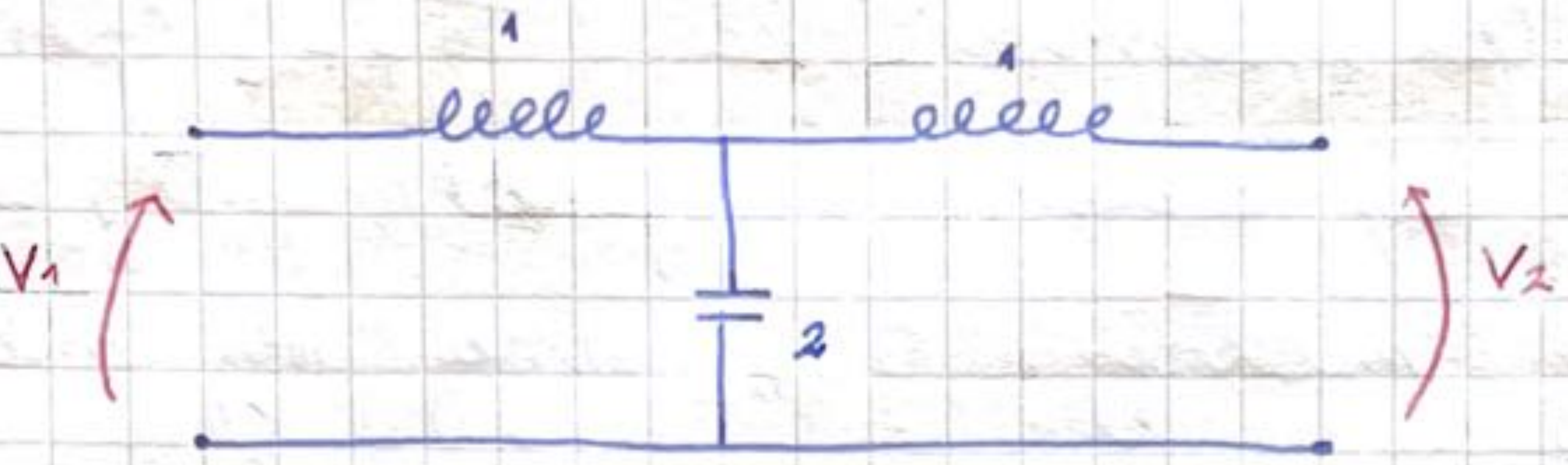
① Calcular los parámetros S de la siguiente red:



a) ¿Qué tipo de comportamiento tiene la red analizada? Justifique utilizando alguno de los parámetros S.

b) A partir del parámetro S_{11} y S_{21}, explique el comportamiento de la red para:

- $\omega = 0$ (centro de la banda de paso).
- $\omega = 1$ (frecuencia de corte).
- $\omega \Rightarrow \infty$ (centro de la banda de detención)

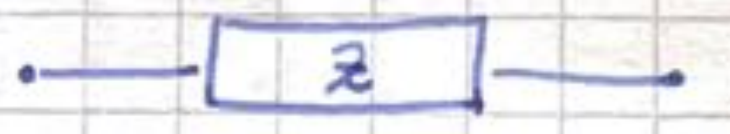
Bonus:

+10 LTSpice.

+10 Jupyter.

Resolución:

Recordamos que:



