

1.  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  两个累次极限均不存在, 但二元极限存在.

$$f(x, y) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x}, & xy \neq 0; \\ 0, & xy = 0. \end{cases}$$

2.  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  不连续, 但  $f'_x$  和  $f'_y$  处处存在.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

3.  $f(x, y)$  仅在  $(0, 0)$  有两个偏导数, 同时  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  可微.

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)D(x, y), \text{ 其中 } D(x, y) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, y \in \mathbb{Q} \text{ 或 } x \in \mathbb{Q}^c, y \in \mathbb{Q}^c; \\ 0, & x \in \mathbb{Q}, y \in \mathbb{Q}^c \text{ 或 } x \in \mathbb{Q}^c, y \in \mathbb{Q}. \end{cases}$$

4.  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  可微,  $f'_x(x, y)$  和  $f'_y(x, y)$  均在  $(0, 0)$  不连续.

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

5.  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  的两个二阶混合偏导数不相等.

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

6.  $f''_{xy}, f''_{yx}$  处处连续,  $f'_x, f'_y$  在  $(0, 0)$  不连续.

$$f(x, y) = g(x) + g(y), \text{ 其中 } g(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$