

## 第2章 系统结构模型建模方法

### 一、考点：

- 1、邻接矩阵的表示及其特性。
- 2、可达矩阵的计算及其特性。
- 3、结构模型（方法1）：基于可达矩阵的图的层次化。
- 4、结构模型（方法2）：建立递阶结构模型的规范方法。
  - 区域划分
  - 级位划分
  - 提取骨架矩阵
  - 多级递阶有向图绘制
- 5、结构模型（方法3）：建立递阶结构模型的实用方法。
  - 判断二元关系，建立可达矩阵及其缩减矩阵。
  - 对可达矩阵的缩减矩阵进行层次化处理。
  - 绘制多级递阶有向图。

### 二、基础知识：

1. **系统的结构分析与结构模型：**结构模型是表明系统各要素之间相互关系的模型。

#### 基本概念：

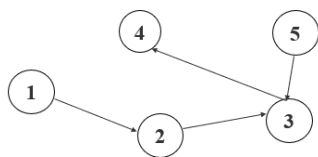
结构：集合  $S=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  以及定义在其元素上的关系——该集合代表的系统的结构

二元关系： $R=\{(x,y)|W(x,y)\}$

结构模型： $\{S,R\}$

#### 1) 结构模型的表达

- 1) 结构图  $G$ (有向图): 结点表示  $S$  中元素，有向弧线表示  $R$  中的关系（如要素  $s_i$  对  $s_j$  有影响，则用一从  $s_i$  到  $s_j$  的有向线段表示）



结构图

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

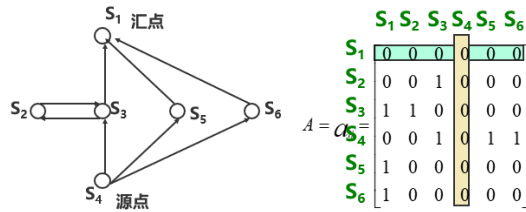
邻阶矩阵

- 2) 邻接矩阵  $A = [a_{ij}]$ : 邻接矩阵 ( $A$ ) 是用来表示系统要素间基本二元关系或直接联系情况的方阵。其定义为：

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & s_i R s_j \\ 0 & \bar{s}_i \bar{R} s_j \end{cases} \quad \begin{matrix} R \text{ 表示 } s_i \text{ 与 } s_j \text{ 有关系} \\ \bar{R} \text{ 表示 } s_i \text{ 与 } s_j \text{ 没有关系} \end{matrix}$$

#### 邻接矩阵的基本特性：

- 邻接矩阵与结构图之间是一一对应关系；
- 全 0 的行对应的点为汇点，即无线段离开该点，为系统的输出要素
- 全 0 的列对应的点为源点，即无线段进入该点，为系统的输入要素
- 对应于每点的行中 1 的数目就是离开该点的线段数
- 对应于每点的列中 1 的数目就是进入该点的线段数



3) 可达矩阵 (M): 表示系统要素之间任意次传递性二元关系或有向图上两个节点之间通过任意长的路径可以到达情况的方阵。

- 用矩阵来描述有向连接图各节点之间, 经过一定长度的通路后可以到达的程度。

- 若可达矩阵  $M = (m_{ij})$   $m \times n$  在**无回路条件下**最大路长或传递次数为  $r$ , 即有  $0 < t < r$ , 则其定义为:

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & s_i R^t s_j \text{ 存在着 } i \text{ 到 } j \text{ 的路长最大为 } r \text{ 的通路} \\ 0 & s_i \bar{R}^t s_j \text{ 不存在 } i \text{ 到 } j \text{ 的通路} \end{cases}$$

- 推移律特性 (可达矩阵与邻接矩阵的关系): 可达矩阵  $M$  可用邻接矩阵  $A$  加上单位阵  $I$ , 经过演算后求得。

$$\text{设 } A_1 = (A+I) \quad A_2 = (A+I)^2 = A_1^2 \quad \cdots \quad A_{r-1} = (A+I)^{r-1} = A_1^{r-1}$$

若:  $A_1 \neq A_2 \neq \cdots \neq A_{r-1} = A_r$  ( $r < n-1$ ) 则:  $A_r = R$  称为可达矩阵,

表明各节点间经过长度不大于  $(n-1)$  的通路可以到达的程度, 对于节点数为  $n$  的图, 最长的通路其长度不超过  $(n-1)$ 。

**说明:** 邻接矩阵描述了各点间通过长度为 1 的通路相互可达的情况;

$A+I$  可描述各点间通过长度不大于 1 的通路相互可达的情况;

$(A+I)^2$  可描述各点间通过长度不大于 2 的通路相互可达的情况;

如果  $A_k$  的  $a_{ijk} = 1$ , 则表示从  $s_i$  到  $s_j$  存在长度为  $k$  的通路

$$(A+I)^n = I + A + A^2 + \cdots + A^n$$

注:  $A$  是布尔矩阵, 遵守布尔运算规则

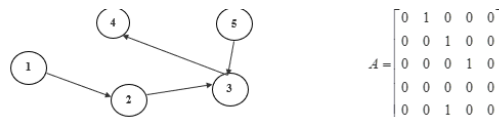
布尔代数运算规则:

$$0+0=0, 0+1=1, 1+0=1, 1+1=1,$$

$$0 \times 0=0, 0 \times 1=0, 1 \times 0=0, 1 \times 1=1。$$

根据布尔代数运算规则, 对于邻接矩阵  $A$  存在:

$$A + A = A$$



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(A+I)^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A+I)^3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = (A+I)^4$$

