

① Los sistemas de antenas de transmisión de tipo Phased Array, son un tipo particular de antena que permiten controlar la dirección del haz emitido sin desplazamientos mecánicos. Se trata en esencia de múltiples antenas que reciben la misma señal de entrada, aunque afectada por desfases diferentes. Así, modificando los desfases y por efectos de interferencia constructiva o destructiva, se logra modificar el ángulo de apuntamiento sin requerir desplazamientos mecánicos.

Se desea diseñar desfases pasivos para un sistema de este tipo que opera en banda ancha, buscándose que no alteren la respuesta de módulo de la señal.

a) Proponga una función transferencia normalizada de primer orden que permita rotar la fase, sin alterar el módulo. Dibuje 1) el diagrama de polos y ceros, 2) la respuesta de fase en función de la frecuencia y 3) calcule el retardo de grupo.

b) Proponga una topología activa y una pasiva que implementen el diagrama de polos y ceros del punto anterior. Obtenga los valores de componentes pasivos (resistencias y capacitores) para

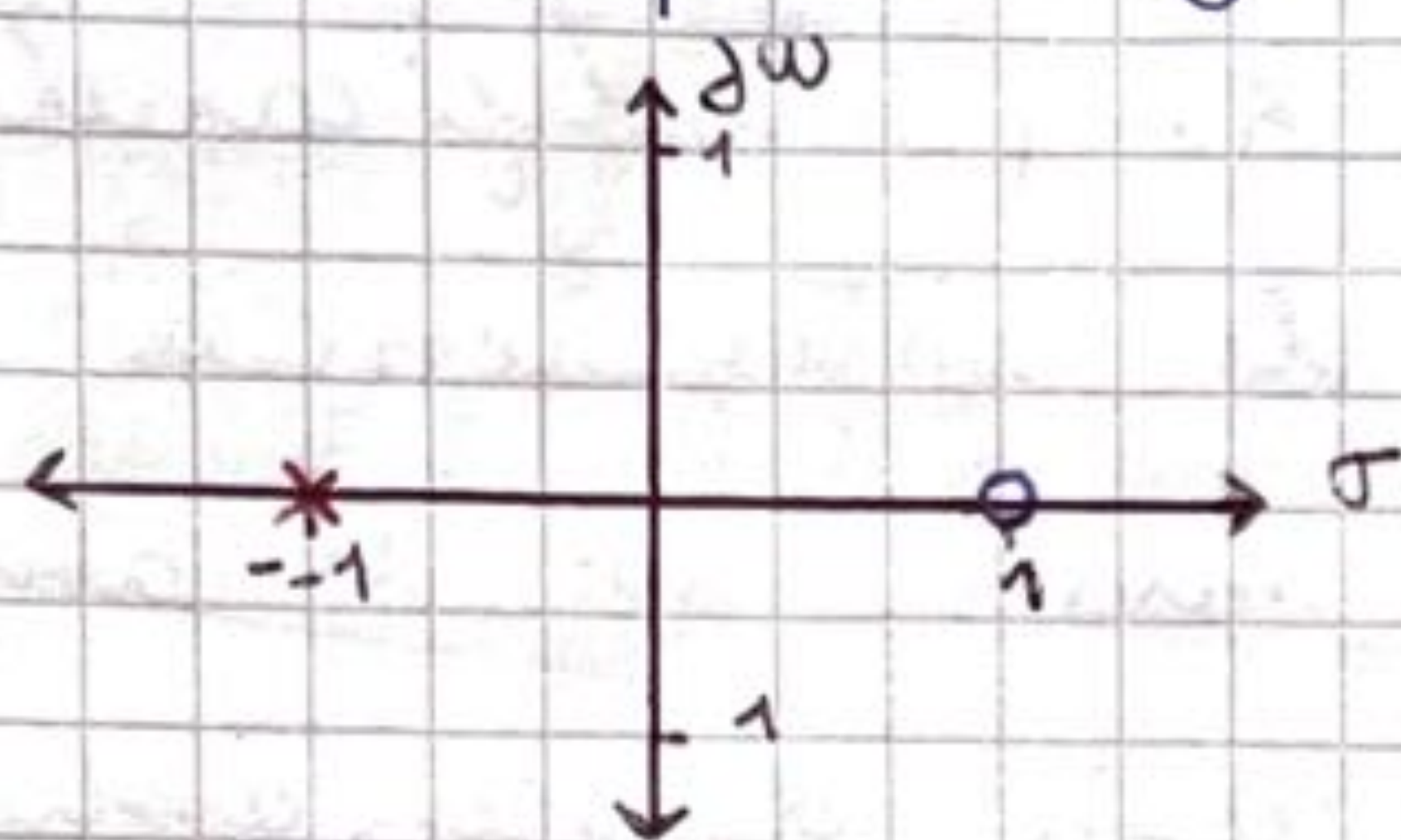
lograr que la rotación de fase sea de 15° en $\omega=1$ (medida respecto de la fase en ω_0).

