Giuliana Ruffa | TS 5 | HOJA N° 1 | FECHA

① Los sistemas de antenas de transmicion de tipo Phased Array, son un tipo particular de antena que permiten controlar la direccion del haz emitido sin desplazamientos mecánicos. Se trata en esencia de múltiples antenas que reciben la misma señal de entrada, aunque afectada por desfasajes diferentes. Así, modificando los desfasajes y por efectos de interferencia constructiva o destructiva, se logra modificar el ángulo de apuntamiento sin requerir desplazamientos mecánicos.

Se desea diseñar desfasadores pasivos para un sistema de este tipo que opera en banda ancha, buscándose que no alteren la respuesta de módulo de la señal.

a) Proponga una funcion transferencia normalizada de primer orden que permita rotar la fase, sin alterar el módulo. Dibuje 1) el diagrama de polos y ceros, 2) la respuesta de fase en funcion de la frecuencia y 3) calcule el retardo de grupo.

b) Proponga una topología activa y una pasiva que implementen el diagrama de polos y ceros del punto anterior. Obtenga los valores de componentes pasivos (resistencias y capacitores) para

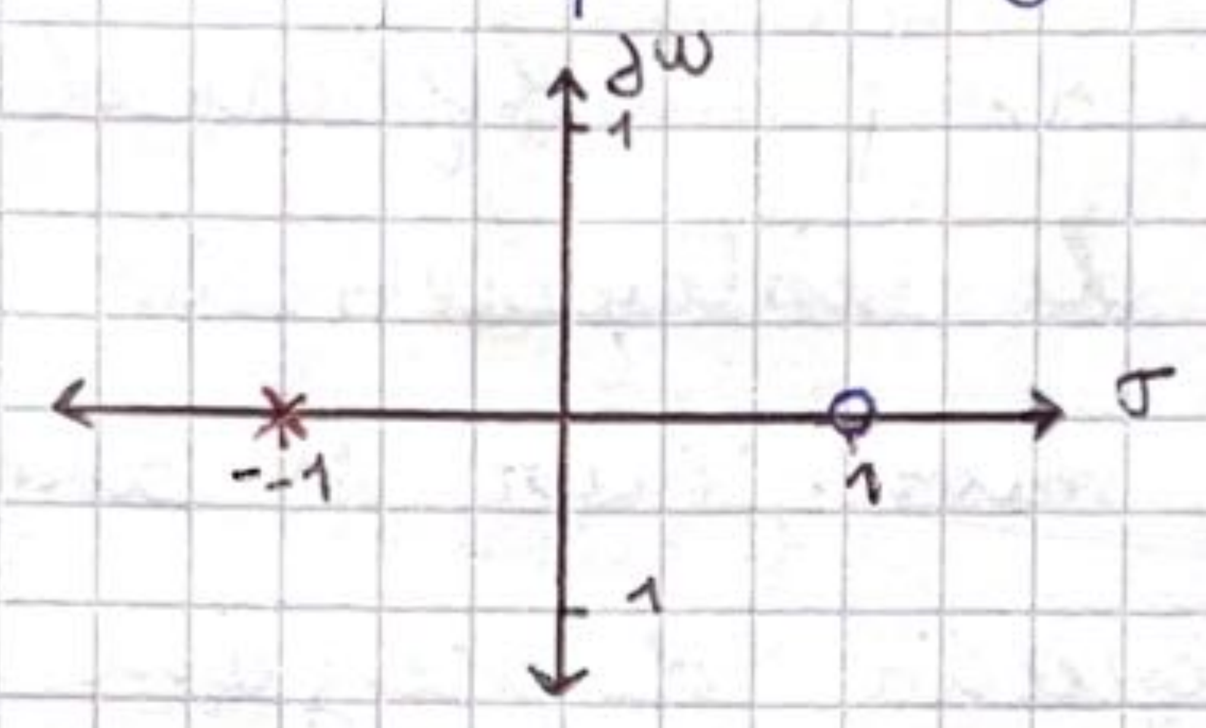
NOTA

lograr que la rotación de fase sea de 15° en $\omega = 1$ (medida respecto de la fase en ω_0).

