



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI NAPOLI FEDERICO II

FONDAMENTI  
DI  
SISTEMI DINAMICI

GIULIANO DI GIUSEPPE N46004374

# INDICE

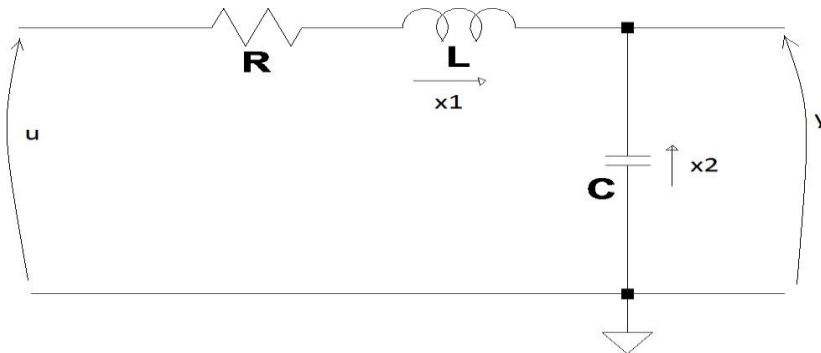
|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| <b>1</b>  | <b>RLC.....</b>                        | <b>4</b>  |
| 1.1       | DESCRIZIONE.....                       | 4         |
| 1.2       | ESEMPIO .....                          | 5         |
| <b>2</b>  | <b>AMMORTAMENTO DEBITO .....</b>       | <b>10</b> |
| 2.1       | DESCRIZIONE.....                       | 10        |
| 2.2       | MODELLO I-S-U .....                    | 10        |
| 2.3       | ESEMPIO .....                          | 11        |
| <b>3</b>  | <b>ANTIFURTO-CINTURA.....</b>          | <b>13</b> |
| 3.1       | DESCRIZIONE.....                       | 13        |
| 3.2       | ESEMPIO .....                          | 14        |
| <b>4</b>  | <b>FARMACO .....</b>                   | <b>15</b> |
| 4.1       | DESCRIZIONE.....                       | 15        |
| 4.2       | ESEMPIO .....                          | 15        |
| <b>5</b>  | <b>FASATORE .....</b>                  | <b>17</b> |
| 5.1       | DESCRIZIONE.....                       | 17        |
| 5.2       | RISULTATI .....                        | 18        |
| <b>6</b>  | <b>MUSICA.....</b>                     | <b>22</b> |
| 6.1       | DESCRIZIONE.....                       | 22        |
| <b>7</b>  | <b>MASSA-MOLLA-AMMORTIZZATORE.....</b> | <b>23</b> |
| 7.1       | DESCRIZIONE.....                       | 23        |
| 7.2       | MODELLO I-S-U .....                    | 23        |
| 7.3       | RISULTATO .....                        | 24        |
| <b>8</b>  | <b>FRIGORIFERO .....</b>               | <b>25</b> |
| 8.1       | DESCRIZIONE.....                       | 25        |
| 8.2       | ESEMPIO .....                          | 27        |
| <b>9</b>  | <b>CAVO DI TRASMISSIONE.....</b>       | <b>28</b> |
| 9.1       | DESCRIZIONE.....                       | 28        |
| 9.2       | ESEMPIO .....                          | 29        |
| <b>10</b> | <b>ROTAZIONE .....</b>                 | <b>30</b> |
| 10.1      | DESCRIZIONE.....                       | 30        |

10.2 ESEMPIO(TRIANGOLO)..... 30

10.3 ESEMPIO(STEMMA FERRARI)..... 31

# 1 RLC

## 1.1 DESCRIZIONE



Abbiamo un sistema del secondo ordine, per il quale è molto semplice ottenere una rappresentazione i-s-u e ricavare la f.d.t. Indicando con  $x_1$  la corrente assorbita dall'induttore, con  $x_2$  la tensione ai capi del condensatore e applicando i principi di Kirchoff si ha:

$$u = R i + L di/dt + V_c$$

$$i = C dV_c/dt$$

Pongo

$$x_1 = i, \quad x_2 = V_c, \quad y = x_2$$

In forma matriciale:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u, \quad y = [0 \quad 1]x.$$

La cui f.d.t. risulta svolgendo i calcoli:

$$W(s) = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{Rs}{L} + \frac{1}{LC}}$$

Il programma si stamperà a video :

- Evoluzione libera
- Risposta impulsiva
- Evoluzione forzata con in ingresso una sinusoide
- Ingresso di durata breve
- Risposta in frequenza tensione applicata – tensione sul condensatore
- Risposta in frequenza: tensione applicata - corrente assorbita = corrente nell'induttore

## 1.2 ESEMPIO

Il modello del circuito RLC

o--- R --- L -----o

|

C

|

o-----o

con:

Resistenza=5

L = 5.0000e-03

C = 1.0000e-06

risulta:

A =    -1000    -200

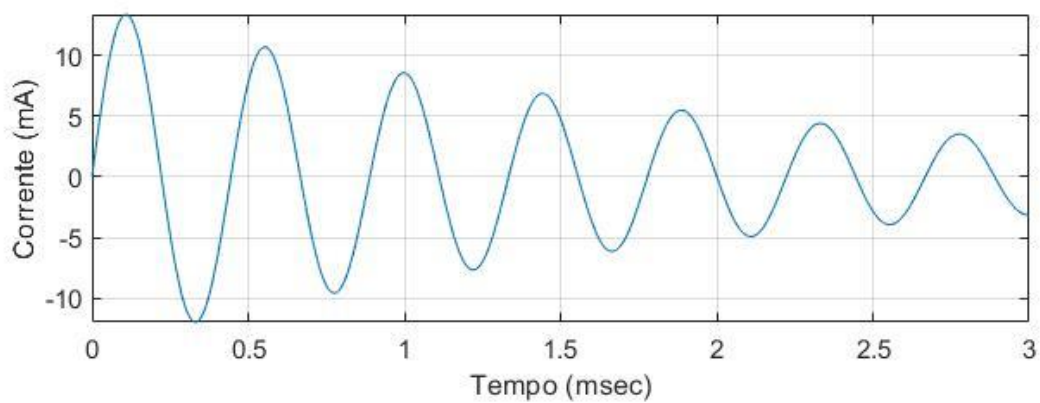
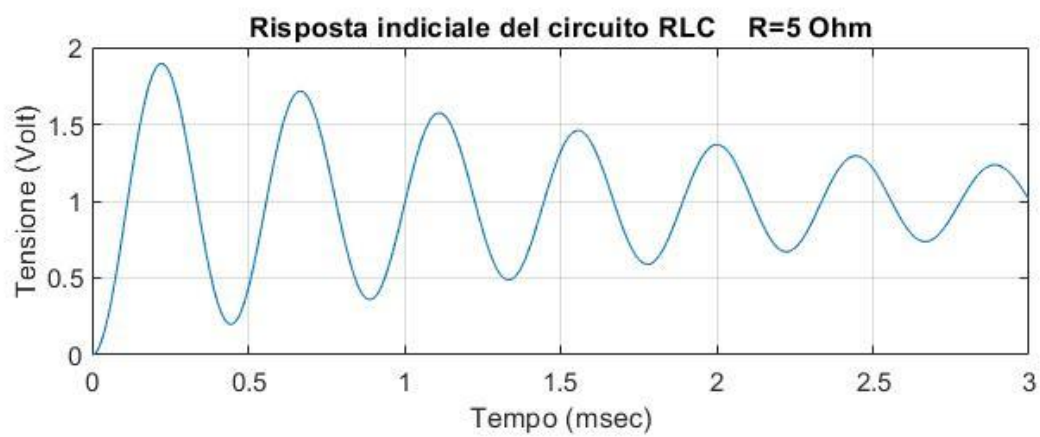
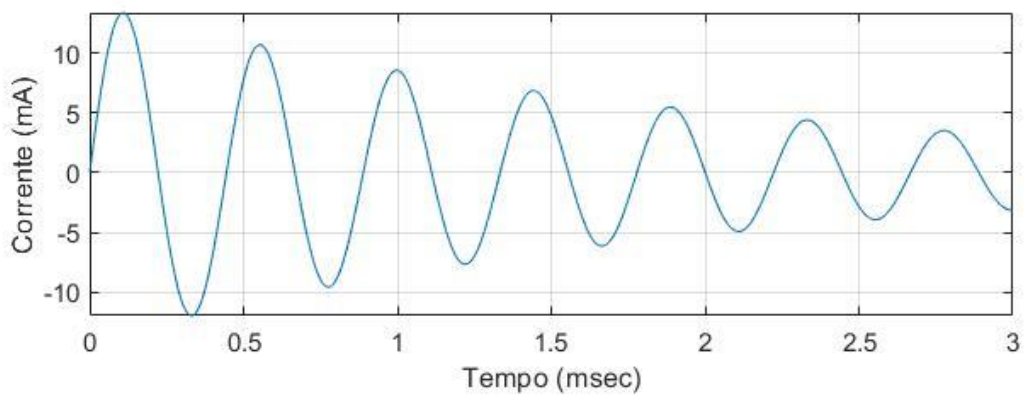
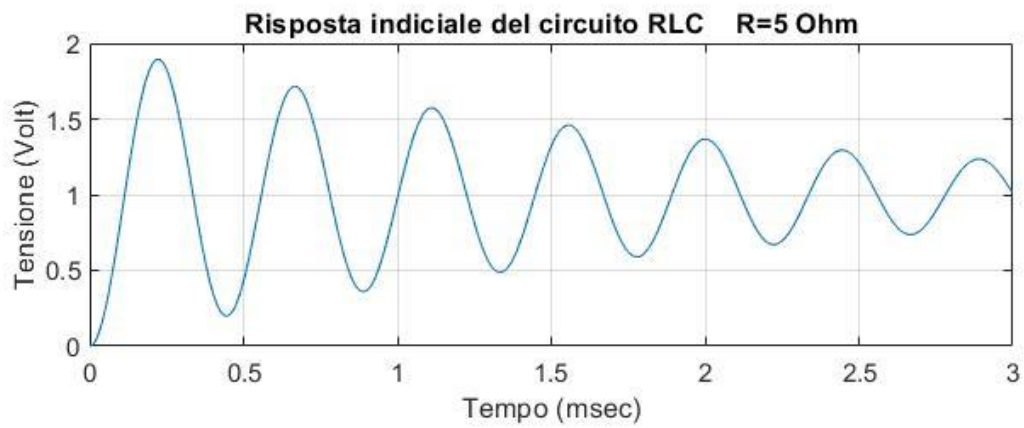
1000000    0