Resolución:

a) Proponemos:

$$T(s) = \frac{s - A}{s + B}, \text{ donde } A = B = 1.$$

1- Diagrama de polos y ceros:



2- Respuesta de fase en función de la frecuencia.



$$\phi(\omega) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\phi(\omega) = -2 \cdot \text{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

3) Retardo de grupo:

$$\text{tg}(\omega) = \frac{-d\phi(\omega)}{d\omega} = -\sum_1^m \frac{\alpha z}{\alpha z^2 + (\omega \pm \beta z)^2} + \sum_1^n \frac{\alpha p}{\alpha p^2 + (\omega \pm \beta p)^2}$$

$$\text{tg}(\omega) = \frac{-(-1)}{(-1)^2 + \omega^2} + \frac{1}{1 + \omega^2} = \frac{1}{1 + \omega^2} + \frac{1}{1 + \omega^2}$$

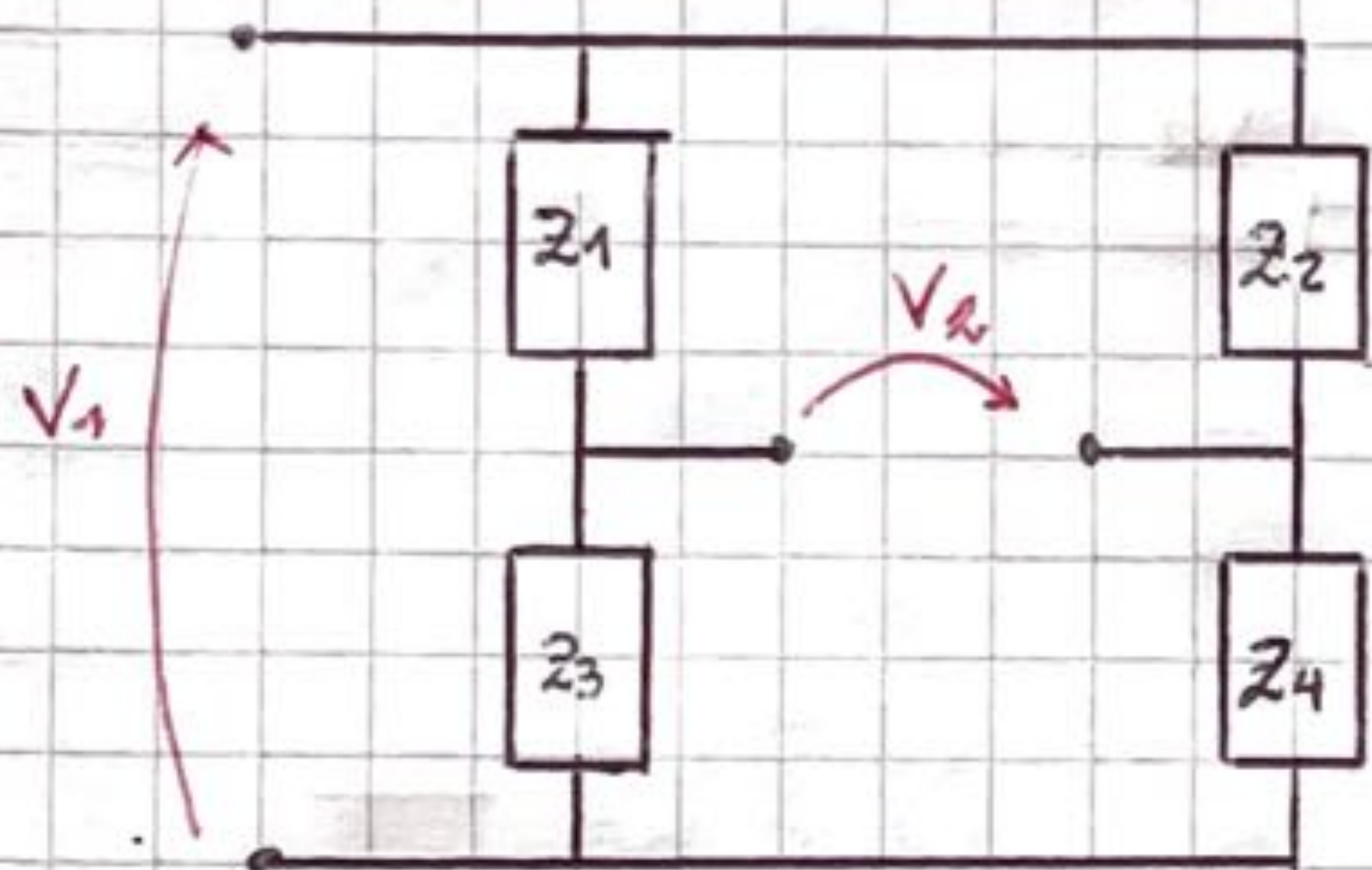
$$\text{tg}(\omega) = \frac{2}{1 + \omega^2} \rightarrow \text{Para } \omega=1, \text{ tg}(1) = 1.$$