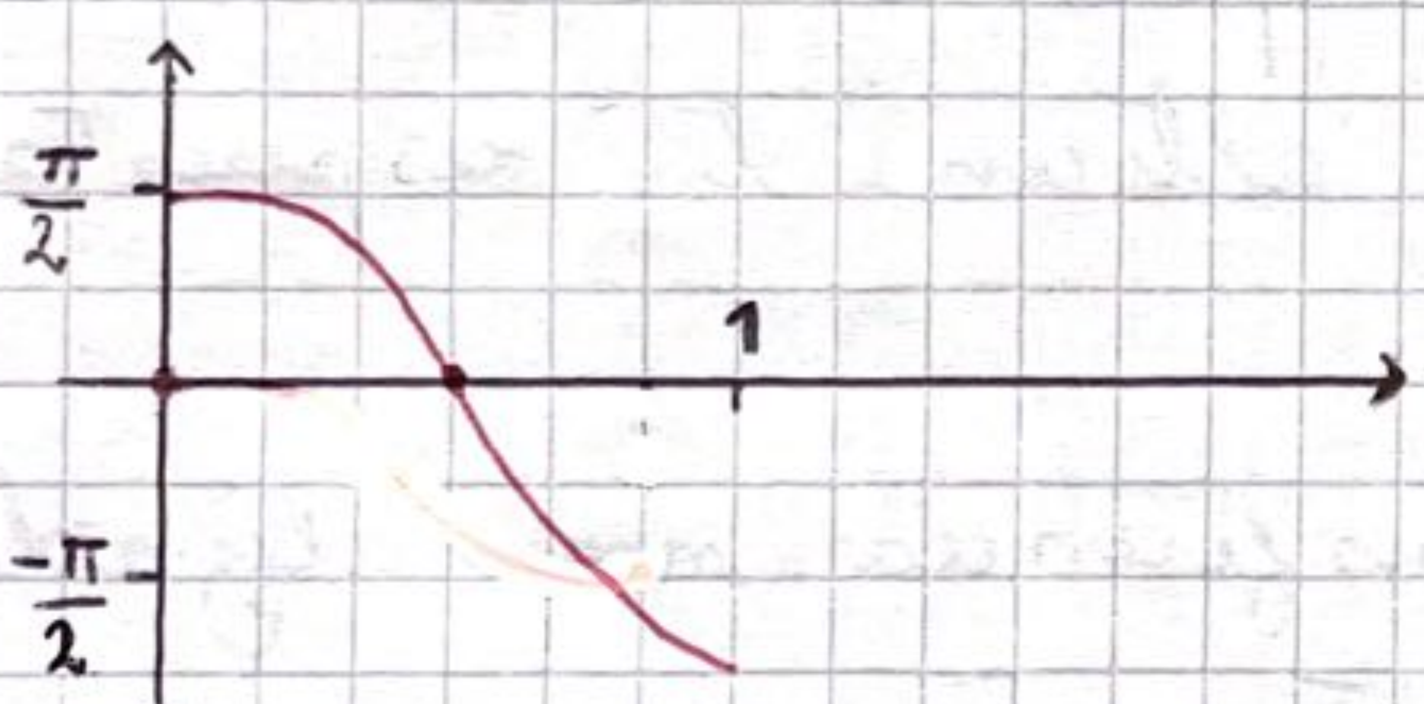
Resolución:

a) Proponemos: $\boxed{T(s) = \dfrac{s - A}{s + B}}$, donde $A = B = 1$.

1- Diagrama de polos y ceros:



2- Respuesta de fase en función de la frecuencia.



$$\phi(\omega) = tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

$$\varphi(\omega) = -2 \cdot tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

3) Retardo de grupo:

$$Tg(\omega) = \frac{-d\phi(\omega)}{d\omega} = -\sum_{1}^{m} \frac{\alpha z}{\alpha z^2 + (\omega \pm \beta z)^2} + \sum_{1}^{n} \frac{\alpha p}{\alpha p^2 + (\omega \pm \beta_p)^2}$$

$$Tg(\omega) = \frac{-(-1)}{(-1)^2 + \omega^2} + \frac{1}{1 + \omega^2} = \frac{1}{1+\omega^2} + \frac{1}{1+\omega^2}$$

$\boxed{Tg(\omega) = \dfrac{2}{1+\omega^2}}$ → Para $\omega = 1$, $Tg(1) = 1$.

