17_18

sabato 3 febbraio 2024 17:08

definizioni

→ Sia φ un L-enunciato
- Se $\mathcal{A}$ è una L-struttura tale che $\mathcal{A} \models \varphi$, si dice che φ è vero in $\mathcal{A}$, o che $\mathcal{A}$ soddisfa φ, o che $\mathcal{A}$ è un modello di φ
- Se esiste almeno un modello di φ (ossia se esiste almeno una L-struttura $\mathcal{A}$ tale che $\mathcal{A} \models \varphi$) si dice che φ è soddisfacibile
- Se non esiste alcun modello di φ si dice che φ è insoddisfacibile, o inconsistente, o una contraddizione
- Se ogni L-struttura è un modello di φ si dice che φ è valido, o una tautologia. Si scrive anche $\models \varphi$

Le precedenti nozioni si estendono a insiemi di enunciati

→ Sia Γ un insieme di enunciati
- Se $\mathcal{A}$ è una L-struttura tale che $\mathcal{A} \models \varphi$ per ogni $\varphi \in \Gamma$, si dice che $\mathcal{A}$ soddisfa Γ, o che $\mathcal{A}$ è un modello di Γ. Si scrive anche $\mathcal{A} \models \Gamma$.
- Se esiste almeno un modello di Γ, si dice che Γ è soddisfacibile, o consistente
- Se non esiste alcun modello di Γ (se per ogni L-struttura $\mathcal{A}$ esiste un enunciato $\varphi \in \Gamma$ tale che $\mathcal{A} \not\models \varphi$), si dice che Γ è insoddisfacibile, o inconsistente
- Se tutte le L-strutture soddisfano Γ, si dice che Γ è valido

teorema

Come nel caso della logica proposizionale, anche per la logica del prim'ordine si hanno i seguenti fatti:

1. Un enunciato φ è valido se e solo se la sua negazione $\neg\varphi$ è insoddisfacibile
2. Un enunciato φ è soddisfacibile se e solo se la sua negazione $\neg\varphi$ non è valida
3. $\Gamma \models \varphi$ se e solo se $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ è insoddisfacibile