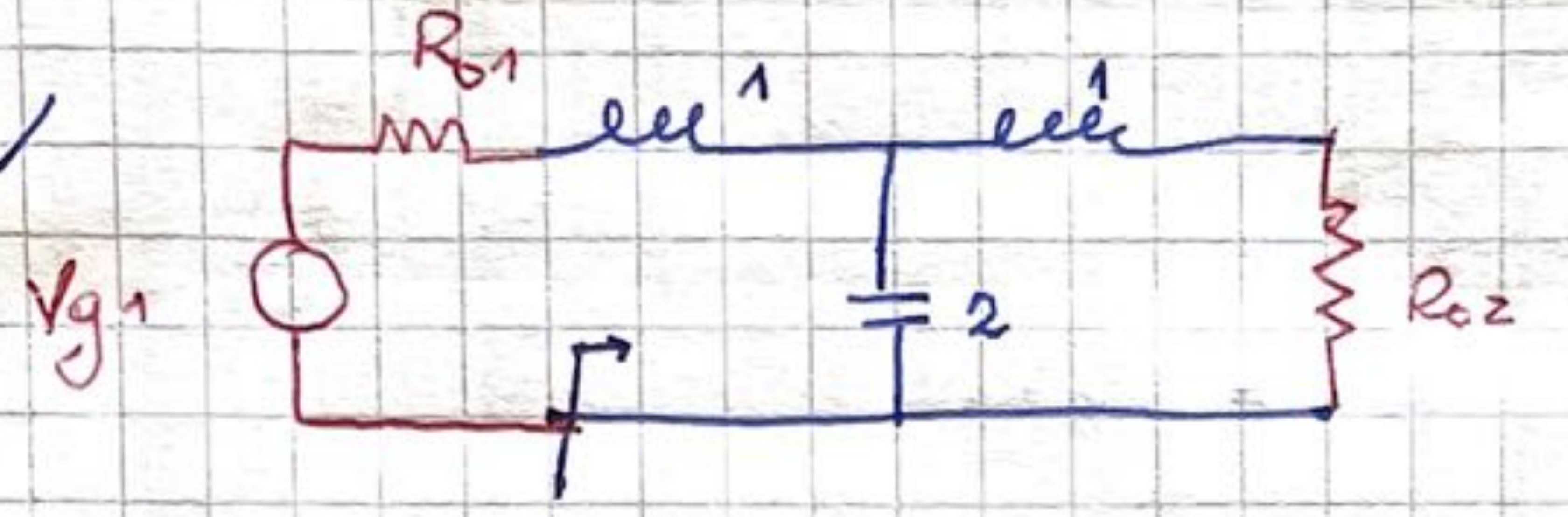
$$S_Z = \frac{1}{Z + 2R_0}\begin{pmatrix} Z & 2R_0 \\ 2R_0 & Z \end{pmatrix}$$

$$S_Y = \frac{1}{Y + 2Y_0}\begin{pmatrix} -Y & 2Y_0 \\ 2Y_0 & -Y \end{pmatrix}$$

* Análisis por definición.

· Calculamos z_1 y z_2.

z_1/



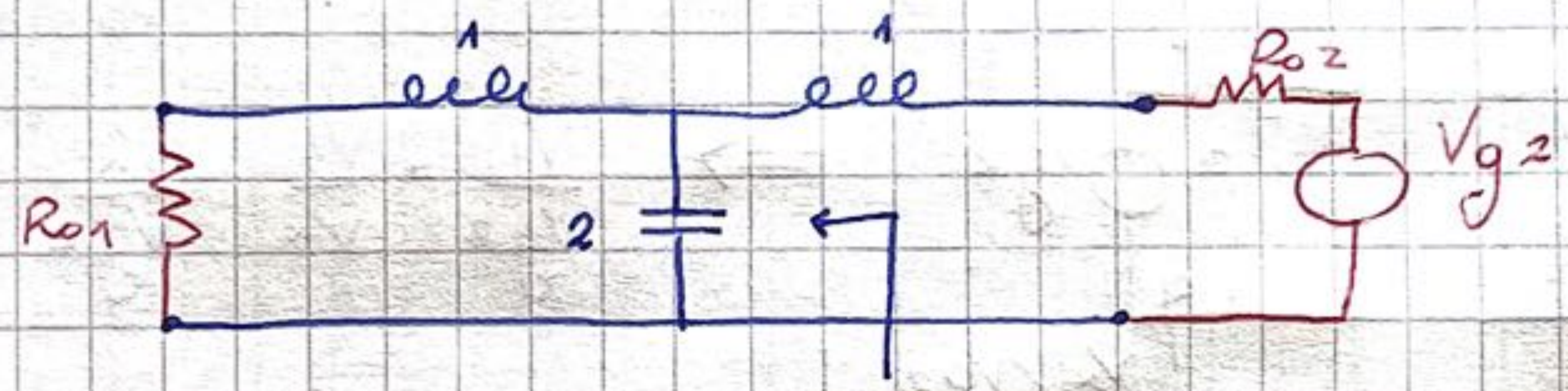
→ $R_{o1} = R_{o2} = 1$

$$z_1 = \left[(1+s) // \tfrac{1}{2s} + s\right] = \frac{(1+s)(1/2s)}{1+s+\frac{1}{2s}} + s = 2s \cdot \frac{1/2s + 1/2}{2s+2s^2+1} + s$$

$$z_1 = (2s)(1/2s)\frac{1+s}{2s^2+2s+1} + s = \frac{1+s+2s^3+2s^2+s}{2s^2+2s+1}$$

$$\boxed{z_1 = \frac{2s^3+2s^2+2s+1}{2s^2+2s+1}}$$

z_2/



$z_1 = z_2$ → Por simetría.