NOTA

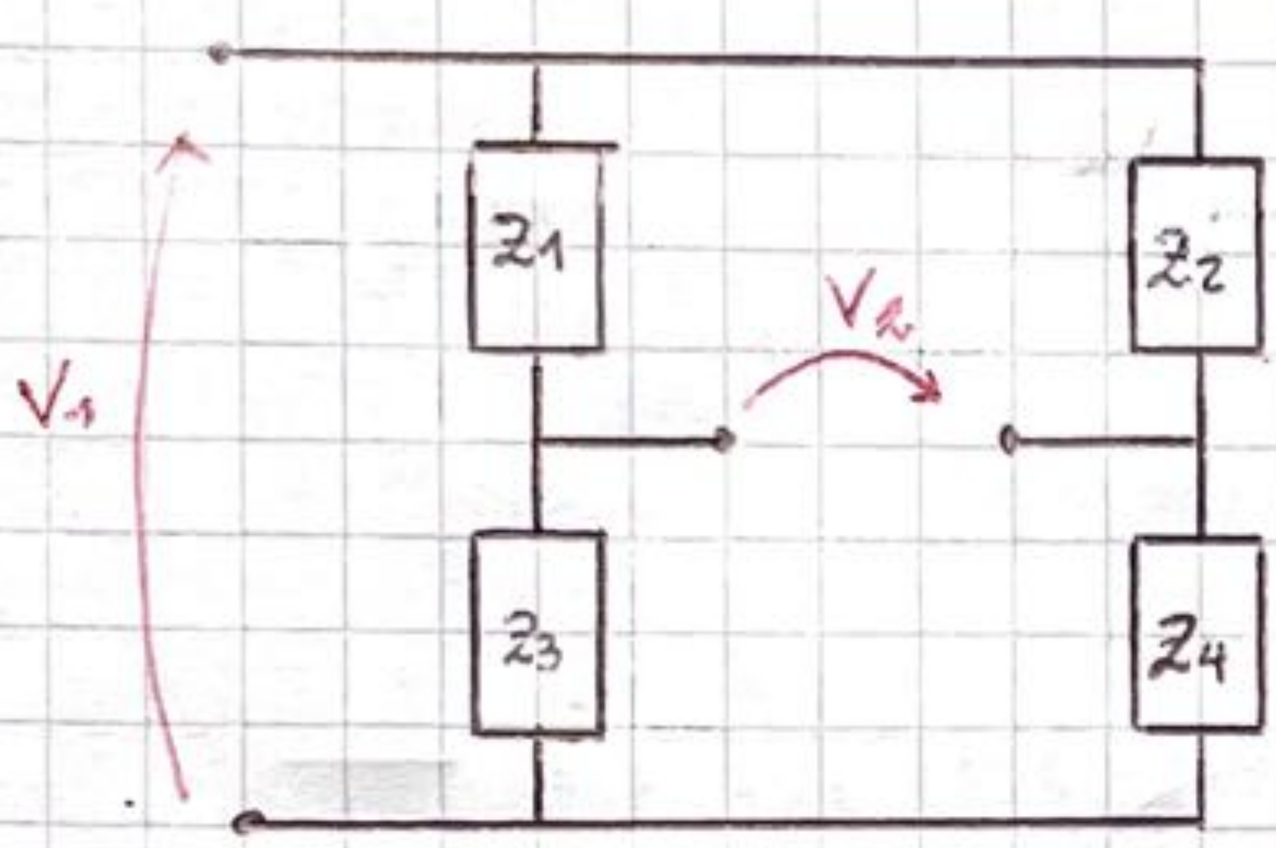
Giuliana Ruffa | TS5 | HOJA Nº 2 | FECHA

b) Partimos del rotador de fase de primer orden:

$$\boxed{T(s) = \frac{s - A}{s + B}}$$

Y proponemos:

· Topología pasiva: circuito Lattice.



Desarrollamos:

$$V_2 = \left[\left(\frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \right) - \left(\frac{Z_4}{Z_2 + Z_4} \right) \right] \cdot V_1$$

$$\downarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 Z_3 + Z_3 Z_4 - Z_1 Z_4 - Z_3 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)} = \frac{Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4}{(Z_1 + Z_3)(Z_2 + Z_4)}$$

$$\text{Si} \begin{cases} Z_2 = Z_3 \\ Z_1 = Z_4 \end{cases}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2^2 - Z_1^2}{(Z_1 + Z_2)^2} = \frac{(Z_2 - Z_1)(Z_2 + Z_1)}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

$$\boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}} \longrightarrow \text{Rotador de fase de 1er. orden.}$$