B = 200

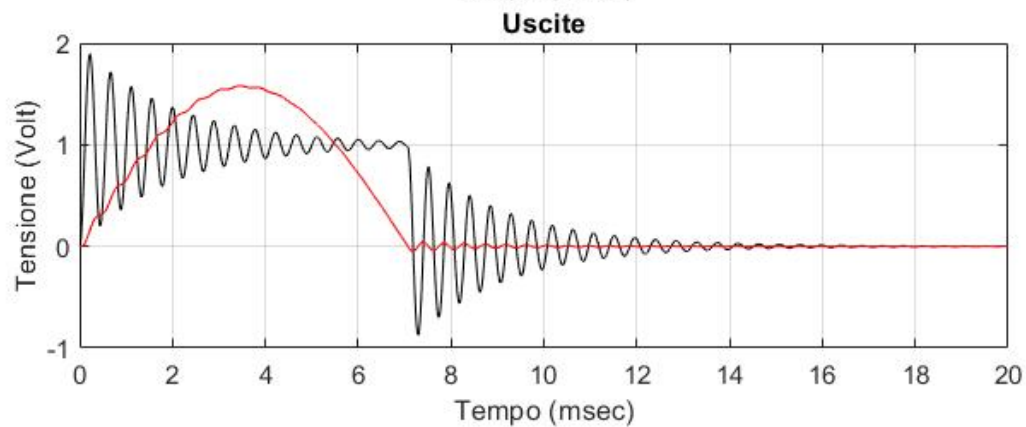
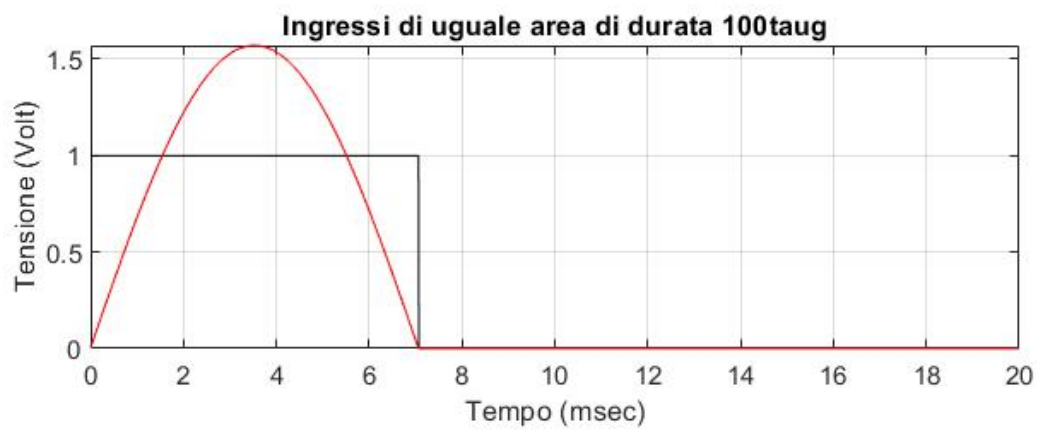
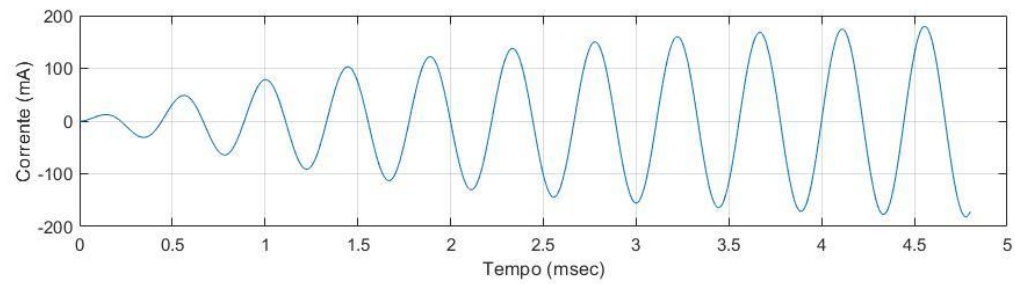
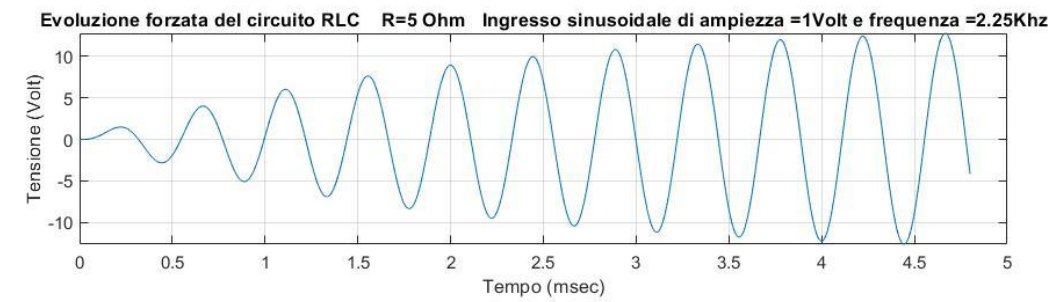
0

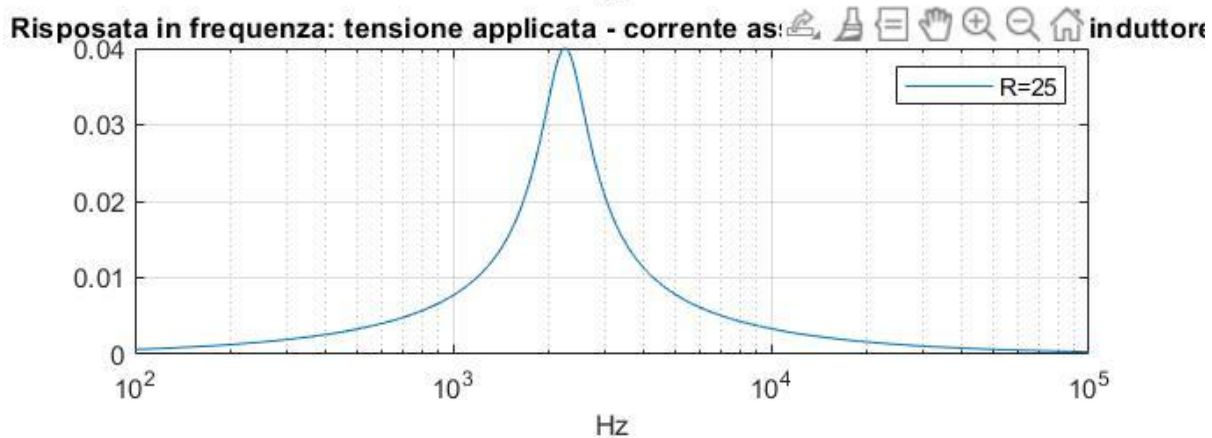
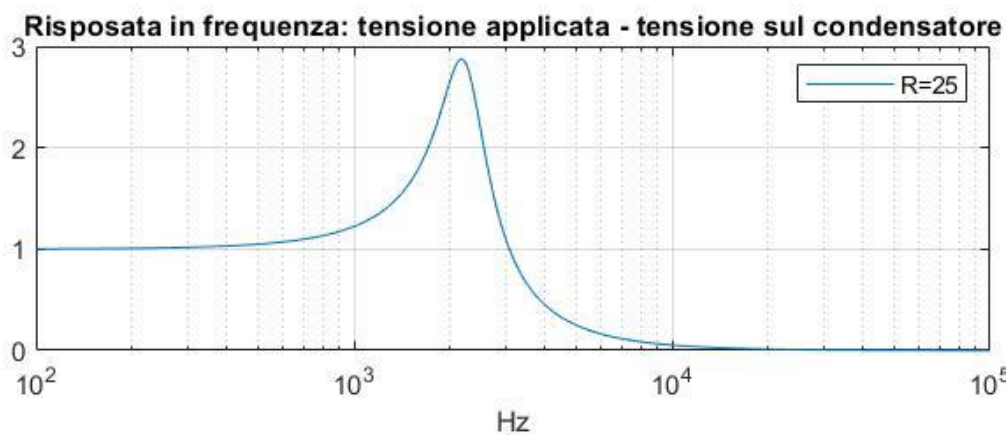
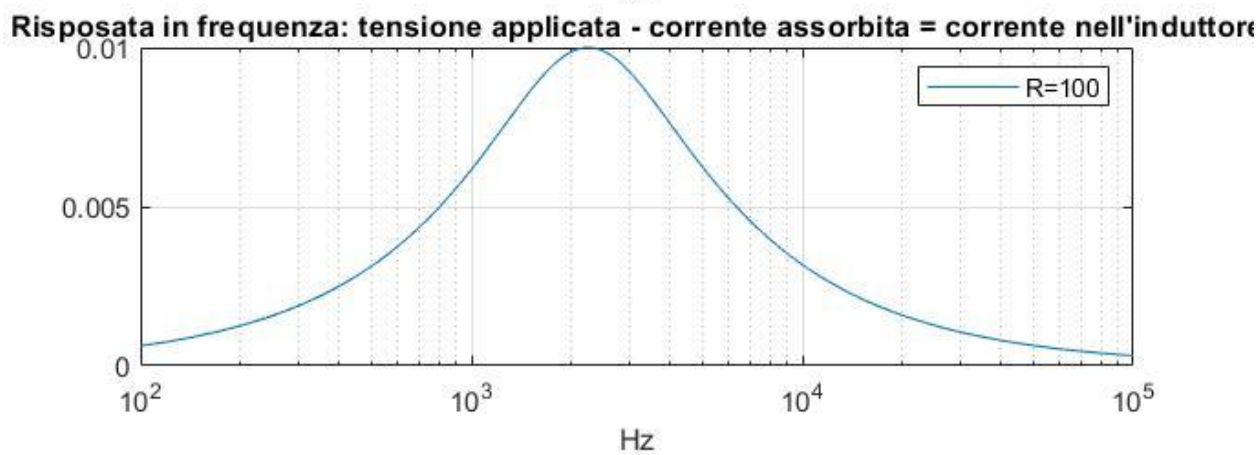
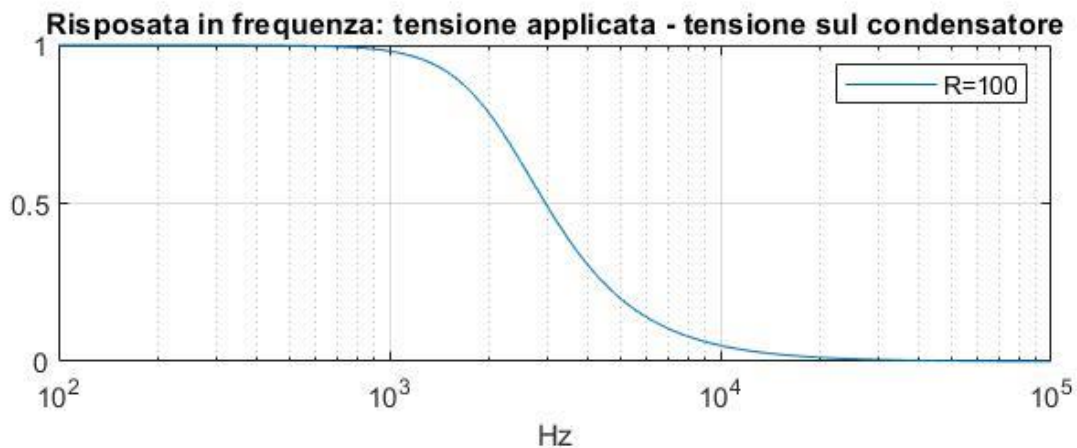
C = 0   1