Luego, hayamos los parámetros s:

$$\cdot\ S_{11} = \frac{z_1 - R_{o1}}{z_1 + R_{o1}} =$$

$$* \quad z_1 - R_{o1} = \frac{2s^3+2s^2+2s+1}{2s^2+2s+1} - 1 = \frac{2s^3+\cancel{2s^2}+\cancel{2s}+\cancel{1}-\cancel{2s^2}-\cancel{2s}-\cancel{1}}{2s^2+2s+1}$$

$$z_1 - R_{o1} = \frac{2s^3}{2s^2+2s+1}$$

$$* \quad z_1 + R_{o1} = \frac{2s^3+2s^2+2s+1+2s^2+2s+1}{2s^2+2s+1} = \frac{2s^3+4s^2+4s+2}{2s^2+2s+1}$$

Entonces:

$$S_{11} = \frac{Z_1 - R_{o1}}{Z_1 + R_{o1}} = \frac{2s^3}{2s^2+2s+1} \cdot \frac{2s^2+2s+1}{2s^3+4s^2+4s+2}$$

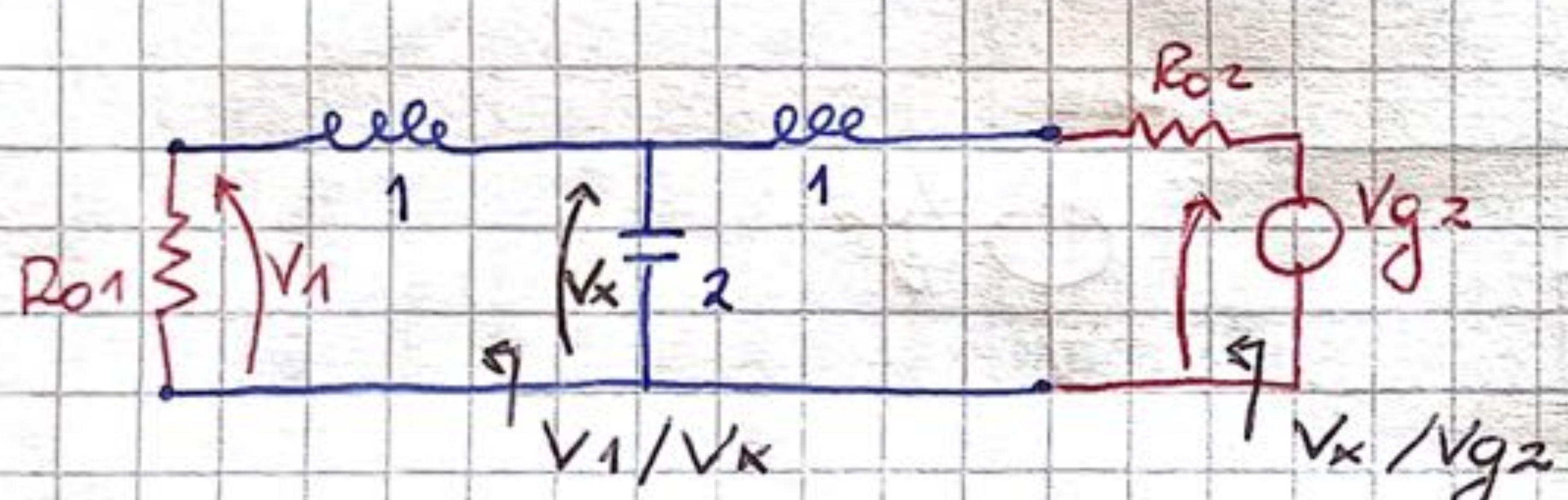
$$\boxed{S_{11} = \frac{s^3}{s^3+2s^2+2s+1}}$$

Y como $Z_1 = Z_2$, y $R_{o1} = R_{o2}$:

$S_{11} = S_{22}$.

