Giuliana Ruffa | TS10 | HOJA N° 1 | FECHA

Síntesis de Funciones de Excitación

1) Sea la función: $z(s) = \dfrac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)}$

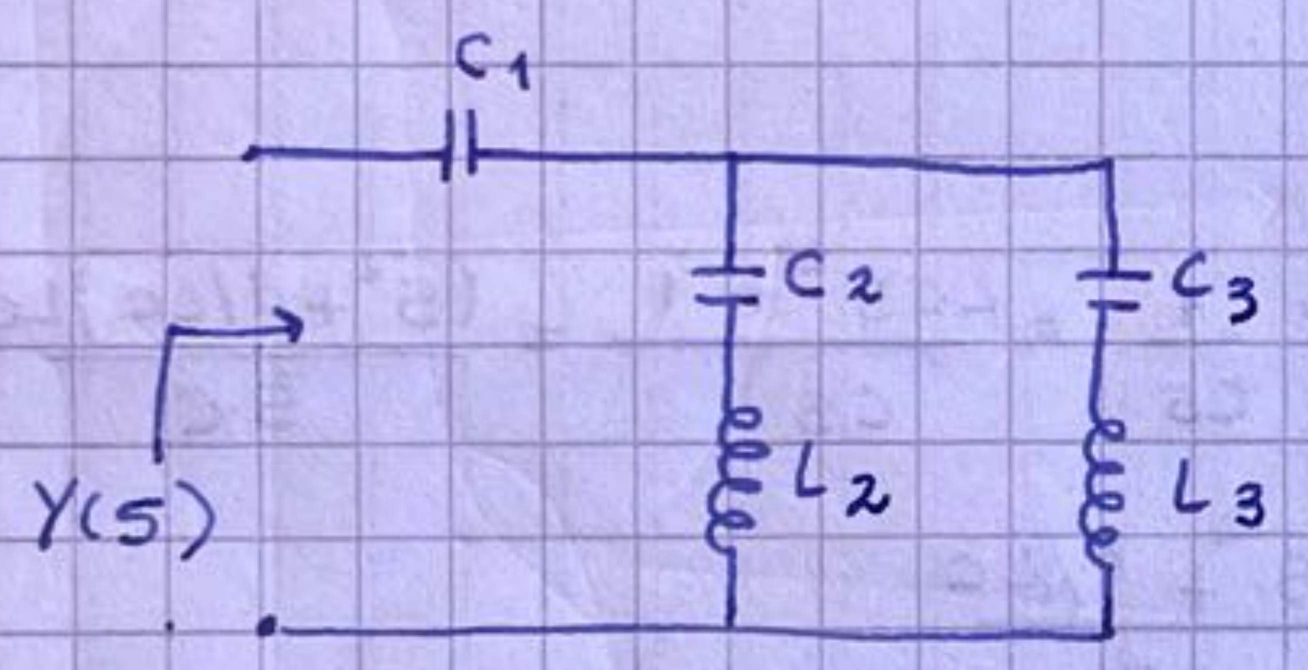
Se pide hallar la topología circuital y los valores de los componentes para:

a) Síntesis de $z(s)$ mediante el método de Foster en su versión "paralelo" o "derivación".

b) Idem a) mediante Cauer 1 y 2.

2) Sea: $Y(s) = \dfrac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)}$

Obtenga los valores de los componentes de la red sabiendo que L_2 y C_2 resuenan a 1 r/s.



Resolución:

① a) Foster II: $Y(s) = \dfrac{K_0}{s} + \sum_i \left(\dfrac{Ks}{(s^2+\omega_i^2)}\right) + K_\infty s$

Entonces, tomamos $Y(s) = \dfrac{s(s^2+2)}{(s^2+3)(s^2+1)}$

y luego: $Y(s) = \dfrac{K_0}{s} + \dfrac{K_1 s}{s^2+3} + \dfrac{K_2 s}{s^2+1} + K_\infty$.

Por lo tanto, calculamos los coeficientes K_n.