**布尔代数运算规则**

$$R = (A+I)^3$$

$P_1$ 可达 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$   $P_2$ 可达 $P_3$ 、 $P_4$   $P_3$ 可达 $P_4$   $P_4$ 可达 $P_3$   $P_4$

可达矩阵计算示例

### 可达矩阵的基本特性:

可达矩阵与结构图之间不存在一一对应关系:

如果可达矩阵的所有元素为 1，则表示从图中任一节点出发，可达图中任一其他节点——强连接图；

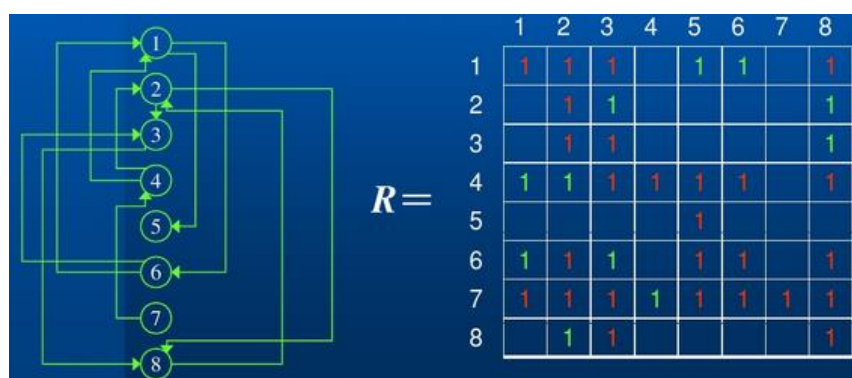
可达矩阵中的行元素，如果只有对角元素为 1，其余均为 0，则该元素为汇点；

可达矩阵中的列元素，如果只有对角元素为 1，其余均为 0，则该元素为源点；

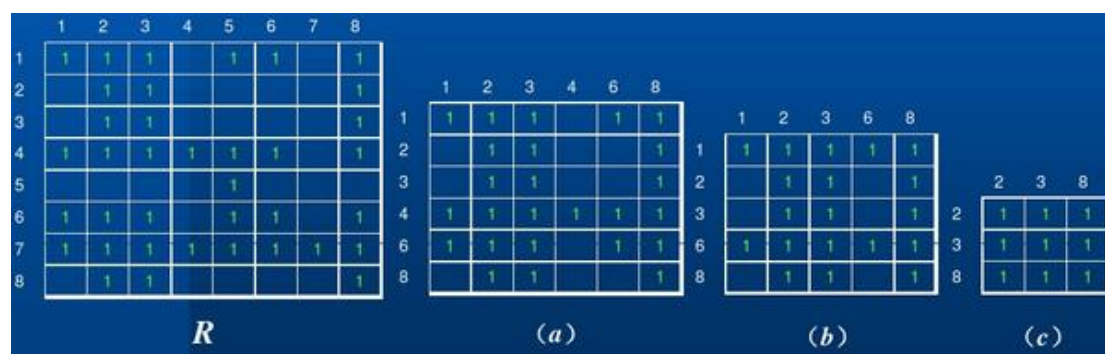
转移特性, 即若  $p_i$  可达  $p_j$ ,  $p_j$  可达  $p_k$ , 则  $p_i$  可达  $p_k$ 。

### 三、3 个结构化方法

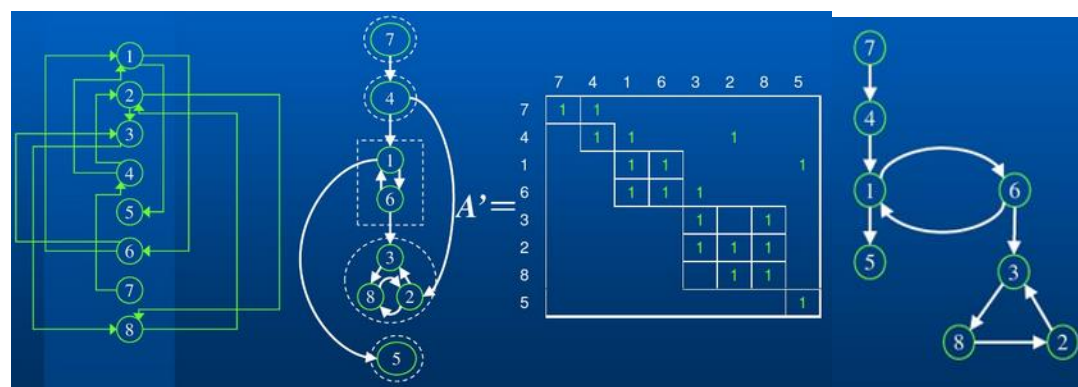
方法一：将可达矩阵按照源点和汇点的顺序排列（找特殊性质结点）：



- 1) 找可达矩阵中的行元素，如果只有对角元素为 1，其余均为 0，则该元素为汇点；5  
找可达矩阵中的列元素，如果只有对角元素为 1，其余均为 0，则该元素为源点；7
- 2) 找回路集，即行列完全相同的结点

