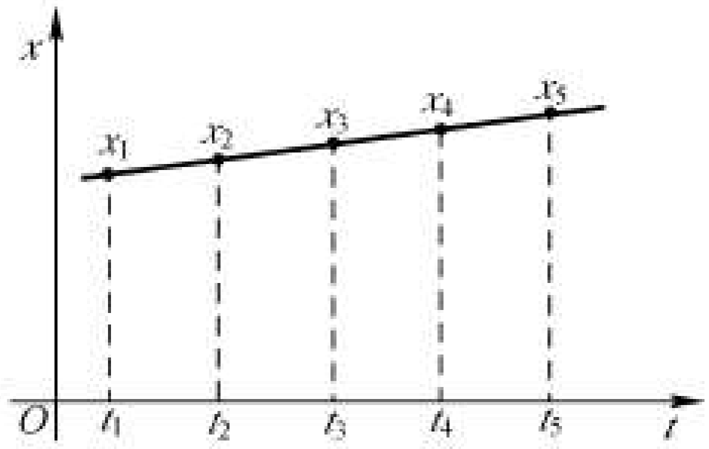


图 2-6 对称法

- 可有效消除随时间变化而产生的线性系统误差；
- 线性系统误差 ⟹ 不变系统误差

2.3 粗大误差的处理

2.3.1 粗大误差的产生原因

- 测量人员（主观）：读数或记录错误；
- 客观外界条件(意外改变)：机械冲击、外界振动；

2.3.2 粗大误差的判别准则

（1）3σ准则

$$|v_d| = |x_d - \bar{x}| > 3\sigma$$

适用测量次数较多的测量列；
或测量次数较少但要求不高的测量列

（2）其它准则

4 测量不确定度（uncertainty of measurement）

4.1 测量不确定度的基本概念

测量不确定度是指测量结果变化的不肯定程度，是表征被测量的真值所处量值范围的评定，是测量结果含有的一个参数，用以表示被测量值的分散性。

一个完整的测量结果应包含被测量值的估计与分散性参数两部分。

$$Y = \underbrace{y}_{\text{估计值}} \pm \underbrace{U}_{\text{测量不确定度}}$$

- 测量结果所表示的并非一确定值，而是分散的无限个可能值所处于的一个区间。

测量不确定度与测量误差的比较

测量不确定度与测量误差是测量结果质量评价的两种表示方法

概率统计　　　　误差 = 测得值-真值

测量不确定度和误差：误差理论中的重要概念，评价测量结果质量高低的重要指标，作为测量结果的精度评定参数。

- 误差是测量结果与真值之差，而测量不确定度是以被测量的估计值为中心；
- 误差一般不能准确知道，难以定量；测量不确定度反映人们对测量认识不足的程度，可定量评定；
- 误差是不确定度的基础，研究不确定度首先需研究误差，只有对误差的性质、分布规律、相互联系及对测量结果的误差传递关系等有了充分的认识和了解，才能更好地估计各不确定度分量，正确得到测量结果的不确定度。

4 测量不确定度

4.4 测量结果的表示

（1）用合成标准不确定度作为被测量Y估计值y的测量不确定度时，应给出合成标准不确定度μc及自由度ν，可用下列几种方式之一表示测量结果。

例如，假设被测量Y的标称值为100g的标准砝码，其测量的估计值y=100.02147g，对应的合成标准不确定度μc=0.35mg,则测量结果可表示为：

$$(a)\quad y = 100.02147g,\quad \mu_c = 0.35mg$$

$$(b)\quad Y = 100.02147(35)g$$

$$(c)\quad Y = 100.02147(0.00035)g$$

$$(d)\quad Y = (100.02147 \pm 0.00035)g$$

合成不确定度或展伸不确定度，其有效数字一般不超过两位。

END !