D = 0

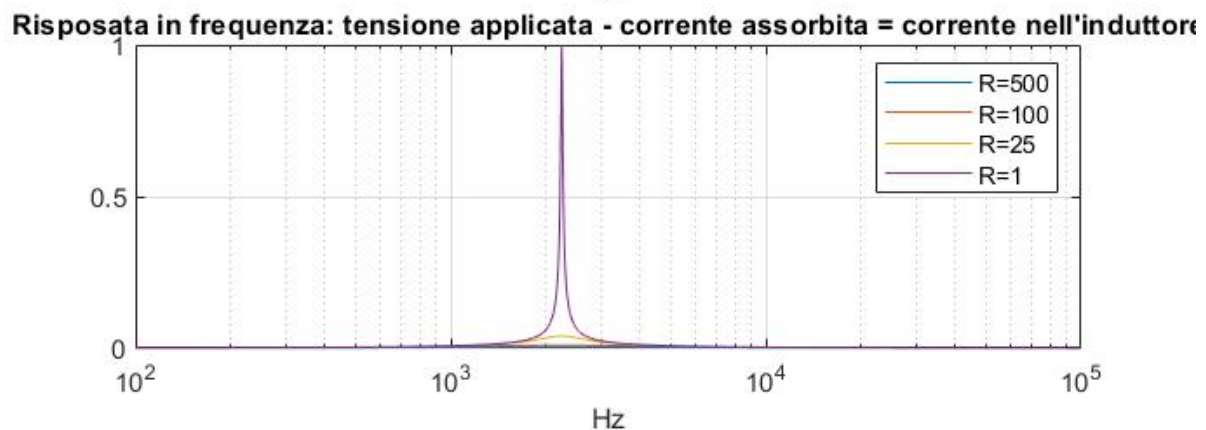
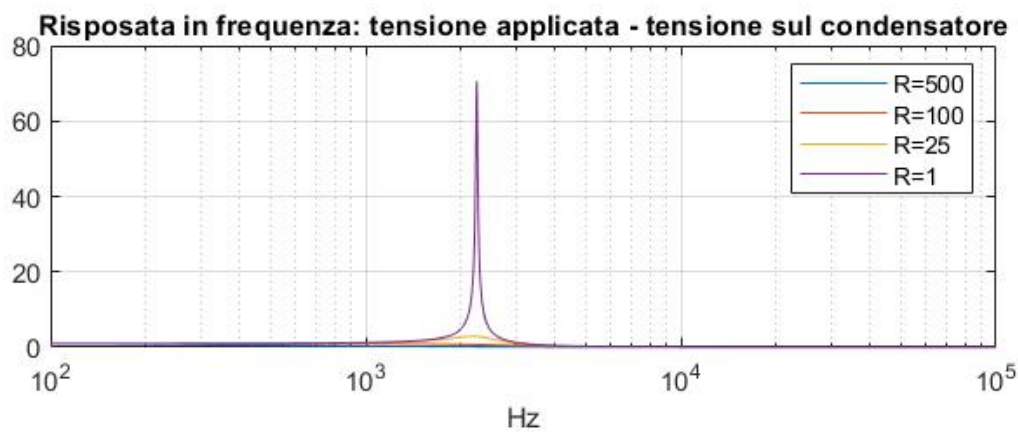
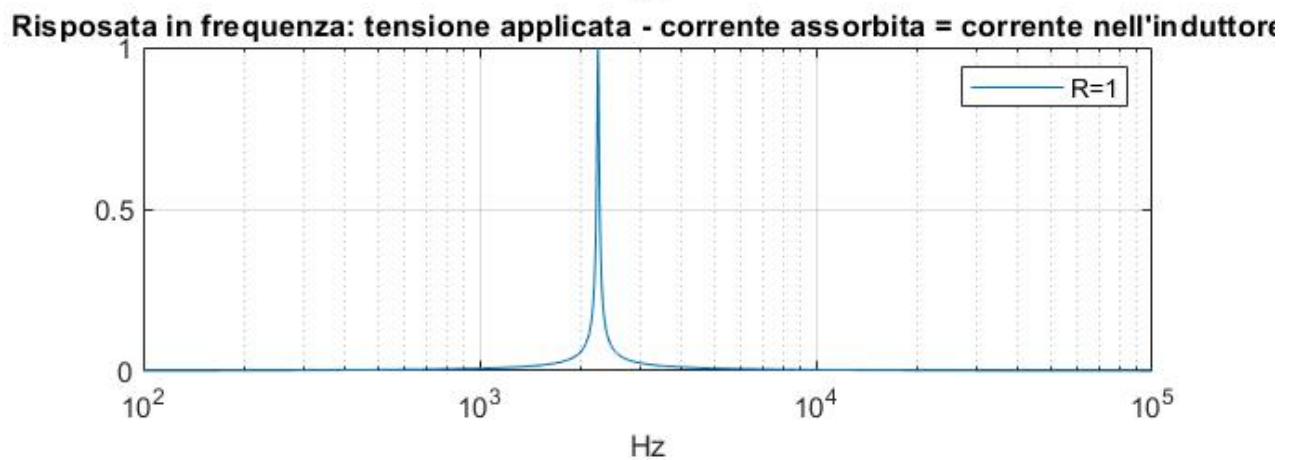
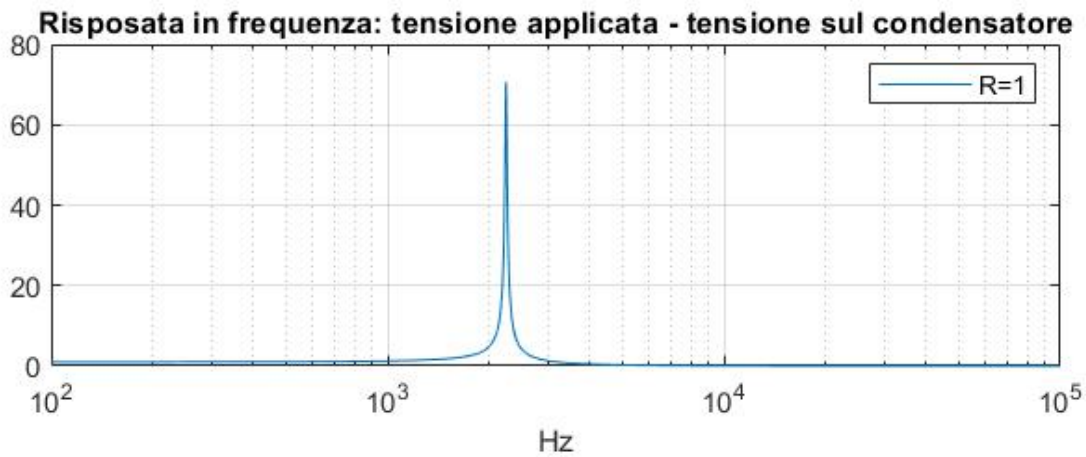


frequenza sinusoide in ingresso=  $2.25 \times 10^3$









## 2 AMMORTAMENTO DEBITO

### 2.1 DESCRIZIONE

Il sistema discreto analizzato è un sistema che simula l'estinzione graduale di un debito mediante il pagamento di  $x$  rate annue.

Considerando i seguenti parametri:

| Parametro       | Descrizione  |
|-----------------|--|
| $u_k$           | <u>Ingresso</u> : rata da pagare                                 |
| $y_k$           | <u>Uscita</u> : debito residuo dopo aver effettuato un pagamento |
| $x_k = y_{k-1}$ | <u>Stato</u> : debito residuo                                    |
| $v$             | Numero di rate   |
| $i$             | Interesse in percentuale annuo                                   |
| $deb$           | Debito iniziale  |
| $N$             | Numero di rate   |
| $y_N = 0$       | Debito nullo   |
| $p$             | Importo della rata   |

L'equazione che descrive il sistema di estinzione di debito è la seguente:

$$y_k = \left(1 + \frac{i}{100v}\right) y_{k-1} - u_k$$

### 2.2 Modello I-S-U

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \left(1 + \frac{i}{100v}\right) x_k - u_k = Ax_k + Bu_k \\ y_k &= \left(1 + \frac{i}{100v}\right) x_k - u_k = Cx_k + Du_k \end{aligned}$$

Per ricavare la risposta all'ingresso considero  $p$  in ingresso al sistema, fornendo in ingresso al sistema il gradino di ampiezza  $u_0 = p$ , inoltre pongo  $d = x_0$  cioè debito iniziale

la risposta del sistema al gradino risulta essere pari a:

$$y_k = \left[ \frac{1 + \frac{i}{100v}}{1 - 1 - \frac{i}{100v}} (-1) + (-1) \right] p + (-1) \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^k \left( d - \frac{-1}{1 - 1 - \frac{i}{100v}} p \right)$$

Poiché la risposta di un sistema tempo discreto è data da:

$$y_k = [C(I - A)^{-1}B + D]u_0 + CA^k[x_0 - (I - A)^{-1}Bu_0]$$

Effettuando tutte le semplificazioni necessarie otteniamo la seguente risposta al gradino:

$$y_k = \frac{p}{\frac{i}{100v}} + \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^k \left( d - \frac{p}{\frac{i}{100v}} \right)$$

Al fine di ricavare l'importo della rata da pagare è sufficiente imporre alla risposta precedentemente ricavata la condizione  $y_N = 0$ , dove  $N$  è il totale delle rate da pagare:

$$y_N = 0 = \frac{p}{\frac{i}{100v}} + \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^N \left(d - \frac{p}{\frac{i}{100v}}\right) \rightarrow \frac{1 - \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^{N+1}}{\frac{i}{100v}} p = - \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^{N+1} d$$

$$p = - \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^{N+1} * \frac{\left(\frac{i}{100v}\right)}{1 - \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^{N+1}} d \rightarrow p = \frac{\frac{1}{100v}}{1 - \left(1 + \frac{i}{100v}\right)^{-N}} d$$

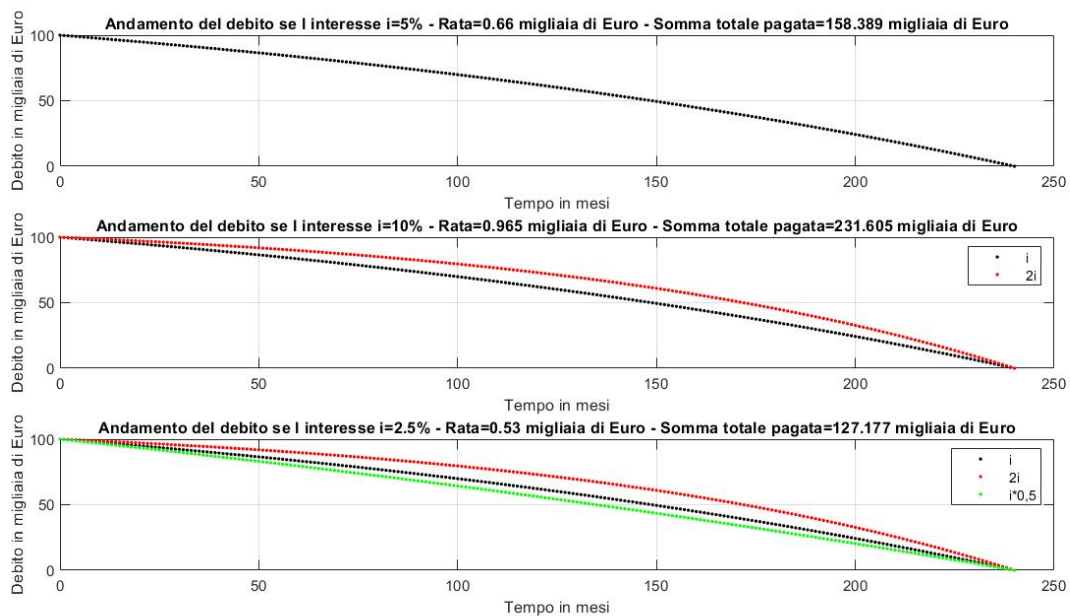
## 2.3 ESEMPIO

Ammontare mutuo=100000

Tasso di interesse annuo =5

Numero di rate annue =12

Durata del mutuo in anni =20

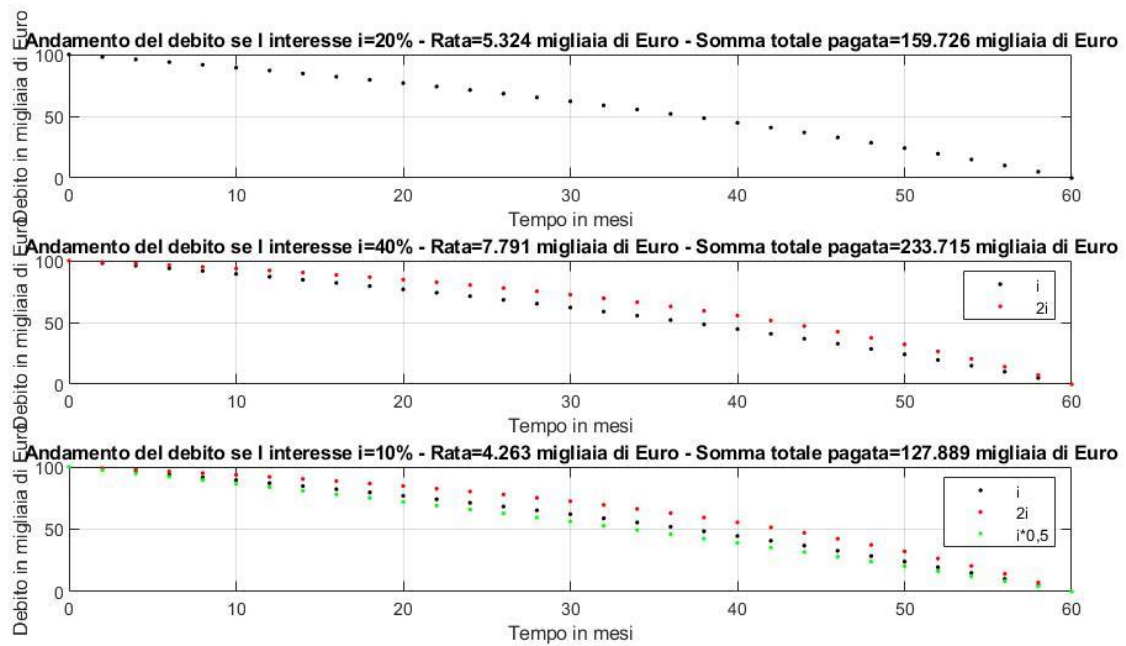


Ammontare mutuo=100000

Tasso di interesse annuo =20

Numero di rate annue =6

Durata del mutuo in anni =5



### 3 ANTIFURTO-CINTURA

#### 3.1 DESCRIZIONE

Questo modello simulink, denominato antifurto.mdl, ha come funzione quello di simulare il funzionamento di un semplice antifurto e di verificare se è stata inserita la cintura quando la macchina è in movimento. Questo modello può rappresentare in modo molto semplificato ogni tipo di antifurto, dagli antifurti per edifici o per la sicurezza di beni materiali

