

Leibniz  
Universität  
Hannover

# Ladungsträgerdynamik

H. Jörg Osten

**Institut für Materialien und Bauelemente  
der Elektronik  
- MBE -**

**Leibniz Universität Hannover  
Schneiderberg 32, 30167 Hannover**

---

nur für den LUH-internen Gebrauch

## Generation und Rekombination

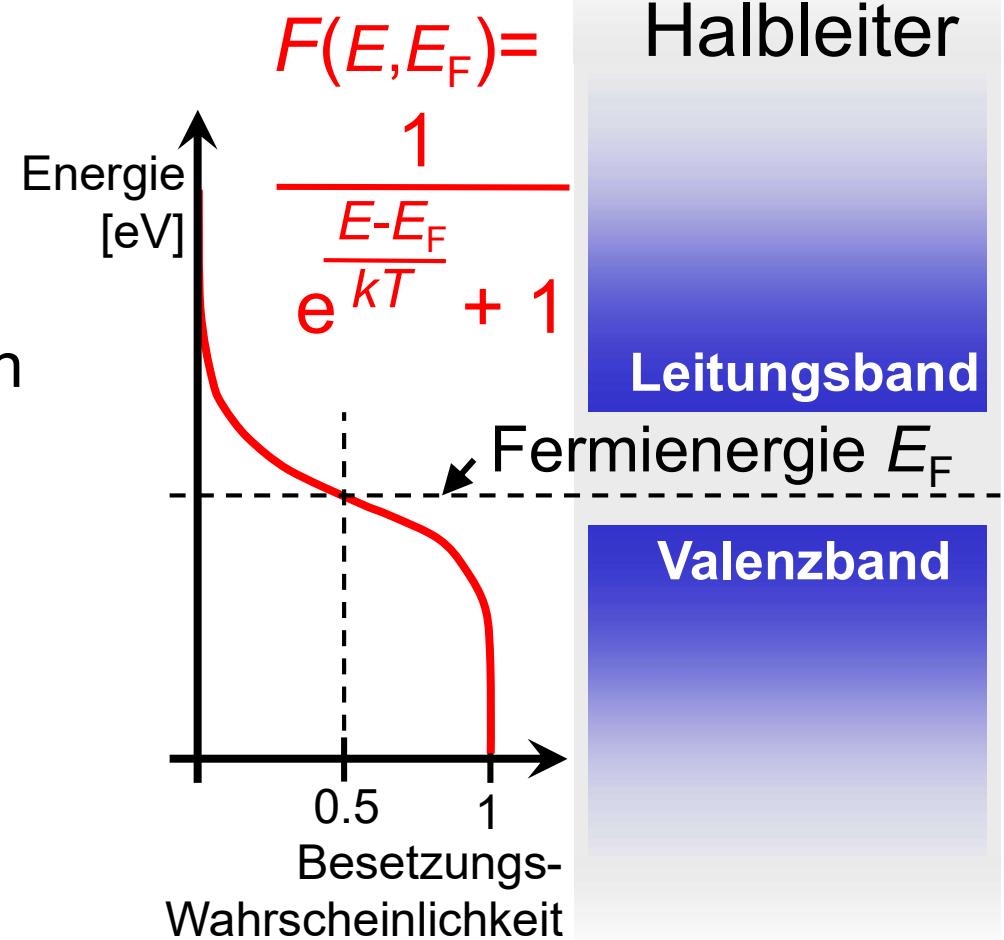
---

- Unter Energiezufuhr (Wärme, Strahlung usw.) können Ladungsträger (Elektronen und Löcher) im Halbleiter erzeugt werden
- **Generation:** Erzeugung eines Elektrons und eines Lochs

→ Generationsrate  $G \text{ [cm}^{-3}\text{s}^{-1}\text{]}$

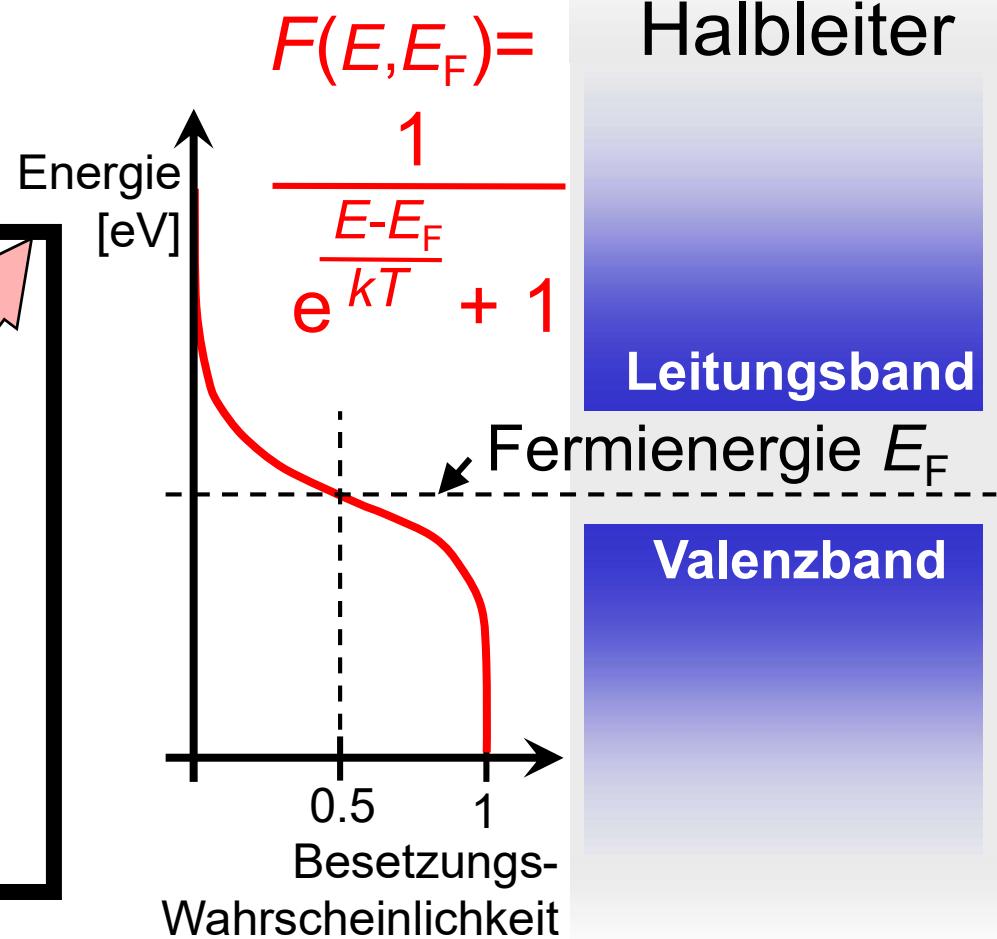
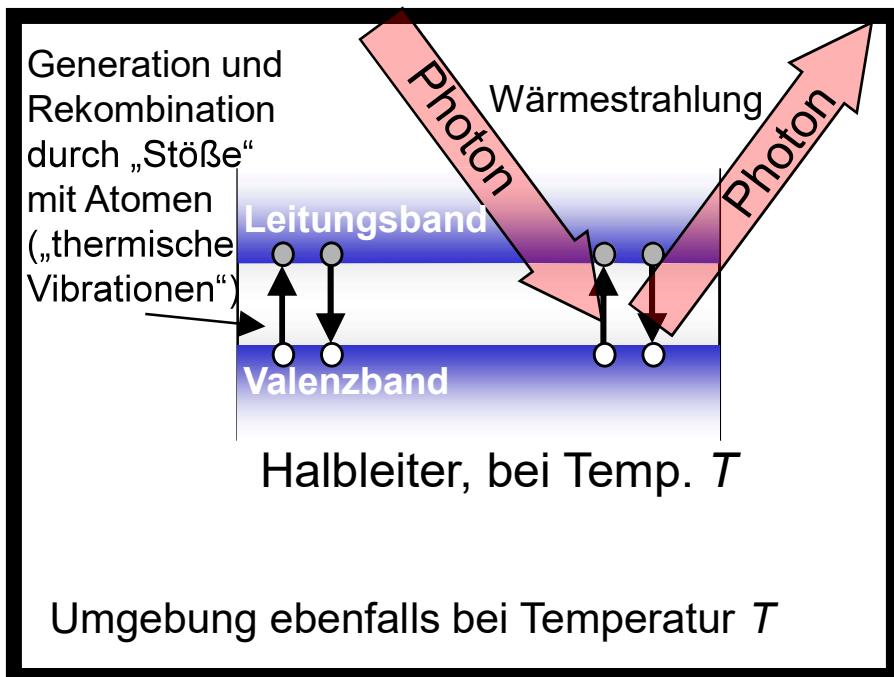
- Unter Energieabgabe können Ladungsträger (Elektronen und Löcher) vernichtet werden
- **Rekombination:** Inverser Prozess zur Generation
  - Rekombinationsrate  $R \text{ [cm}^{-3}\text{s}^{-1}\text{]}$
  - Bei diesen Prozessen bleibt die Gesamtladung erhalten
  - Im thermischen Gleichgewicht sind  $G$  und  $R$  gleich groß
  - Es gelten die Erhaltungssätze für Energie und Impuls

**Fermi-Verteilung** ist  
Ergebnis eines dynamischen  
**Gleichgewichts**  
bei einer Temperatur!



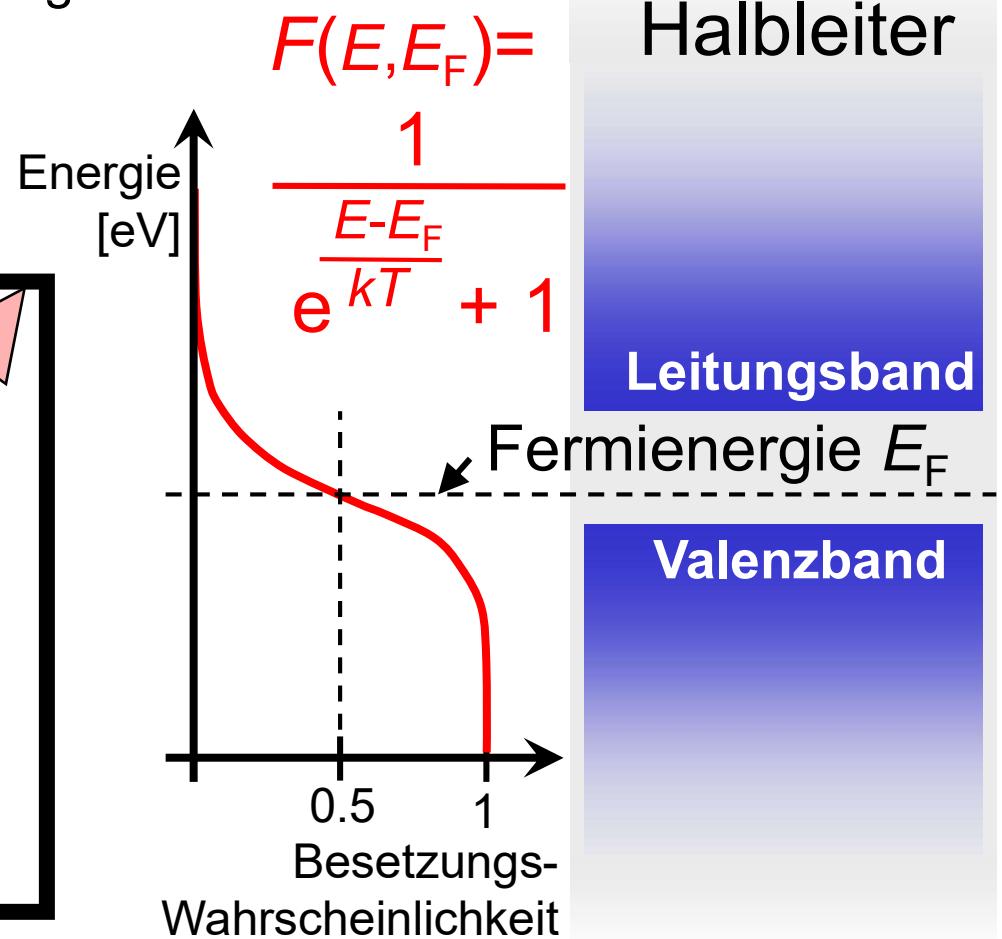
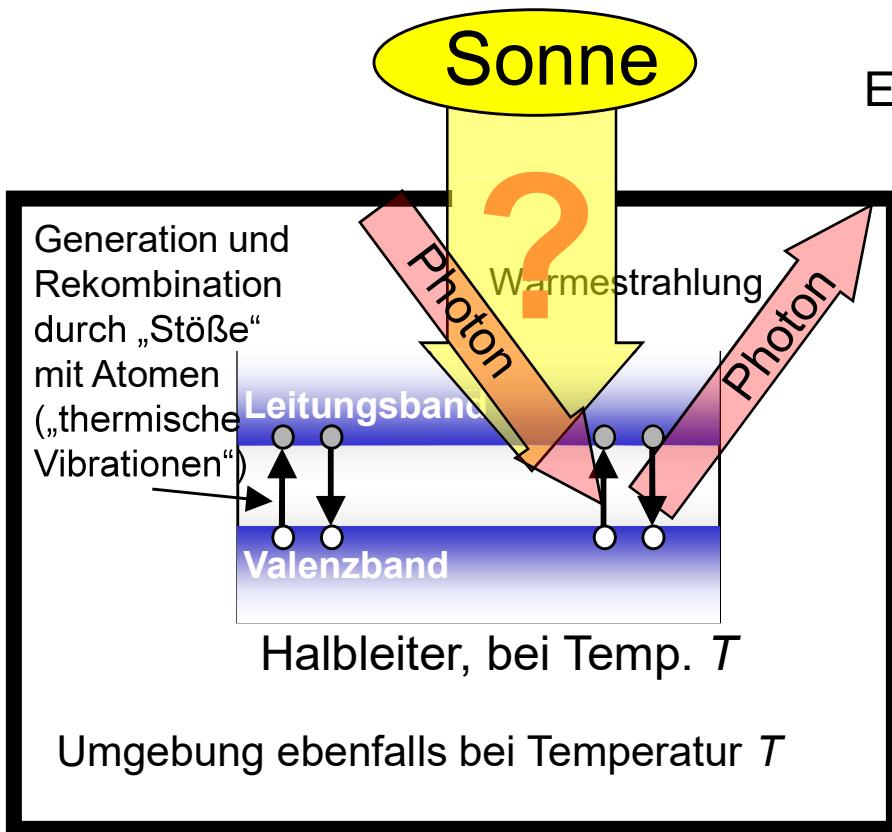
# Fermiverteilung

**Fermi-Verteilung ist  
Ergebnis eines dynamischen  
Gleichgewichts  
bei einer Temperatur!**

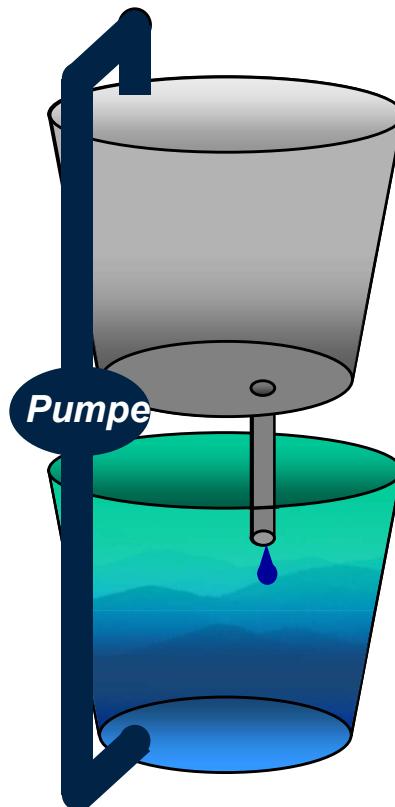


# Elektronenverteilung bei Beleuchtung

Was geschieht mit der Fermiverteilung bei Energiezufuhr?