- $S_{22} = \frac{Z_2 - R_{o2}}{Z_2 + R_{o2}} \longrightarrow \boxed{S_{22} = \frac{s^3}{s^3+2s^2+2s+1}}$

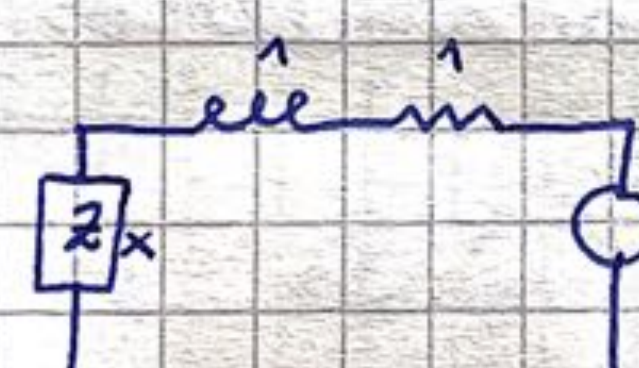
- $S_{12} = \frac{V_1}{V_{g2}/2} \cdot \sqrt{\frac{R_{o2}}{R_{o1}}} = 2 \cdot \frac{V_1}{V_{g2}}$



$\Longrightarrow \frac{V_1}{V_{g2}} = \frac{V_1}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_{g2}}$

- $\frac{V_1}{V_x} = \frac{1}{1+s}$

- $\frac{V_x}{V_{g2}} \longrightarrow$



con $Z_x = (1+s) \,//\, 1/2s$

$$Z_x = \frac{1+s}{2s^2+2s+1}$$

$$Z_x + 1 + s = \frac{1+s+2s^2+2s+1+2s^3+2s^2+s}{2s^2+2s+1}$$

$$Z_x + 1 + s = \frac{2s^3+4s^2+4s+2}{2s^2+2s+1}$$

Entonces:

$$\frac{V_x}{V_{g2}} = \frac{Z_x}{Z_x + (1+s)}$$

$$\frac{V_x}{V_{g2}} = \frac{1+s}{2s^2+2s+1} \cdot \frac{2s^2+2s+1}{2s^3+4s^2+4s+2}$$

NOTA

$$\frac{V_x}{V_{g2}} = \frac{1+s}{2s^3+4s^2+4s+2}$$

Luego:

$$\frac{V_1}{V_{g2}} = \frac{V_1}{V_x} \cdot \frac{V_x}{V_{g2}} = \frac{1}{\cancel{1+s}} \cdot \frac{\cancel{1+s}}{2s^3+4s^2+4s+2} = \frac{1}{2s^3+4s^2+4s+2}$$

Y finalmente:

$$S_{12} = 2 \cdot \frac{V_1}{V_{g2}} = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}$$

$$\boxed{S_{12} = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}}$$

Por último: $S_{12} = S_{21}$, por red simétrica.

$$\boxed{S_{21} = \frac{1}{s^3+2s^2+2s+1}}$$

* Análisis teórico.

a) Observamos que se trata de un filtro pasa-bajos de orden 3 Butterworth. Podemos deducir esto a partir del parámetro S_{12}.

b) Comenzamos analizando S_{11}:

$$S_{11} = \frac{s^3}{s^3+2s^2+s+1}$$

• $\omega = 0$, $s \to 0 \Rightarrow \boxed{S_{11} \to 0}$ No hay reflexión. Adaptación.

• $\omega \to \infty$, $s \to \infty \Rightarrow \boxed{S_{11} = 1}$ Reflexión total, desadaptación.

Luego, analizamos S_{12}:

$$S_{12} = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

• $\omega = 0$, $s \to 0 \Rightarrow \boxed{S_{12} = 1}$ Transferencia total.

• $\omega \to \infty$, $s \to \infty \Rightarrow \boxed{S_{12} = 1/s^3 = 0}$ No hay transferencia.

Ambos casos:

• $\omega = 1$, comportamiento general. Poseen igual módulo y distinta fase.

NOTA