Il modello che andremo a studiare è composto da :

un interruttore di abilitazione (che permette di attivare le misure di sicurezza in casi di violazione)

0=disattivato 1=attivo

un sensore di apertura delle porte (che si attiva all'apertura e chiusura delle porte)

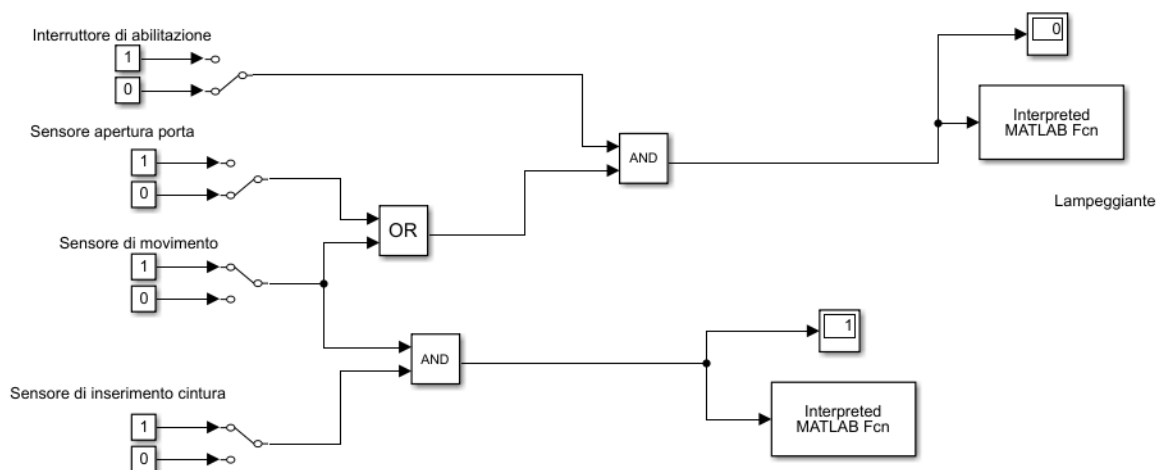
0=porte chiuse 1=porte aperte

un sensore di movimento (che controlla se la macchina è in movimento )

0=macchina ferma 1=macchina in movimento

Un sensore di inserimento della cintura (controlla se il guidatore ha inserito la cintura)

0=cintura inserita 1=cintura non inserita



## 3.2 ESEMPIO

| Interruttore di<br>abilitazione | Sensore delle<br>porte | Sensore di<br>movimento | RISULTATO |
|---------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------|
| 0                               | 0                      | 0                       | 0         |
| 0                               | 0                      | 1                       | 0         |
| 0                               | 1                      | 0                       | 0         |
| 0                               | 1                      | 1                       | 1         |
| 1                               | 0                      | 0                       | 0         |
| 1                               | 0                      | 1                       | 1         |
| 1                               | 1                      | 0                       | 1         |
| 1                               | 1                      | 1                       | 1         |

| Sensore delle<br>cinture | Sensore di<br>movimento | RISULTATO |
|--------------------------|-------------------------|-----------|
| 0                        | 0                       | 0         |
| 0                        | 1                       | 0         |
| 1                        | 0                       | 0         |
| 1                        | 1                       | 1         |

## 4 FARMACO

### 4.1 DESCRIZIONE

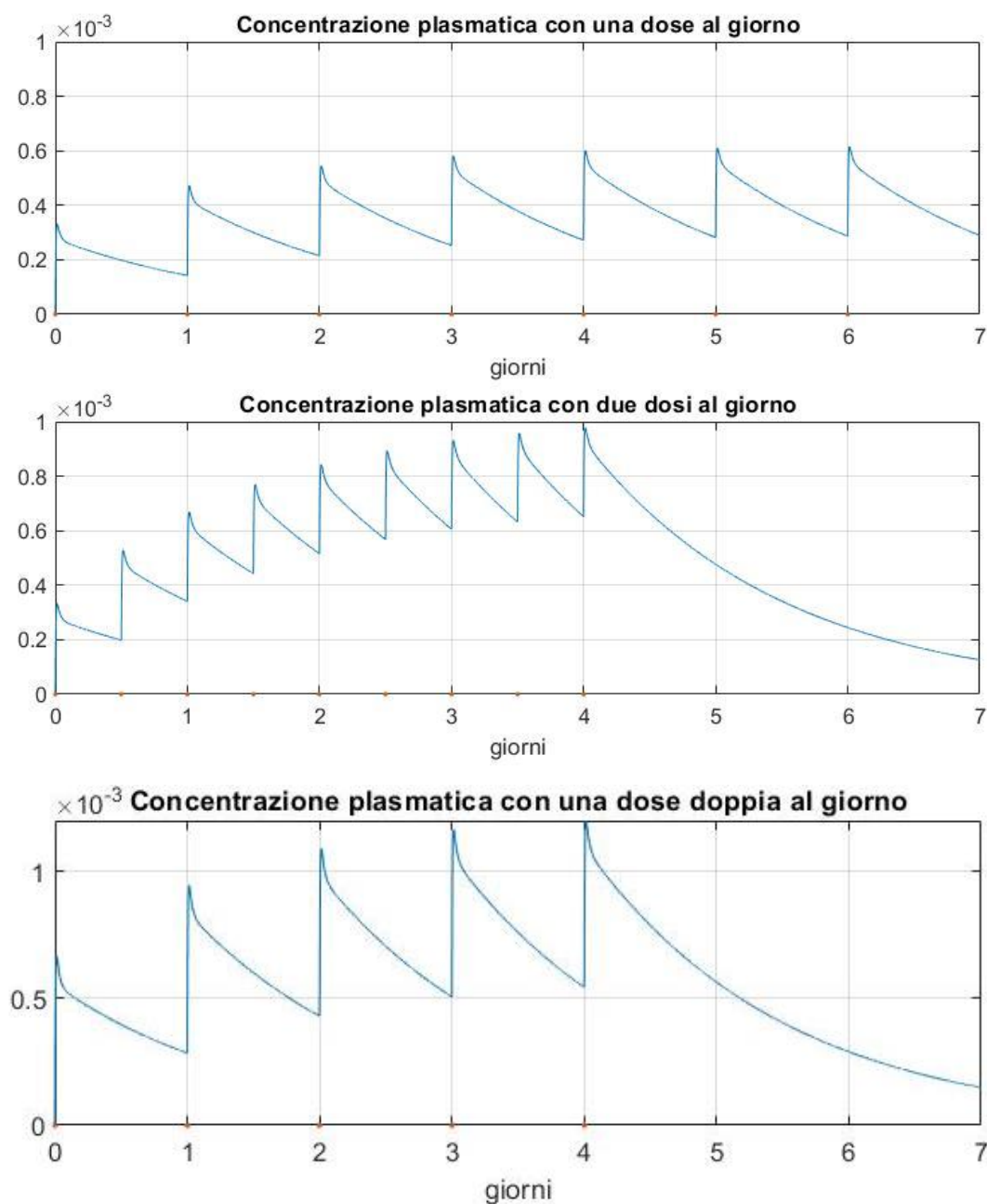
Con il termine concentrazione plasmatica di un farmaco si intende la quantità di una determinata sostanza disciolta in un litro di plasma, la parte liquida del sangue

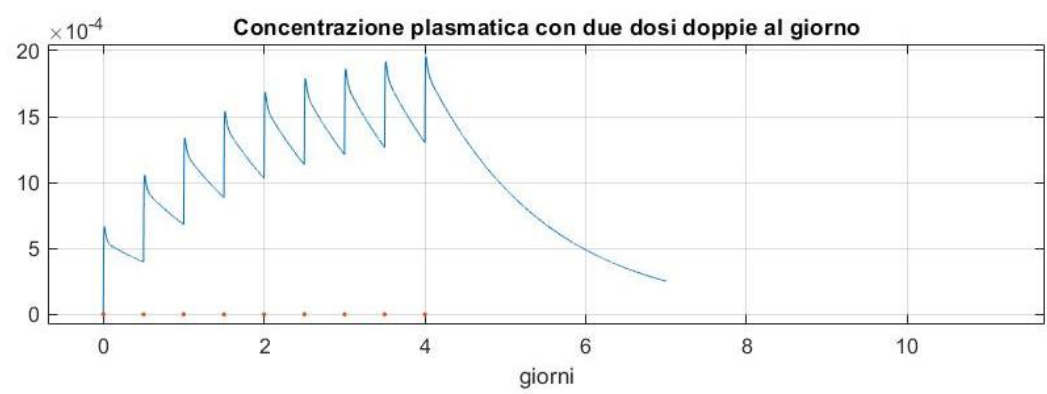
Lo scopo di questo elaborato è calcolare qual è la concentrazione plasmatica di un farmaco assunto ad intervalli regolari.

È possibile quindi utilizzare il programma MATLAB per simulare le due fasi relative all'assorbimento di un farmaco con un grafico che visualizzi visivamente il livello di concentrazione plasmatica in ogni istante di tempo. Una volta individuata la funzione di trasferimento del sistema dinamico, è anche possibile variare gli intervalli di somministrazione per ottenere grafici differenti in base alle condizioni desiderate.