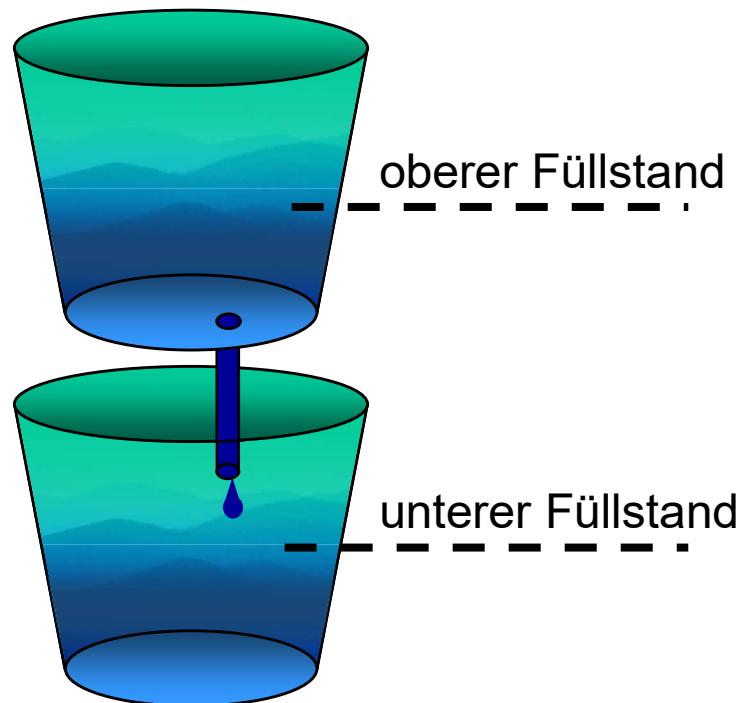


## Wassereimer-Analogon



## Wassereimer-Analogon:

Oberer tropft in unteren



Kein Gleichgewichts-Zustand !  
→ Kein Füllstand definiert  
für ganzes System

Das „Tropfen“ geschieht  
langsamer als die Umverteilung  
innerhalb eines Eimers



**Jeder Eimer für sich  
hat einen  
„Quasi-Füllstand“**

## Elektronenverteilung bei Beleuchtung

Betrachte  $p$ -Typ Silizium mit Dotierung  $N_A$  unter Beleuchtung

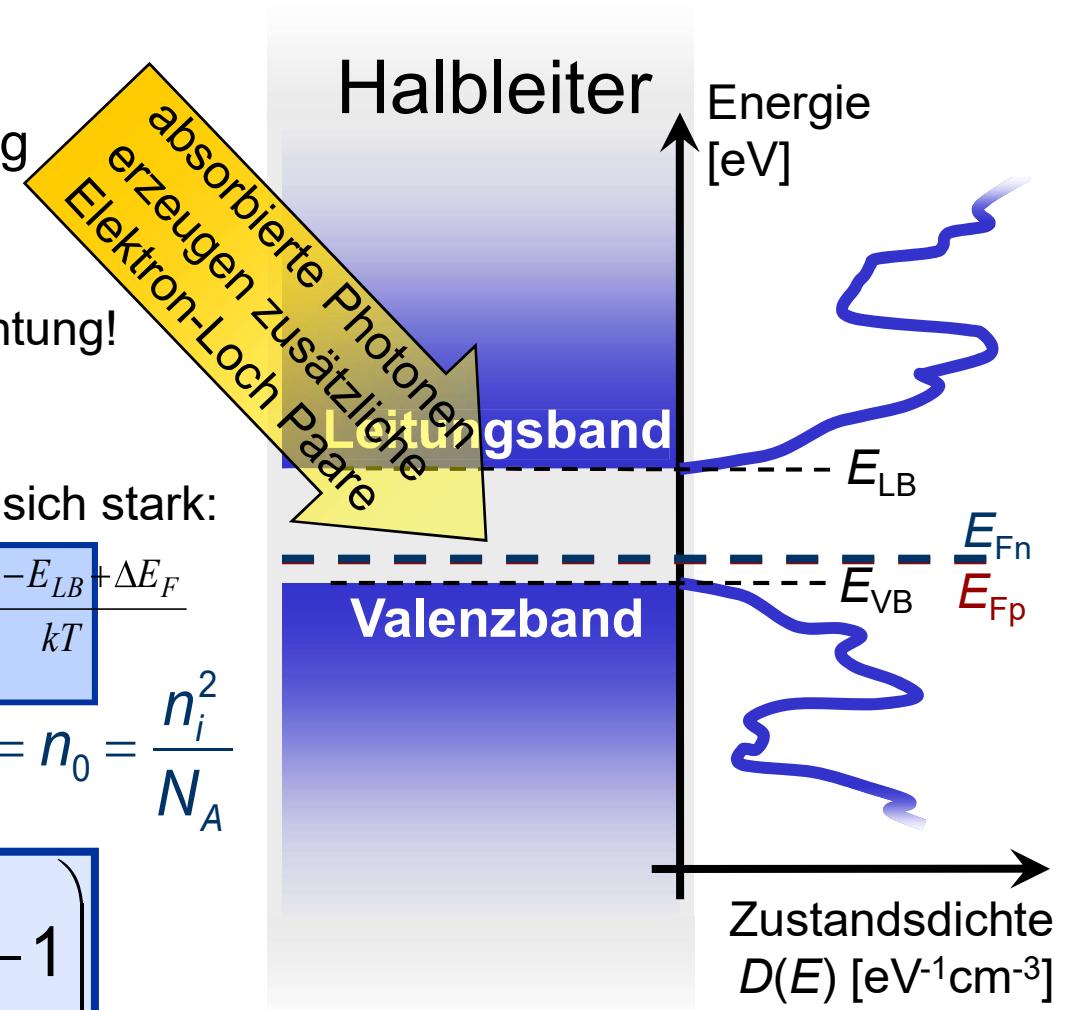
Lochkonzentration  $p_0 = N_A$  ist groß:  
 →  $p$  ändert sich kaum bei Beleuchtung!  
 → ( $E_{F,VB} \approx \text{konst.}$ )

Elektronenkonzentration  $n$  ändert sich stark:

$$n = N_{LB} e^{\frac{E_{Fn} - E_{LB}}{kT}} = N_{LB} e^{\frac{E_{Fp} - E_{LB} + \Delta E_F}{kT}} = n_0 = \frac{n_i^2}{N_A}$$

„Überschuss“-Elektronen:

$$\Delta n = n - n_0 = \frac{n_i^2}{N_A} \times \left( e^{\frac{\Delta E_F}{kT}} - 1 \right)$$



---

# Rekombinationsmechanismen

## Rekombination

---

- Rekombination ist der Übergangsprozess von einem Elektron aus dem Leitungsband-Zustand in einen Valenzband-Zustand.
- Für Rekombination sind Elektronen und Löcher notwendig
- Quotient aus Überschuss-Ladungsträgern  $\Delta n = n - n_0$  und Rekombinationsrate  $R$  ergibt Ladungsträger-Lebensdauer:

$$\tau = \Delta n / R$$

„Überschuss“-Elektronen bei p-typ Silizium:

$$\Delta n = n - n_0 = \frac{n_i^2}{N_A} \times \left( e^{\frac{\Delta E_F}{kT}} - 1 \right)$$

## Rekombination $R$ und Lebensdauer $\tau$ (p-Si)

- Überschuss-Ladungsträger  $\Delta n$  rekombinieren im Mittel nach Ablauf ihrer Lebensdauer  $\tau$ .

- Rekombinations-Rate

$$R = \frac{\Delta n}{\tau} = \frac{n_i^2}{\tau N_A} \left( e^{\frac{\Delta E_F}{kT}} - 1 \right)$$

$= E_{Fn} - E_{Fp}$



## Rekombination: Allgemeiner

---

- **(Netto-)Rekombinationsrate:**

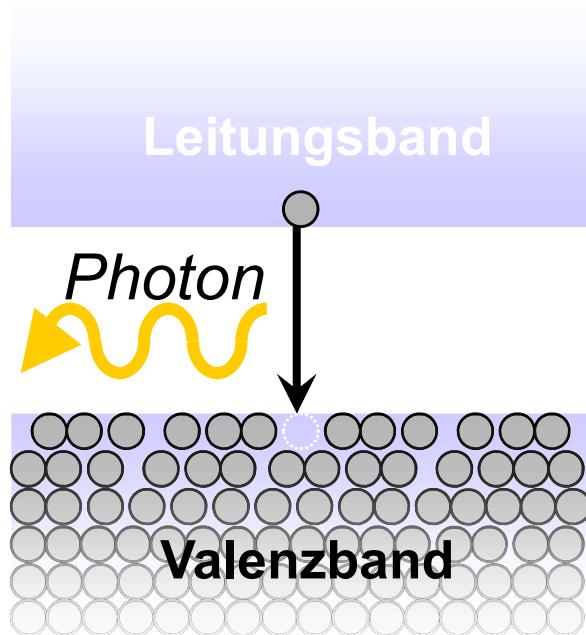
$$R = \frac{\Delta n}{\tau} = \frac{n_i^2}{\tau N_{\text{Dotierung}}} \left( e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

- **Vorfaktor setzt sich aus verschiedenen Beträgen zusammen :**

$$\frac{n_i^2}{N_{\text{Dotierung}}} \left( \frac{1}{\tau} \right) = \frac{n_i^2}{N_{\text{Dotierung}}} \left( \frac{1}{\tau_{\text{rad}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Auger}}} + \frac{1}{\tau_{\text{SRH}}} \right)$$

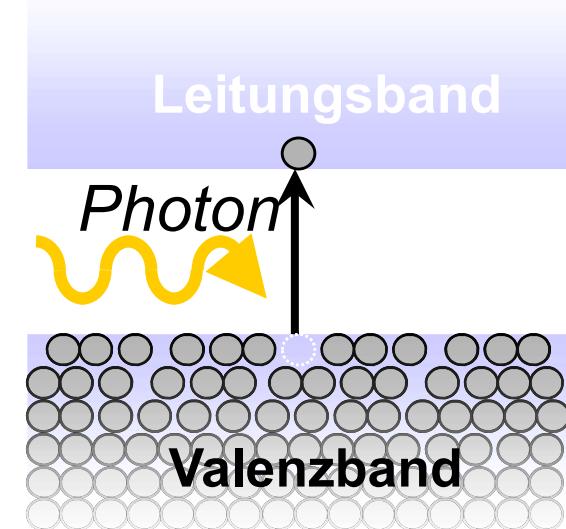
**ACHTUNG:  $1/\tau$  und seine Komponenten können wiederum von den Ladungsträgerkonzentrationen  $n$  und  $p$  abhängen!**

## Strahlende Rekombination $R_{\text{rad}}$



**Energieabgabe durch  
Aussenden von Licht**

→ Umkehrprozess zur  
Elektronenanregung  
(Generation) durch  
**Lichtabsorption!**

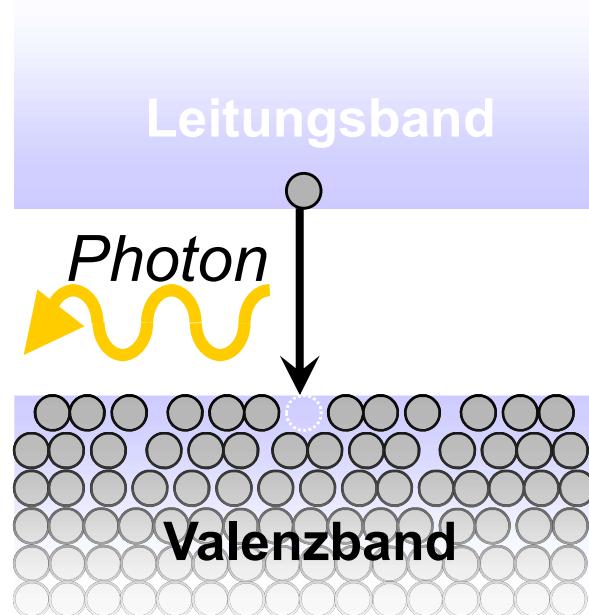


→ ... daher für  
**direkte Halbleiter der fundamentale Prozess**

# Strahlende Rekombination $R_{\text{rad}}$

W. van Roosbroeck, and W. Shockley,  
Physical Review **94** (1954) 1558.

$$B = \frac{8\pi}{n_i^2 h^3 c_{\text{mat}}^2} \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{bb}(E) E^2 dE}{\exp(E/kT) - 1}$$



**Energieabgabe durch  
Aussenden von Licht**

$$B \cdot (np - n_i^2) = R_{\text{rad}}$$

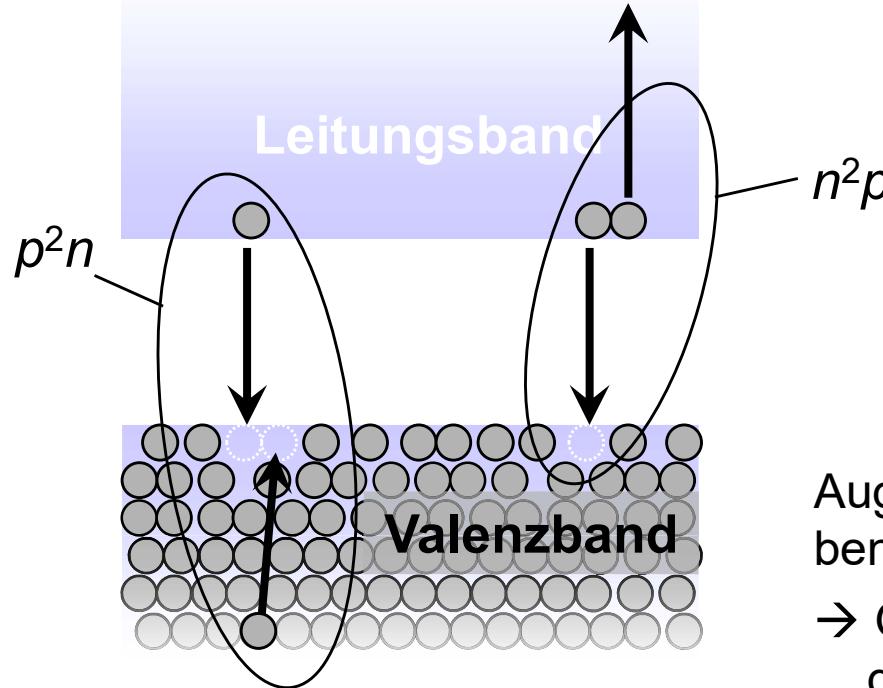
Proportional zur Wahrscheinlichkeit, ein Elektron ( $n$ ) und Loch ( $p$ ) an einem Ort vorzufinden.