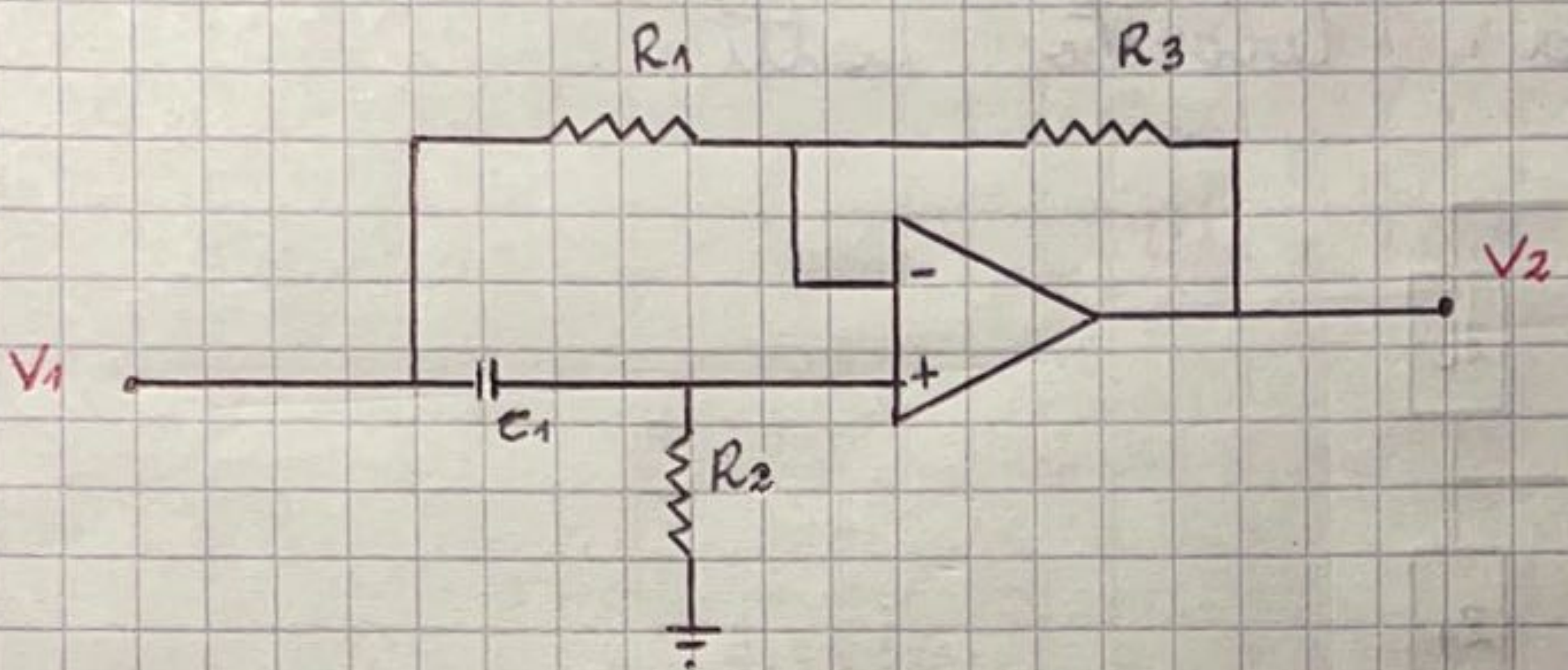
NOTA

Proponemos: $Z_1 = 1/C_1 s$ y $Z_2 = R_2$

Entonces: $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{R_2 - 1/C_1 s}{R_2 + 1/C_1 s} = \dfrac{C_1 R_2 s - 1}{C_1 s} \cdot \dfrac{C_1 s}{C_1 R_2 s + 1}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1 R_2 s - 1}{C_1 R_2 s + 1} \longrightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{s - 1/C_1 R_2}{s + 1/C_1 R_2}}$$

· Topología activa:



Recordamos que:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1 R_2 s - R_2/R_1}{C_1 R_2 s + 1}$$

Establecemos que: $\boxed{R_1 = R_2}$

Luego: $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{C_1 R_2 s - 1}{C_1 R_2 s + 1} \longrightarrow \boxed{\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{s - 1/C_1 R_2}{s + 1/C_1 R_2}}$

* Observamos que las transferencias obtenidas son similares y ambas dependen de C_1 y R_2. Estos valores determinan el ángulo de la rotación de fase en $w = 1$, a partir de W_0.

NOTA

Giuliana
Ruffa

Entonces, se busca una rotación de fase de 15°.

Sabemos que cuando $\varphi(\omega = 1) = -\pi/2$, entonces debemos plantear que $\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -15° = -\frac{\pi}{12}$, para $\omega = 1$.

Calculamos = $-\frac{\pi}{12} = -2\,tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$, para $\omega = 1$.

Despejamos que: $\omega_0 = 7{,}5958$

Por lo tanto, reexpresamos:

$$\boxed{T(s) = \frac{s - 7{,}5958}{s + 7{,}5958}} = \frac{s - \omega_0}{s + \omega_0}$$

Y luego, despejamos el valor de los componentes:

$7{,}5958 = \frac{1}{C_1 R_2} \longrightarrow$ 2 grados de libertad.