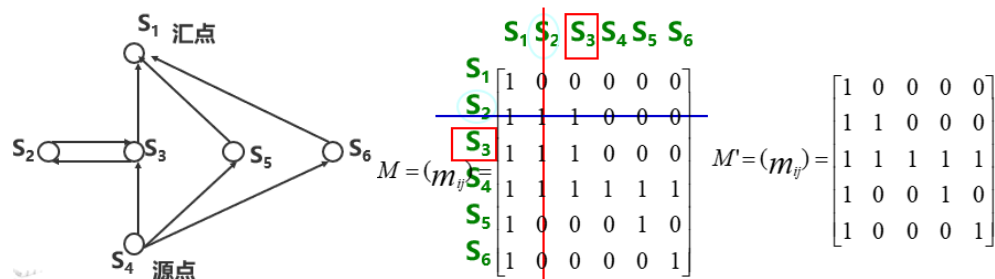


- 3) 按照层次关系排列, 按照原结构图连接关系补充新层次画的图之间的连接, 可以写出邻接矩阵。



**缩减矩阵 (可达矩阵):** 在可达矩阵中存在两个节点相应的行、列元素值分别完全相同, 则说明这两个节点构成回路集, 只要选择其中的一个节点即可代表回路集中的其他节点, 这样就可简化可达矩阵, 称为缩减可达矩阵。

例如:



**骨架矩阵 (邻接矩阵):** 对于给定系统 A 的可达矩阵 M 是唯一的, 但实现某一可达矩阵 M 的邻接矩阵 A 可以是多个的。把实现某一可达矩阵 M、具有最小二元关系个数 (“1”元素最少) 的邻接矩阵叫做 M 的最小实现二元关系矩阵, 或称之为骨架矩阵, 记作 A’。

## 方法二：建立递阶结构模型的规范方法

### (一) 区域划分：有几个独立部分组成？

系统的构成要素集合 S, 分割成关于给定二元关系 R 的相互独立的区域的过程。

首先以可达矩阵 M 为基础,

- 1) 划分与要素  $S_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 相关联的系统要素的类型。
- 2) 找出在整个系统 (所有要素系统 S) 中有明显特征的要素。

#### 1. 要素集合的分类

##### 1) 可达集合 R ( $S_i$ )。每一个行元素对应的为 1 的列元素

系统要素  $S_i$  的可达矩阵或有向图中由  $S_i$  可到达的诸要素所构成的集合。记为

$R(S_i)$ 。其定义为:  $R(S_i) = \{S_j | S_j \in S, m_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, n$

$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & S_i R' S_j \text{ 存在着 } i \text{ 到 } j \text{ 的路长最大为 } r \text{ 的通路} \\ 0 & S_i \bar{R}' S_j \text{ 不存在 } i \text{ 到 } j \text{ 的通路} \end{cases}$$

##### 2) 先行集合 A ( $S_i$ ) 每一个列元素对应的为 1 的行元素

在可达矩阵或有向图中可到达要素  $S_i$  的要素集合定义为要素  $S_i$  的先行集, 用

$A(S_i)$  表示。其定义为:  $A(S_i) = \{S_j | S_j \in S, m_{ji} = 1, j = 1, 2, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, n$

##### 3) 共同集 C ( $S_i$ )。 $S_i$ 在可达集和先行集的共同部分, 即交集。用 C ( $S_i$ ) 表示。

$$C(S_i) = \{S_j | S_j \in S, m_{ij} = 1, m_{ji} = 1, j = 1, 2, \dots, n\}, i = 1, 2, \dots, n$$

##### 4) 起始集(源点) B (S) 和终止集 (汇点) E (S)

**起始集 B (S):** 只到达其他要素而不被其他要素到达的要素构成的集合。该元素的列

除了自己全为 0! 其定义为:  $B(S) = \{S_i | S_i \in S, C(S_i) = A(S_i), i = 1, 2, \dots, n\}$

**终止集 E (S):** 该元素的行除了自己全为 0!

#### 2. 区域划分的标准

1) 在起始集  $B(S)$  中任取两个要素  $b_u, b_v$ :

若  $R(b_u) \cap R(b_v) \neq \phi$  ( $\phi$ 空集) 则  $b_u, b_v$  及  $R(b_u), R(b_v)$  中的要素属于同一区域。若对所有要素均有此结果, 则区域不可分。若  $R(b_u) \cap R(b_v) = \phi$  ( $\phi$ 空集) 则  $b_u, b_v$  及  $R(b_u), R(b_v)$  中的要素不属于同一区域, 系统要素集合  $S$  至少可分为两个相对独立的区域。

2) 在终止集  $E(S)$  中任取两个要素  $e_u, e_v$ :

若  $A(e_u) \cap A(e_v) \neq \phi$  ( $\phi$ 空集) 则  $e_u, e_v$  及  $E(b_u), E(b_v)$  中的要素属于同一区域。若对所有要素均有此结果, 则区域不可分。若  $A(e_u) \cap A(e_v) = \phi$  ( $\phi$ 空集) 则  $e_u, e_v$  及  $E(b_u), E(b_v)$  中的要素不属于同一区域, 系统要素集合  $S$  至少可分为两个相对独立的区域。

注: 若起始集终止集均不可分, 说明不用进行区域划分, 是一个区域! 直接进行第二步。

### 3. 区域划分的结果表示

区域划分的结果可记为:  $\Pi(S) = P_1, P_2, \dots, P_k, \dots, P_m$  其中:  $P_k$  为第  $k$  个相对独立区域的要素集合。经过区域划分后的可达矩阵成为块对角矩阵, 记作  $M(P)$ 。

例子:

6. 观察  $R(b_u) \cap R(b_v)$  是否为空集

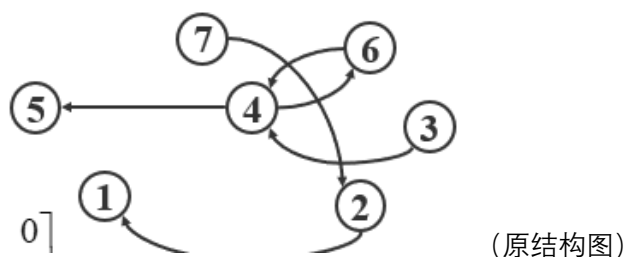
$S_i$	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(s_i) \cap A(s_i)$	$B(s)$
1	1	1, 2, 7	1	3
2	1, 2	2, 7	2	
3	3, 4, 5, 6	3	3	
4	4, 5, 6	3, 4, 6	4, 6	7
5	5	3, 4, 5, 6	5	
6	4, 5, 6	3, 4, 6	4, 6	
7	1, 2, 7	7	7	

因此,  $R(S_3) \cap R(S_7) = \phi$   
即,  $S_3 S_4 S_5 S_6$  和  $S_1 S_2 S_7$  分属两个独立区域

写出划分区域后的可达矩阵  $M(P)$ :

块对角矩阵

	3	4	5	6	1	2	7
1	1	1	1	1			
0	1	1	1			0	
0	0	1	0				
0	1	1	1				
					1	0	0
					1	1	0
					1	1	1



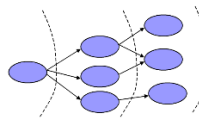
### (二) 级位划分: 分成几个层级?

确定某区域内各要素所处层次地位的过程。设  $P$  是由区域划分得到的某区域要素集合, 若用  $L_1, L_2, \dots, L_i$  表示从高到低的各级要素集合 (其中  $i$  为最大级位数), 则级位划分的结果可写成:  $\Pi(P) = L_1, L_2, \dots, L_i$ 。

在每个层次里面去找终止集! 汇点! 也就是每一行除了自身都为 0 的元素。

■ 级位划分的基本做法是：

- 步骤1：找出整个系统要素集合的最高级要素（终止要素）后，将它们去掉得到，剩余要素集合
- 步骤2：再继续求剩余要素集合的最高级要素，
- 步骤3：重复步骤2，直到找出最低层级的要素集合。



对于最高级要素 $S_i$

$$C(S_i) = R(S_i) \cap A(S_i) = R(S_i)$$

■ 对于最高层级的要素来说，它的可达集 $R(S_i)$ 是和它的共同集 $C(S_i)$ 相同的。

- 在一个多层级结构中，最高层级的要素没有其他要素可以到达，所以它的可达集 $R(S_i)$ 中只能包括：
  - a) 它本身；
  - b) 与它有强连接的要素；
- 共同集 $C(S_i)$ 也只包括：a) 它本身； b) 与它同级的强连接要素。

■ 因此，确定 $S_i$ 是否为最高级要素的判断条件是：

$$R(S_i) \cap A(S_i) = R(S_i)$$

经过级位划分后，可达矩阵变为区域三角矩阵，记为： $M(L)$ 。

令 $L_0 = \Psi$ （最高级要素集合为 $L_1$ ，没有零级要素），则有：

$$L_1 = \{S_i | S_i \in P - L_0, C_0(S_i) = R_0(S_i), i=1, 2, \dots, n\}$$

$$L_2 = \{S_i | S_i \in P - L_0 - L_1, C_1(S_i) = R_1(S_i), i < n\}$$

.....

$$L_k = \{S_i | S_i \in P - L_0 - L_1 - \dots - L_{k-1}, C_{k-1}(S_i) = R_{k-1}(S_i), i < n\}$$

式中的 $C_{k-1}(S_i)$ 和 $R_{k-1}(S_i)$ 分别是根据集合  $P - L_0 - L_1 - \dots - L_{k-1}$

中的要素形成的子图（子矩阵）求得的可达集和可达集。

继续上例，进行级位划分：

$S_i$	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(s_i) \cap A(s_i)$	$E(s_i)$	$\Pi(P_i)$
3	3, 4, 5, 6	3	3		
4	4, 5, 6	3, 4, 6	4, 6		
5	5	3, 4, 5, 6	5	5	$L_1 = \{S_3\}$
6	4, 5, 6	3, 4, 6	4, 6		

因此， $L_1 = \{S_3\}$

3.继续寻找本子矩阵中的第一级要素，并去掉。

$S_i$	$R(s_i)$	$A(s_i)$	$C(s_i)$ $R(s_i) \cap A(s_i)$	$E(s_i)$	$\Pi(P_i)$
3	3, 4, 5, 6	3	3		
4	4, 6	3, 4, 6	4, 6	4	
6	4, 6	3, 4, 6	4, 6	6	$L_2 = \{S_4, S_6\}$

$$M(L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

因此，对该区域进行级位划分的结果为：

$$\Pi(P_1) = L_1, L_2, L_3 = \{S_3\}, \{S_4, S_6\}, \{S_3\}$$

区域三角矩阵

### (三) 提取骨架矩阵：结构简化

第一步，检查各层次中的强连接要素，建立可达矩阵  $M(L)$  的缩减矩阵  $M(L)$ 。

■ 从影响（可达）关系角度，解释提取骨架矩阵的三个步骤：

- 去掉强连接要素？两个有强连接关系的要素可以互相替代。
- 去掉越级二元关系？间接影响（可达）关系可以通过直接影响关系推知。
- 去掉自身到达关系？这类关系是不言自明的。

