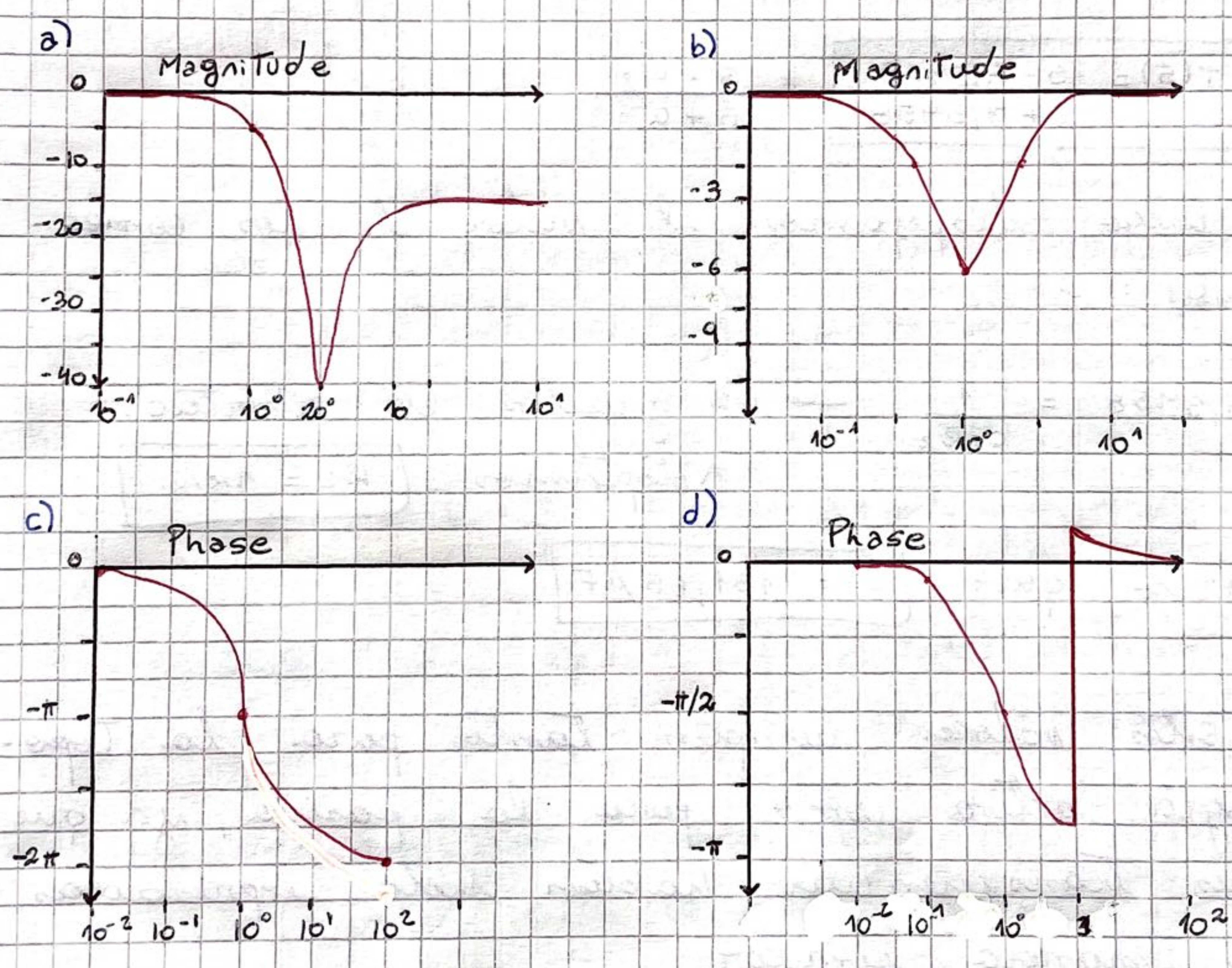
② Considere la siguiente expresión generalizada de una transferencia bicuadrática:

$$T(s)=K\,\frac{s^2+s\,\frac{\omega_n}{Q_n}+\omega_n^2}{s^2+s\,\frac{\omega_p}{Q_p}+\omega_p^2}$$

a) Considerando que el denominador de $T(s)$ se corresponde con el de un filtro pasa-altos Butterworth de segundo orden, especifique las condiciones necesarias para los parámetros K, Q_n, ω_n, Q_p y ω_p, de tal forma que la transferencia final resulte:



En cada caso, grafique además el diagrama de polos y ceros, detallando las coordenadas de todas las singularidades.

b) Proponga un circuito normalizado, de ser posible pasivo, que tenga la respuesta indicada.