Quadrat der intrinsischen Ladungsträgerkonzentration  
 $= n_0 \times p_0$

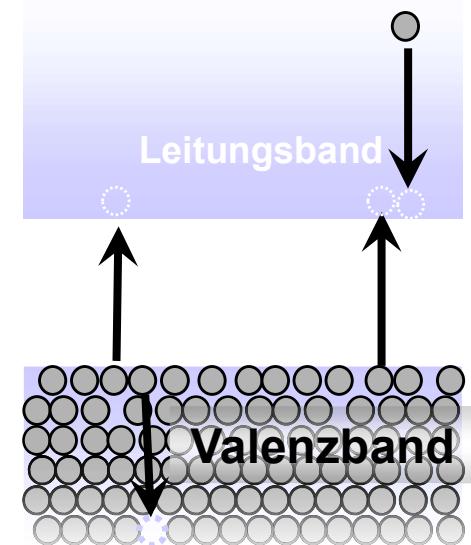
**Rekombination**

**Generation**

## Auger-Rekombination $R_{\text{Auger}}$



→ Umkehrprozess  
zur Stoßionisation



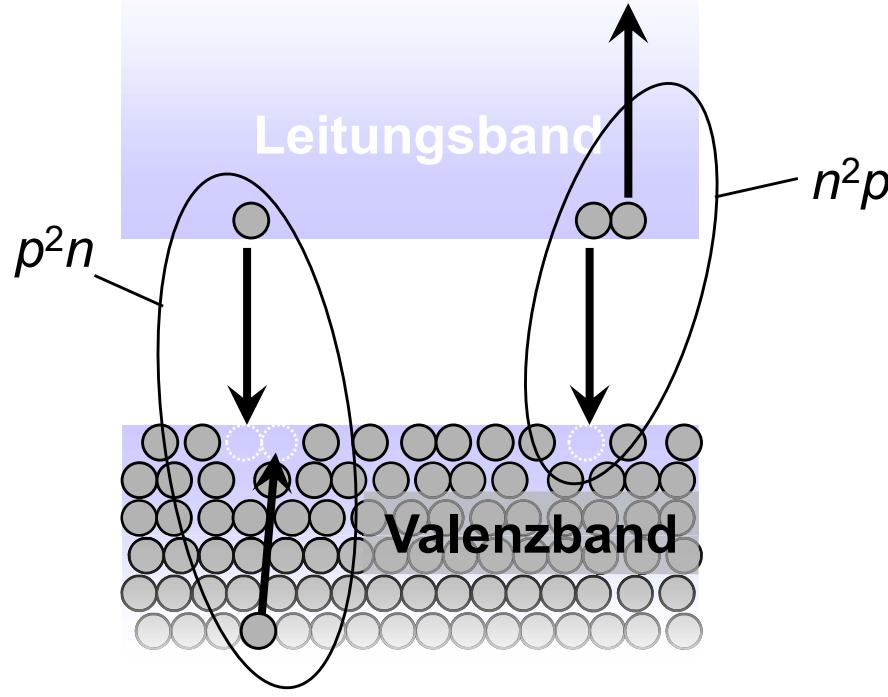
Auger-Rekombination  
benötigt drei Ladungsträger:

- Geringe Rekombinationsrate bei geringer Ladungsträgerkonzentration
- **hohe Rekombinationsrate** bei hoher Ladungsträgerkonzentration  
(z.B. **bei starker Dotierung!**)

## Auger-Rekombination $R_{\text{Auger}}$

$$C_n \approx 2.2 \times 10^{-31} \text{ cm}^6/\text{s}$$

$$C_p \approx 1.1 \times 10^{-31} \text{ cm}^6/\text{s}$$

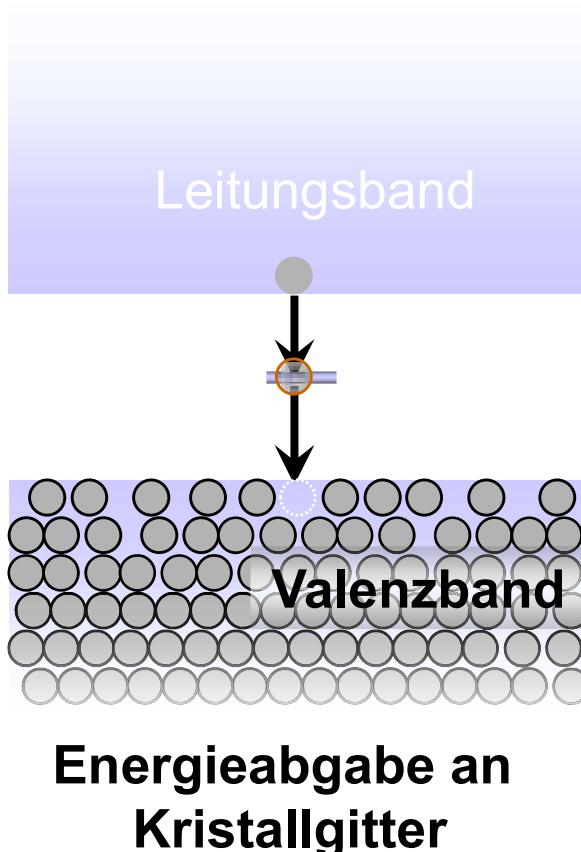


$$R_{\text{Aug}} = C_n (n^2 p - n_0^2 p_0) + C_p (p^2 n - p_0^2 n_0)$$

Proportional zur Wahrscheinlichkeit, **zwei Elektronen und ein Loch ( $n^2 p$ ), oder zwei Löcher und ein Elektron ( $p^2 n$ ) an einem Ort vorzufinden.**

**Rekombination**

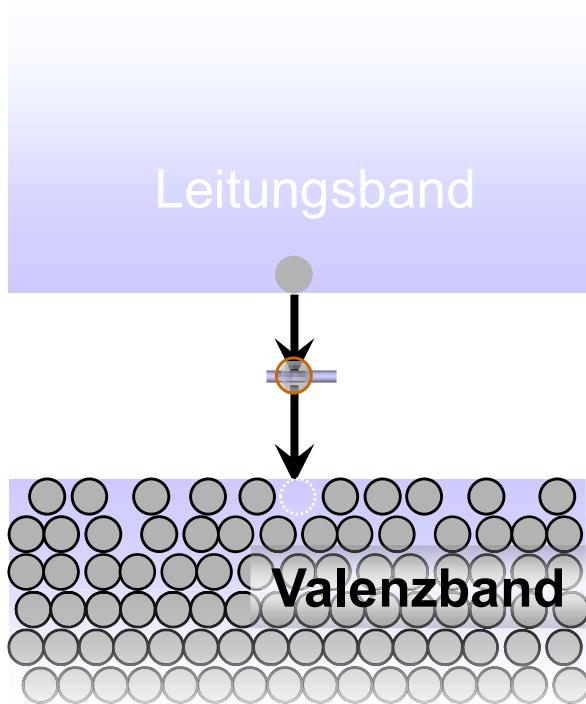
Generation



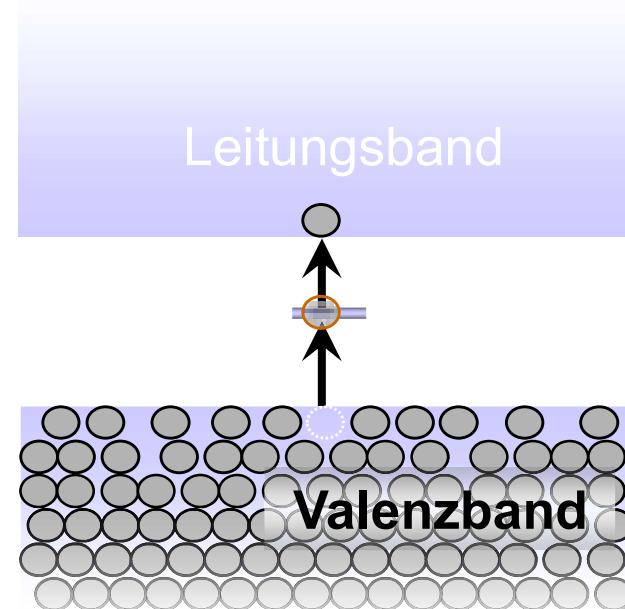
### Zwei-Stufen-Prozess:

1. Einfang eines Ladungsträgers in Defektzustand
2. Rekombination des Ladungsträger mit freiem Zustand im Band

## Defekt-Rekombination (Shockley-Read-Hall): $R_{SRH}$

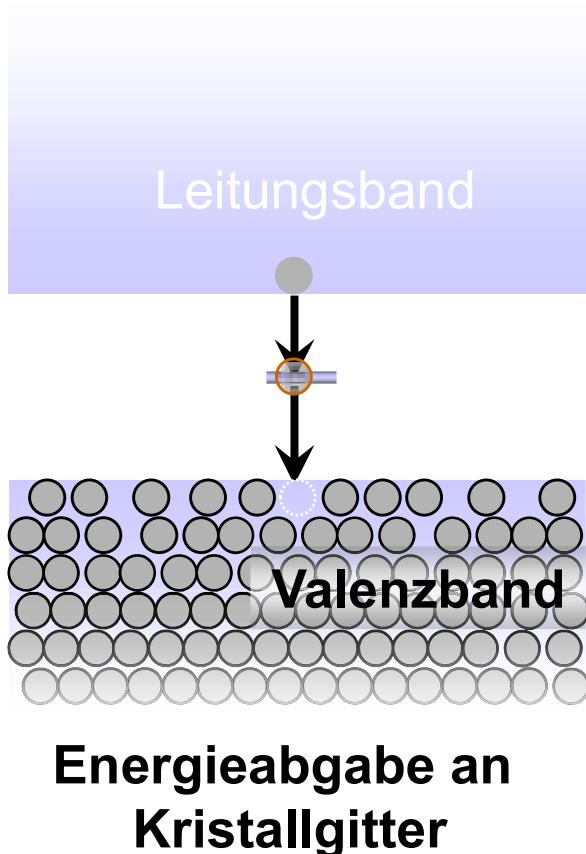


**Energieabgabe an  
Kristallgitter**



Umkehrprozess  
(thermische Generation)  
ist ebenfalls ein  
Zwei-Stufen-Prozess

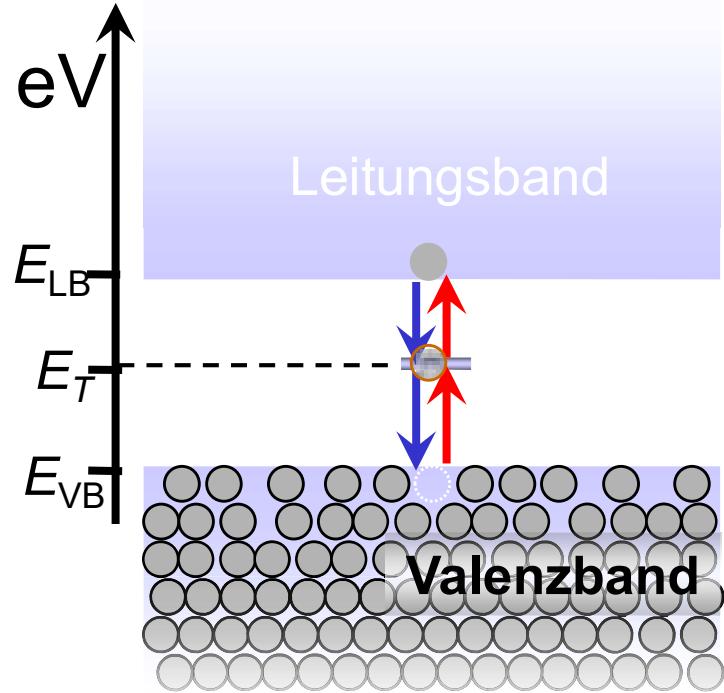
## Defekt-Rekombination (Shockley-Read-Hall)



Die Defekt-Rekombination (Shockley-Read-Hall –Rekombination) ist der Hauptverlustmechanismus in Silizium-basierten Bauelementen

Die (geringe) Defektdichte (z.B. Verunreinigung, Kristallfehlordnung) ist das Maß für die Materialqualität.

## Defekt-Rekombination (Shockley-Read-Hall)



**Energieabgabe an Kristallgitter**

Rekombination
Generation

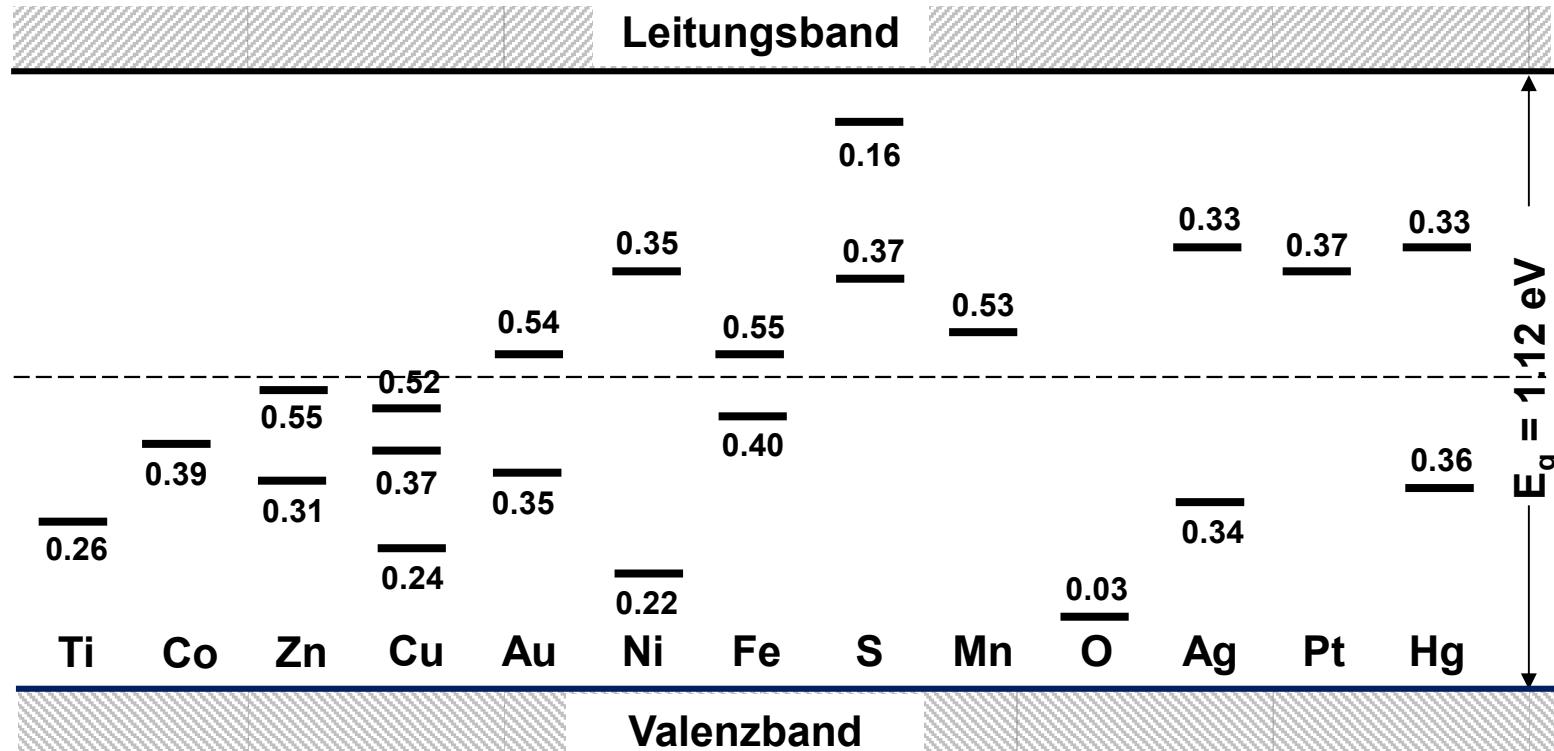
$$R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_{p0}(n + n_1) + \tau_{n0}(p + p_1)}$$

$$\begin{aligned} \tau_{p0} &= (N_T \sigma_p v_{th,p})^{-1} & p_1 &= N_V \exp[(E_V - E_T)/(kT)] \\ \tau_{n0} &= (N_T \sigma_n v_{th,n})^{-1} & n_1 &= N_C \exp[(E_T - E_C)/(kT)] \end{aligned}$$

$\sigma_n, \sigma_p$ : Einfangquerschnitte für Elektronen bzw. Löcher  
 $v_{th,n}, v_{th,p}$ : thermische Geschwindigkeit der Elektronen bzw. Löcher  
**→ ca.  $10^7$  cm/s**