再回顾一下可达矩阵的计算：

- 在邻接矩阵上加上单位阵（自身到达的二元关系）
- 经过多次自乘，找到所有间接到达关系（越级二元关系）

$$M(L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

第二步，去掉  $M'(L)$  中已具有邻接二元关系的要素间的越级二元关系，得到经过一步简



化后的新矩阵  $M''(L)$ 。

找出越级的二元关系的技巧：  
 • 矩阵的某行，如  $L_3$ ，看  $S_3$  能到达哪些要素？  $R(S_3) = \{S_3, S_4, S_5\}$   
 • 继续分析  $R(S_3)$  中的  $S_4$ 、 $S_5$ （不需考虑自身  $S_3$ ），看  $R(S_3)$  中的要素之间是否存在可达关系  
 • 因为  $S_4 \rightarrow S_5$ ，所以  $S_3 \rightarrow S_5$  是越级二元关系

$$M'(L) = \begin{array}{c|ccc|ccc} & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \\ \hline 5 & 1 & 0 & 0 & & & \\ 4 & 1 & 1 & 0 & & 0 & \\ 3 & 1 & 1 & 1 & & & \\ \hline 1 & & & & 1 & 0 & 0 \\ 2 & & & & 0 & 1 & 1 \\ 7 & & & & 1 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array}$$

$$M''(L) = \begin{array}{c|ccc|ccc} & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \\ \hline 5 & 1 & 0 & 0 & & & \\ 4 & 1 & 1 & 0 & & 0 & \\ 3 & 0 & 1 & 1 & & & \\ \hline 1 & & & & 1 & 0 & 0 \\ 2 & & & & 0 & 1 & 1 \\ 7 & & & & 0 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{array}$$

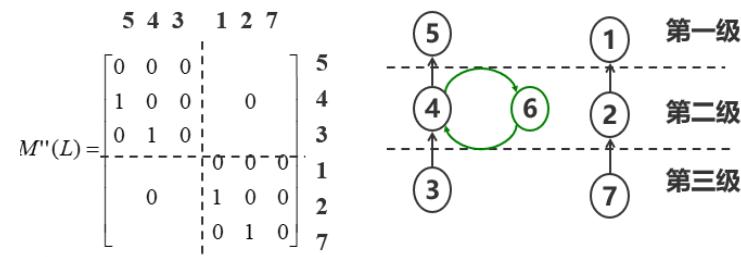
第三步，进一步去掉  $M''(L)$  中自身到达的二元关系，即减去单位矩阵，将  $M''(L)$  对角线上的“1”全变成“0”，得到经简化后具有最少二元关系个数的骨架矩阵  $A'$ 。

$$M''(L) = \begin{array}{c|ccc|ccc} & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \\ \hline 5 & 1 & 0 & 0 & & & \\ 4 & 1 & 1 & 0 & & 0 & \\ 3 & 0 & 1 & 1 & & & \\ \hline 1 & & & & 1 & 0 & 0 \\ 2 & & & & 0 & 1 & 1 \\ 7 & & & & 0 & 1 & 1 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 7 \end{array}$$

$$M''(L) = \begin{array}{c|ccc|ccc} & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 & & & \\ 4 & 1 & 0 & 0 & & 0 & \\ 3 & 0 & 1 & 0 & & & \\ \hline 1 & & & & 0 & 0 & 0 \\ 2 & & & & 1 & 0 & 0 \\ 7 & & & & 0 & 1 & 0 \end{array} \begin{array}{l} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \\ 7 \end{array}$$

#### （四）多级递阶有向图绘制：递阶结构模型

第一步，分区域从上到下逐级排列系统构成要素。（终止集放在最上面）。  
 第二步，同级加入被删掉的与某要素有强连接关系的要素（如  $S_6$ ），以及表征它们相互关系的有向弧。  
 第三步，按  $A'$  所示的邻接二元关系，用级间有向弧连接成有向图  $D(A')$ 。

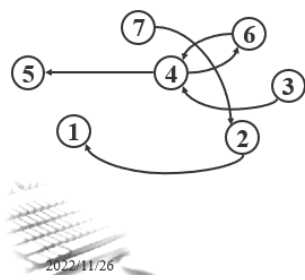


### 方法三：建立递阶结构模型的实用方法

#### 1.1 判断二元关系，建立可达矩阵及其缩减矩阵。

系统要素两两比较，确定各要素之间的二元关系。

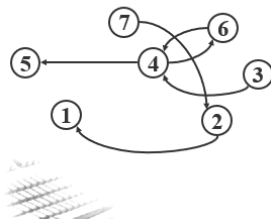
- V 表示行元素直接影响列元素；
- A 表示列元素直接影响行元素；
- X 表示行列元素强连接。



						A	$S_1$
A							$S_2$
				V			$S_3$
	X	V					$S_4$
							$S_5$
							$S_6$
							$S_7$

83

1.2 根据要素之间二元关系传递性，推断要素间各次递推关系。并用加括号的标识符表示。



(A)						A	$S_1$
A							$S_2$
	(V)	(V)	V				$S_3$
	X	V					$S_4$
	(A)						$S_5$
							$S_6$
							$S_7$

1.3 据方格图，绘制可达矩阵  $M$

(A)						A	$S_1$
A							$S_2$
	(V)	(V)	V				$S_3$
	X	V					$S_4$
	(A)						$S_5$
							$S_6$
							$S_7$

$$M(S_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.对可达矩阵的缩减矩阵进行层次化处理。

2.1 化简可达矩阵为缩减矩阵  $M'$ 。

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1	0
4	0	0	0	1	1	1	0
5	0	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	1	1	1	0
7	1	1	0	0	0	0	1

$$M'(S_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2 在缩减矩阵  $M'$ 中按每行“1”元素的多少，由少到多顺次排列，调整  $M'$ 中的行和列。