Adoptamos $\boxed{R_2 = 1k\Omega.}$

Por lo que: $\boxed{C_1 = 131{,}65\,\mu F}$

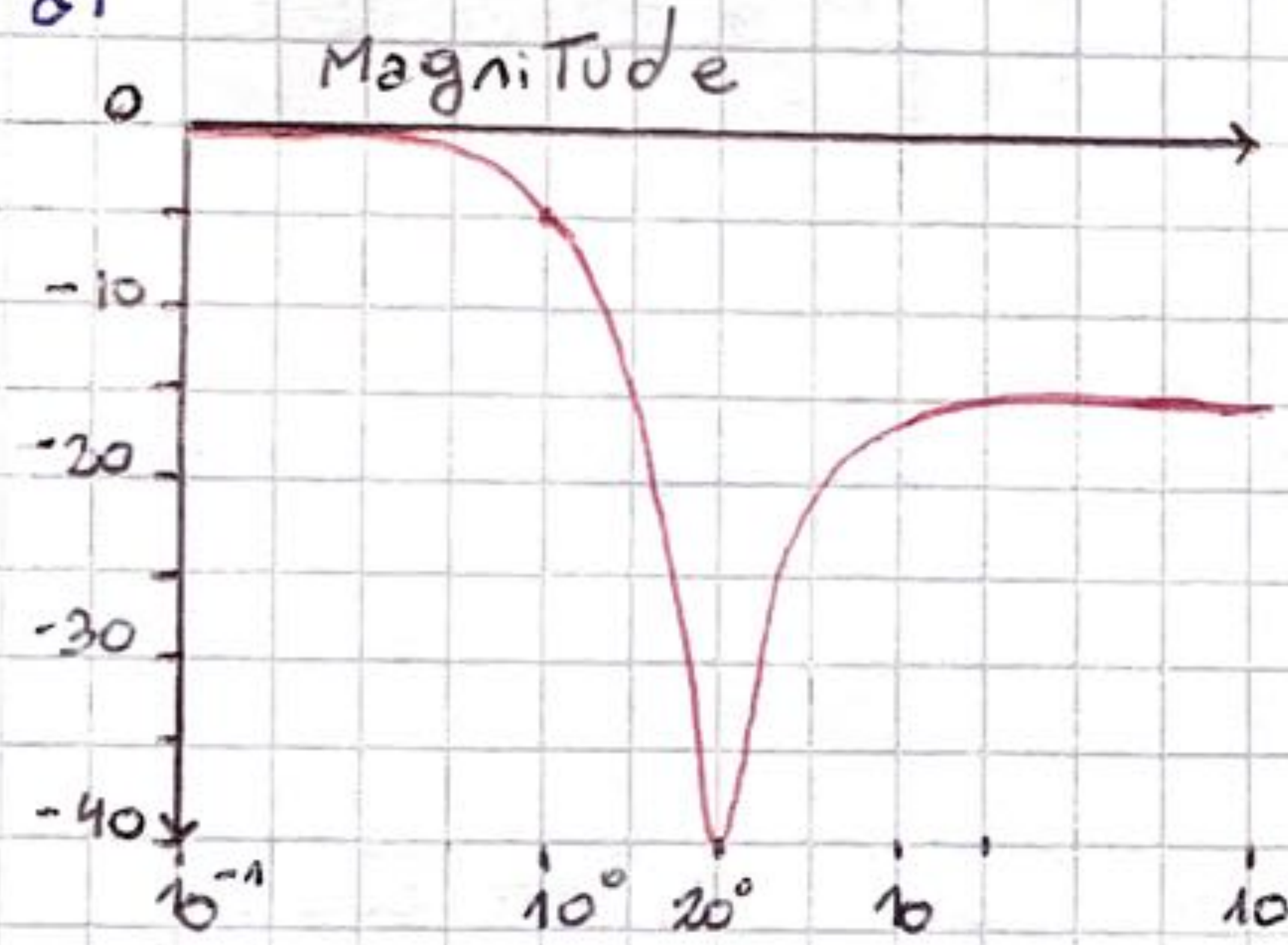
* Estos valores cumplen tanto para la topología activa como para la pasiva, ya que sus transferencias habían sido expresadas de manera similar.

② Considere la siguiente expresión generalizada de una transferencia bicuadrática:

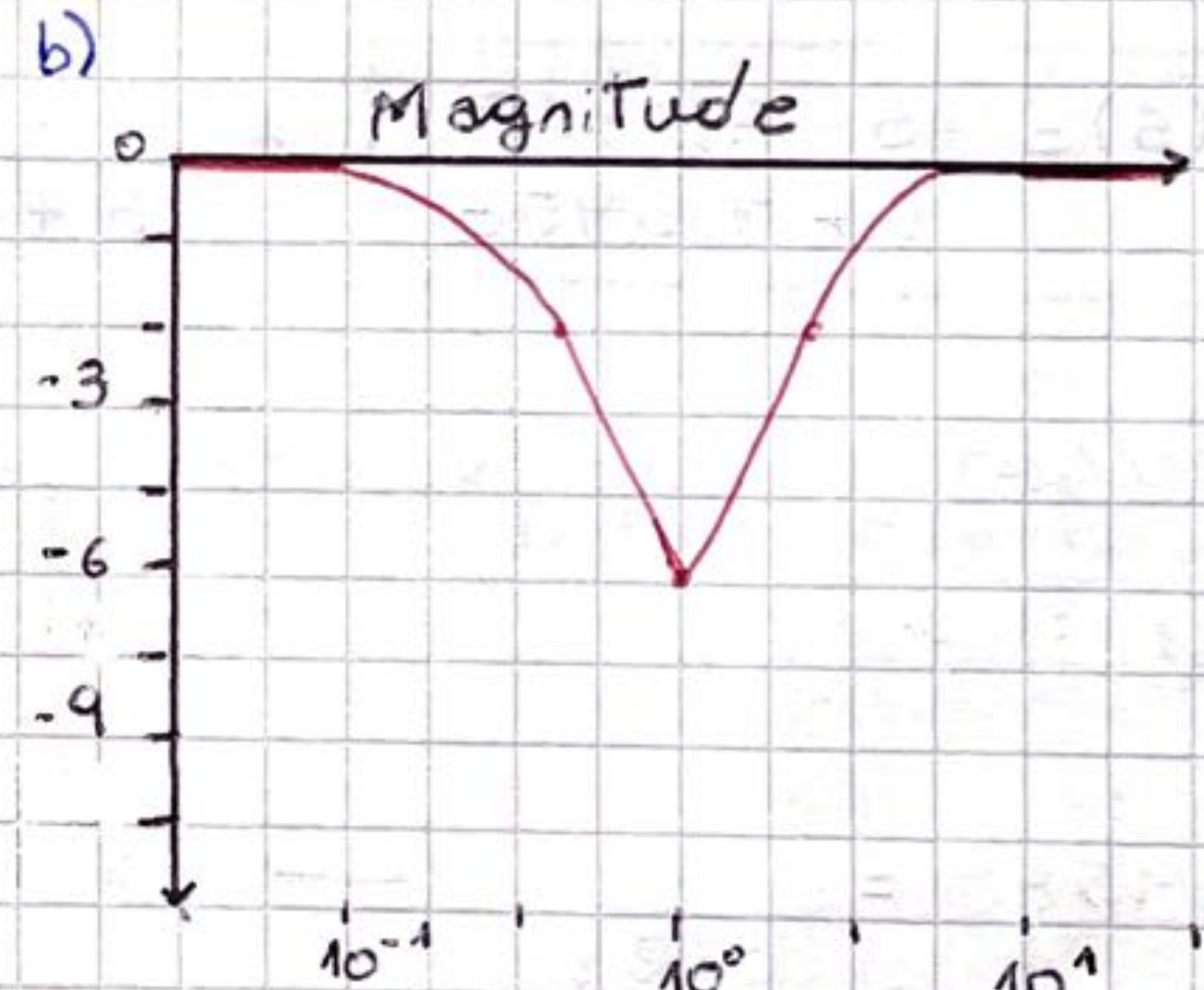
$$T(s)=K\,\frac{s^2+s\,\frac{\omega_n}{Q_n}+\omega_n^2}{s^2+s\,\frac{\omega_p}{Q_p}+\omega_p^2}$$

a) Considerando que el denominador de $T(s)$ se corresponde con el de un filtro pasa-altos Butterworth de segundo orden, especifique las condiciones necesarias para los parámetros K, Q_n, ω_n, Q_p y ω_p, de tal forma que la transferencia final resulte:

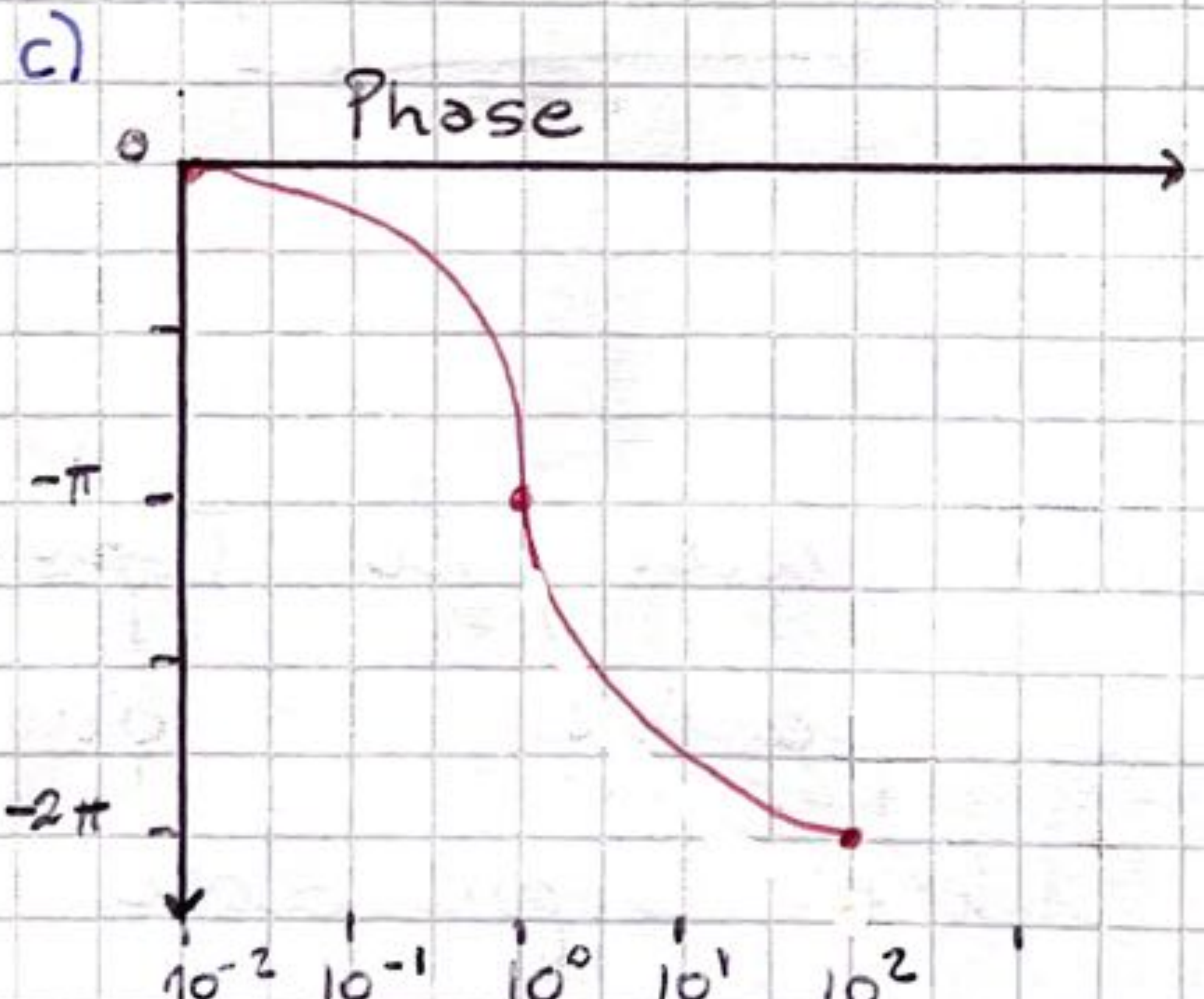
a)



