Giuliana Ruffa | TS2 | HOJA Nº 1 | FECHA

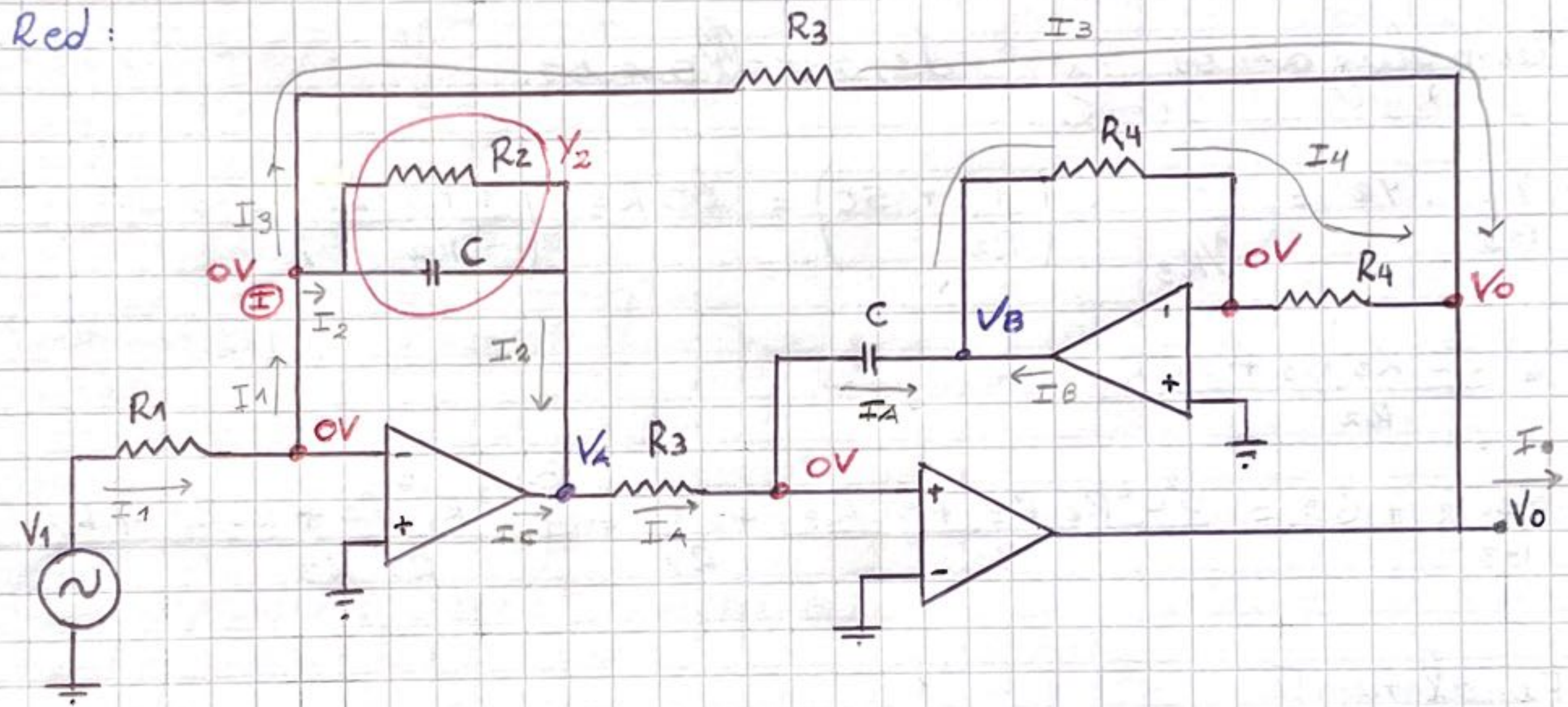
Para la siguiente red se pide:

1) Hallar la transferencia $T = V_o / V_i$ en función de ω_o y Q.