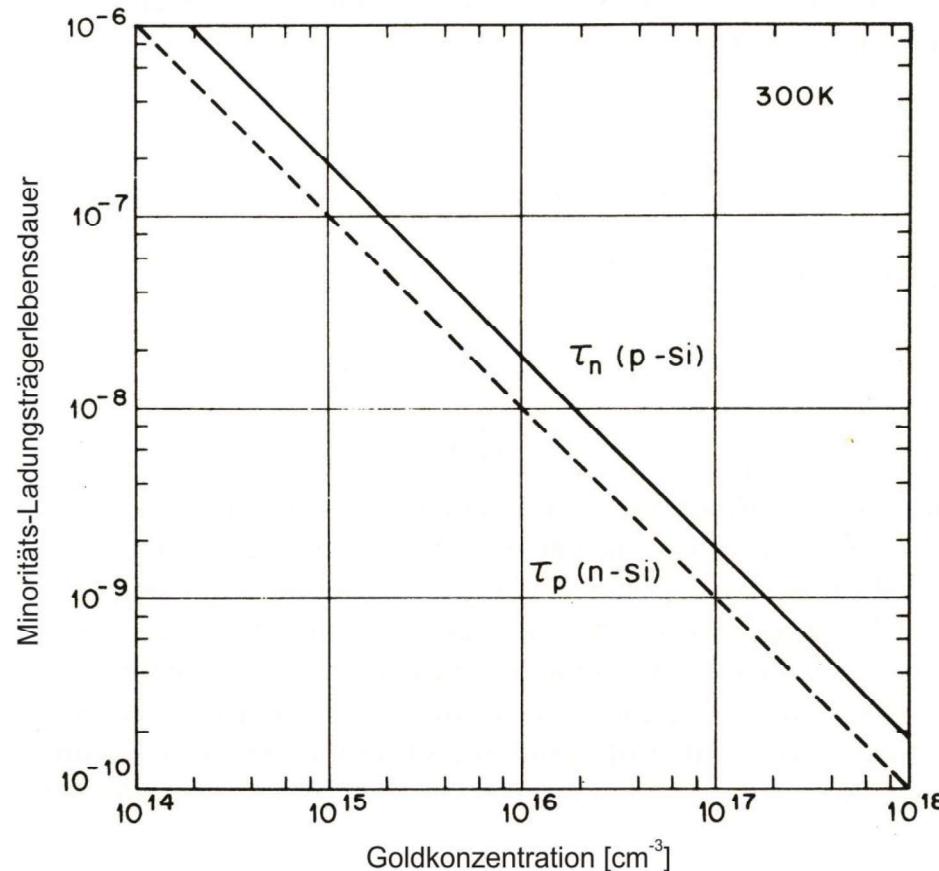
**$N_T$** : Defektdichte („trap“)  
 **$E_T$** : Energilevel des Defektzustandes

# Tiefe Störstellen in Silizium



- Tiefe Störstellen reduzieren die Lebensdauer
- verstärkte Shockley-Read-Hall-Rekombination

## Minoritäts-Ladungsträgerlebensdauern



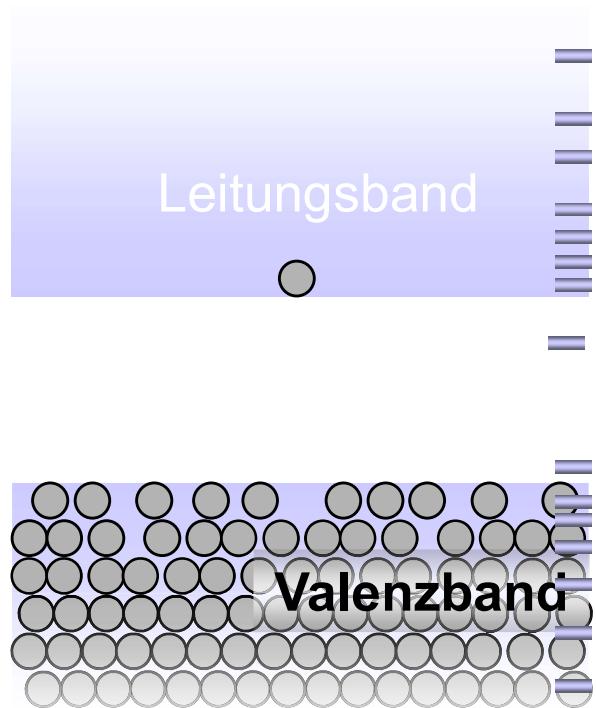
### Einfluss von Goldverunreinigungen

## Minoritätsladunsträger-Lebensdauern

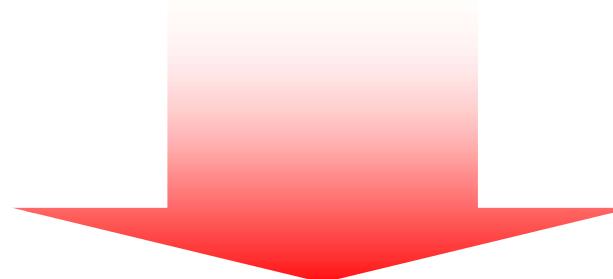
Halbleiter	Lebensdauer [ $\mu\text{s}$ ]
Ultrareines Silizium	> 1000
normales Silizium	1
kontaminiertes Si	< 0,001

Beispiele für Lebensdauern der Minoritäten in Silizium.

## Oberflächen-Rekombination: $R_s$

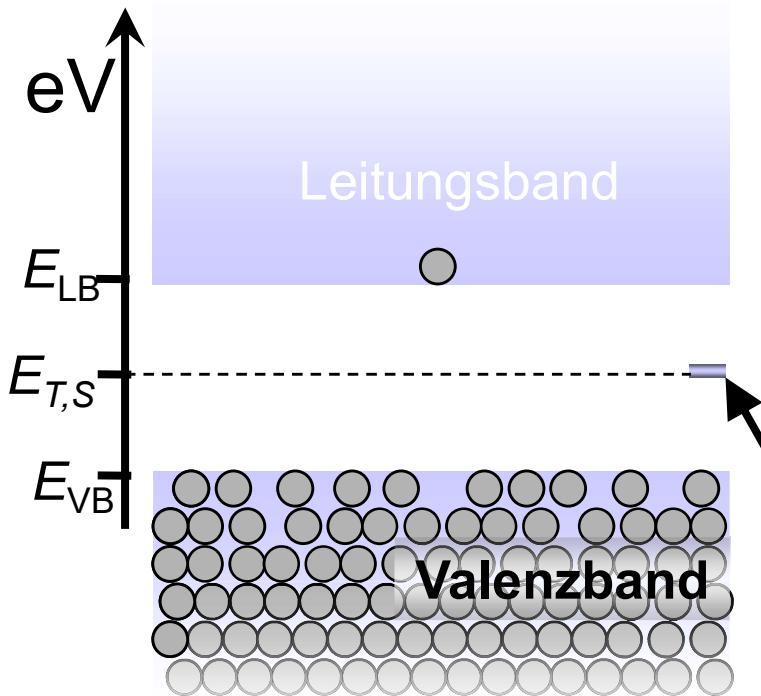


**Ausgedehnte Zustände,  
Bandstruktur und Bandlücke  
sind Folge der Periodizität  
der Kristallatom-Anordnung**



**An Oberflächen existieren  
lokalisierte Zustände,  
die sich nicht in die  
Bandstruktur einfügen**

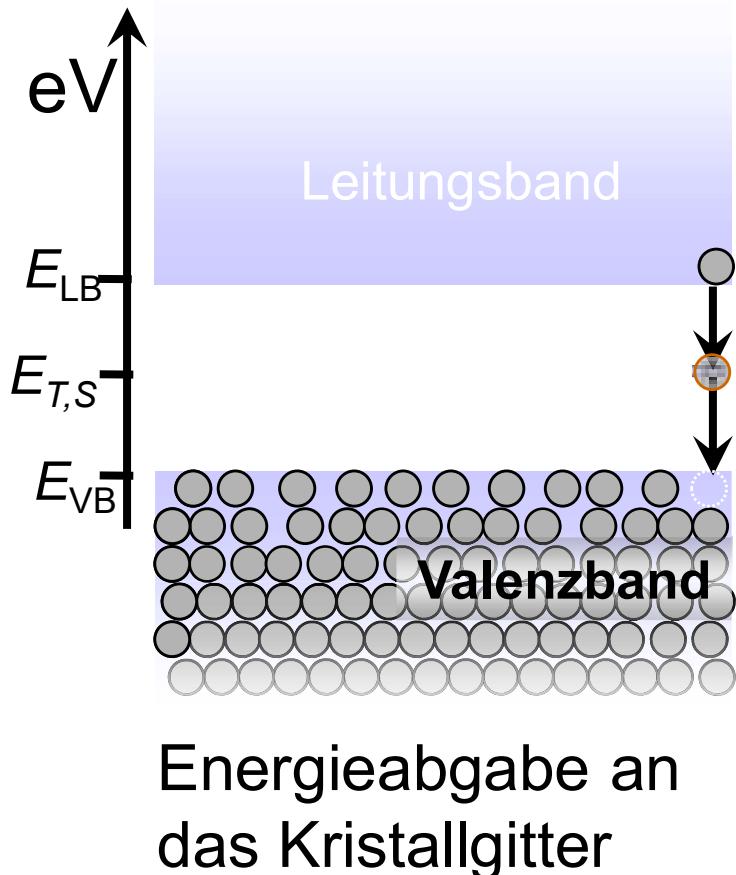
## Oberflächen-Rekombination: $R_s$



An Siliziumoberflächen befinden sich viele der Oberflächenzustände innerhalb der Bandlücke

Die Defektrekombination lässt sich oft gut modellieren durch die Annahme von nur einem Energie-Niveau der Oberflächenzustände

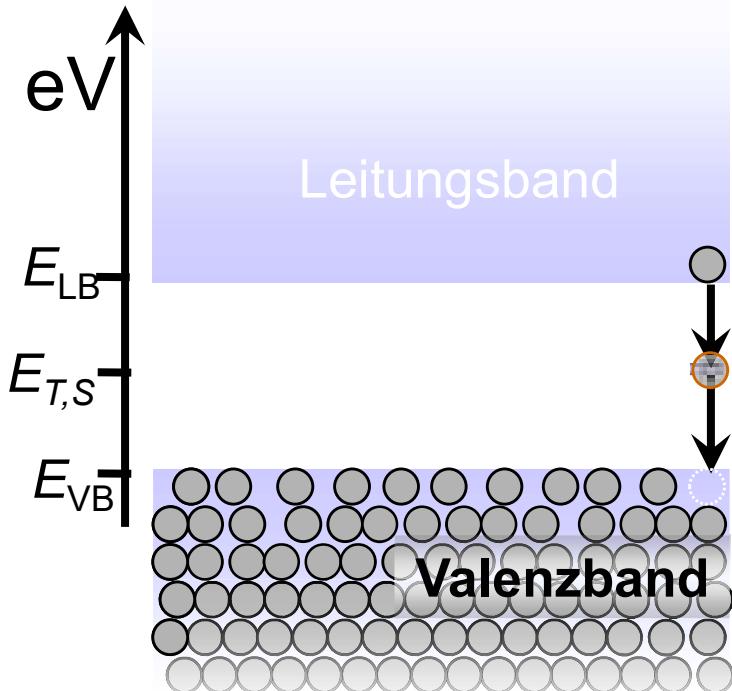
## Oberflächen-Rekombination: $R_s$



**Oberflächenrekombination** kann nur in Kombination mit **Ladungsträgertransport** zur Oberfläche geschehen.

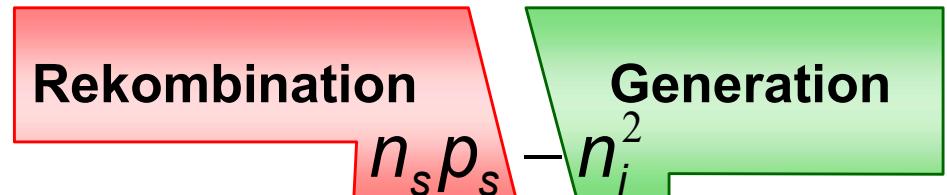
Die **Auswirkung** der Oberflächenrekombination auf die mittlere Gesamtrekombination (d.h. auf das elektronische Bauteil) ist **abhängig von Größe und Form** der Probe.

## Oberflächen-Rekombination: $R_s$



Oberflächenrekombinations-Geschwindigkeit

$$R_s = S \Delta n_s$$



$$R_{SRH,S} = \frac{n_s p_s - n_i^2}{S_{p0}^{-1}(n_s + n_1) + S_{n0}^{-1}(p_s + p_1)}$$

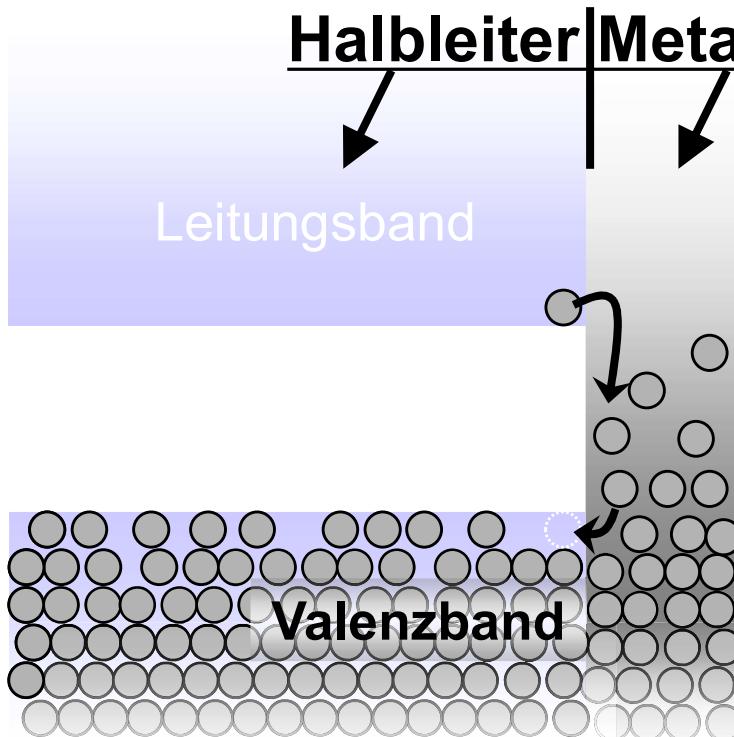
$$S_{p0} = N_{t,s} \sigma_{p,S} v_{th,p} \quad n_s, p_s: \text{Elektronen- und Löcher-Konzentr. an Oberfläche}$$

$$S_{n0} = N_{t,s} \sigma_{n,S} v_{th,n}$$

Modell der **Oberflächenrekombination**  
**identisch mit Defektrekombination**  
 (Shockley-Read-Hall – Rekombination),  
 bis auf die Einheiten der Variablen.