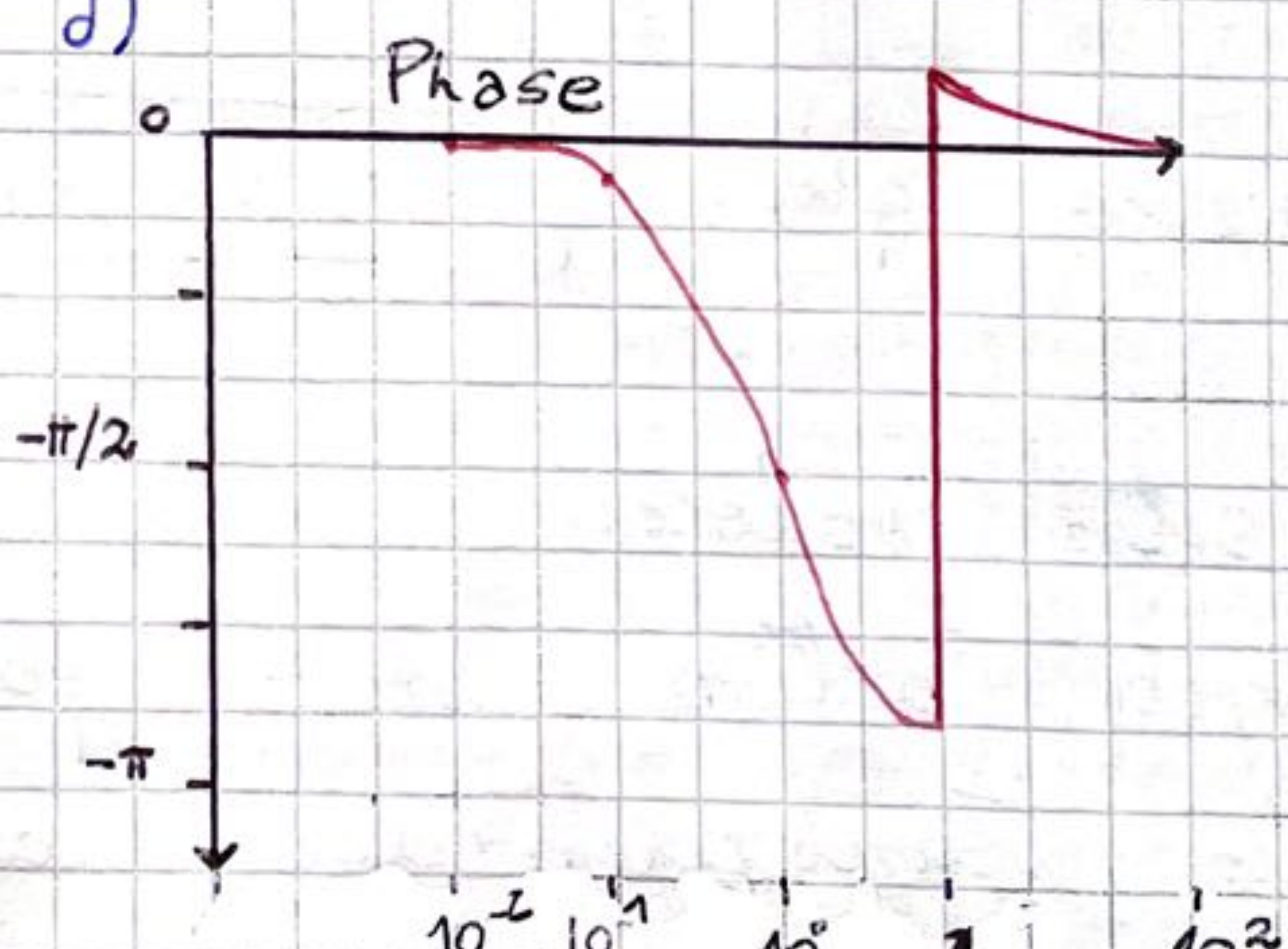
b)