	1	2	3	4	5	7
1	1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0
3	0	0	1	1	1	0
4	0	0	0	1	1	0
5	0	0	0	0	1	0
7	1	1	0	0	0	1

$$M'(S_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

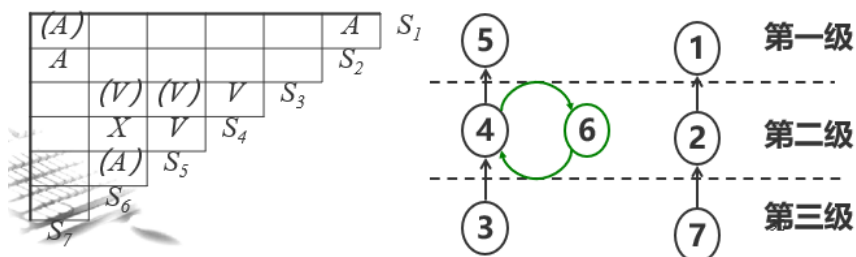
	1	5	2	4	7	3
1	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	0
4	0	1	0	1	0	0
7	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	1

$$M'(L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



2.3 在  $M'$  中,从左上角到右下角, 依次分解出最大阶数的单位矩阵, 并加注方框, 每个方框表示一个层次。根据  $M'(L)$  绘制多级递阶有向图。

$$M'(L) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 4 \\ 7 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \left. \begin{matrix} \text{第一层次} \\ \text{第二层次} \\ \text{第三层次} \end{matrix} \right\}$$

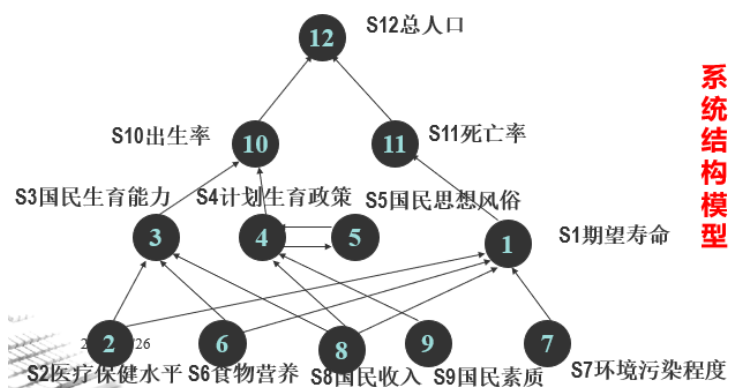


#### 四、例题：

##### 例一：

V	V			A	A	A				A	$S_1$ 期望寿命
V	V									V	$S_2$ 医疗保健水平
V		V		A		A					$S_3$ 国民生育能力
V		V	A	A							$S_4$ 计划生育政策
V		V	A	A							$S_5$ 国民思想风俗
V	V	V									$S_6$ 食物营养
V	V										$S_7$ 环境污染程度
V	V	V									$S_8$ 国民收入
V		V									$S_9$ 国民素质
V											$S_{10}$ 出生率
V											$S_{11}$ 死亡率
											$S_{12}$ 总人口

- 3) 由相关关系归纳建立可达矩阵：
- 4) 由可达矩阵推导系统结构模型：
- 5) 向系统结构模型中代入各具体指标，建立解释结构模型，进行分析



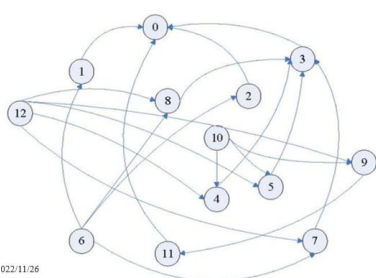
例二：

## 2.确定关键问题及相关因素，列举因素间的关系

问题：科研技术装备管理职能未得到有效发挥。

关键问题：科研技术装备管理职能未得到有效发挥作用		$S_0$
导致因素		
1	对管理的地位认识不明确，思想不到位	$S_1$
2	缺乏系统化全过程综合管理的思想	$S_2$
3	主管机构工作跟不上，管理中心作用不突出	$S_3$
4	各相关管理部门职责不明确，协调配合差	$S_4$
5	组织管理体系不健全，综合管理作用与职能受影响	$S_5$
6	管理人员素质跟不上工作发展的需要	$S_6$
7	管理方法、手段不科学	$S_7$
8	管理者参与高层管理力度受限，权威性差	$S_8$
9	管理基础工作薄弱，信息传递不畅	$S_9$
10	管理规章制度与程序不健全	$S_{10}$
11	管理部门检查监督监控力度不够	$S_{11}$
12	管理组织机构设置不合理	$S_{12}$

影响因素



因素间的关系

### 3.建立可达矩阵

	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$	$S_{11}$	$S_{12}$
$S_0$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_1$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_2$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_3$	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_4$	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_5$	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0
$S_6$	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
$S_7$	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$S_8$	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$S_9$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
$S_{10}$	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0
$S_{11}$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$S_{12}$	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1

