Givens

15/09/2016

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \delta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\delta \in \mathbb{R}$

Scegliamo come pivot -1, in quanto δ si trova in prima posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$C = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad S = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$G(1,2,\theta) = \begin{bmatrix} C & -S & 0 & 0 \\ S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(1,2,\theta) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Quindi $C = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $\quad S = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-1)^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$$

$$C = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \qquad S = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$G(1,3,\theta') = \begin{bmatrix} C & 0 & -S & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(1,3,\theta') = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$C = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad S = \frac{-1}{2}$$

$$G(1,4,\theta'') = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & -S \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ S & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \qquad G(1,4,\theta'') = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 3 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_1, e_2 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_1, e_3 \rangle$ e la terza nel piano $\langle e_1, e_4 \rangle$.

06/06/2016

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $c \in \mathbb{R}$

Scegliamo come pivot 2 in quanto c si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$C = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad S = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$C = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad S = \frac{-1}{\sqrt{5}}$$

$$G(2,4,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & -S & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & S & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(2,4,\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-2)^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3$$

$$C = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad S = \frac{2}{3}$$

$$G(2,5,\theta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 & -S \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \qquad G(2,5,\theta') = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2, e_4 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2, e_5 \rangle$.

26/01/2016

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$, $\alpha \in \mathbb{R}$

Scegliamo come pivot 2 in quanto α si trova in terza posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad s = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$c = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad s = \frac{-1}{\sqrt{5}}$$

$$G(3,4,\vartheta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & -s \\ 0 & 0 & s & c \end{bmatrix} \qquad G(3,4,\vartheta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \sqrt{5} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \sqrt{5} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-1)^2} = \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$$

$$c = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \qquad s = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$G(3,2,\vartheta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 \\ 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(3,2,\vartheta') = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \sqrt{5} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{6} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_3, e_4 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_3, e_2 \rangle$

23/01/2023

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot -4, in quanto β si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad s = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17} \qquad c = \frac{-4}{\sqrt{17}} \quad s = \frac{-1}{\sqrt{17}}$$

$$G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{17} \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{15} \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{17})^2 + 8^2} = \sqrt{17+64} = \sqrt{81} = 9$$

$$c = \frac{\sqrt{17}}{9} \qquad s = \frac{8}{9}$$

$$G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & -s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & s & 0 & c \end{bmatrix} \qquad G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{15} \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2, e_1 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2, e_4 \rangle$.

13/02/2023

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \eta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot 0 in quanto η si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad s = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2 \qquad c = \frac{0}{2} = 0 \quad s = \frac{2}{2} = 1$$

$$G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{2^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$c = \frac{2}{\sqrt{8}} \qquad s = \frac{2}{\sqrt{8}}$$

$$G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -s & 0 & c \end{bmatrix} \qquad G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{8} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2, e_1 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2, e_4 \rangle$

21/07/2023

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}-1\\0\\-1\\1\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}0\\0\\\eta\\0\end{bmatrix}$

Scegliamo -1 come pivot perchè η si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$ $\quad c=\frac{-1}{\sqrt{2}} \quad s=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$$G(3,4,\vartheta)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&c&-s\\0&0&s&c\end{bmatrix} \qquad G(3,4,\vartheta)=\begin{bmatrix}-1\\0\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\0\\\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-1\\0\\\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(-1)^2}=\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$

$c=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad s=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$G(3,1,\vartheta')=\begin{bmatrix}c&0&s&0\\0&1&0&0\\-s&0&c&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad G(3,1,\vartheta')=\begin{bmatrix}-1\\0\\\sqrt{2}\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\\sqrt{3}\\0\end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_3,e_4\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_3,e_1\rangle$

20/06/2024

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}3\\0\\-2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\\eta\\0\\0\end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot 0, in quanto η si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{0^2+3^2}=\sqrt{9}=3$ $\quad c=\frac{0}{3}=0 \quad s=\frac{-3}{3}=-1$

$$G(2,1,\vartheta)=\begin{bmatrix}c&s&0&0\\-s&c&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta)=\begin{bmatrix}3\\0\\-2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\3\\-2\\0\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}0\\3\\-2\\0\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

$c=\frac{3}{\sqrt{13}} \quad s=\frac{2}{\sqrt{13}}$

$$G(2,3,\vartheta')=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&c&-s&0\\0&s&c&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad G(2,3,\vartheta')=\begin{bmatrix}0\\3\\-2\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\\sqrt{13}\\0\\0\end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2,e_1\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2,e_3\rangle$

21/01/2022 e 15/09/2022

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}0\\1\\-3\\0\\-2\end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix}0\\0\\y\\0\\0\end{bmatrix}$

Scegliamo -3 come pivot in quanto y si trova in terza posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$ $\quad c=\frac{-3}{\sqrt{10}} \quad s=\frac{-1}{\sqrt{10}}$

$$G(3,2,\vartheta)=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&c&s&0&0\\0&-s&c&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad G(3,2,\vartheta)=\begin{bmatrix}0\\1\\-3\\0\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\\sqrt{10}\\0\\-2\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}0\\0\\\sqrt{10}\\0\\-2\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{(\sqrt{10})^2+(-2^2)}=\sqrt{10+4}=\sqrt{14}$

$c=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{14}} \quad s=\frac{2}{\sqrt{14}}$

$$G(3,5,\vartheta')=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&c&0&-s\\0&0&0&1&0\\0&0&s&0&c\end{bmatrix} \qquad G(3,5,\vartheta')=\begin{bmatrix}0\\0\\\sqrt{10}\\0\\-2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\\sqrt{14}\\0\\0\end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_3,e_2\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_3,e_5\rangle$