Visualizziamo a video adesso le differenti simulazioni:

### 4.2 ESEMPIO



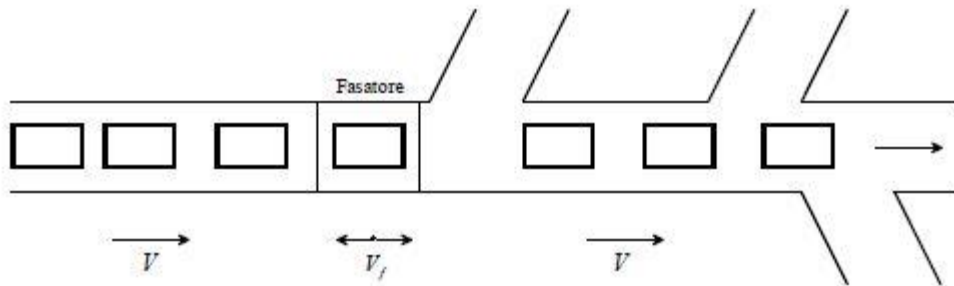




## 5 FASATORE

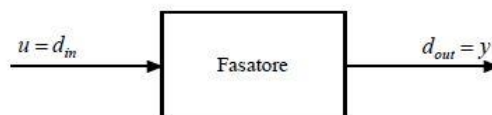
### 5.1 DESCRIZIONE

Si vuole analizzare il comportamento di un nastro trasportatore di pacchi



Dato che nelle diverse uscite si possono creare delle code tra i pacchi, per ottimizzare il funzionamento del nastro ed equidistanziare i pacchi, si introducono dei fasatori, ovvero degli spezzoni di nastro a velocità variabile. In particolare, detta  $V_f$  la velocità del fasatore e  $V$  la velocità del nastro, sarà possibile avvicinare un pacco a quello che lo precede ( $V_f > V$ ) o allontanarlo ( $V_f < V$ )

Per regolare il trasporto dei pacchi si può pensare di far sì che la distanza in uscita sia sempre uguale a quella di entrata, come in figura:



- $u$  distanza tra i pacchi in ingresso al fasatore
- $y$  distanza tra i pacchi in uscita

Una possibile equazione che descrive tale situazione è:

$$y_k = \frac{y_{k-1} + u_k}{2}$$

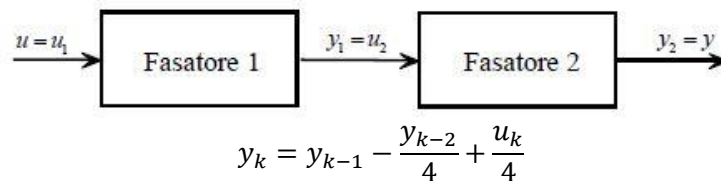
Nella quale, ponendo

$$x_k = y_{k-1}$$

Si ottengono le relazioni:

$$\begin{aligned} x_{k+1} = y_k &= \frac{x_k + u_k}{2} = \frac{1}{2}x_k + \frac{1}{2}u_k = Ax_k + Bu_k = f(x_k, u_k) \\ y_k &= \frac{x_k + u_k}{2} = \frac{1}{2}x_k + \frac{1}{2}u_k \\ &= Cx_k + Du_k = \eta(x_k, u_k) \end{aligned}$$

Applicando due volte le relazioni di cui sopra, è possibile mettere in cascata (serie) due fasatori:



O anche, ponendo  $1k = y_{k-1}$ ;  $2k = y_{k-2}$  :

$$1k+1 = x_{1k} - \frac{x_{2k}}{4} + \frac{u_k}{4} \quad x_{2k+1} = x_{1k}$$

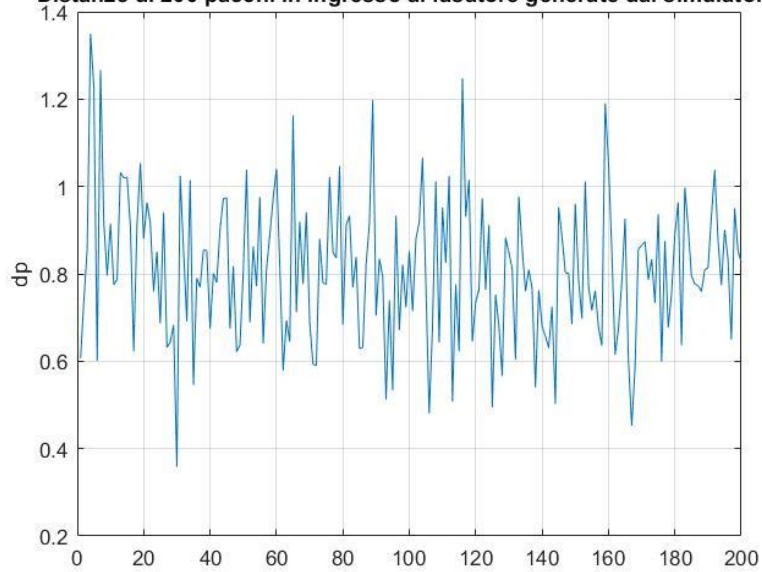
$$k = x_{1k} - \frac{x_{2k}}{4} + \frac{u_k}{4}$$

Queste ultime in forma compatta si riscrivono:

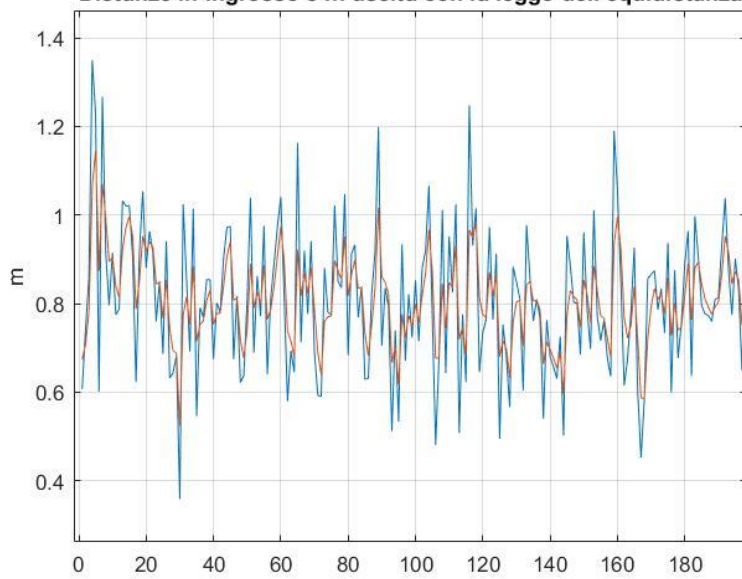
$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ 0 \end{bmatrix} u_k = Ax_k + Bu_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} x_k + \frac{1}{4} u_k = Cx_k + Du_k \end{aligned}$$

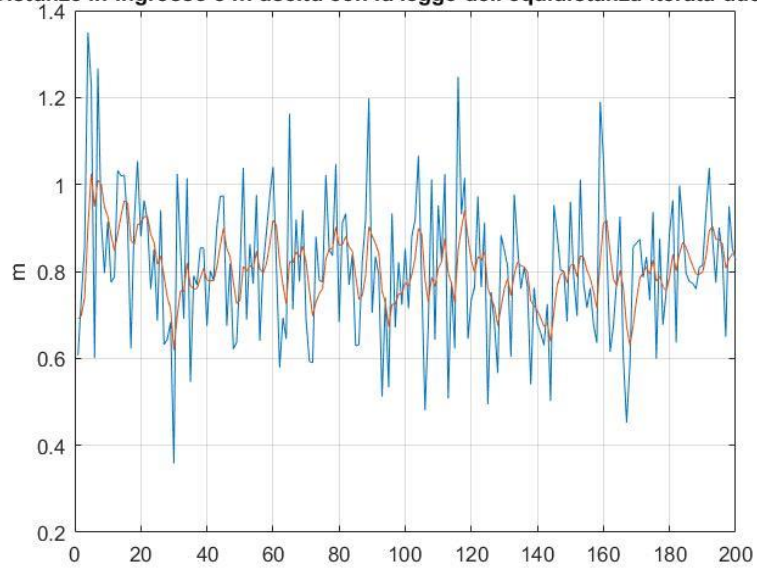
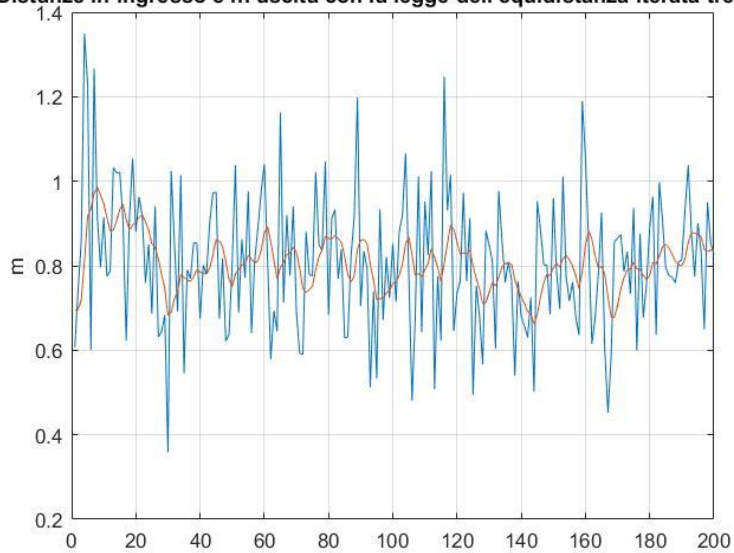
## 5.2 RISULTATI

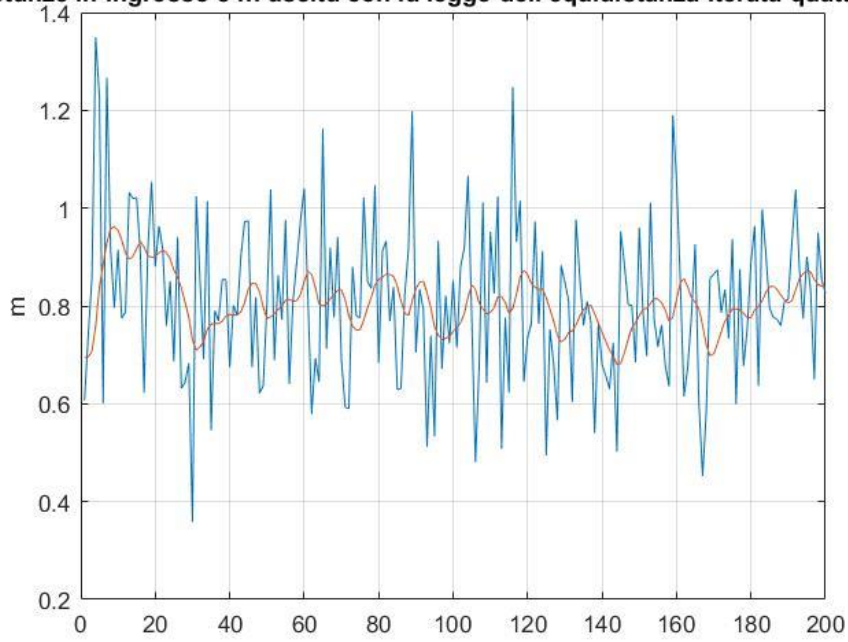
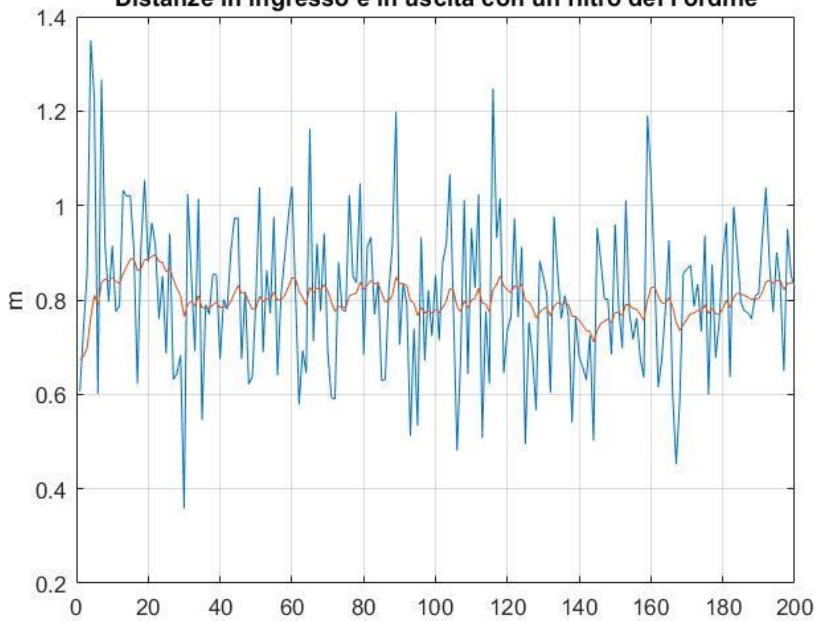
**Distanze di 200 pacchi in ingresso al fasatore generate dal simulatore**