Resolución:

a) Recordamos el denominador de un filtro Butterworth de segundo orden:

$$\boxed{D_B(s) = s'^2 + \sqrt{2}\,s' + 1} \qquad \begin{cases} Q_P = 1/\sqrt{2} \\ \omega_P = 1 \end{cases}$$

Desarrollamos cómo obtener esta función:

· Butterworth: $Q = \frac{1}{2\cos\psi}$ y $\psi = \frac{\pi}{n \cdot 2}$

Siendo ψ el ángulo de separación entre los polos del sistema y Q el factor de selección.
Entonces:

· $n = 2$: $\psi = \frac{\pi}{4}$ y $Q = \frac{1}{2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Partiendo de $\omega_p = 1$ y $DB(s) = s'^2 + \omega_P/Q + \omega_p^2$, verificamos que obtenemos $DB(s) = s'^2 + \sqrt{2}\,s + 1$.

* Luego, analizamos cada caso particular para establecer el resto de los parámetros.
ω_n, Q_n y K.
Ya sabemos que: $\boxed{Q_P = 1/\sqrt{2}}$ y $\boxed{\omega_P = 1}$

NOTA

a) Observamos el "0" en 2, es decir, $\omega_n = 2$.

Y también, $Q \to \infty$. Luego, la función:

$$T(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} + \omega_p^2} \rightarrow \text{Filtro notch.}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 + 2^2}{s^2 + s\sqrt{2} + 1} \cdot K} \quad \begin{cases} \omega_n = 2 \\ Q_n = \nexists \end{cases}$$

Sabemos que $|T(s \to 0)| = 0dB \Longrightarrow T(0) = K.\ 2^2 = 1$

Establecemos: $\boxed{K = 1/4}$

b) De igual manera, observamos el "0" en 1.

Y también, que: $|T(\omega_0)| = -6dB = 0,5$ veces $= \frac{\omega_0}{Q_n} / \frac{\omega_0}{Q_p}$.

Entonces: $Q_p / Q_n = 1/2 \rightarrow Q_n = 2 . Q_p \rightarrow Q_n = 2/\sqrt{2}$

$$\boxed{T(s) = K . \frac{s^2 + 0,707s + 1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}} \quad \begin{cases} \omega_n = 1 \\ Q_n = 1/0,707 \end{cases}$$

Sabemos que $|T(s \to 0)| = 0\ dB \Longrightarrow T(0) = K = 1$

Establecemos: $\boxed{K = 1}$.

c) Observamos que se trata de un rotador de fase, por lo tanto $\omega_n = 1$ y luego:

$$\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\frac{3}{2}\pi = -270°, \text{ para } \omega = 1.$$

Recordamos que, para el rotador de fase de orden 2:

$$\varphi(\omega) = -4\, tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right), \text{ entonces: } \omega_0 = 0,4142.$$

Luego, $Q_n = 1/\sqrt{2}$, por lo que:

$$T(s) = \frac{s^2 - \omega_0/Q_n + \omega_0}{s^2 + \omega_0/Q_n + \omega_0}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 - 0{,}5858 + 0{,}4142}{s^2 + 0{,}5858 + 0{,}4142}}$$

En el rotador de fase: $\boxed{K = 1}$.

d) Observamos que se trata de un filtro notch con $\omega_n = 4$. Luego:

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 + 4^2}{s^2 + \sqrt{2}\,s + 1}}$$

$$\begin{cases} \omega_n = 4 \\ Q_n \to \infty : \nexists \end{cases}$$