2) Obtener el valor de los componentes del circuito de forma tal que $\omega_o = 1$ y $Q = 3$.

3) Ajustar el valor de R_1 de forma tal que $|H(0)| = 20\,dB$.

Red:



1) Planteamos las corrientes del circuito:

- $I_1 = V_1 . G_1 \longrightarrow$
- $I_3 = -V_o . G_3$
- $I_4 = -V_o . G_4 = V_B . G_4 \longrightarrow \boxed{V_B = -V_o}$
- $I_2 = -V_A . Y_2$
- $I_A = V_A . G_3 = -V_B . Y_C \rightarrow V_A . G_3 = V_o . Y_C \rightarrow \boxed{V_A = V_o . \frac{Y_C}{G_3}}$

Luego, resolvemos por el método de nodos a partir del nodo (I).

NOTA

(I) $I_1 = I_2 + I_3$

$V_1 . G_1 = - V_A . Y_2 - V_o . G_3$

Reemplazamos con V_A

$$V_1 . G_1 = -V_o . \frac{Y_c . Y_2}{G_3} - V_o . G_3 = -V_o \left(\frac{Y_c Y_2 + G_3}{G_3} \right)$$

Entonces:

$$\boxed{\frac{V_o}{V_1} = - \frac{G_1}{\frac{Y_c Y_2 + G_3}{G_3}}}$$

Reemplazamos y desarrollamos.

- $$\frac{Y_c}{G_3} . Y_2 = \frac{SC}{1/R_3} . \left(\frac{1}{R_2} + SC \right) = SCR_3 \left(\frac{1 + SCR_2}{R_2} \right) =$$

$$= \frac{S^2C^2R_2R_3 + SCR_3}{R_2}$$

- $$\frac{Y_c Y_2}{G_3} + G_3 = \frac{S^2C^2R_2R_3 + SCR_3}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{S^2C^2R_3^2 . R_2 + SCR_3^2 + R_2}{R_2 . R_3}$$

Finalmente:

$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{-\frac{R_2R_3}{R_1}}{S^2C^2R_3^2R_2 + SCR_3^2 + R_2} = -\frac{R_3}{R_1} \left(\frac{R_2}{S^2C^2R_3^2 . R_2 + SCR_3^2 + R_2} \right) . \frac{R_2}{R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_1} = \left(-\frac{R_3}{R_1} \right) \left(\frac{1}{S^2C^2R_3^2 + \frac{SCR_3^2}{R_2} + 1} \right)$$

En forma mónica:

$$\frac{V_o}{V_1} = \left(-\frac{R_3}{R_1} \right) \frac{1}{C^2R_3^2 \left(S^2 + S\frac{1}{CR_2} + \frac{1}{C^2R_3^2} \right)}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_1} = \left(-\frac{R_3}{R_1} \right) \left(\frac{1/C^2 . R_3^2}{S^2 + S/C . R_2 + 1/C^2R_3^2} \right)}$$

NOTA

Giuliana Ruffa | TS2 | HOJA N° 2 | FECHA

Expresado en función de ω_0, Q y K:

$$\boxed{\frac{V_0}{V_1}(s) = -K \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}}$$

$$\begin{cases} K = R_3/R_1 \\ \omega_0^2 = 1/C^2 R_3^2 \\ \omega_0/Q = 1/CR_2 \rightarrow Q = \frac{CR_2}{C \cdot R_3} \end{cases}$$

2) Como tenemos 3 parámetros y 3 variables independientes, no tenemos problemas de grados de libertad.