c)



d)



En cada caso, grafique además el diagrama de polos y ceros, detallando las coordenadas de todas las singularidades.

b) Proponga un circuito normalizado, de ser posible pasivo, que tenga la respuesta indicada.

Resolución:

a) Recordamos el denominador de un filtro Butterworth de segundo orden:

$$\boxed{D_B(s) = s'^2 + \sqrt{2}\, s' + 1} \qquad \begin{cases} Q_P = 1/\sqrt{2} \\ \omega_P = 1 \end{cases}$$

Desarrollamos cómo obtener esta función:

· Butterworth: $Q = \dfrac{1}{2 \cos \psi}$ y $\psi = \dfrac{\pi}{n \cdot 2}$

Siendo ψ el ángulo de separación entre los polos del sistema y Q el factor de selección.

Entonces:

· $n = 2$: $\psi = \dfrac{\pi}{4}$ y $Q = \dfrac{1}{2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Partiendo de $\omega_p = 1$ y $DB(s) = s'^2 + \omega_P/Q + \omega_P^2$, verificamos que obtenemos $DB(s) = s'^2 + \sqrt{2}\, s + 1$.

* Luego, analizamos cada caso particular para establecer el resto de los parámetros: ω_n, Q_n y K.

Ya sabemos que: $\boxed{Q_P = 1/\sqrt{2}}$ y $\boxed{\omega_P = 1}$

a) Observamos el "0" en 2, es decir, $\omega_n = 2$.
Y también, $Q \to \infty$. Luego, la función:

$$T(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} + \omega_p^2} \quad \to \text{Filtro notch.}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 + 2^2}{s^2 + s\sqrt{2} + 1} \cdot K} \quad \begin{cases} \omega_n = 2 \\ Q_n = \cancel{\infty} \end{cases}$$

Sabemos que $|T(s \to 0)| = 0dB \Rightarrow T(0) = K \cdot 2^2 = 1$

Establecemos: $\boxed{K = 1/4}$

b) De igual manera, observamos el "0" en 1.
Y también, que: $|T(\omega_0)| = -6dB = 0,5$ veces $= \frac{\omega_0}{Q_n} / \frac{\omega_0}{Q_p}$.
Entonces: $Q_p / Q_n = 1/2 \to Q_n = 2 \cdot Q_p \to Q_n = 2/\sqrt{2}$

$$\boxed{T(s) = K \cdot \frac{s^2 + 0{,}707s + 1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}} \quad \begin{cases} \omega_n = 1 \\ Q_n = 1/0{,}707 \end{cases}$$

Sabemos que $|T(s \to 0)| = 0\,dB \Rightarrow T(0) = K = 1$

Establecemos: $\boxed{K = 1}$.

c) Observamos que se trata de un rotador de fase, por lo tanto $\omega_n = 1$ y luego:

$$\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\frac{3}{2}\pi = -270°, \text{ para } \omega = 1.$$

Recordamos que, para el rotador de fase de orden 2:

$$\varphi(\omega) = -4\, tg^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right), \text{ entonces: } \omega_0 = 0{,}4142.$$

NOTA

Luego, $Q_n = 1/\sqrt{2}$, por lo que:

$$T(s) = \frac{s^2 - \omega_0/Q_n + \omega_0}{s^2 + \omega_0/Q_n + \omega_0}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 - 0{,}5858 + 0{,}4142}{s^2 + 0{,}5858 + 0{,}4142}}$$

En el rotador de fase: $\boxed{K = 1}$.

d) Observamos que se trata de un filtro notch con $\omega_n = 4$. Luego:

$$\boxed{T(s) = \frac{s^2 + 4^2}{s^2 + \sqrt{2}\, s + 1}}$$

$$\begin{cases} \omega_n = 4 \\ Q_n \to \infty : \cancel{Z} \end{cases}$$