b) Partimos del rotador de fase de primer orden:

$$T(s) = \frac{s - A}{s + B}$$

y proponemos:

• Topología pasiva: circuito lattice.



Desarrollamos:

$$V_2 = \left[\left(\frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \right) - \left(\frac{Z_4}{Z_2 + Z_4} \right) \right] \cdot V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 Z_3 + Z_3 Z_4 - Z_1 Z_4 - Z_3 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)} = \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)}$$

$$\text{Si } \begin{cases} Z_2 = Z_3 \\ Z_1 = Z_4 \end{cases}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2^2 - Z_1^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{(Z_2 - Z_1)(Z_2 + Z_1)}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

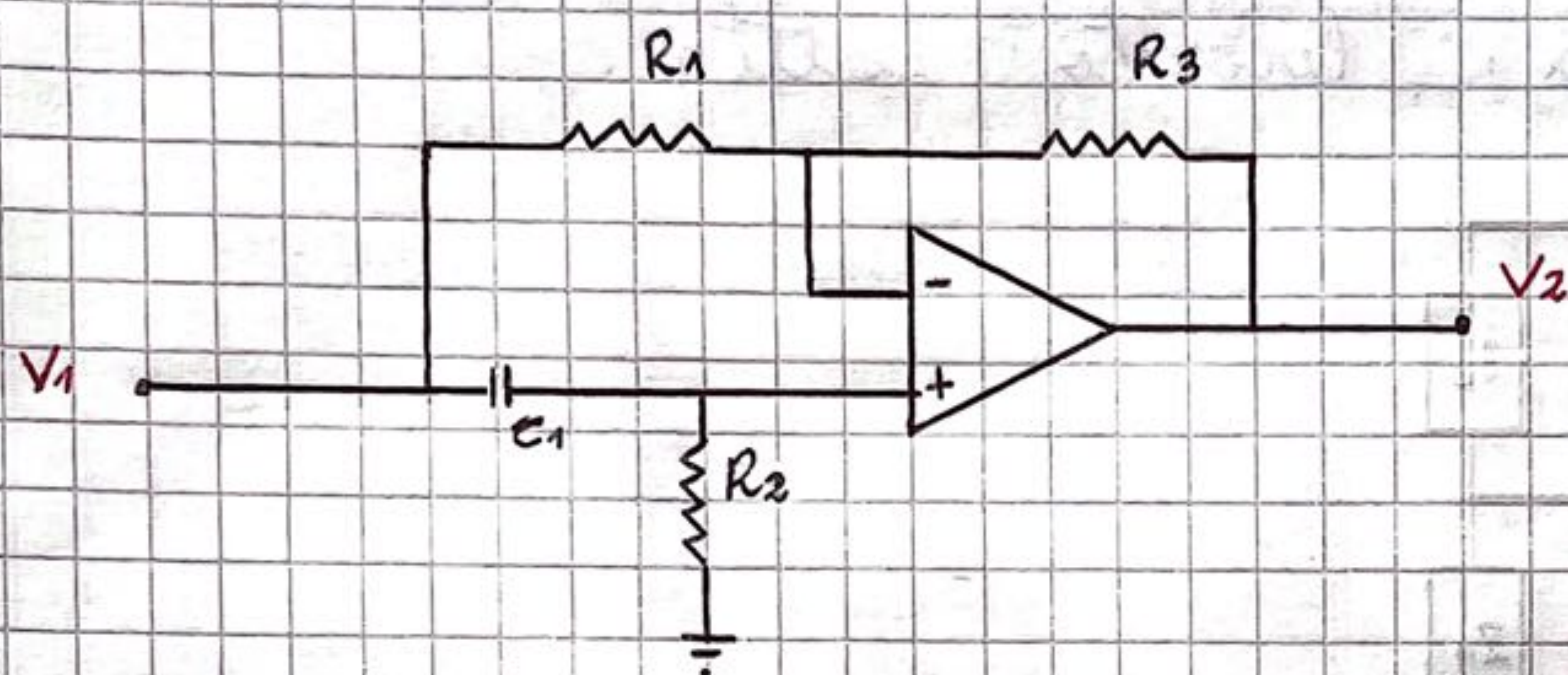
→ Rotador de fase de 1er. orden.

Proponemos: $Z_1 = 1/C_1 S$ y $Z_2 = R_2$

Entonces: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2 - 1/C_1 S}{R_2 + 1/C_1 S} = \frac{C_1 R_2 S - 1}{C_1 S} \cdot \frac{C_1 S}{C_1 R_2 S + 1}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1 R_2 S - 1}{C_1 R_2 S + 1} \rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{S - 1/C_1 R_2}{S + 1/C_1 R_2}}$$

• Topología activa:



Recordamos que:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1 R_2 S - R_2/R_1}{C_1 R_2 S + 1}$$