Adoptamos: $\boxed{C = R_3 = 1} \longrightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{C^2 R_3^2} \longrightarrow \boxed{\omega_0 = 1}$

Y luego: $Q^{-1} = \frac{R_3}{R_2} = R_2$

Adoptamos: $\boxed{R_2 = 3} \longrightarrow \boxed{Q = 3}$

3) Para ajustar la amplitud en T(0), obtenemos la expresión del módulo:

$$\frac{V_0}{V_1}(s) = T(s)\Big|_{s=j\omega} = -K \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + j\omega\left(\frac{\omega_0}{Q}\right) + \omega_0^2}$$

$$T(j\omega) = -K \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + j\omega\frac{\omega_0}{Q}}$$

· Cálculo del módulo:

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{\omega_0^4}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\omega\frac{\omega_0}{Q}\right)^2}(K)^2$$

Como se pide en $T(0) = 20\,dB$, esto es:

$|T(0)| = 10^{20/20} = 10$ veces.

NOTA

Entonces:

$$|T(0)|^2 = 10^2 = K^2 \frac{\omega_0^4}{\omega_0^4} \longrightarrow \boxed{K = 10}$$

Recordamos que: $K = R_3 / R_1$ y $R_3 = 1$.

Por lo tanto, adoptamos: $\boxed{R_1 = 1/10}$ para cumplir con la ganancia solicitada.

Finalmente: $$\boxed{T(s) = -10 \frac{1}{s^2 + s(1/3) + 1}}$$

BONUS:

· Valores de la red normalizados:

$$\begin{cases} R_1 = 1/10\,\Omega \\ R_2 = 3\,\Omega \\ R_3 = 1\,\Omega \\ C = 1\,F \end{cases}$$

· Cálculo de sensibilidades.

$$\frac{1}{CR_2} = \frac{\omega_0}{Q}$$

$$Q = \omega_0 \cdot CR_2$$

$$Q = \frac{\cancel{C}R_2}{\cancel{C}R_3}$$

$$T(s) = \left(-\frac{R_3}{R_1}\right)\left(\frac{1/C^2R_3^2}{s^2 + s \cdot \frac{1}{CR_2} + \frac{1}{C^2R_3^2}}\right)$$

$$T(s) = K \left(\frac{\omega_0^2}{s^2 + s\,\omega_0/Q + \omega_0^2}\right)$$

Donde:

$$K = \frac{-R_3}{R_1} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{CR_3} \quad ; \quad Q = \frac{R_2}{R_3}$$

NOTA

Giuliana Ruffa

TS2

HOJA Nº 3

FECHA

Entonces:

- $S_{C}^{\omega_0} = \frac{C}{\omega_0} \cdot \frac{d\omega_0}{dC} \longrightarrow \frac{d\omega_0}{dC} = -\frac{1}{R_3} \cdot C^{-2}$

$S_{C}^{\omega_0} = C(CR_3)\left(-\frac{1}{R_3} C^{-2}\right) = -1$

$\boxed{S_{C}^{\omega_0} = -1}$

- $S_{R_2}^{Q} = \frac{R_2}{Q} \frac{dQ}{dR_2} \longrightarrow \frac{dQ}{dR_2} = \frac{1}{R_3}$

$S_{R_2}^{Q} = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_2}\left(\frac{1}{R_3}\right) = 1$

$\boxed{S_{R_2}^{Q} = 1}$

- $S_{R_3}^{Q} = \frac{R_3}{Q} \frac{dQ}{dR_3} \longrightarrow \frac{dQ}{dR_3} = -R_2 R_3^{-2}$

$S_{R_3}^{Q} = R_3 \cdot \frac{R_3}{R_2}\left(-R_2 R_3^{-2}\right) = -1$

$\boxed{S_{R_3}^{Q} = -1}$

- transferencia Butterworth de segundo orden:

$\boxed{T(s) = K \cdot \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}\, s + 1}}$

$\begin{cases} \omega_0^2 = 1 \\ \frac{\omega_0}{Q} = \sqrt{2} \end{cases} \longrightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Entonces:

$\boxed{C = R_3 = 1}$

$\boxed{R_2 = 1/\sqrt{2}}$

$R_1 = 1/10$

NOTA