→ Bandverbiegungen treten häufig an  
 Oberflächen auf, so dass  $\Delta n_s \neq \Delta n$

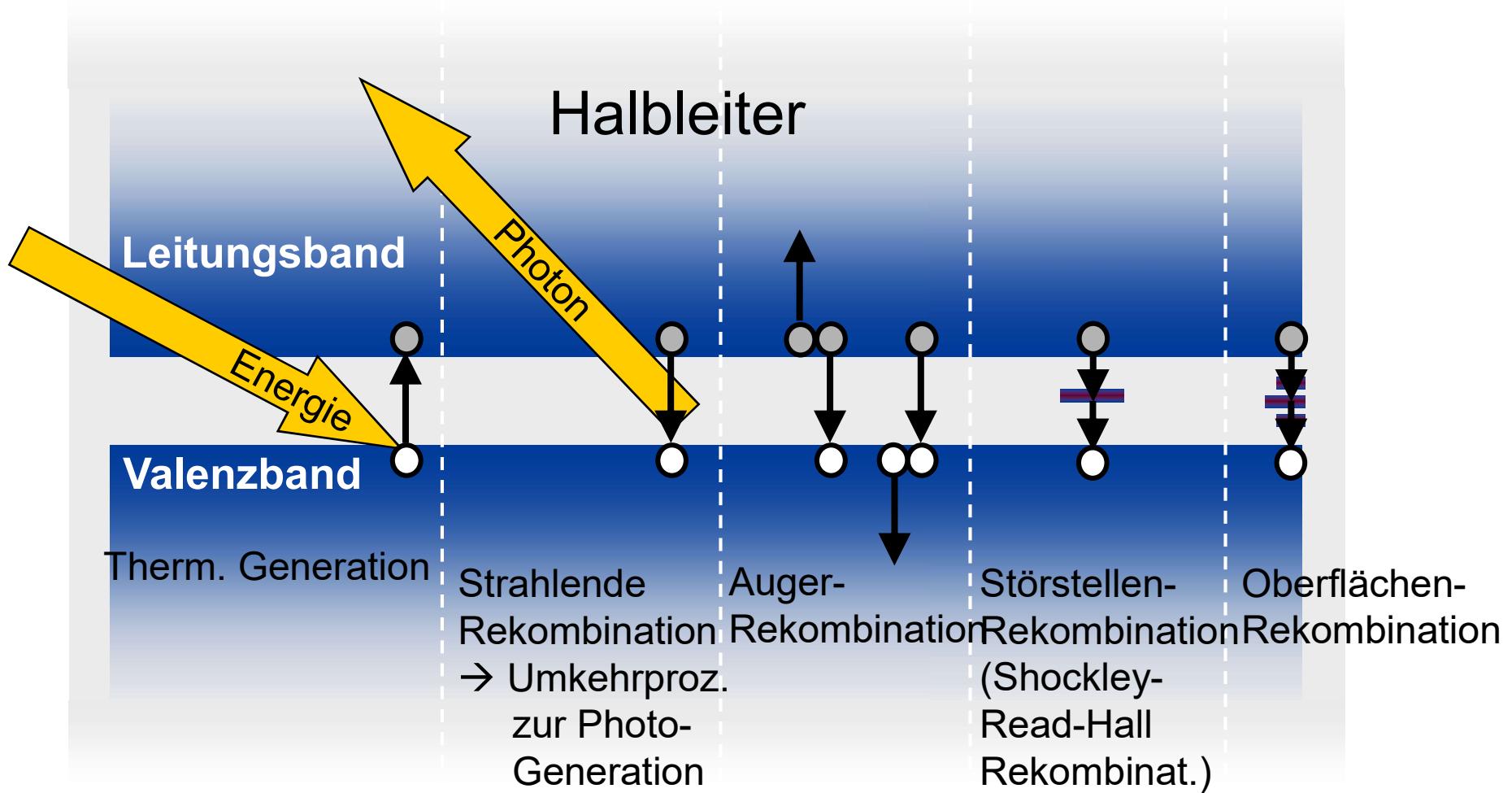
## Oberflächen-Rekombination: $U_s$



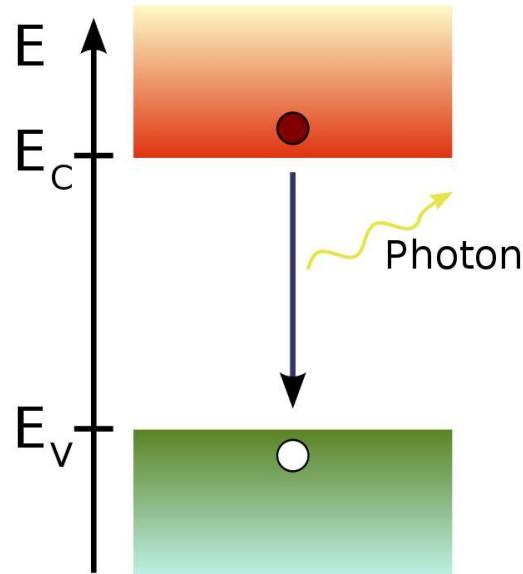
Rekombination am Metallkontakt läuft über die kontinuierliche Zustandsverteilung des Metalles ab.

Rekomb.-Geschwindigkeit nur durch Transport der Ladungsträger im Halbleiter limitiert!  
→  $S_{met} = v_{th} \approx 10^7 \text{ cm/s}$

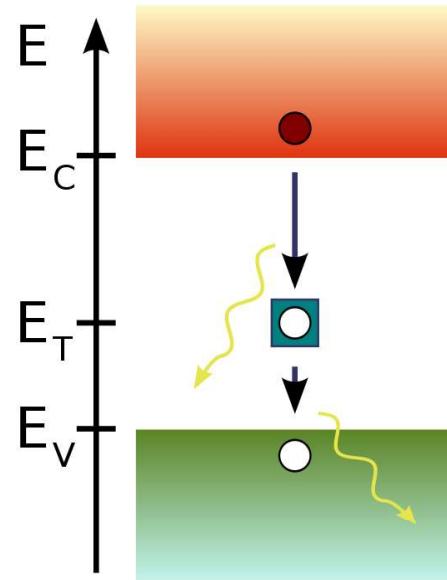
$$R_s = v_{th} \Delta n = \text{maximal}$$



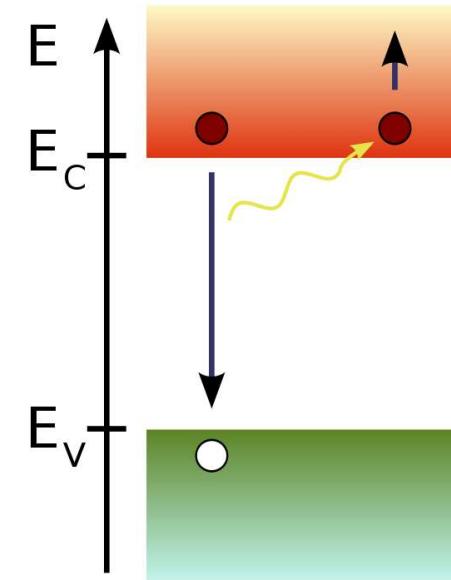
## Rekombinationsmechanismen (allgemein)



direkt



SRH



Auger

$$R_{rad} = (np - n_i^2) \cdot B$$

$$R_{SRH} = \frac{np - n_i^2}{\tau_{p_0}(n + n_1) + \tau_{n_0}(p + p_1)}$$

$$R_{Aug} = C_n(n^2 p - n_0^2 p_0) + C_p(p^2 n - p_0^2 n_0)$$

## Rekombination

- (Netto-)Rekombinationsrate:

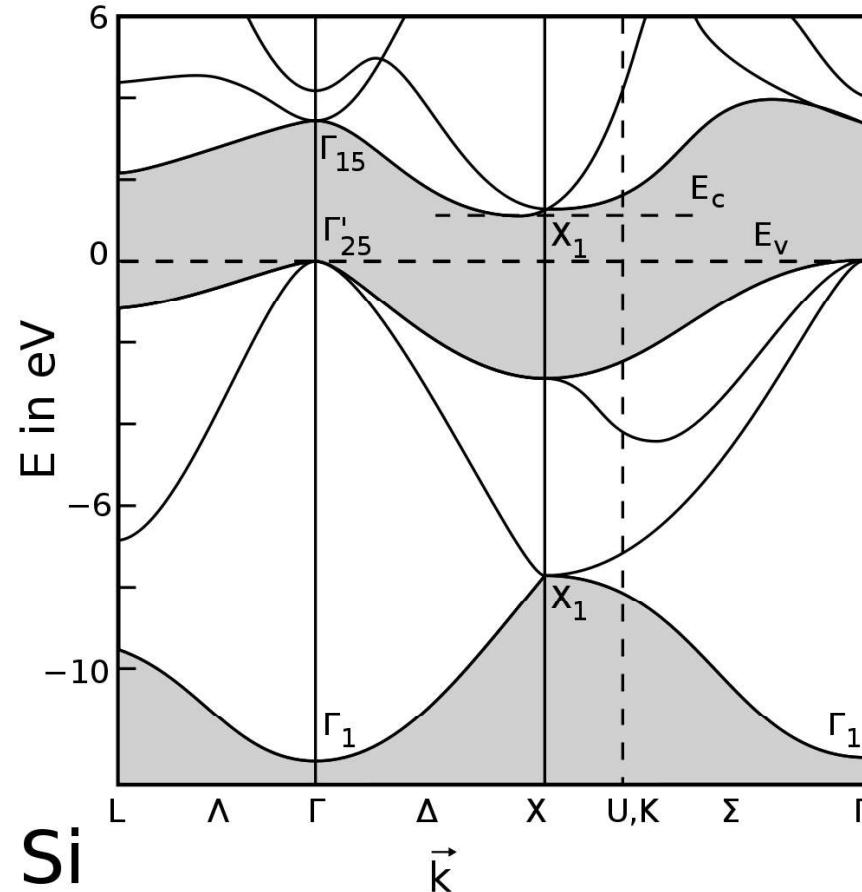
$$R = \frac{\Delta n}{\tau} = \frac{n_i^2}{N_{\text{Dotierung}}} \left( \frac{1}{\tau_{\text{rad}}} + \frac{1}{\tau_{\text{Auger}}} + \frac{1}{\tau_{\text{SRH}}} \right) \left( e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$$

(Oberflächen- und SRH-Rekombination zusammengefasst)

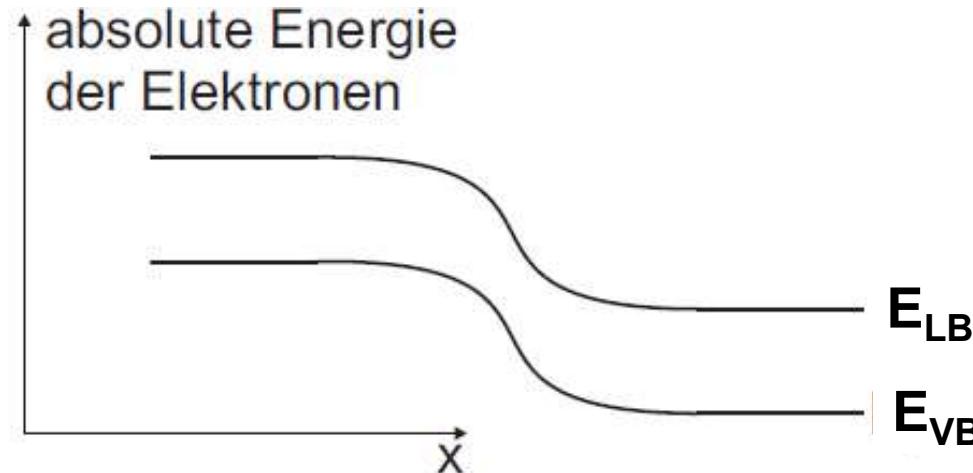
→ **τ kann von den Ladungsträgerkonzentrationen  
n und p abhängen!**

# Energiebetrachtungen

# Bandstruktur von Silizium



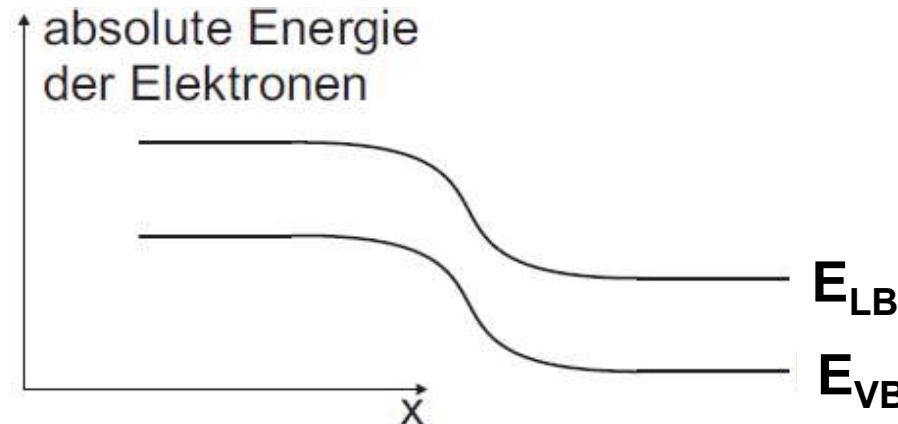
nicht besetzte Zustände sind grau eingefärbt



Betrachtet man die Energiebänder, so ist zu erkennen, dass in der Mitte der Darstellung des HL die Bänder verbogen und  $E_{LB}$  sowie  $E_{VB}$  somit ortsabhängig sind.

Die Energiebandkanten stellen die **ortsabhängige potentielle Energie** der Teilchen dar (Valenzbandkante für Löcher und Leitungsbandkante für Elektronen)

## Potentielle Energie



Ladungsträger im elektrischen Potential besitzen die potentielle Energie:  
**Ladung • Potential ( $\pm qV$ ).**

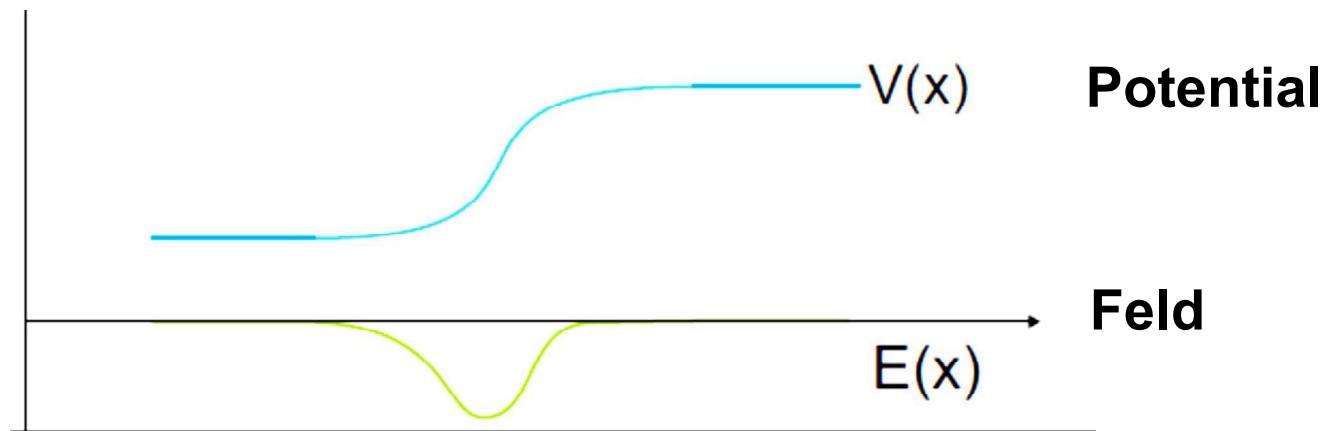
Zusammenhang zwischen potentieller Energie der Elektronen im Bandschema und Potential :

$$E_{LB} - E_{ref} = -q \cdot V$$

(der Bezugspunkt der potentiellen Energie ( $E_{ref}$ ) kann willkürlich gewählt werden)

## Ortsabhängiges Energiebanddiagramm

$$E(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x}$$



## Kinetische Energie

Zusammenhang zwischen Energie und Wellenzahl eines freien Elektrons:

$$E_{kin} = \frac{m}{2}V^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Zusammenhang zwischen Energie und Wellenzahl:

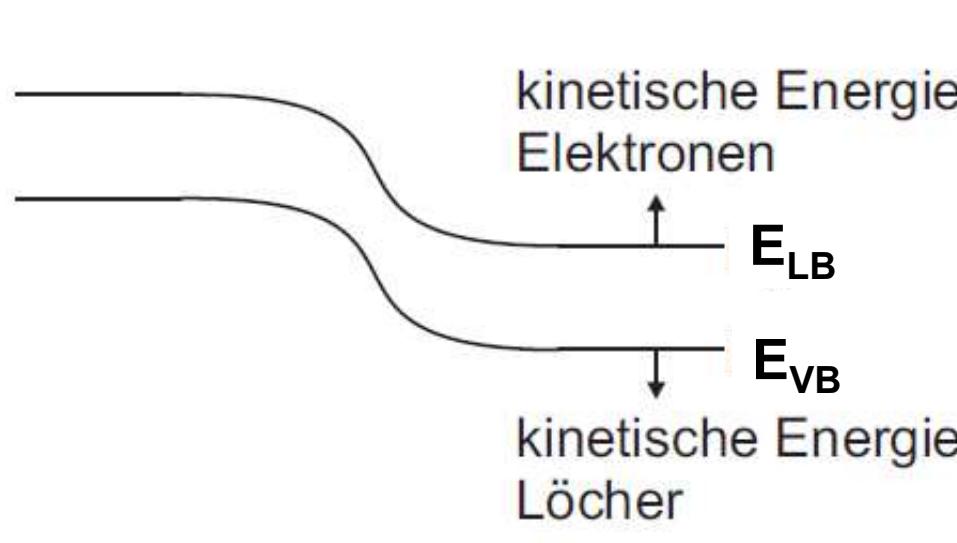
$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m} = \hbar V$$

### Halbleiter:

Im Leitungsbandminimum ist:  
(Valenzbandmaximum)

$$\frac{dE}{dk} = 0 (= \hbar V)$$

→ Effektiv bewegungslose Ladungsträger  $E_{kin} = 0$

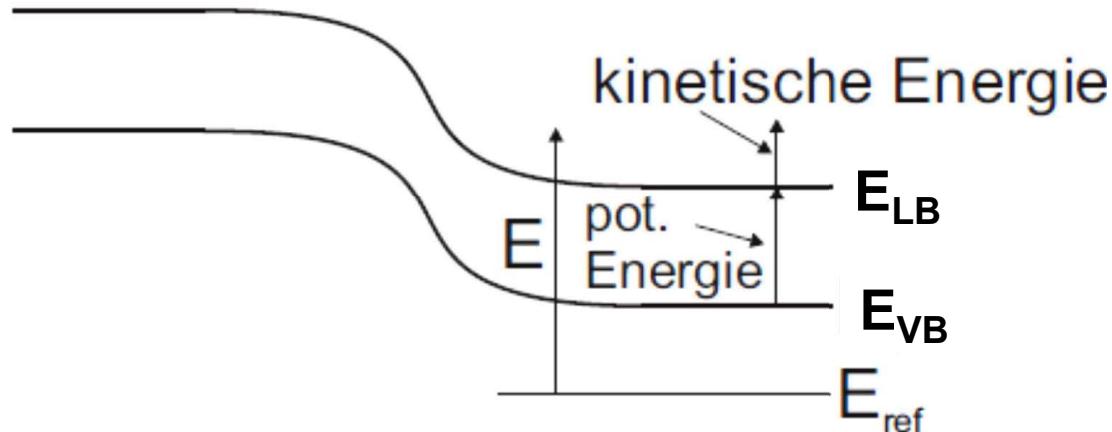


Die **kinetische Energie** (Bewegungsenergie) ist somit der Abstand von den Bandkanten:

$$\text{Löcher : } E_{kin} = E_{VB} - E$$

$$\text{Elektronen : } E_{kin} = E - E_{LB}$$

## Ortsabhängiges Energiebanddiagramm



Die Gesamtenergie der Ladungsträger ist die Summe der potentiellen und der kinetischen Energie

$$\text{Elektronen : } E = E_{LB} + E_{kin}$$

$$\text{Löcher : } E = E_{VB} - E_{kin}$$

→ energieärmste Zustände:  $LB_{min}$  bzw.  $VB_{max}$

## Bandkanten und elektrisches Feld

- Mit Hilfe der **Poisson-Gleichung** ist es möglich, die Bandverbiegung mit den Ladungsverteilungen im Inneren des HL in Verbindung zu bringen.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

$\epsilon_s$  – absolute Dielektrizitätskonstante

$\rho$  – Raumladungsdichte

- Die hier als Poisson-Gleichung bezeichnete Maxwell'sche Gleichung, stellt einen **allgemein gültigen Zusammenhang zwischen der Raumladungsdichte  $\rho$  und dem elektrischen Feld** dar!

## Bandkanten und elektrisches Feld

---

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

Wenn nur quasistationäre Felder betrachtet werden, so kann man ein Potential angeben:

$$-\vec{\nabla}V = -\operatorname{grad}V = -\left( \begin{array}{c} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{array} \right) = \vec{E}_{el}$$

$\vec{E}_{el}$  : elektrische Feldstärke

Eindimensional:

- Ladungsverteilungen variieren nur in x-Richtung
- Ladungsverteilungen sind in y,z-Richtung homogen und unendlich weit ausgedehnt.

→ Poisson Gleichung für den 1-D Fall:

$$-\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial E_{el}}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$$

mit:

$$E_{LB} - E_{ref} = -q \cdot V$$

erhalten wir:

$$E_{el_x} = \frac{\partial E_{LB}}{q \partial x} = \frac{\partial E_{VB}}{q \partial x} = \frac{\partial E_F}{q \partial x}$$

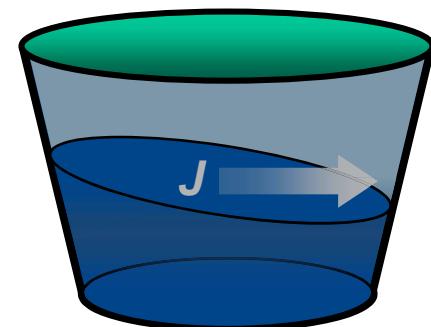
# Strombetrachtungen

- Betrachte „Füllstand-Analogie“:

**Wenn Fermi-Level als „Füllstand“ angesehen werden kann, dann erzeugt ein Gradient des Füllstandes einen Strom:**

$$\text{Stromdichte } J = K \frac{\partial}{\partial x} E_F(x)$$

- Strom-Mechanismen:**  
**(n-Typ)**



**Drift:**

$$J_{Drift} = q n \mu_n E$$

**Diffusion:**

$$J_{Diff} = q D_n \frac{\partial}{\partial x} n$$

$q$ : Elementarladung
$n$ : Elektronenkonzentration
$\mu_n$ : Beweglichkeit der Elektronen
$E$ : Elektrisches Feld
$D_n$ : Diffusionskonstante

$$n = N_{LB} \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_{LB}}{kT}\right)$$

$$p = N_{VB} \cdot \exp\left(\frac{E_{VB} - E_F}{kT}\right)$$

$$N_{LB} = 2 \cdot \left[ \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

$$N_{VB} = 2 \cdot \left[ \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right]^{\frac{3}{2}}$$

$N_{VB}$  und  $N_{LB}$  werden als effektive Zustandsdichten bezeichnet.

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = U_T$$

## Weiteres zur Bedeutung des Fermi-Levels

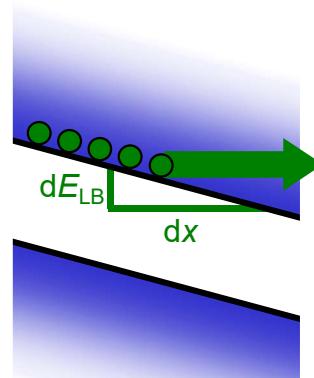
$$J_{\text{Gesamt}} =$$

$$J_{\text{Drift}}$$

+

$$J_{\text{Diffusion}}$$

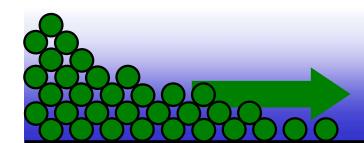
$$E = \frac{\partial E_{LB}}{q \partial x}$$



=

$$q n \mu_n E$$

+



$$q D_n \frac{\partial}{\partial x} n$$

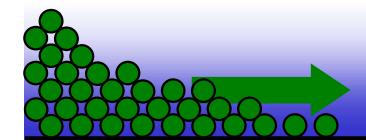
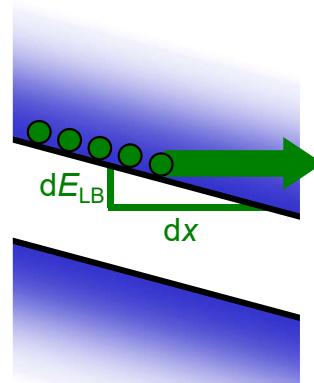
$$= q \mu_n \left( N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \frac{\partial}{\partial x} E_{LB} + kT \frac{\partial}{\partial x} \left( N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \right) \right)$$

$$= q \mu_n \left( N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \frac{\partial}{\partial x} E_{LB} + N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \left( \frac{\partial}{\partial x} E_F - \frac{\partial}{\partial x} E_{LB} \right) \right)$$

## Weiteres zur Bedeutung des Fermi-Levels

$$J_{\text{Gesamt}} = J_{\text{Drift}} + J_{\text{Diffusion}}$$

$$E = \frac{\partial E_{LB}}{q \partial x}$$



=

$$q n \mu_n E$$

+



$$q D_n \frac{\partial}{\partial x} n$$

$$= q \mu_n \left( N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \frac{\partial}{\partial x} E_{LB} + N_{LB} e^{\frac{E_F - E_{LB}}{kT}} \left( \frac{\partial}{\partial x} E_F - \frac{\partial}{\partial x} E_{LB} \right) \right)$$

$$J_{\text{Gesamt}} = q \mu_n n \frac{\partial}{\partial x} E_F$$

Gradient des Fermilevels zeigt  
(Richtung des) Gesamtstrom(es)!

- Gesamt- bzw. Netto-Stromdichte der Elektronen gegeben durch:

$$J_n = q \mu_n n \frac{\partial}{\partial x} E_{Fn}$$

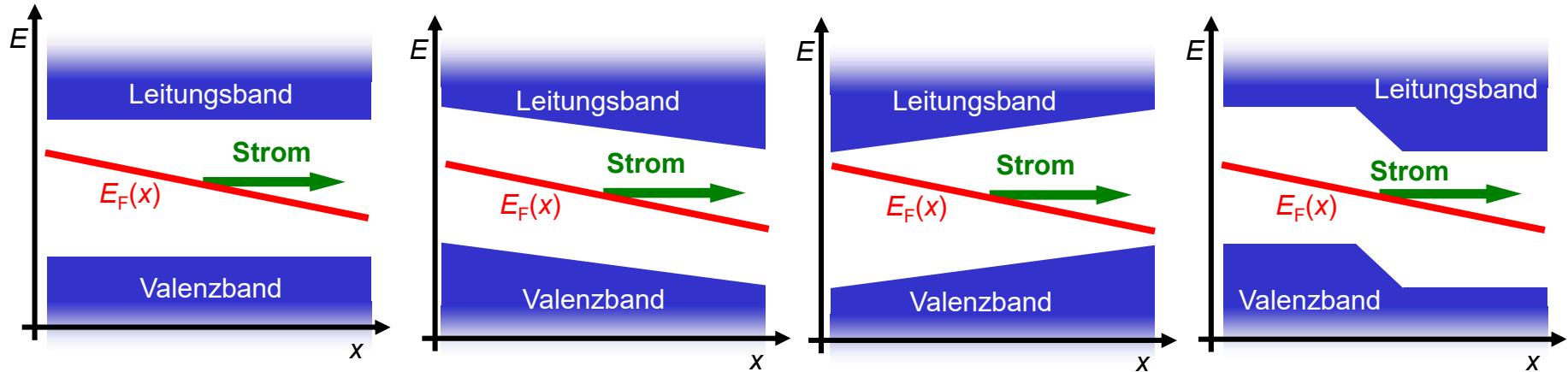
- Gesamt- bzw. Netto-Stromdichte der Löcher gegeben durch:

$$J_p = q \mu_p p \frac{\partial}{\partial x} E_{Fp}$$

- Effekt von Diffusions- und Feldstrom schon kombiniert

→ Gradient des Fermi-Levels gibt Netto-Stromrichtung an!

$$J_n = q \mu_n n \frac{\partial}{\partial x} E_F$$



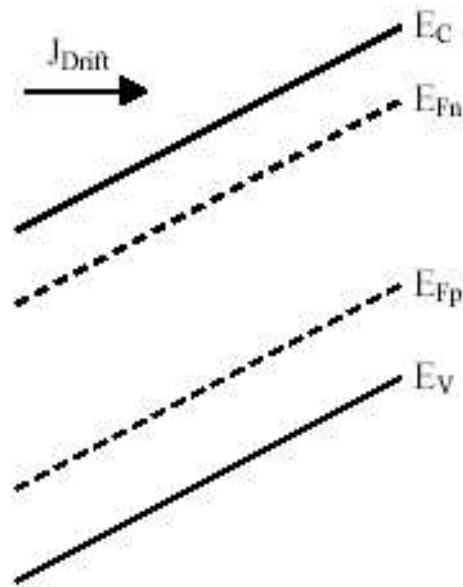
→ Wenn der Verlauf des Fermi-Levels bekannt ist, d.h. der Gradient des Fermilevels, so ist die Richtung des Stromes gegeben, unabhängig von Bandkanten- (Feld-) Verlauf!

→ Multiplikation mit Konzentration der Ladungsträger  $n$  (und mit Beweglichkeit  $\mu$  und Ladung  $q$ ) ergibt Größe der Stromdichte

## Driftstrom und Energieniveaus

$$E_{el_x} = \frac{\partial E_{LB}}{q\partial x} = \frac{\partial E_{VB}}{q\partial x} = \frac{\partial E_F}{q\partial x}$$

**Annahmen:** Löcherstrom  
externes Feld  $E$   
kein Konzentrationsgradient



$$\text{grad } n = \text{grad } p = 0$$

$$\text{grad } E_{LB} = \text{grad } E_{VB} = qE$$

$$\text{grad } E_{Fn} = \text{grad } E_{LB}$$

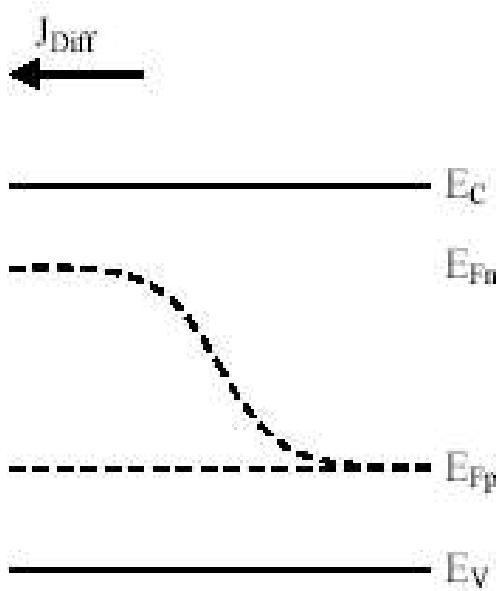
$$\text{grad } E_{Fp} = \text{grad } E_{VB}$$

$$\vec{J}_p = q\mu_p p \vec{E}$$

## Diffusionsstrom und Energieniveaus

$$E_{el_x} = \frac{\partial E_{LB}}{q\partial x} = \frac{\partial E_{VB}}{q\partial x} = \frac{\partial E_F}{q\partial x}$$

Annahmen: reine Elektronendiffusion  
kein externes Feld



$$\text{grad } n < 0$$

$$\text{grad } p = 0$$

$$E = 0$$

$$\text{grad } E_{LB} = \text{grad } E_{VB} = 0$$

$$\text{grad } E_{Fn} < 0$$

$$\text{grad } E_{Fp} = 0$$

$$\vec{J} = \vec{J}_n = qD_n \text{grad}(n)$$

## Die Kontinuitätsgleichung

---

**Vereinigung von von Transport-, Rekombinations- und Generationsmechanismen in einer Gleichung.**

**Prinzip: Ladungsträgererhaltung**

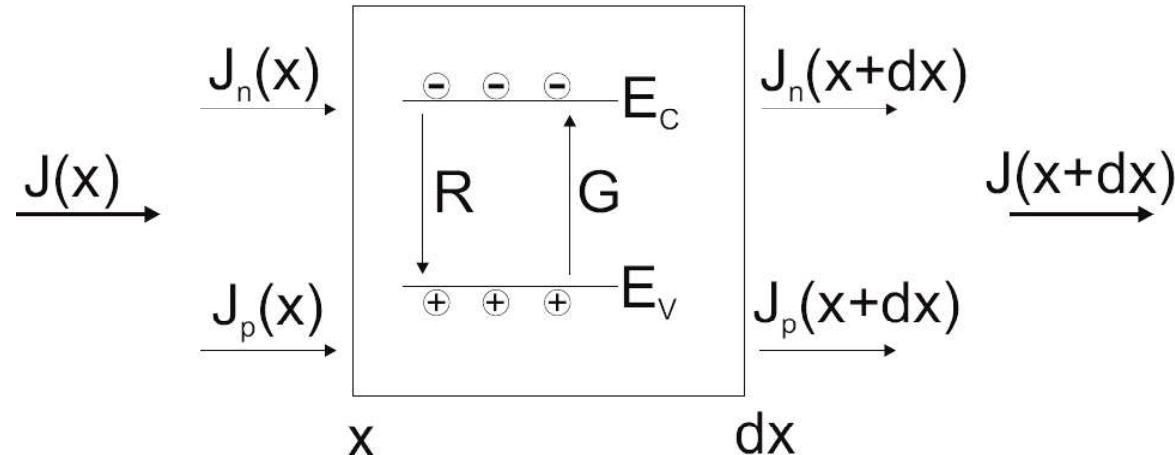
→ in einem geschlossenen System kann keine Ladung aus dem Nichts erzeugt werden.