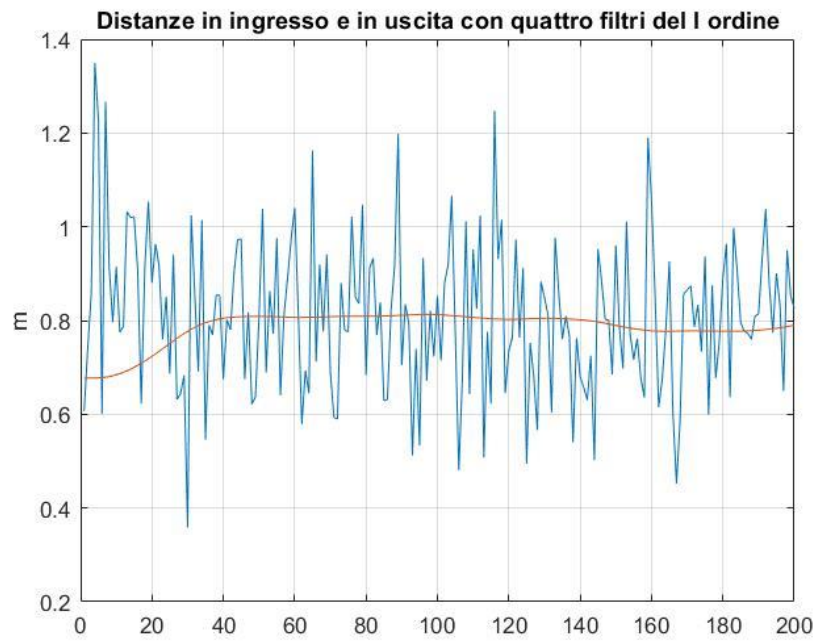
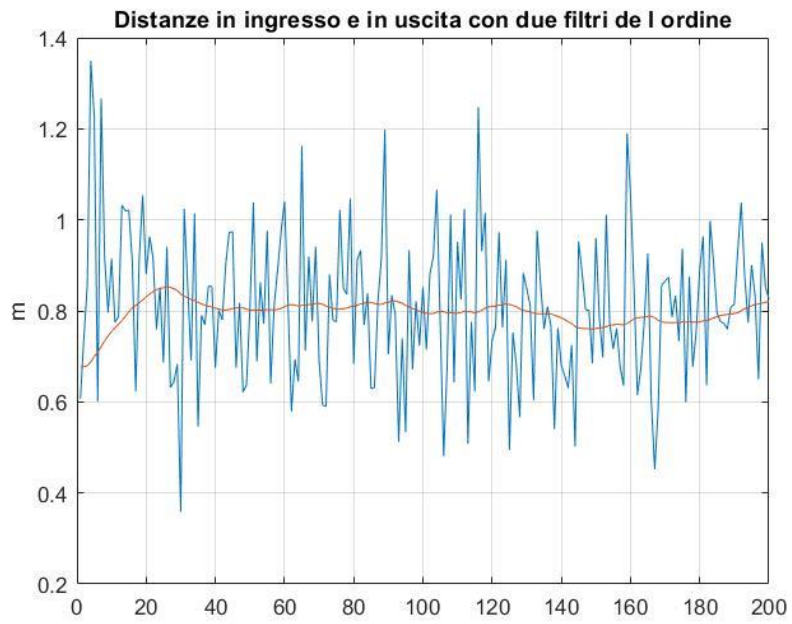


**Distanze in ingresso e in uscita con la legge dell'equidistanza**



**Distanze in ingresso e in uscita con la legge dell'equidistanza iterata due volte****Distanze in ingresso e in uscita con la legge dell'equidistanza iterata tre volte**

**Distanze in ingresso e in uscita con la legge dell'equidistanza iterata quattro vol****Distanze in ingresso e in uscita con un filtro del I ordine**



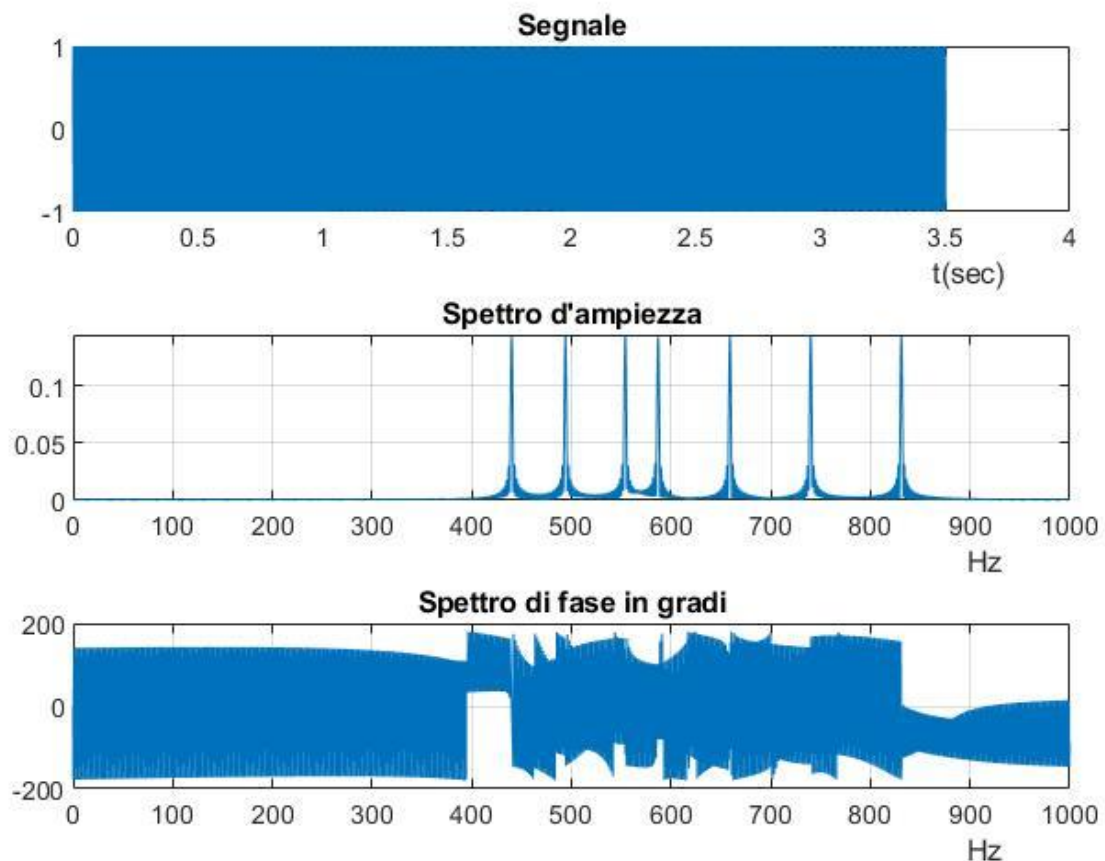
## 6 MUSICA

### 6.1 DESCRIZIONE

Elaborato che permette di creare con le 7 note musicali una semplice traccia musicale .

I passi da seguire sono :

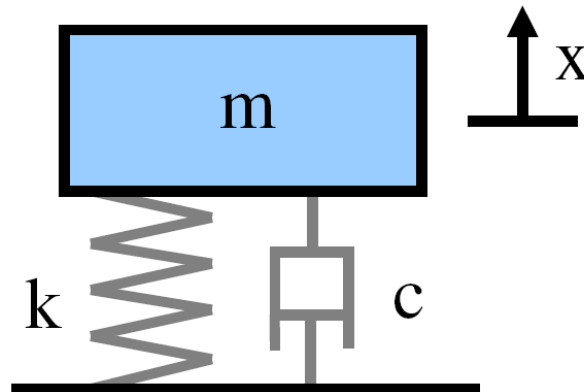
- Scegliere la frequenza di campionamento in tal modo da impostare anche la durata delle note
- Associare a ogni nota la relativa senoide
- Creazione di un brano che contiene l'ordine di note/sinusoidi
- Comando sound che permette di convertire il vettore in suoni
- La funzione spettri rappresenta lo spettro di ampiezza e di fase del segnale



## 7 MASSA-MOLLA-AMMORTIZZATORE

### 7.1 DESCRIZIONE

Studio delle sospensioni di un automobile , Il sistema è composto da una massa una molla e un ammortizzatore



| Parametro | Descrizione                       |
|-----------|-----------------------------------|
| $u(t)$    | Forza                             |
| $y(t)$    | Spostamento massa                 |
| $M$       | <u>massa</u>                      |
| $K_a$     | Coefficiente degli ammortizzatori |
| $K_e$     | Coefficiente elastico             |

imponiamo l'equilibrio dinamico di tutte le forze agenti otteniamo

$$My + K_{ay} + K_{ey} = u$$

### 7.2 MODELLO I-S-U

Dalla rappresentazione i-u del sistema vogliamo ora ricavare una rappresentazione i-s-u, e per fare ciò poniamo:

$$x_1 = y, x_2 = \dot{y}$$

Ottenendo così:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -(K_e/M)x_1 - (K_a/M)x_2 + (1/M)u \\ y = x_1 \end{cases}$$

dove A,B,C e D sono matrici così definite:

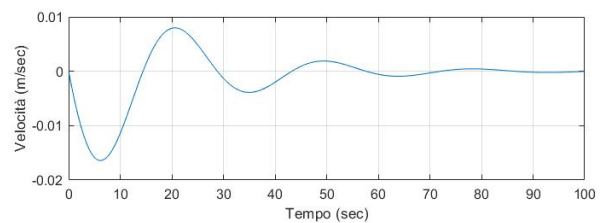
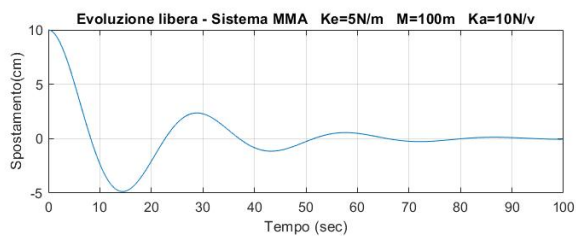
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_e/M & -K_a/M \end{bmatrix}$$

$$B = [0; 1/M]$$

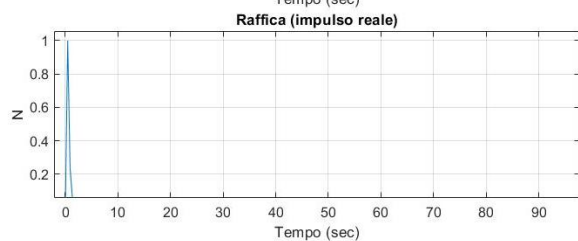
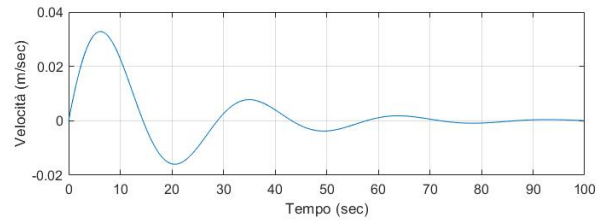
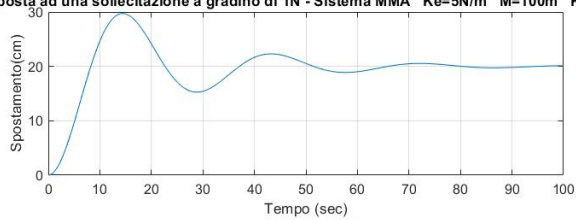
$$C = [1, 0]$$

