

Modello di programmazione lineare intera per la pianificazione di turni ospedalieri

Candidato

Giulia Forasassi

Relatore

Prof. Fabio Schoen

Correlatore

Dott. Matteo Lapucci

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Scuola di Ingegneria - Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea triennale in Ingegneria Informatica

27 Febbraio 2020

Piano della presentazione

1 Definizione del problema

2 Vincoli

3 Risultati ed esperimenti

Programmazione dei turni

- Attività fondamentale in ogni settore lavorativo
- Obiettivo: **ottimizzare** pianificazione dei turni
- Problema di programmazione lineare intera

Competizione internazionale

- Fissati N infermieri e M settimane
- Output: **orario lavorativo**
- Soddisfare la maggior parte dei vincoli imposti

Dati del problema

■ Informazioni **Generali**

- Tipi turni: Mattino, Pomeriggio, Tardo pomeriggio, Notte
- Competenze: Caposala, Infermiere, Tirocinante...
- Tipi contratto: Full time, Part time, A chiamata

■ Informazioni **Giornaliere**

- Requisiti: numero minimo e ottimo di infermieri necessari
- Richieste infermiere: non lavorare in un turno di un dato giorno

■ Informazioni **Storiche**

- Numero di giorni lavorativi consecutivi
- Numero di giorni liberi consecutivi

Tipologie di vincoli

Vincoli presi dal problema considerato nella competizione

- | | | |
|--|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">■ Limite turni giornalieri■ Livelli minimi di personale■ Successioni di turni valide | } | Hard: devono essere soddisfatti |
| <ul style="list-style-type: none">■ Personale per copertura ottimale■ Assegnamenti/Giorni liberi consecutivi■ Intero week-end lavorato■ Giorni/Week-end totali lavorati | } | Soft: se violati → penalità |

Vincoli Hard

Variabile d'assegnamento

$$a_{i,t,g} = \begin{cases} 1, & \text{se l'infermiere } i \text{ è assegnato al turno } t \text{ il giorno } g, \\ 0, & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- 1 Massimo un turno al giorno:

$$\sum_{t \in T} a_{i,t,g} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad \forall g \in G$$

- 2 Livelli minimi di personale:

$$\sum_{i \in I_c} a_{i,t,g} \geq \min_{t,c,g} \quad \forall t \in T \quad \forall c \in C \quad \forall g \in G$$

- 3 Successioni di turni proibite:

$$a_{i,t_A,g} + a_{i,t_B,g+1} \leq 1 \\ \forall i \in I \quad \forall g \in G \quad \forall t_A, t_B \in T \quad \text{tale che } (t_A, t_B) \in \text{Successioni Proibite}$$

Vincoli Soft: Personale per una copertura ottimale

- *Idea*: confrontare il numero di assegnamenti fatti con il valore **ottimale**:

$$\sum_{i \in I_c} a_{i,t,g} \geq \text{opt}_{t,c,g} \quad \Rightarrow \quad \text{penalità}_{t,c,g} = 0$$

$$\sum_{i \in I_c} a_{i,t,g} < \text{opt}_{t,c,g} \quad \Rightarrow \quad \text{penalità}_{t,c,g} = \text{opt}_{t,c,g} - \sum_{i \in I_c} a_{i,t,g}$$

Si impone

$$\text{penalità}_{t,c,g} \geq 0 \quad \forall t \in T \quad \forall c \in C \quad \forall g \in G$$

$$\text{penalità}_{t,c,g} \geq \text{opt}_{t,c,g} - \sum_{i \in I_c} a_{i,t,g} \quad \forall t \in T \quad \forall c \in C \quad \forall g \in G$$

- La penalità complessiva è data:

$$P = \sum_{t \in T} \sum_{c \in C} \sum_{g \in G} \text{penalità}_{t,c,g}$$

Vincoli Soft

Assegnamenti totali

- Devono stare entro il limite minimo e massimo previsti nel contratto

$$penalità_i \geq minTotLav_i - \sum_{g \in G} L_{i,g}$$

Week-end totali lavorati

- Devono stare entro il limite massimo previsto nel contratto

$$penalità_i \geq \left(\sum_{g \in GS} L_{i,g}^w \right) - maxTotWknd_i \quad \forall i \in I$$