NOTA

$$\cdot\ K_0 = \lim_{s \to 0} Y(s)\, s = \frac{s^2(s^2+2)}{(s^2+3)(s^2+1)} = \to 0.$$

$$\cdot\cdot\ K_\infty = \lim_{s \to \infty} Y(s) \cdot \frac{1}{s} = \frac{\cancel{s}(s^2+2)}{(s^2+3)(s^2+1)} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} = \frac{s^2}{s^4} \to \frac{1}{\infty^2}$$

$$\cdot\ K_1 = \lim_{s^2 \to -3} Y(s)\frac{(s^2+3)}{s} = \frac{s(s^2+2)}{(\cancel{s^2+3})(s^2+1)} \cdot \frac{(\cancel{s^2+3})}{\cancel{s}} = \frac{1}{2}$$

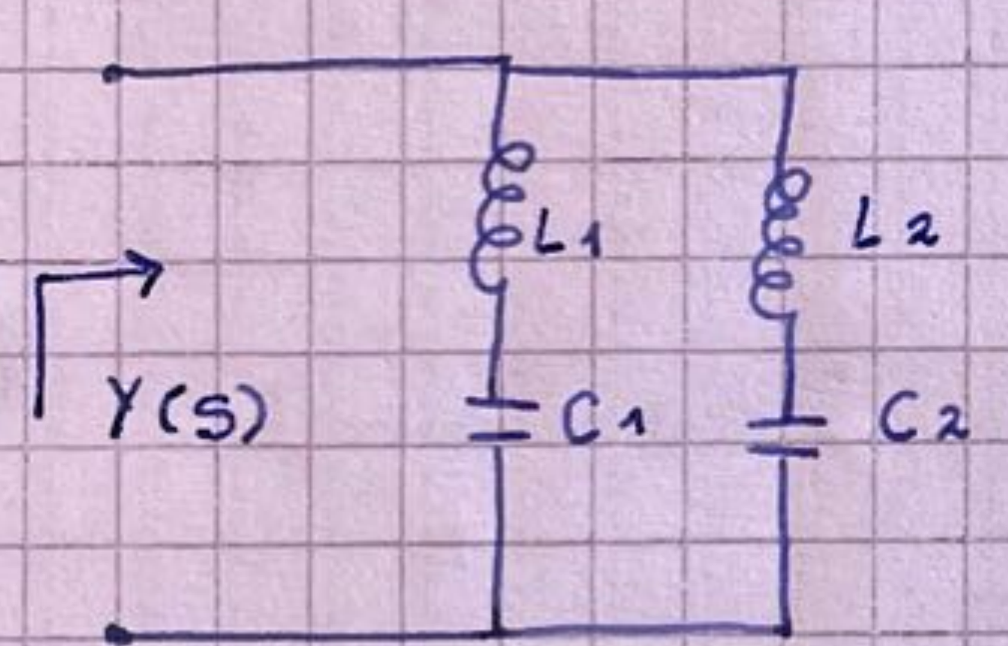
$$\cdot\ K_2 = \lim_{s^2 \to -1} Y(s)\frac{(s^2+1)}{s} = \frac{\cancel{s}(s^2+2)}{(s^2+3)(\cancel{s^2+1})} \frac{(\cancel{s^2+1})}{\cancel{s}} = \frac{1}{2}$$

Finalmente: $Y(s) = \frac{1}{2}\frac{s}{(s^2+1)} + \frac{1}{2}\frac{s}{(s^2+3)}$

Verificación: $\frac{s(s^2+3)+s(s^2+1)}{2(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{s^3+3s+s^3+s}{2(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{2s^3+4s}{2(s^2+1)(s^2+3)}$

$Y(s) = \frac{s^3+2s}{(s^2+1)(s^2+3)} \longrightarrow$ Se verifica.