## 4.区域划分和级别划分

$B=\{6,10,12\}$

$L_1=\{0\}$

$S_i$	$F(S_i)$	$A(S_i)$	$F(S_i) \cap A(S_i)$
$S_0$	0	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12	0
$S_1$	0,1	1,6	1
$S_2$	0,2	2,6	2
$S_3$	0,3	3,4,5,7,8	3
$S_4$	0,3,4	4,10,12	4
$S_5$	0,3,5	5,10,12	5
$S_6$	0,1,2,6,7,8	6	6
$S_7$	0,2,7	6,7,12	7
$S_8$	0,3,8	6,8,12	8
$S_9$	0,9,1	9,10,12	9
$S_{10}$	0,4,5,9,10	10	10
$S_{11}$	0,11	5,9,11	11
$S_{12}$	0,4,5,7,8,9,12	12	12

• 属于同一区域。若对所有要素均有此结果，则区域不可分

$$L_2=\{1,2,3,11\}$$

$S_i$	$R(S_i)$	$A(S_i)$	$R(S_i) \cap A(S_i)$
$S_1$	1	1,6	1
$S_2$	2	2,6	2
$S_3$	3	3,4,5,7,8	3
$S_4$	3,4	4,10,12	4
$S_5$	3,5	5,10,12	5
$S_6$	1,2,6,7,8	6	6
$S_7$	3,7	6,7,12	7
$S_8$	3,8	6,8,12	8
$S_9$	9,11	9,10,12	9
$S_{10}$	4,5,9,10	10	10
$S_{11}$	11	5,9,11	11
$S_{12}$	4,5,7,8,9,12	12	12

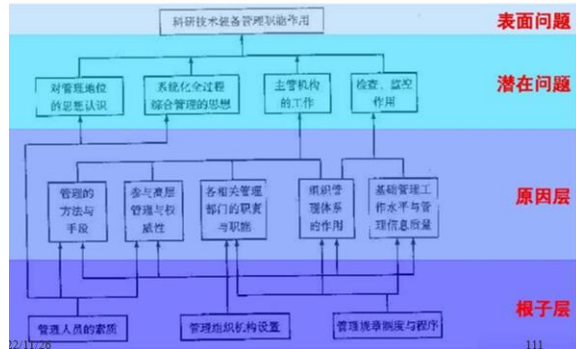
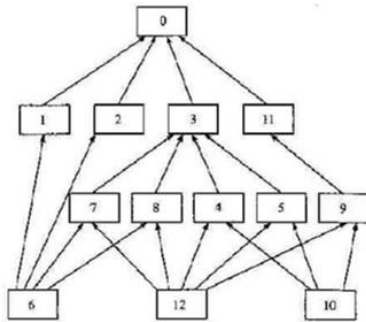
$$L_3=\{4,5,7,8,9\}$$

$S_i$	$R(S_i)$	$A(S_i)$	$R(S_i) \cap A(S_i)$
$S_4$	4	4,10,12	4
$S_5$	5	5,10,12	5
$S_6$	6,7,8	6	6
$S_7$	7	6,7,12	7
$S_8$	8	6,8,12	8
$S_9$	9	9,10,12	9
$S_{10}$	4,5,9,10	10	10
$S_{12}$	4,5,7,8,9,12	12	12

$$L_4=B=\{6,10,12\}$$

$S_i$	$R(S_i)$	$A(S_i)$	$R(S_i) \cap A(S_i)$
$S_6$	6	6	6
$S_{10}$	10	10	10
$S_{12}$	12	12	12

	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_{11}$	$S_4$	$S_5$	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_6$	$S_{10}$	$S_{12}$
$S_0$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_1$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_2$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_3$	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_{11}$	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$S_4$	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$S_5$	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$S_7$	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$S_8$	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
$S_9$	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
$S_6$	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0
$S_{10}$	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0
$S_{12}$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1



管理人员素质：

- 1.对管理的地位认识不明确、无系统化全过程管理思想；
- 2.不能很好运用现代管理方法和手段，无高层管理的能力和业务管理工作中的权威性。

故在思想、方法、技术业务水平上影响管理职能。

管理机构设置：

- 1.相关管理部门职责不明确；
- 2.管理体系不能按系统化全过程管理的思想建立，使管理方法手段受限；
- 3.管理地位和权威性下降；
- 4.协调控制能力低；
- 5.管理信息来源与传递不畅和时效性、准确性不高，不能及时掌握状况、解决问题。

113

管理规章制度：

管理工作缺乏标准和依据，管理范围不明，分工不清，工作难协调，多头管理，系统化全过程管理难落实。管理工作无法规范化、标准化，使基础管理工作混乱，管理职能作用无法正常发挥。

## 五、补充概念：

### 解释结构模型 (ISM)

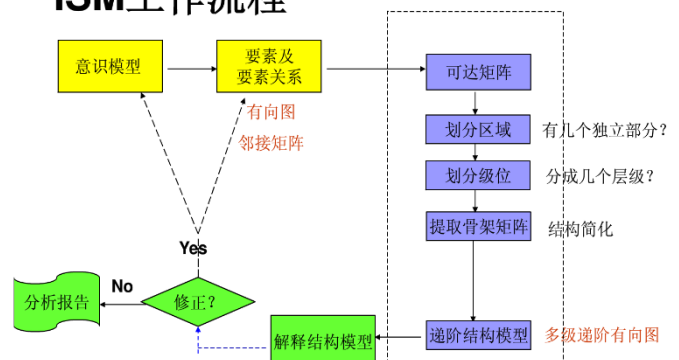
- ✓ ISM技术是美国J·N·沃菲尔德教授于1973年作为分析复杂的社会经济系统结构问题的一种方法而开发的。
- ✓ 其基本思想是：通过各种创造性技术，提取问题的构成要素，利用有向图、矩阵等工具和计算机技术，对要素及其相互关系等信息进行处理，最后用文字加以解释说明，明确问题的层次和整体结构，提高对问题的认识和理解程度。

