

# Bellman-Ford + Upsolving

---

NIȚĂ ALEXANDROS

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/57>

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/57>

Hint: Trebuie să facem componente conexe până ne oprim la  $k$ .

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/57>

Soluție: Vom aplica Algoritmul lui Kruskal, ținând într-un contor numărul de componente conexe. Inițial acesta va fi  $n$  și vom scădea o componentă conexă de fiecare dată când aplicăm o operație de `make_union`. Ne oprim când contorul ajunge la valoarea  $k$ .

Sursă: <https://kilonova.ro/submissions/145501>

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/328>.

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/328>.

Hint: Vom încerca să trecem prin fiecare muchie care are un nod un oraș nou.

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/328>.

Hint: Cum putem să calculăm din nou distanțele în cazul acesta?

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/328>.

Soluție: Vom folosi Algoritmul lui Dijkstra de două ori pentru a putea să calculăm distanțele după ce considerăm fiecare muchie mai ușor: o dată din nodul 0 și apoi din nodul  $n - 1$ . Pentru fiecare nod care nu face parte din drumul cu cost minim de la 0 la  $n - 1$ , vom reține diferența minimă.

Sursă: <https://kilonova.ro/submissions/145607>



# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/1776>.

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/1776>.

Hint: Ne interesează numărul minim de mutări, deci vrem ca ciclul generat să fie alcătuit din părți cât mai lungi.

# Upsolving

---

Să rezolvăm problema: <https://kilonova.ro/problems/1776>.

Soluție: Descompunem graful în lanțuri cât mai lungi, apoi le unim.

Sursă: <https://kilonova.ro/submissions/145641>

# Bellman-Ford

---

Avem aceeași problemă ca în cazul Algoritmului lui Dijkstra: găsiți distanța de la un nod  $u$  la toate celelalte noduri într-un graf orientat cu  $n$  noduri și  $m$  muchii.

Doar un mic detaliu în plus: costurile muchiilor pot fi negative.

# Bellman-Ford

---

În primul rând, să observăm că există posibilitatea să nu existe o distanță minimă de la un nod la toate celelalte. Acest lucru se întâmplă în cazul unui ciclu în care costul muchiilor este negativ. Numim acest caz ciclu de cost negativ.

Algoritmul pe care îl vom prezenta poate să detecteze aceste cazuri și chiar să deducă ciclurile.

# Bellman-Ford

---

Algoritmul funcționează asemănător cu Algoritmul lui Dijkstra. Încercăm să folosim muchia  $(a, b)$  cu cost  $c$  pentru a relaxa distanța până la  $b$ .

Se poate dovedi matematic că aplicând această metodă de  $n - 1$  ori vom determina distanțele minime.

Pentru determinarea ciclurilor negative parcurgem muchiile și dacă găsim încă o relaxare, înseamnă că am găsit unul.

# Bellman-Ford

---

Descriere algoritm:

1. Parcurgem lista muchiilor.
2. Pentru fiecare muchie verificăm dacă poate să relaxeze drumul.
3. Repetăm pașii 1 și 2 de  $n - 1$  ori.
4. Parcurgem muchiile și dacă găsim o relaxare, ne oprim.  
Am găsit un ciclu negativ.

Complexitate:  $O(nm)$

# Bellman-Ford

---

Să rezolvăm problema: <https://www.infoarena.ro/problema/bellmanford>

Implementare: [https://www.infoarena.ro/job\\_detail/3182394?action=view-source](https://www.infoarena.ro/job_detail/3182394?action=view-source)



# Bellman-Ford

---

Ne putem folosi de faptul că nu toate încercările noastre de relaxare au succes. Creăm o coadă de priorități care conține doar nodurile pentru care am găsit deja răspunsul dar care pot să își relaxeze vecinii. La fiecare relaxare, adăugăm nodul în coadă.

Sursă: [https://www.infoarena.ro/job\\_detail/3182423?action=view-source](https://www.infoarena.ro/job_detail/3182423?action=view-source)

# Temă

---

<https://open.kattis.com/problems/shortestpath3>

<https://cses.fi/problemset/task/1197>

<https://cses.fi/problemset/task/1673>

<https://www.infoarena.ro/problema/ciclu>

# Probleme suplimentare

---

<https://infoarena.ro/problema/ciob>

[https://oj.uz/problem/view/APIO17 merchant](https://oj.uz/problem/view/APIO17_merchant)

# Lectură suplimentară

---

[https://cp-algorithms.com/graph/bellman\\_ford.html](https://cp-algorithms.com/graph/bellman_ford.html)

<https://usaco.guide/CP2.pdf#page=109>