Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Rosario
Cátedra: Análisis Matemático I
Tema: Funciones

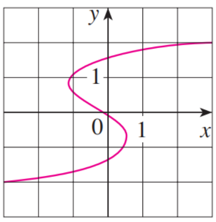
Definición

> Una **función** f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto D exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto E.

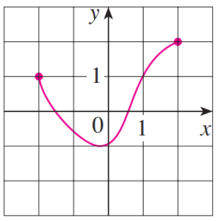
Llamamos al elemento *x*, variable independiente y al elemento *y=f(x)* variable dependiente

7-10 Determine si la curva es la gráfica de una función de x. Si lo es, establezca el dominio y el rango de la función.

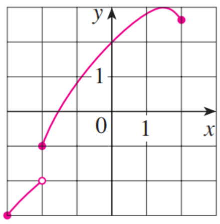
7.



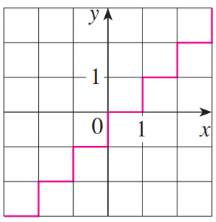
8.



9.



10.



Dominio *o conjunto de salida, son los valores que puede tomar la variable independiente*

Imagen *(rango, codominio) o conjunto de llegada, son los valores que puede tomar la variable dependiente*

7) No es función 　　　 *8) Si es función.* $Dom\ f = [-2,2]$ 　　 $Ima\ f = [-1,2]$

9) Si es función. $Dom\ f = [-3,2]$ 　　 $Ima\ f = [-3,-2)\ U\ [-1,3]$ 　　 *10) No es función*

31-37 Encuentre el dominio de cada una de las siguientes funciones.

31. $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2-9}$ 　　 **32.** $f(x) = \dfrac{2x^3-5}{x^2+x-6}$

33. $f(t) = \sqrt[3]{2t-1}$ 　　 **34.** $g(t) = \sqrt{3-t} - \sqrt{2+t}$

31) $Dom\ f = \{x/x \in R, x^2 - 9 \neq 0\}$

$x^2 - 9 \neq 0$

$x^2 \neq 9$

$x \neq 3$ 　　 $x \neq -3$

$Dom\ f = R - \{-3,3\}$

34) $Dom\ g = \{t/t \in R, 3 - t \geq 0\ \ y\ \ 2 + t \geq 0\}$

$3 - t \geq 0 \qquad y \qquad 2 + t \geq 0$

$3 \geq t \qquad y \qquad t \geq -2$

$Dom\ g = [-2, 3]$

35. $h(x) = \dfrac{1}{\sqrt[4]{x^2 - 5x}}$

36. $f(u) = \dfrac{u + 1}{1 + \dfrac{1}{u + 1}}$

37. $F(p) = \sqrt{2 - \sqrt{p}}$

35) $Dom\ h = \{x/x \in R, x^2 - 5x > 0\}$

$x^2 - 5x > 0$

$x\ (x - 5) > 0$

$Busco\ raíces$: $x = 0 \quad x = 5$

	x	$(x-5)$	Rdo
$(-\infty, 0)$	-	-	+
$(0,5)$	+	-	-
$(5, +\infty)$	+	+	+

$Dom\ h = (-\infty, 0)\ U\ (5, +\infty)$

Representaciones de funciones

Hay cuatro posibles maneras de representar una función:

- Verbalmente (por una descripción en palabras)
- Numéricamente (por una tabla de valores)
- Visualmente (por una gráfica)
- Algebraicamente (por una fórmula explícita)

57-61 Encuentre una fórmula y su dominio para cada una de las siguientes funciones descritas.

57. Un rectángulo tiene 20 m de perímetro. Exprese el área del rectángulo en función de la longitud de uno de sus lados.

Altura

Base

$Per = 2\ Base + 2\ Altura = \ 20\ mts$

$Área = Base\ .\ Altura$

$Sea\ b = Base \quad y \quad h = Altura$

$Per = 2b + 2h = \ 20\ mts \qquad \rightarrow b = \dfrac{20 - 2h}{2} = 10 - h$

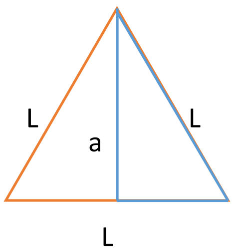
$Área = b.h$

$Área = (10 - h).h$

$A(h) = (10 - h)\ h$

$Dom\ A = \{h > 0 \ \ y \ \ h < 10\} = (0, 10)$

59. Exprese el área de un triángulo equilátero, como función de la longitud de un lado.



$$Área = \frac{base\ .\ altura}{2}$$

$$Área = \frac{L\ .\ a}{2}$$

$Pitágoras: \quad hip^2 = cat_1^2 + cat_2^2$

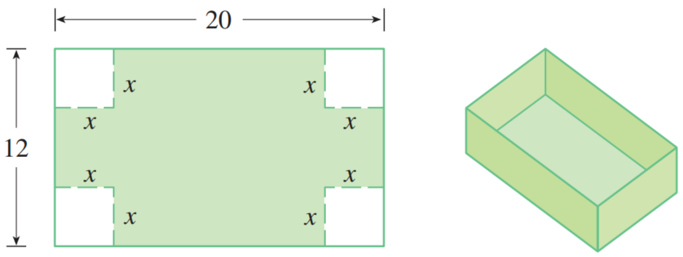
$$L^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + a^2 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}$$