该技术不需要高深的数学知识，模型直观有启发性。它不仅广泛用于工程技术方面，更应用于社会、经济因素的大系统。比如制定复杂的企业规划、研究决策政策方针、制定城市规划等方面。

ISM 侧重于描述系统各单元及其相互关系。在描述中，需借助计算机，充分利用人的直觉来进行。

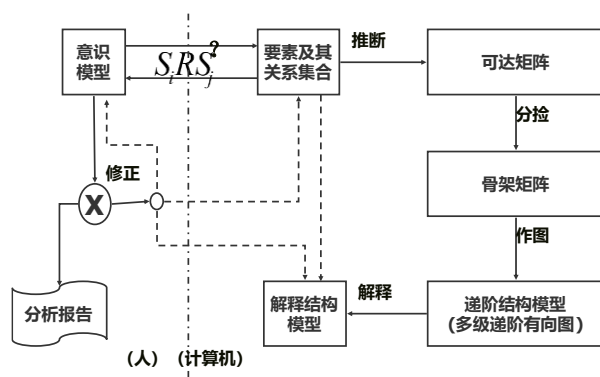
- 提出问题，组建专家组，收集并初步整理问题，形成初步的意识模型。
- 意识模型的具体化、规范化和系统化。包括：通过人机对话，确定系统要素及其二元关系；利用关系传递性，推导系统可达矩阵；可达矩阵分解、缩约和简化，推导反映系统递阶结构的骨架矩阵，并进一步推导系统递阶结构模型。
- 通过对要素解释说明，建立系统解释结构模型。
- 将解释模型与意识模型对比分析，得出结果。

### ISM工作流程



优势：可以求出利用其他方法无法找出的间接联系。这些间接联系对研究系统的整体特性具有重要意义。



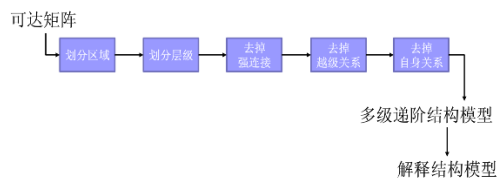


## ISM技术的核心内容：

——通过对可达矩阵的处理，建立系统问题的递阶结构模型。

## 建立多级递阶结构模型的过程总结

以可达矩阵M为基础，以矩阵变换获得递阶有向图：



## ■ 将多级递阶有向图直接转化为解释结构模型。

- 根据各符号所代表的实际要素，在递阶结构模型的要素符号上，填入实际要素名称，即为解释结构模型。
- 根据问题背景，用文字对结构模型进行解释。

## 以可达矩阵M为基础，以矩阵变换为主的递阶结构模型的建立过程



可达矩阵	分区可达矩阵	分阶可达矩阵	缩减矩阵	骨架矩阵	递阶结构模型
------	--------	--------	------	------	--------

对系统要素间的关系（尤其是因果联系）进行层次化处理，最终形成具有多级递阶关系和解释功能的结构模型（图）

- ✓ Step1: 找出影响系统问题的主要因素，并寻求要素间的直接二元关系，给出系统的邻接矩阵；
- ✓ Step2: 考虑二元关系的传递性，建立反映诸要素间关系的可达矩阵；
- ✓ Step3: 依据可达矩阵，找到特殊要素，进行区域划分；
- ✓ Step4: 在区域划分基础上继续层次划分；
- ✓ Step5: 提取骨架矩阵，分为三步：①去强连接要素得缩减矩阵；②去越级二元关系；③去单位阵得骨架矩阵；
- ✓ Step6: 作出多级递阶有向图。作图过程为：①分区逐级排列系统要素；②将缩减掉的要素随其代表要素同级补入，并标明其间的相互作用关系；③用从下到上的有向弧来显示逐级要素间的关系；④补充必要的越级关系。
- ✓ Step7: 经直接转换，建立解释结构模型。

## 四、ISM的优点及不足

### ✓ 1、优点

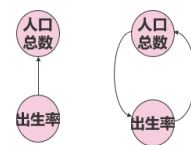
- 可以把模糊不清的思想、看法转化为直观的具有良好结构关系的模型；
- 特别适用于变量众多，关系复杂而结构不明确的系统分析中，也可用于方案的排序。

### ✓ 2、不足

- 级与级间不存在反馈回路。
- 系统各要素间的逻辑关系在一定程度上还依赖于人们的经验。
- 能够胜任协调人角色的人员目前尚不多见。

## ISM的不足

- 推移规律的假定，级与级之间不存在反馈回路
- 系统各要素逻辑关系的确定，依赖人们的主观经验
- 实施过程中需要三种角色人员：方法技术专家、参与者、协调人



结构模型法的缺陷

- 关于推移律的假定（要素之间的多级递阶关系）
- 建模过程依赖于人们的经验
- 讨论过程中往往受到权威人士的影响
- 协调人的角色作用至关重要