Establecemos que: $\boxed{R_1 = R_2}$

Luego: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1 R_2 S - 1}{C_1 R_2 S + 1} \rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{S - 1/C_1 R_2}{S + 1/C_1 R_2}}$

* Observamos que las transferencias obtenidas son similares y ambas dependen de C_1 y R_2 . Estos valores determinan el ángulo de la rotación de fase en $\omega = 1$, a partir de ω_0 .

Entonces, se busca una rotación de fase de 15° .

Sabemos que cuando $\phi(\omega = 1) = -\pi/2$, entonces debemos plantear que $\phi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -15^\circ = -\frac{\pi}{12}$, para $\omega_0 = 1$.

$$\text{calculamos} = -\frac{\pi}{12} = -2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right), \text{ para } \omega = 1.$$

Despejamos que: $\omega_0 = 7,5958$

Por lo tanto, reexpresamos:

$$T(s) = \frac{s - 7,5958}{s + 7,5958} = \frac{s - \omega_0}{s + \omega_0}$$

y luego, despejamos el valor de los componentes:

$$7,5958 = \frac{1}{C_1 R_2} \rightarrow 2 \text{ grados de libertad.}$$

Adoptamos

$$R_2 = 1 \text{ k}\Omega.$$

Por lo que:

$$C_1 = 131,65 \mu\text{F}$$

* Estos valores cumplen tanto para la topología activa como para la pasiva, ya que sus transferencias habían sido expresadas de manera similar.