In entrambi i casi la penalità complessiva è data da:

$$P = \sum_{i \in I} penalità_i$$

Vincoli Soft: Assegnamenti consecutivi minimi - Parte I

- Supponiamo un infermiere lavori il giorno 2 e il giorno 4
- Ma assegnamenti consecutivi minimi = 4
- *Idea*: una volta che inizia a lavorare, dovrebbe continuare fino a raggiungere il valore minimo di assegnamenti
- Confronto giorni in cui ha effettivamente lavorato con quelli che avrebbe dovuto lavorare per non violare il vincolo

$g-1$	g					
Giorno 1	Giorno 2	Giorno 3	Giorno 4	Giorno 5	Giorno 6	Giorno 7
						
						

L_{ig}  L_{ig}^R 

$$L_{i,g-1}^R = 0 \wedge L_{i,g}^R = 1 \implies L_{i,j}^R = 1$$

Si impone

$$L_{i,g+n}^R \geq L_{i,g}^R - L_{i,g-1}^R$$

Vincoli Soft: Assegnamenti consecutivi minimi - Parte II

Considerando anche la **storia**:

- L'infermiere ha lavorato 2 giorni precedenti al periodo
- Quindi dovrebbe lavorare i 2 giorni del nuovo periodo

Storia	Storia	Giorno 1	Giorno 2	Giorno 3
X	X			
		X	X	

L_{ig} X L_{ig}^R X

- La penalità complessiva è data da:

$$P = \sum_{i \in I} \sum_{g \in G} L_{i,g}^R - L_{i,g}$$

Si impone

$$L_{i,n}^R \geq L_{i,0}^R$$

$$\forall i \in I \quad \forall n \in \{1, \dots, \min_i - h_i - 1\}$$

Vincoli Soft

Intero week-end lavorato

- Si penalizza i casi in cui si lavora uno solo dei due giorni:

$$P = \sum_{i \in I_{cw}} \sum_{g \in G_S} L_{i,g}^{!SAB} + L_{i,g}^{!DOM}$$

Preferenze infermieri

- Ciascun infermiere può chiedere un permesso
- Si penalizza le assegnazioni indesiderate:

$$P = \sum_{(i,g,t) \in Richieste} a_{i,t,g}$$

Funzione obiettivo

Funzione obiettivo

Somma penalità vincoli **Soft**, moltiplicate dai corrispettivi pesi w_j

$$Obj = \sum_{j=1}^{Numero\ Vincoli} w_j P_j$$

- Scopo: soddisfare il numero maggiore di vincoli Soft
- Si vuole **minimizzare** la funzione obiettivo

Esempio: 1 Settimana - 20 Infermieri

Infermiere	Giorno 1	Giorno 2	Giorno 3	Giorno 4	Giorno 5	Giorno 6	Giorno 7
Michael	N				P	P	P
Erma		P	P	M	M	N	
John	N				M	M	P
Jewell	P	P	M	M	N		
Adrian			P	N			M
Richard					M	P	N
David	N				M		
Nella	M	N		N		P	M
Horacio		P	N				N
Stanley				P	P		
Jimmie				M	N		
Becky	P	M	M	P	N		N
Anthony		N		P	N		
Nicole	M	M	N				
Robert		M	M	N		M	M
John	P	M				M	M
Angela	P		N		M	P	N
Elias	M	P	P	M	P	N	
Patricia	N		N		P	M	P
Julie	P	P	M	N			P

Esperimenti

Basati sui dati della *Competizione*

- Settimane: 4, 8
- Infermieri: 30, 40, 50, 60, 80, 100, 120
- Misurati: Gap e Tempo di calcolo della soluzione

Risultati con tempo massimo 1h

4 Settimane:

- problema più **semplice**
- il gap non supera il 20%

8 Settimane:

- problema più **difficile**
- il gap non supera l'80%

Si riesce sempre a trovare una soluzione ammissibile

Interfaccia

[Home](#) [Schedules](#) [Requests](#)

Schedule

Name

Number of weeks

Number of nurses

	Full Time	Part Time	On call
Minimum Assignments	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>
Maximum Assignments	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="7"/>
Minimum consecutive working days	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>
Maximum consecutive working days	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="2"/>
Minimum consecutive days off	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>
Maximum consecutive days off	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="2"/>
Maximum working week-ends	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="1"/>
Complete working week-ends	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Save

Interfaccia

[Home](#) [Schedules](#) [Requests](#)

New nurse

Nome:

Tipo contratto:

Competenze:

Storia:

Numero giorni lavorativi consecutivi:

Numero giorni liberi consecutivi:

Interfaccia

Home

Schedules

Requests

Result

Nurse	Monday-0	Tuesday-0	Wednesday-0	Thursday-0	Friday-0	Saturday-0	Sunday-0
Mauro	M	N		A	N		M
Tina	M			M		M	M
Giulia		M			A		
Federico			A			M	
Simona		M			A		
Tiziano			M			A	
Roberto	M	N		A		M	
Rebecca		M			A		
Chiara	N		A		A		
Rosa		A			M		

Tools

- Linguaggio di programmazione: *Python*



- Software di ottimizzazione: *Gurobi*



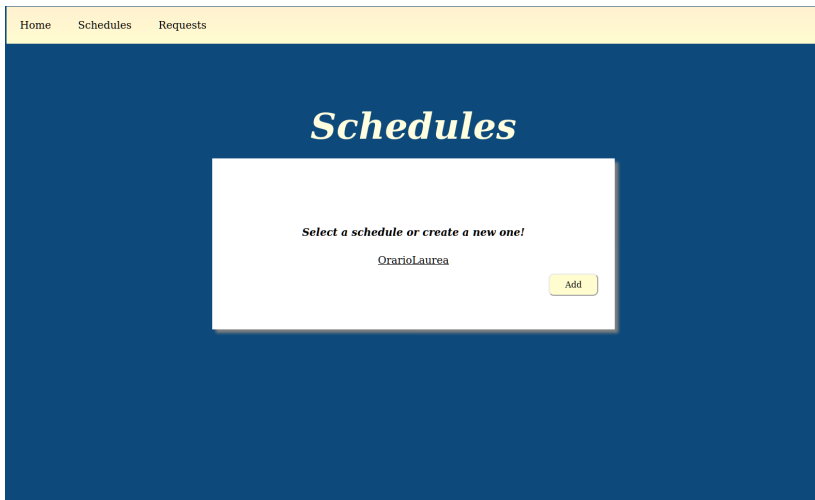
- Framework interfaccia: *Django*



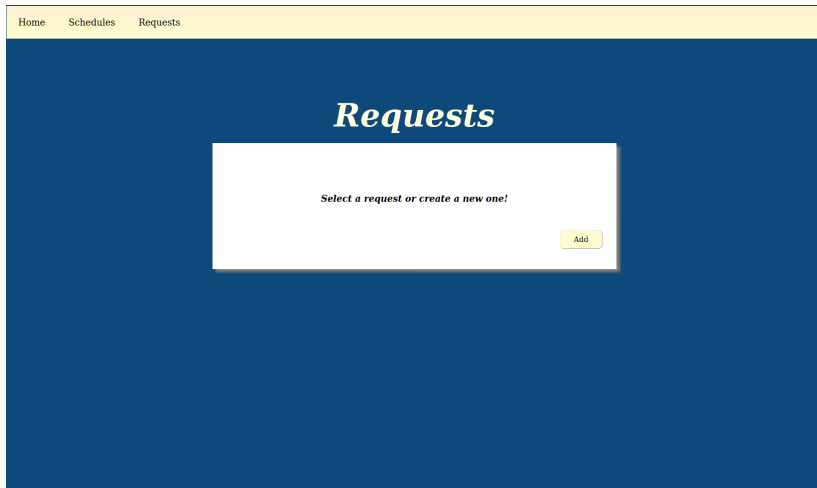
Fine

Vi ringrazio per la vostra attenzione. Ci sono domande?

Approfondimento Interfaccia



Approfondimento Interfaccia



Approfondimento Interfaccia

Home Schedules Requests

New Request

Add/edit your request

Richiesta:

Infermiere:

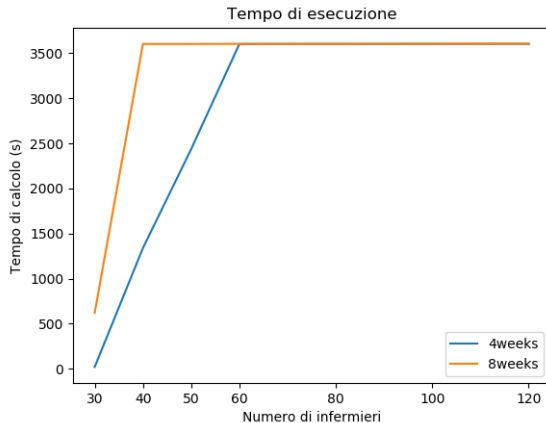
Giorno:

Settimana:

Turno:

Approfondimento esperimenti

Tempo di calcolo della soluzione con tempo massimo 1h



Approfondimento esperimenti

Gap con tempo massimo 1h