10/02/2022

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}-3\\0\\0\\4\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}0\\\beta\\0\\0\end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot 0, in quanto β si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{0^2+(-3)^2}=\sqrt{9}=3$ $\quad c=\frac{0}{3}=0 \quad s=\frac{3}{3}=1$

$$G(2,1,\vartheta)=\begin{bmatrix}c&s&0&0\\-s&c&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta)=\begin{bmatrix}-3\\0\\0\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\3\\0\\4\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}0\\3\\0\\4\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

$c=\frac{3}{5} \quad s=\frac{-4}{5}$

$$G(2,4,\vartheta')=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&c&0&-s\\0&0&1&0\\0&s&0&c\end{bmatrix} \qquad G(2,4,\vartheta')=\begin{bmatrix}0\\3\\0\\4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\5\\0\\0\end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima parte nel piano $\langle e_2,e_1\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2,e_4\rangle$

22/06/2022

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}-2\\0\\-1\\0\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}0\\0\\0\\\eta\end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot 0, in quanto η si trova in quarta posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità, calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{0^2+(-1)^2}=\sqrt{1}=1$ $\quad c=\frac{0}{1}=0 \quad s=\frac{1}{1}=1$

$$G(4,3,\vartheta)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&c&s\\0&0&-s&c\end{bmatrix} \qquad G(4,3,\vartheta)=\begin{bmatrix}-2\\0\\-1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-2\\0\\0\\1\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{5}$

$c=\frac{1}{\sqrt{5}} \quad s=\frac{2}{\sqrt{5}}$

$$G(4,1,\vartheta')=\begin{bmatrix}c&0&0&-s\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\s&0&0&c\end{bmatrix} \qquad G(4,1,\vartheta')=\begin{bmatrix}-2\\0\\0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\\sqrt{5}\end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_4,e_3\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_4,e_1\rangle$

22/01/2021

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x=\begin{bmatrix}-1\\1\\1\\-1\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}0\\0\\0\\q\end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot -1, in quanto q si trova in quarta posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$c=\cos(x)=\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}} \qquad s=\sin(x)=\frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2+x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r: $r=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ $\quad c=\frac{-1}{\sqrt{2}} \quad s=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$$G(4,3,\vartheta)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&c&s\\0&0&-s&c\end{bmatrix} \qquad G(4,3,\vartheta)=\begin{bmatrix}-1\\1\\1\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\1\\0\\\sqrt{2}\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-1\\1\\0\\\sqrt{2}\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$c=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad s=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$G(4,2,\vartheta')=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&c&0&s\\0&0&1&0\\0&-s&0&c\end{bmatrix} \qquad G(4,2,\vartheta')=\begin{bmatrix}-1\\1\\0\\\sqrt{2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\0\\0\\\sqrt{3}\end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix}-1\\0\\0\\\sqrt{3}\end{bmatrix}$ $\quad r=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$

$c=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad s=\frac{1}{2}$

$$G(4,1,\vartheta'')=\begin{bmatrix}c&0&0&s\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-s&0&0&c\end{bmatrix} \qquad G(4,1,\vartheta'')=\begin{bmatrix}-1\\0\\0\\\sqrt{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\2\end{bmatrix}$$

Sono state applicate 3 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_4,e_3\rangle$, la seconda nel piano $\langle e_4,e_2\rangle$, la terza nel piano $\langle e_4,e_1\rangle$

11/02/2021

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ K \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot -2, in quanto K si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$C = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad S = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \qquad C = \frac{-2}{\sqrt{5}} \qquad S = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2)^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3 \qquad C = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad S = \frac{-2}{3}$$

$$G(2,5,\vartheta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 & -S \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & S & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \qquad G(2,5,\vartheta') = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2, e_1 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2, e_5 \rangle$

22/07/2021

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot 2 in quanto β si trova in seconda posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$C = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad S = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \qquad C = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad S = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(2,1,\vartheta) = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3 \qquad C = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad S = \frac{-2}{3}$$

$$G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & -S \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & S & 0 & C \end{bmatrix} \qquad G(2,4,\vartheta') = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{5} \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate in sequenza 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_2, e_1 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_2, e_4 \rangle$.

16/09/2021

Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Y \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Scegliamo come pivot -2 in quanto Y si trova in prima posizione. Dobbiamo applicare le seguenti formule:

$$C = \cos(x) = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}} \qquad S = \sin(x) = \frac{-x_j}{\sqrt{x_i^2 + x_j^2}}$$

Per comodità calcolo il denominatore usando r:

$$r = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \qquad C = \frac{-2}{\sqrt{5}} \qquad S = \frac{-1}{\sqrt{5}}$$

$$G(1,2,\vartheta) = \begin{bmatrix} C & -S & 0 & 0 & 0 \\ S & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad G(1,2,\vartheta) = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad r = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-2)^2} = \sqrt{5+4} = \sqrt{9} = 3 \qquad C = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad S = \frac{2}{3}$$

$$G(1,5,\vartheta') = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & 0 & -S \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ S & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \qquad G(1,5,\vartheta') = \begin{bmatrix} \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sono state applicate 2 rotazioni: la prima nel piano $\langle e_1, e_2 \rangle$, la seconda nel piano $\langle e_1, e_5 \rangle$