$$D = [0]$$

### 7.3 RISULTATO



**Risposta ad una sollecitazione a gradino di 1N - Sistema MMA Ke=5N/m M=100m Ka=10N/v**

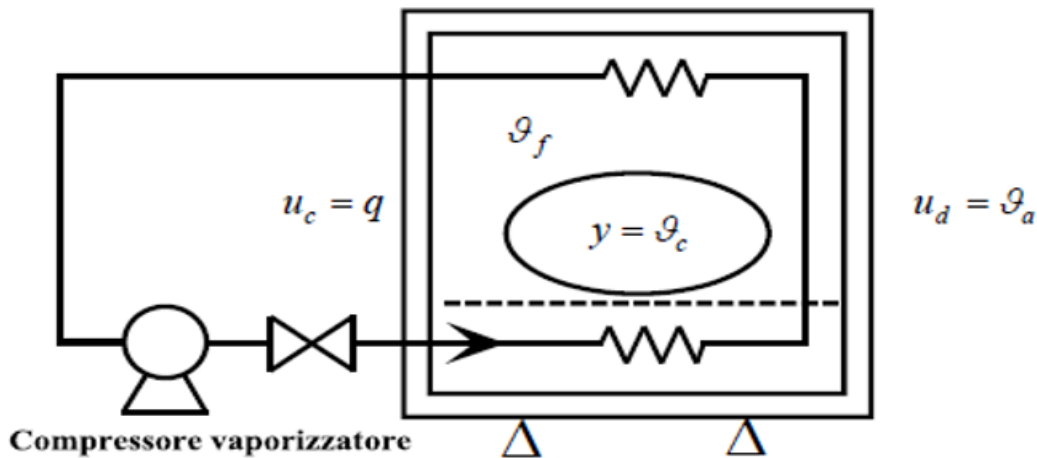




## 8 FRIGORIFERO

### 8.1 DESCRIZIONE

Studieremo il seguente Frigorifero



Variabili:

| Parametro            | Descrizione                             |
|----------------------|---|
| $x_1 = \theta_f$     | Temperatura frigorifero                 |
| $y = x_2 = \theta_c$ | Temperatura del corpo                   |
| $u_d = \theta_a$     | Temperatura ambiente                    |
| $u_c = q$            | Potenza termica somministrata           |
| $C_c$                | Capacità termica del corpo              |
| $K_c$                | Conduttanza termica corpo - frigorifero |
| $C_f$                | Capacità termica del frigorifero        |
| $K_f$                | Conduttanza termica frigorifero         |

$$\begin{cases} C_f \dot{x}_1 + K_c(x_1 - x_2) + K_f(x_1 - u_d) = u_c \\ C_c \dot{x}_2 = K_c(x_1 - x_2) \\ y = x_2 \end{cases}$$

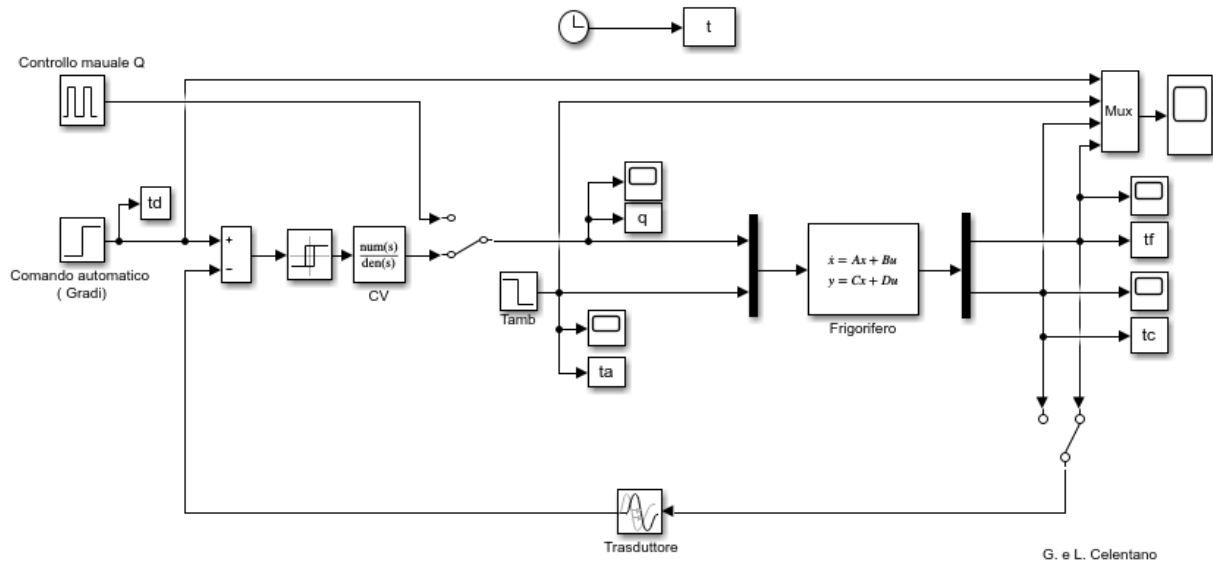
$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -(K_c + K_f)/C_f & K_c/C_f \\ K_c/C_c & -K_c/C_c \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1/C_f & K_f/C_f \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c \\ u_d \end{bmatrix} \\ y = [0 \quad 1]x \end{cases}$$

Pongo la potenza termica e la temperatura ambiente costanti in modo tale che

$$y_r = 1/K_f$$

$$u_c + u_d \Rightarrow u_c = K_f(y_r - u_d) = K_f(y_d - u_d).$$

E' possibile solo se si è a conoscenza di  $u_d$  e  $K_r$ , e molto spesso la durata del transitorio non è sempre soddisfatta



## 8.2 ESEMPIO

Block Parameters: Frigorifero

State Space

State-space model:  
 $\dot{x}/dt = Ax + Bu$   
 $y = Cx + Du$

Parameters

A:  
[ $-(25+2)/4e3$   $2/4e3$ ;  $2/2e3$   $-2/2e3$ ]

B:  
[ $1/4e3$   $25/4e3$ ; 0 0]

C:  
eye(2)

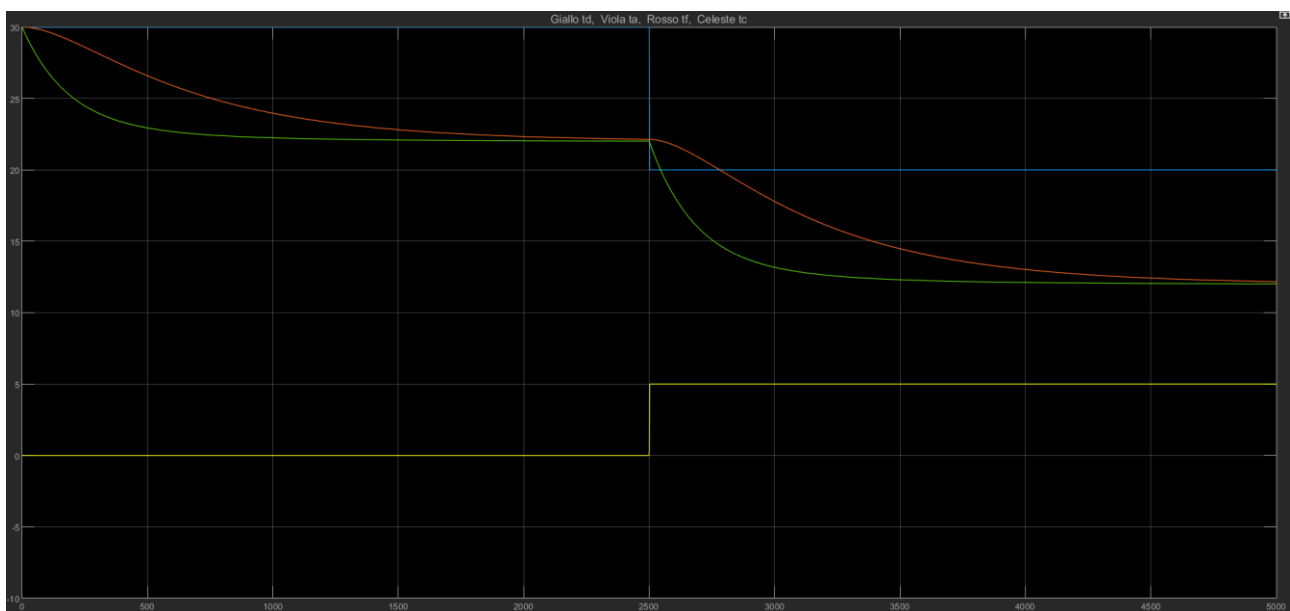
D:  
zeros(2, 2)

Initial conditions:  
[24 25]

Absolute tolerance:  
auto

State Name: (e.g., 'position')  
"

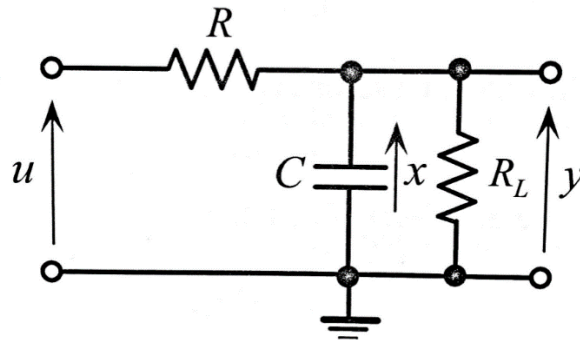
OK Cancel Help Apply



## 9 CAVO DI TRASMISSIONE

### 9.1 DESCRIZIONE

Consideriamo un cavo di trasmissione di un segnale analogico che è schematizzabile mediante il seguente circuito:



La resistenza  $R$  è somma di tutte le resistenze interne del generatore e del cavo. Consideriamo la capacità  $C$  e la resistenza  $R_L$  quella del carico (utilizzatore).

$$\begin{aligned} u &= R(c\dot{x} + x/R_L) + x \\ y &= x \end{aligned}$$

allora possiamo ricavarci il seguente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = -1/(R_e C)x + u/(RC) \\ y = x \end{cases}$$