**Mathematische Beschreibung zur Änderung der Ladungsträger:**

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{Drift} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{Diffusion} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{therm. R / G} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{äußereR / G}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{Drift} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{Diffusion} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{therm. R / G} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{äußereR / G}$$

## Die Kontinuitätsgleichung (3-dimensional)



$$\frac{\partial n}{\partial t} = + \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_n + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{thermische } R / G} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{\text{äußere } R / G}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_p + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{thermische } R / G} + \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_{\text{äußere } R / G}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = + \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_n + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{thermische R / G}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{äußereR / G}}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{1}{q} \operatorname{div} \vec{J}_p + \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\text{thermische R / G}} + \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\text{äußereR / G}}$$

**Eindimensional:**

$$\frac{\partial n}{\partial t} = + \frac{\partial}{q \partial x} J_{nx} + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{thermische R / G}} + \frac{\partial n}{\partial t} \Big|_{\text{äußereR / G}}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \frac{\partial}{q \partial x} J_{px} + \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\text{thermische R / G}} + \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{\text{äußereR / G}}$$

Fassen wir Drift und Diffusion zusammen erhalten wir im eindimensionalen Fall (x-Richtung):

$$J_n = q \left( \mu_n n E_x + D_n \frac{dn}{dx} \right) = q \mu_n \left( n E_x + U_T \frac{dn}{dx} \right)$$

$$J_p = q \left( \mu_p p E_x - D_p \frac{dp}{dx} \right) = q \mu_p \left( p E_x - U_T \frac{dp}{dx} \right)$$

$$\mu_{p,n} = \frac{q\tau_{p,n}}{2m_{p,n}^*}$$

**Der Gesamtstrom hängt linear ab von:**

- der Beweglichkeit der Ladungsträger
- der Feldstärke (angelegten Spannung)
- dem Gradienten der Ladungsträgerkonzentration

### Annahmen:

- Das System kann eindimensional beschrieben werden
- Wir betrachten einen p-dotierten Halbleiter
- Wir betrachten nur die Minoritätsträger, d.h. die Elektronen

$$J_n = q \left( \mu_n n E_x + D_n \frac{dn}{dx} \right)$$

- Das elektrische Feld ist klein im HL-Bereich, wo die Diffusion betrachtet wird
  - Der Driftterm kann vernachlässigt werden  
( $n \cdot E$  ist sehr klein)

$$J_n \approx q D_n \frac{dn}{dx}$$

## Minoritätsladungsträger-Diffusion

---

- Annahmen:
- Homogener Halbleiter:  
die Gleichgewichskonzentrationen ( $n_0$  bzw.  $p_0$ ) sind  
keine Funktion von t und x  
**→ n kann in einen räumlich und zeitlich konstanten  
und einen nichtkonstanten Wert aufgespalten  
werden**

$$n = n_0 + \Delta n$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_0}{\partial t} + \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{\partial \Delta n}{\partial t}$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial n_0}{\partial x} + \frac{\partial \Delta n}{\partial x} = \frac{\partial \Delta n}{\partial x}$$

### Annahmen:

- Die thermische Rekombination/Generation kann wie folgt beschrieben werden:

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{therm.R/G} = - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

- Außer der Generation durch Lichteinstrahlung gibt es keine weiteren äußeren Einflüsse

$$\left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{äußereR/G} = G_L$$

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{q\partial x} J_n + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{therm.R/G} + \left. \frac{\partial n}{\partial t} \right|_{äußereR/G}$$

Unter den Annahmen ergibt sich daraus:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

**Minoritätsladungsträgerdiffusion  
von Elektronen in p-dotiertem Material**

Elektronen in p-dotiertem Material

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

Löcher in n-dotiertem Material

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + G_L$$

## Minoritätsladungsträger-Diffusion: Spezialfälle

- Stationärer Zustand

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0 \quad (\text{p-HL}) \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0 \quad (\text{n-HL})$$

- Kein Konzentrationsgradient (keine Diffusion)

$$D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{p-HL}) \quad \text{bzw.} \quad D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{n-HL})$$

- Kein äußeres Feld (kein Driftstrom)  
**führt zu keiner Vereinfachung, da  $n \cdot E = 0$  schon vorher angenommen wurde**

## Minoritätsladungsträger-Diffusion: Spezialfälle

- Keine thermische Rekombination/Generation

$$\frac{\Delta n}{\tau_n} = 0 \quad (\text{p-HL}) \quad \text{bzw.} \quad \frac{\Delta p}{\tau_p} = 0 \quad (\text{n-HL})$$

- Keine Generation durch Bestrahlung

$$G_L = 0$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

- **Stationärer Zustand und kein Licht**

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0 \quad \text{und} \quad G_L = 0 \longrightarrow 0 = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

**Lösung:**

$$\Delta n(x) = A \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) + B \exp\left(\frac{x}{L_n}\right)$$

- **Minoritätsträger-Diffusionslänge**  $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

- **Kein Konzentrationsgradient, kein Licht**

$$D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} = 0 \quad \text{und} \quad G_L = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = - \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

Lösung:

$$\Delta n(t) = \Delta n(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

- **Stationärer Zustand und kein Konzentrationsgradient aber Generation über Licht**

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \Delta n}{\partial x} = 0 \quad \text{und} \quad G_L > 0 \longrightarrow 0 = -\frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

Lösung:

$$\boxed{\Delta n = \tau_n G_L}$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} + G_L$$

- **Stationärer Zustand, kein Licht, keine thermische R/G**

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = 0 \quad \text{und} \quad G_L = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2}$$

Lösung:

$$\Delta n(x) = A + Bx$$

---

# Halbleiter im Kontakt

Zwei verschiedene Halbleiter im Kontakt:

→ Können aus demselben Material bestehen

Homoübergang

→ bestehen aus verschiedenen Materialien

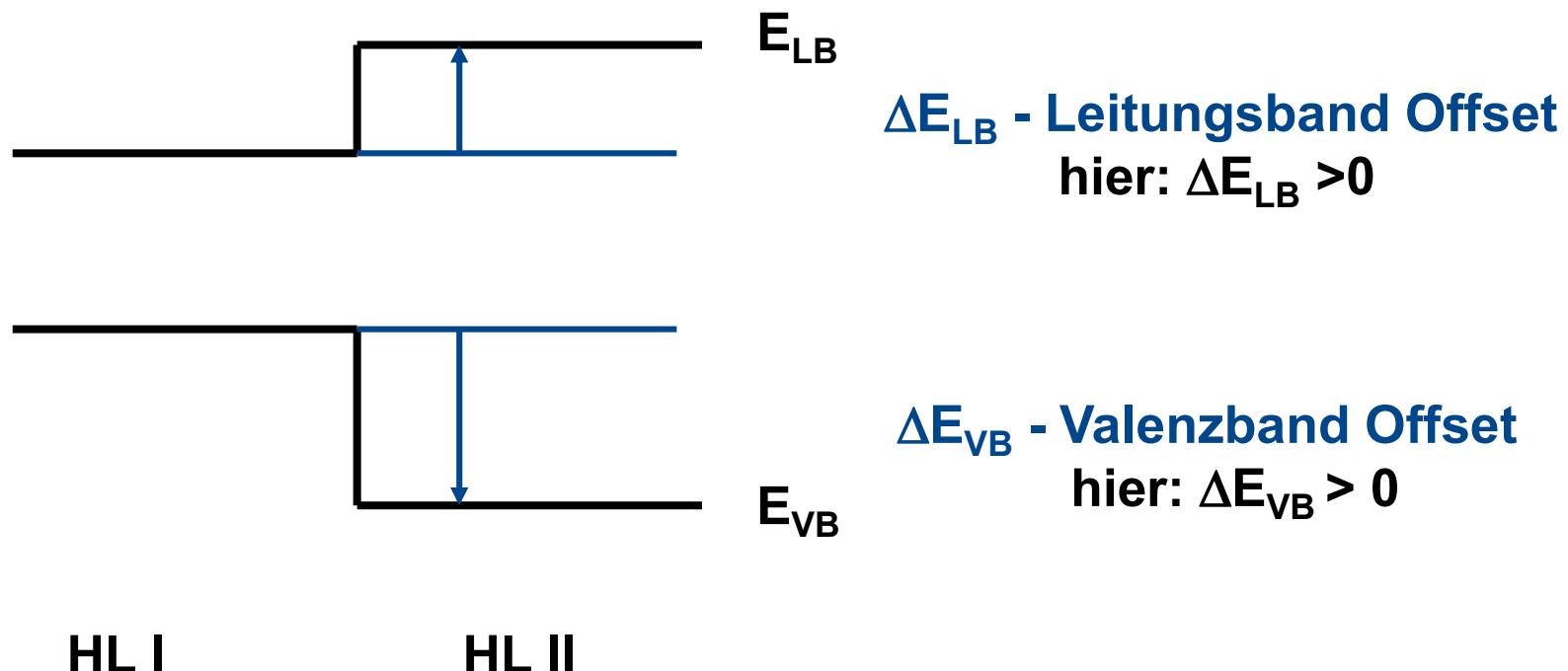
Heteroübergang

beide Halbleiter haben verschiedene Bandlücken

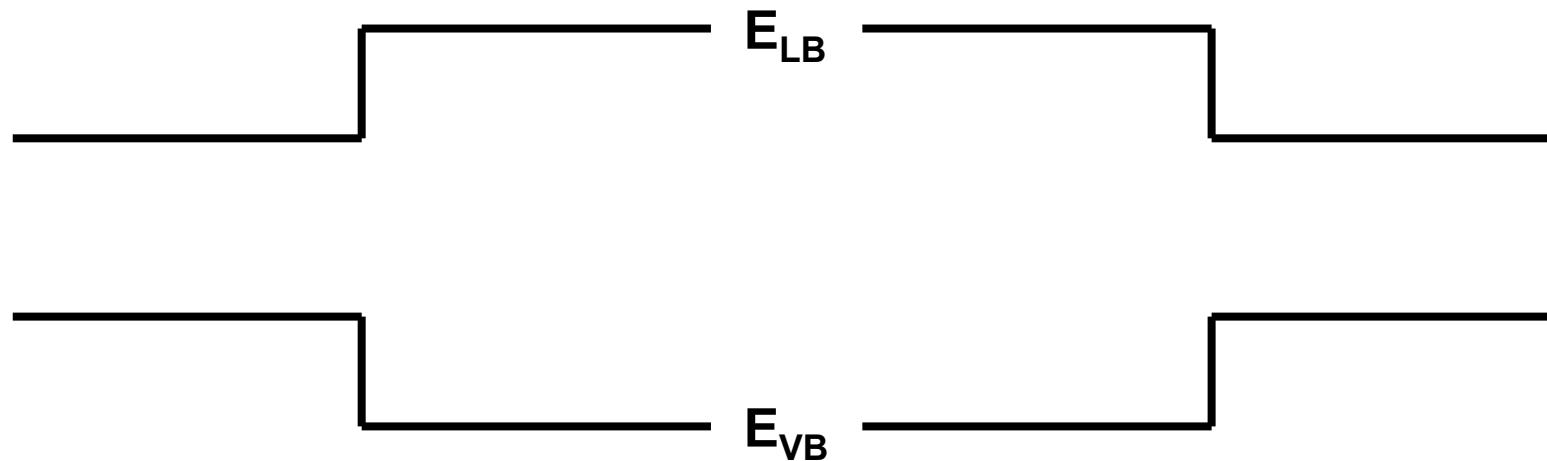
→ die Dotierung kann vom gleichen Typ oder

entgegengesetzt sein (pn-Übergang)