· Topología circuital:



$\to Z_I = Ls + \frac{1}{Cs} = \frac{LCs^2+1}{Cs} = \frac{(s^2+1/LC)L\cancel{C}}{s\cancel{C}}$

$Z_I = L\,\frac{s^2+1/LC}{s}$

$Y_I = \frac{1}{L}\,\frac{s}{(s^2+1/LC)}$

Por lo tanto:

$$Y_I = \begin{cases} L_1 = 2 \\ 1/L_1C_1 = 1 \to C_1 = 1/2 \end{cases}$$

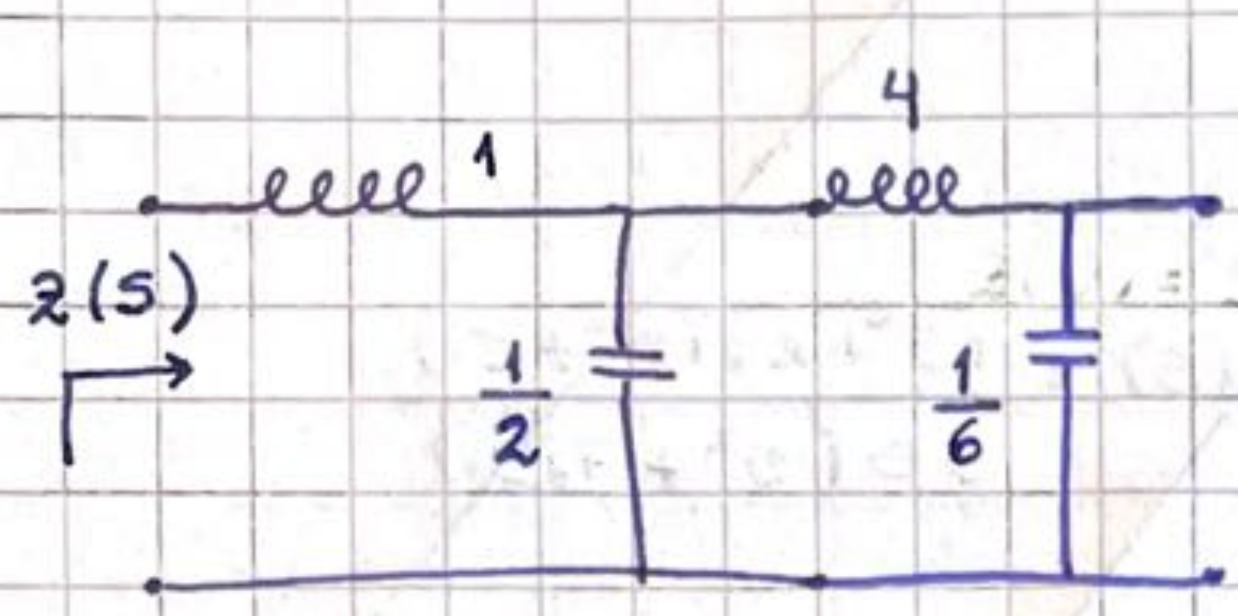
$$Y_{II} = \begin{cases} L_2 = 2 \\ 1/L_2C_2 = 3 \to C_2 = 1/6 \end{cases}$$

NOTA

Giuliana Ruffa | TS10 | HOJA Nº 2 | FECHA

b) $z(s) = \dfrac{(s^2+3)(s^2+1)}{s(s^2+2)} = \dfrac{s^4+s^2+3s^2+3}{s^3+s.2} = \dfrac{s^4+4s^2+3}{s^3+s.2}$

· Cauer I:



$s^4+s^2.4+3 \;\big|\; s^3+s.2$

$s^4+s^2.2 \qquad s \rightarrow z$

$s^3+s.2 \;\big|\; 2s^2+3$

$s^3+3/2\,s \qquad 1/2\,s \qquad \frac{1}{2}s \rightarrow Y$

$2s^2+3 \;\big|\; 1/2\,s$

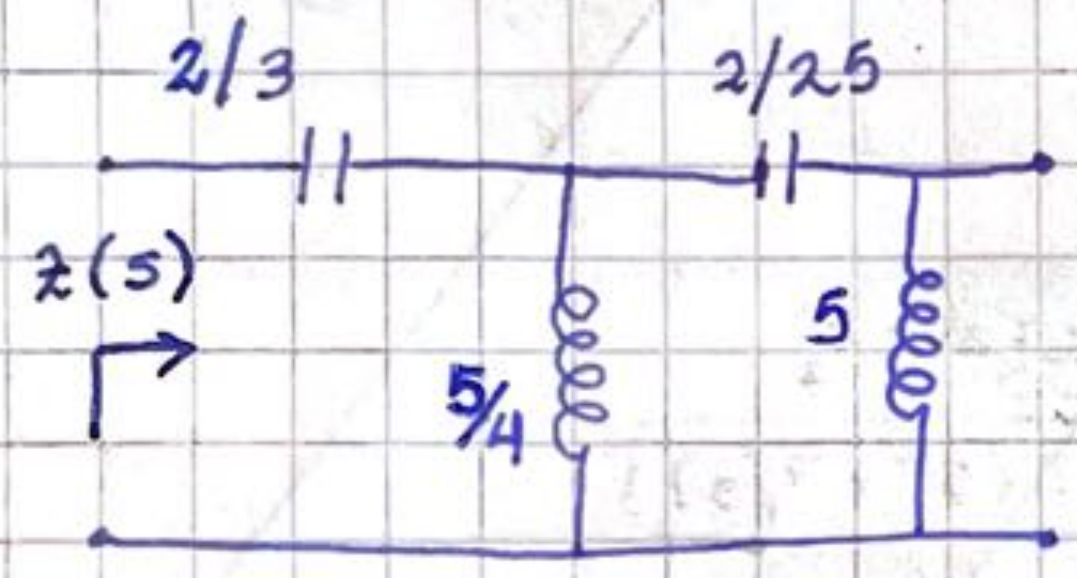
$2s^2 \qquad 4s \rightarrow z$

$1/2.s \;\big|\; 3$

$1/2\,s \qquad \frac{1}{6}s$

0

· Cauer II:



$3+4s^2+s^4 \;\big|\; 2s+s^3$

$3+3/2.s^2 \qquad \frac{3}{2}\frac{1}{s} \rightarrow z$

$2s+s^3 \;\big|\; \frac{5}{2}s^2+s^4$

$2s+\frac{4}{5}s^3 \qquad \frac{4}{5}\frac{1}{s} \rightarrow Y$

$\frac{5}{2}s^2+s^4 \;\big|\; \frac{1}{5}s^3$

$5/2\,s^2 \qquad \frac{25}{2}\frac{1}{s} \rightarrow z$

$\frac{1}{5}s^3 \;\big|\; s^4$

$1/5\,s^3 \qquad \frac{1}{5}\frac{1}{s} \rightarrow Y$

0

Finalmente:

· Cauer I:

$$\boxed{z(s) = s + \cfrac{1}{\frac{1}{2}s + \cfrac{1}{4s + \cfrac{1}{\frac{1}{6}s}}}}$$

· Cauer II:

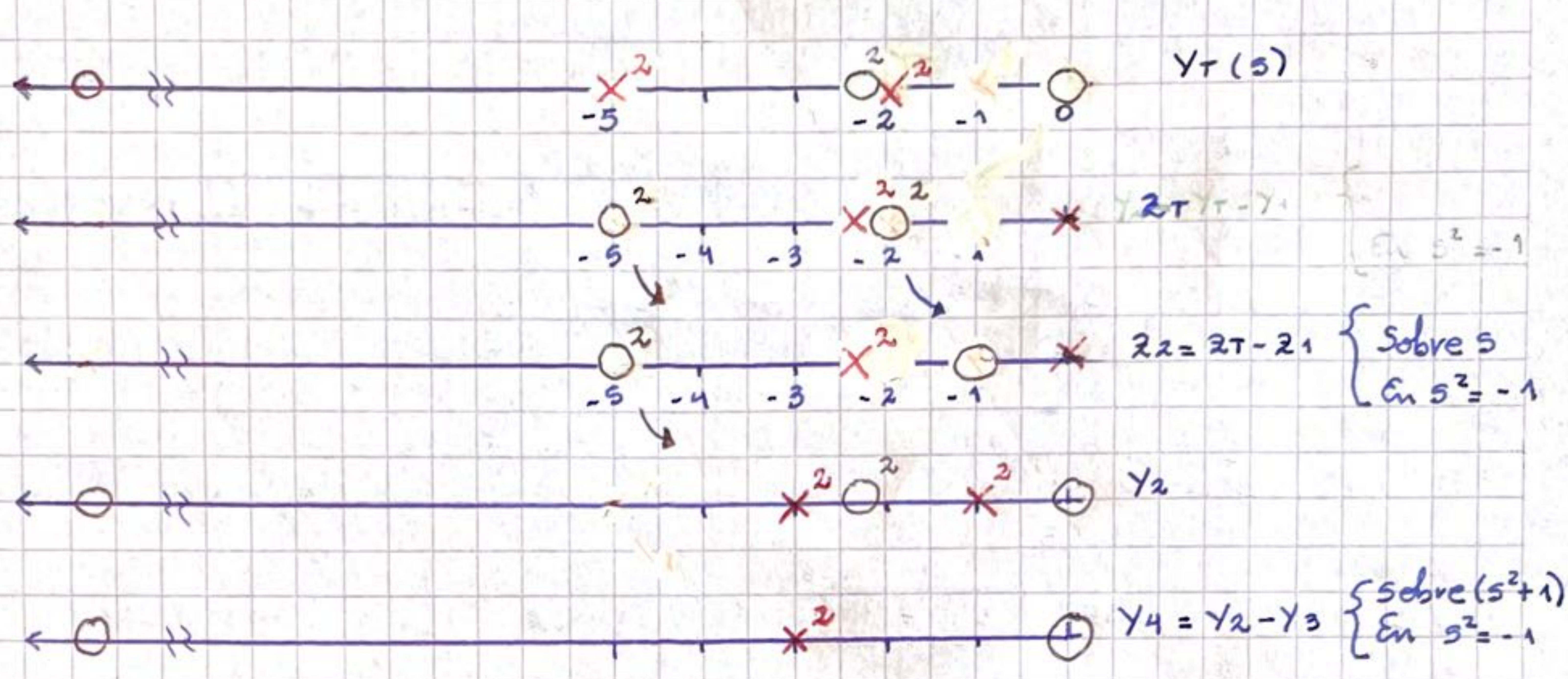
$$\boxed{z(s) = \frac{3}{2}\frac{1}{s} + \cfrac{1}{\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{s} + \cfrac{1}{\frac{25}{2}\frac{1}{s} + \cfrac{1}{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{s}}}}}$$

NOTA

Giuliana Ruffa | TS10 | HOJA Nº 3 | FECHA

② Resolvemos por Remociones Parciales.

· Método Gráfico:



· Método analítico:

$$Y(s) = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+2)(s^2+5)} \longrightarrow Z(s) = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)}$$

* $Z_2 = Z_T - Z_1 = Z_T - k_1/s$

$$\cdot\ K_1 = Z_T \cdot s \Big|_{s^2=-1} = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3\cancel{s}(s^2+7/3)} \cdot \cancel{s} = 1$$

$$\hookrightarrow Z_2 = \frac{(s^2+2)(s^2+5)}{3s(s^2+7/3)} - \overbrace{\frac{1}{s}}^{Z_1} = \frac{s^4+7s^2+10-3s^2-7}{3s(s^2+7/3)} = \frac{s^4+4s^2+3}{3s(s^2+7/3)}$$

$$\Longrightarrow Y_2 = \frac{3s(s^2+7/3)}{s^4+4s^2+3} = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