$$R_e = R // R_L$$

Il guadagno in continua è

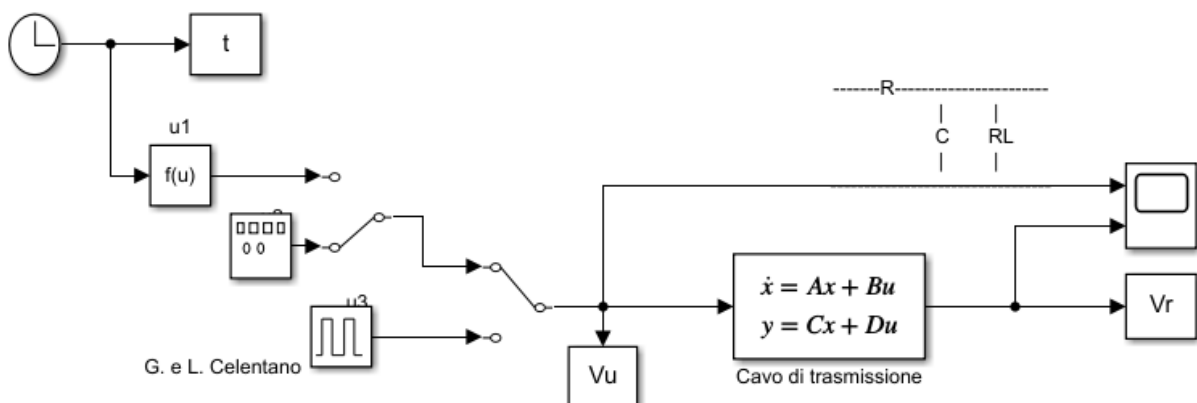
$$G = R_L / (R + R_L)$$

Se  $x_0 = v_{c0}$  e  $u(t) = E1(t)$  allora  $y = R_L / (R + R_L)$

Calcoliamo la risposta impulsiva

$$W(t) = R_L / (R + R_L) e^{(-t/\tau)}$$

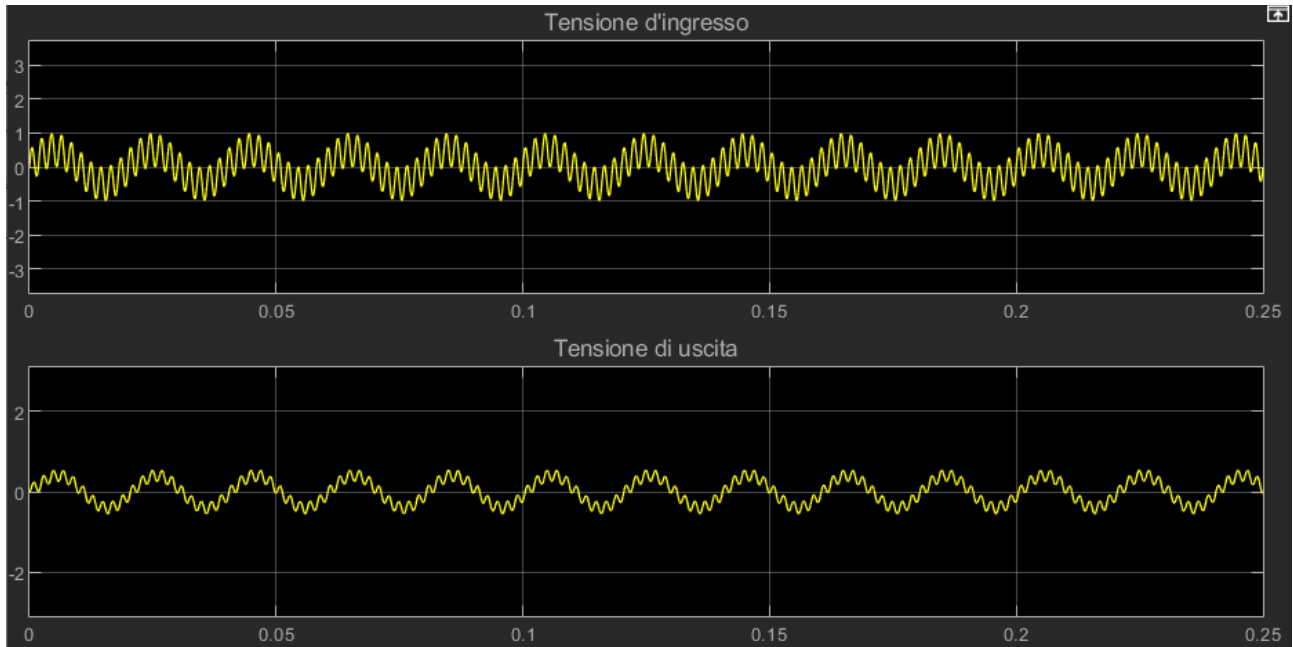
$$\tau = R_e C$$



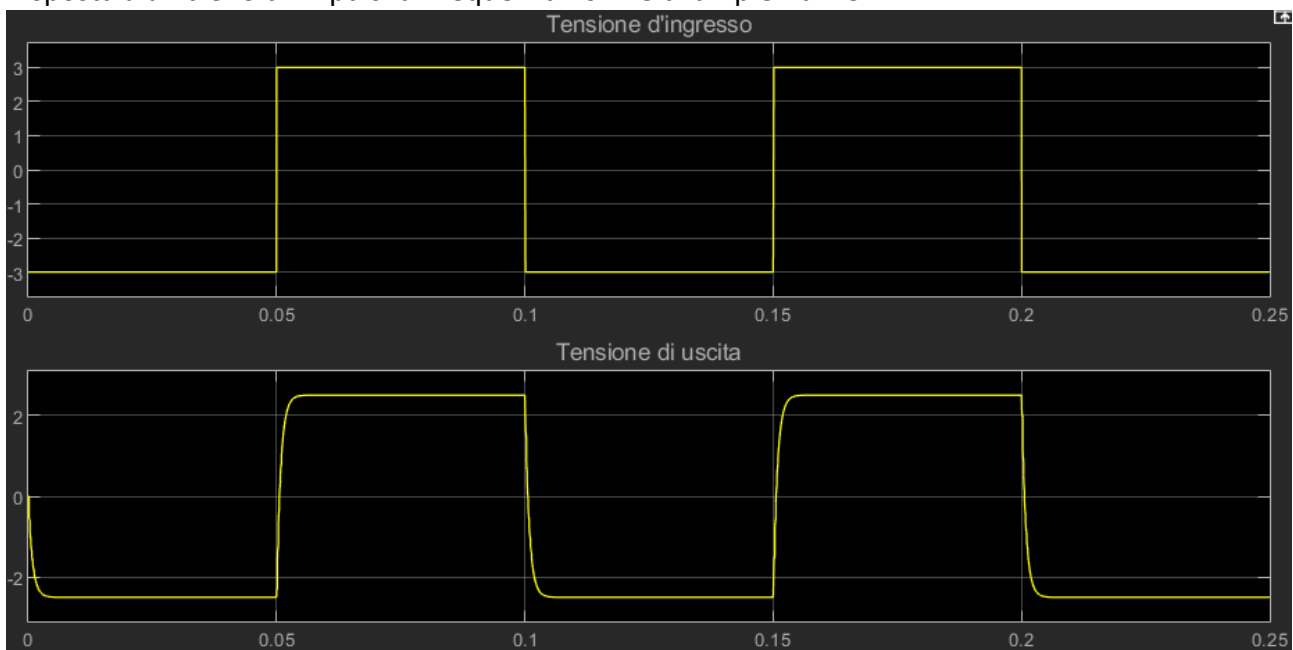
## 9.2 ESEMPIO

Assegno i seguenti valori  $R_L = R = 10k\Omega$   $C = 1mF$  con  $\tau = 5ms$  e  $R_e = 5k\Omega$

Risposta al segnale  $u(t) = (\sin(2\pi \cdot 50 \cdot u) + \sin(2\pi \cdot 500 \cdot u))/2$



Risposta a un treno di impulsi di frequenza 10Hz e di ampiezza 2.5



## 10 ROTAZIONE

### 10.1 DESCRIZIONE

Il seguente programma partendo si occuperà di disegnare un grafico in 2D e poi ruotarlo di una determinata quantità in base alle esigenze

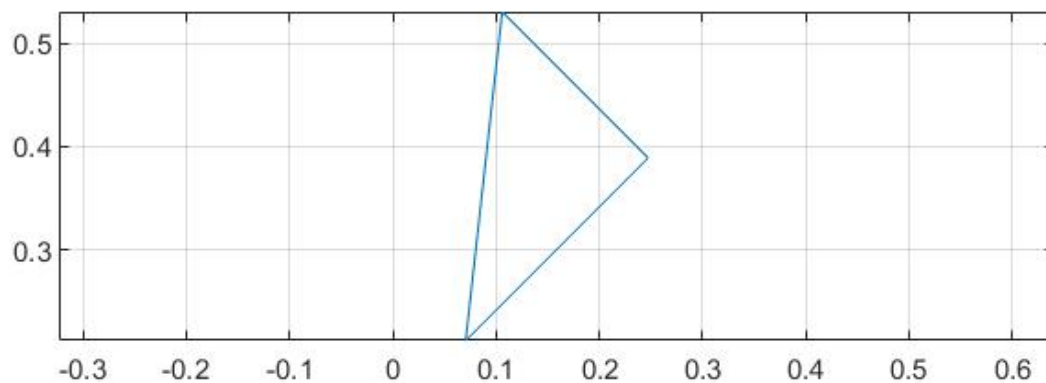
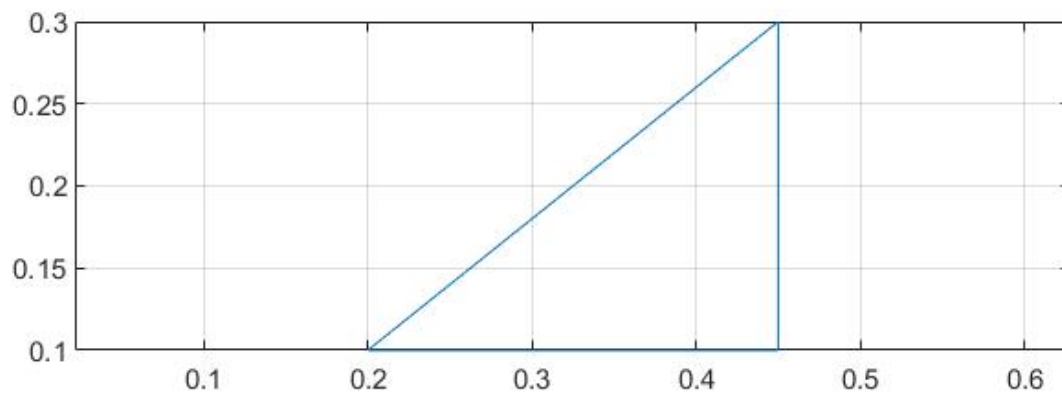
### 10.2 ESEMPIO(TRIANGOLO)

Consideriamo un triangolo rettangolo che ha vertici in

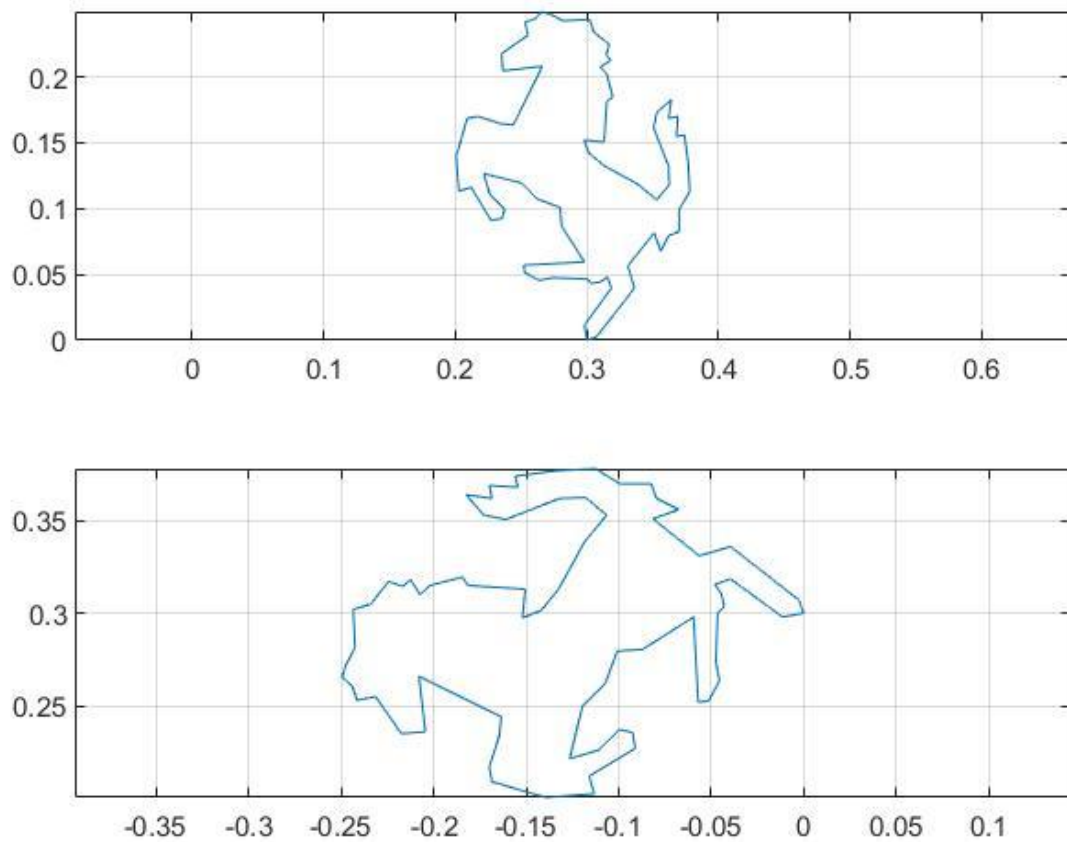
A(0.1 ; 0.2)

B(0.1 ; 0.45)

C(0.3 ; 0.45)



## 10.3 ESEMPIO(STEMMA FERRARI)



Sistemi dati campionati

Metodi di laypunov

Linearizzazione

f.d.t

banda

bode come si costruisce

frequenza di taglio