### - Heteroübergang -

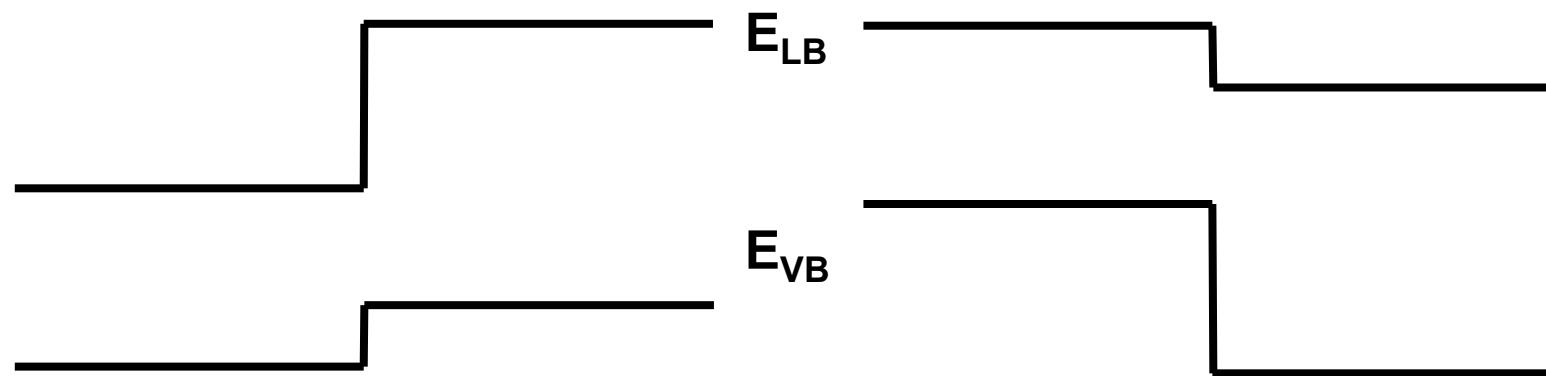


## Heteroübergang: Typ I

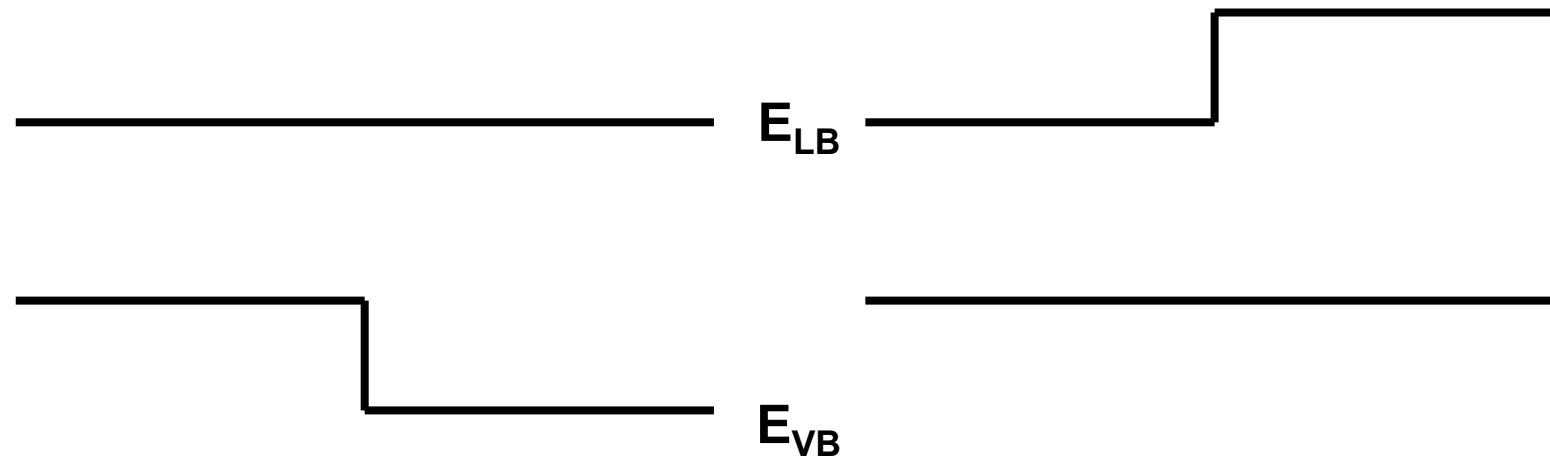


geeignet z.B für Laser

## Heteroübergang: Typ II

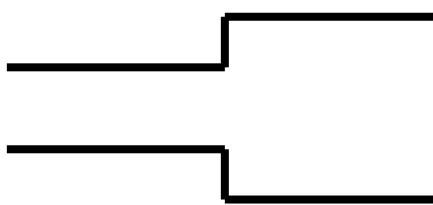


## Heteroübergang: Typ III

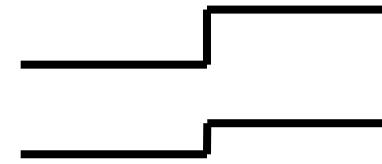


geeignet z.B für Heterobipolartransistoren

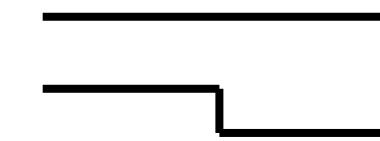
## Typen von Heteroübergängen



**Typ I**



**Typ II**



**Typ III**

	Typ I	Typ II	Typ III
$\Delta E_{LB}$	$>0$	$>0$ (oder $<0$ )	$=0$ (oder $>0$ )
$\Delta E_{VB}$	$>0$	$<0$ (oder $>0$ )	$>0$ (oder $=0$ )

## Zwei Halbleiter im Kontakt

---

- Bestehen aus verschiedenen oder verschieden dotierten Materialien

→ Verschiedene Diffusions- und Driftströme

- Können gleiche oder verschiedene Bandlücken haben

→ Bandoffsets können Barrieren sein

## Zwei Halbleiter im Kontakt

- Verschiedene Barrieren in LB und VB möglich

$$J_n = q \left( \mu_n n E_x + D_n \frac{dn}{dx} \right) = q \mu_n \left( n E_x + U_T \frac{dn}{dx} \right)$$

$$J_p = q \left( \mu_p p E_x - D_p \frac{dp}{dx} \right) = q \mu_p \left( p E_x - U_T \frac{dp}{dx} \right)$$

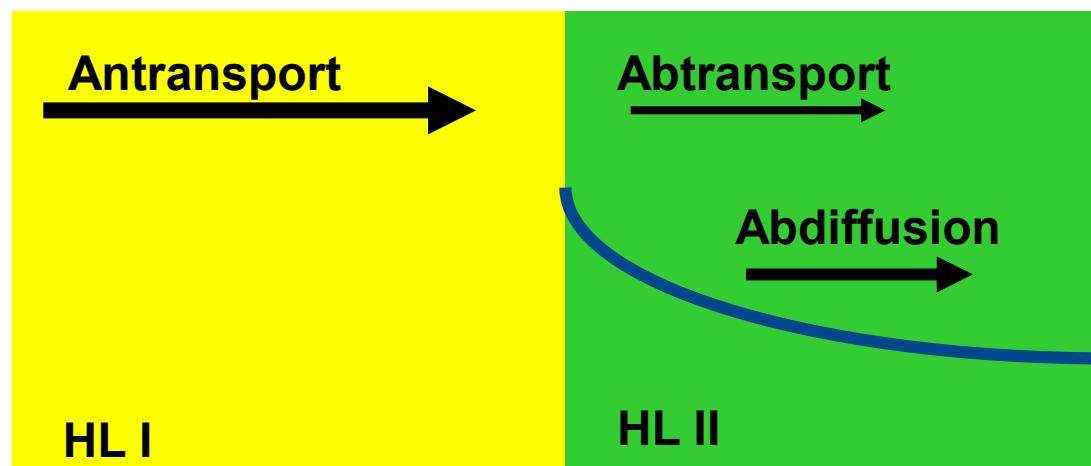
- Unterschiedliche Beweglichkeiten in beiden HLn
- Unterschiedliche Diffusion in beiden HLn

## Zwei Halbleitergebiete im Kontakt

- Der Antransport übersteigt den Abtransport
  - Keine oder geringe Barrierenhöhe
- Erhöhung der Ladungsträgerkonzentration im Gebiet II

Wir sprechen von Ladungsträger **INJEKTION**

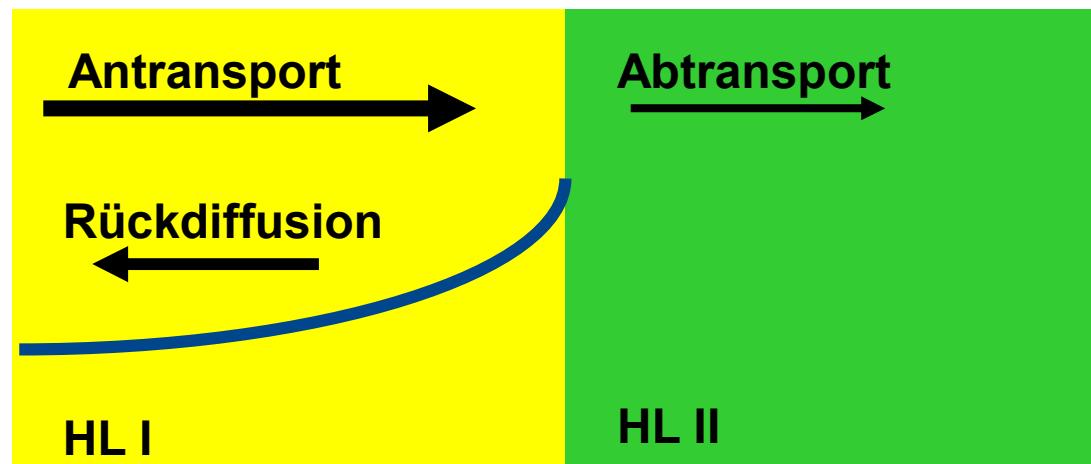
→ Abbau durch Abdifusion



## Zwei Halbleitergebiete im Kontakt

- Der Antransport übersteigt den Abtransport
  - Relativ hohe Barrierenhöhe
- Erhöhung der Ladungsträgerkonzentration im Gebiet I

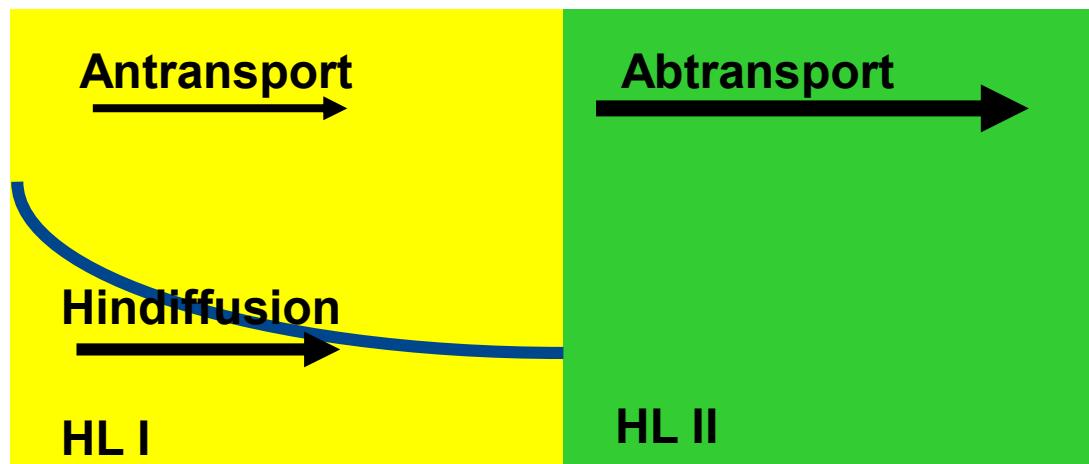
Wir sprechen von Ladungsträger **AKKUMULATION**  
→ Abbau durch Rückdiffusion



## Zwei Halbleitergebiete im Kontakt

- Der Abtransport übersteigt den Antransport
  - Keine oder geringe Barrierenhöhe
- Absenkung der Ladungsträgerkonzentration im Gebiet I

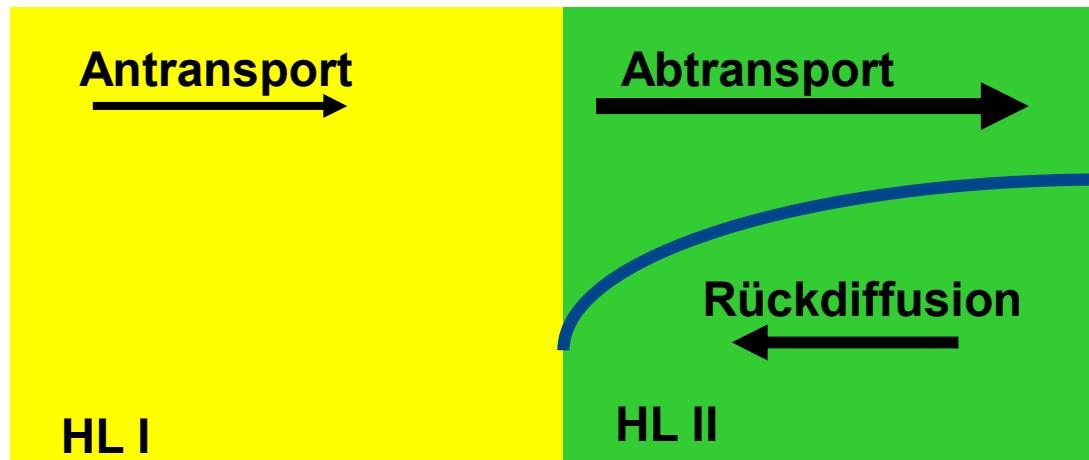
Wir sprechen von Ladungsträger **EXTRAKTION**  
→ Auffüllen durch Hindiffusion



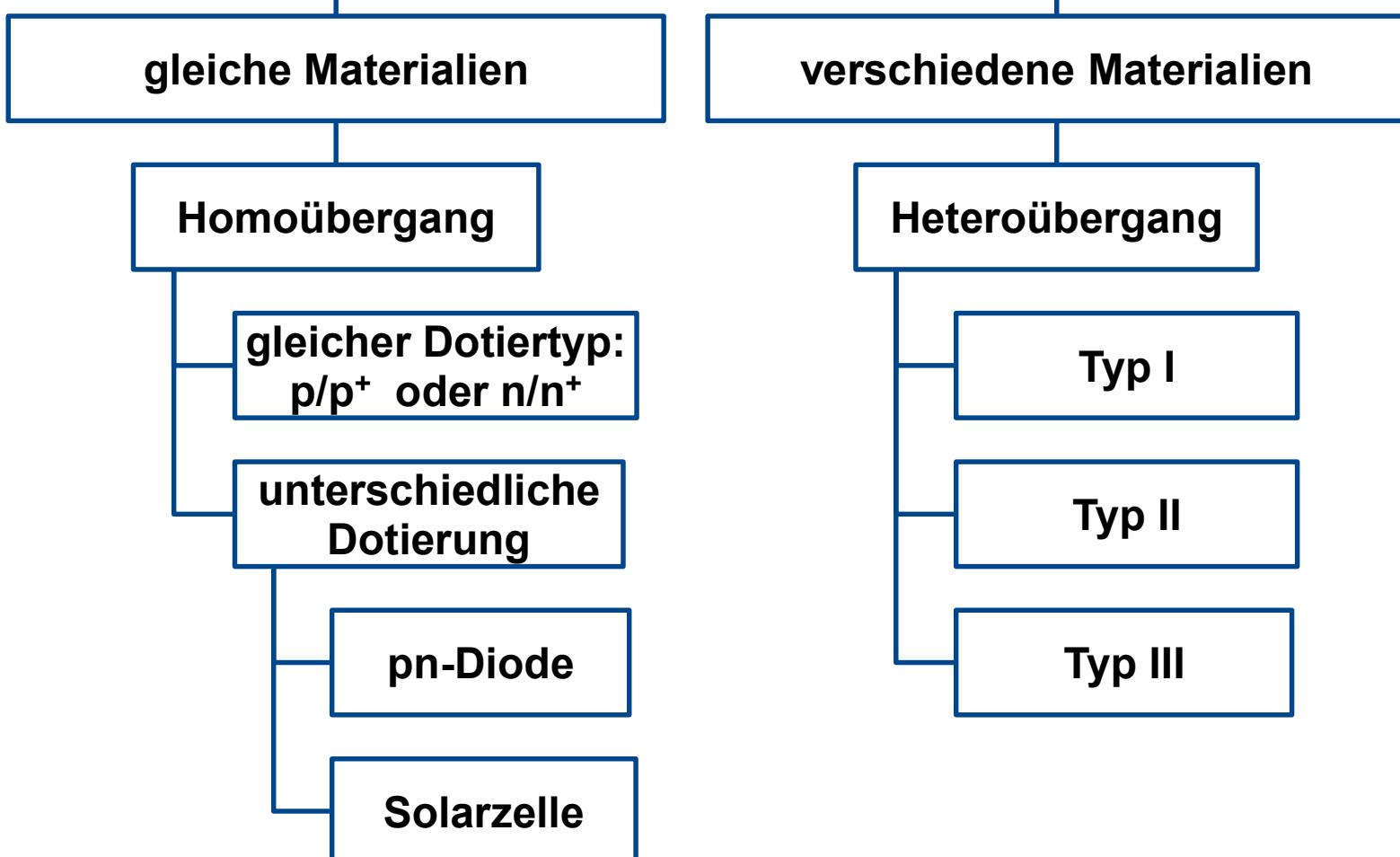
## Zwei Halbleitergebiete im Kontakt

- Der Abtransport übersteigt den Antransport
  - Relativ hohe Barrierenhöhe
- Absenkung der Ladungsträgerkonzentration im Gebiet II

Wir sprechen von Ladungsträger **EXKLUSION**  
→ Auffüllen durch Rückdiffusion



## Zwei Halbleiter im Kontakt



## Wichtige Begriffe

---

- Fermi-Niveau im Nichtgleichgewicht  
Gradienten und Ströme
- Generation und Rekombination  
Überschuss-Ladungsträger, Lebensdauer  
Rekombinationsrate  
Verschiedene Rekombinationsmechanismen
- Ortsabhängiges Energiebanddiagramm
- Poisson-Gleichung
- Kontinuitätsgleichung
- Minoritätsladungsträger-Diffusion  
Lösungen für Spezialfälle
- Zwei Halbleiter im Kontakt  
Offsets, Typ I, II, III  
Injektion, Akkumulation, Extraktion, Exklusion