* $Y_4 = Y_2 - Y_3 = Y_2 - k_2 \dfrac{s}{s^2+1}$

$$\cdot\ K_2 = Y_2 \frac{(s^2+1)}{s}\Big|_{s^2=-1} = \frac{3\cancel{s}(s^2+7/3)}{\cancel{(s^2+1)}(s^2+3)} \frac{\cancel{(s^2+1)}}{\cancel{s}}\Big|_{s^2=-1} = 2$$

NOTA

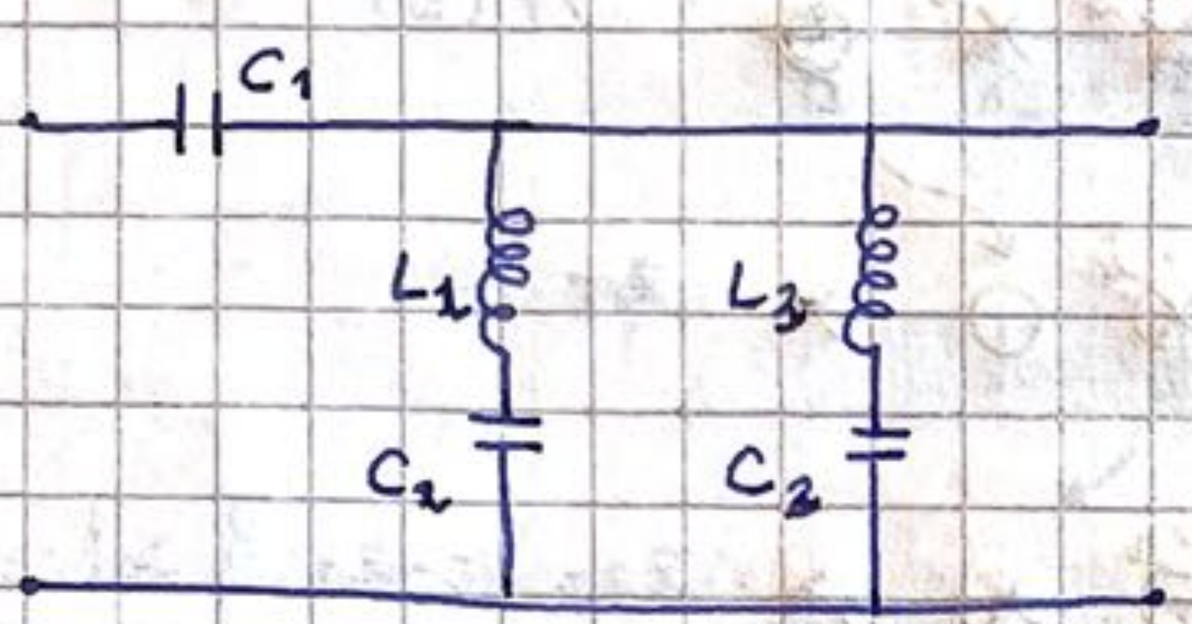
$$Y_4 = \frac{3s(s^2+7/3)}{(s^2+1)(s^2+3)} - \frac{2s}{s^2+1} = \frac{3s^3+7s-2s(s^2+3)}{(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{s^3+s}{(s^2+1)(s^2+3)}$$

Y_1

$$Y_4 = \frac{s(s^2+1)}{(s^2+1)(s^2+3)} = \frac{s}{s^2+3}$$

Y_2

· Topología circuital.



$\rightarrow \; Y_{T;2} = \frac{1}{L} \, \frac{s}{(s^2+1/LC)}$

$\rightarrow \; Y_C = \frac{1}{C \cdot s}$

Por lo tanto:

- $Y_C = \frac{1}{s} \rightarrow \boxed{C_1 = 1}$
- $Y_2 = \frac{2s}{s^2+1} \rightarrow \begin{cases} \boxed{L_2 = 1/2} \\ \boxed{C_2 = 2} \end{cases}$
- $Y_3 = \frac{s}{s^2+3} \rightarrow \begin{cases} \boxed{L_3 = 1} \\ \boxed{C_3 = 1/3} \end{cases}$

NOTA