$$Área = \frac{L\ .\ \sqrt{L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}}{2}$$

$$A(L) = \frac{L\ .\ \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}}}{2} = \frac{L\ .\ \sqrt{\frac{3}{4}L^2}}{2}$$

$Dom\ A = R^+$

63. Debe construirse una caja sin tapa, a partir de una hoja rectangular de cartón que tiene dimensiones de 12 por 20 pulgadas, recortando cuadrados iguales de lado x en cada una de las esquinas y plegando los lados como se ilustra en la figura. Exprese el volumen V de la caja en función de x.

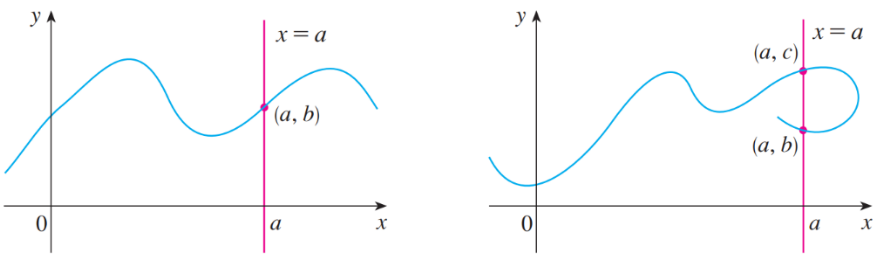


$Vol = a.b.h$

$V(x) = (20 - 2x)(12 - 2x)\,x$

$Dom\ V = \{x > 0\ y\ x < 6\} = (0, 6)$

La prueba de la vertical Una curva en el plano xy es la gráfica de una función de x si y sólo si no hay recta vertical que intercepte la curva más de una vez.



<u>Funciones por tramos</u>

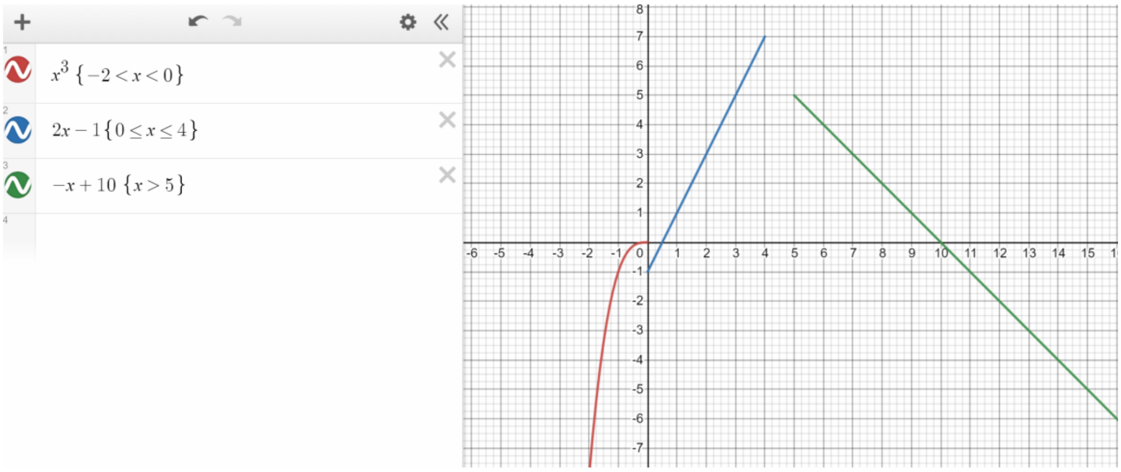
$$f(x) = \begin{cases} x^3 & si -2 < x < 0 \\ 2x - 1 & si\ 0 \leq x \leq 4 \\ -x + 10 & si\ x > 5 \end{cases}$$

$Dom\ f = (-2,4]\ U\ (5, +\infty)$ $\qquad Ima\ f = (-\infty, 7\,]$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = 2.0 - 1 = -1$

$f(11) = -11 + 10 = -1$



Función valor absoluto

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & si\ x \ge 0 \\ -x & si\ x < 0 \end{cases}$$

$f(1) = 1$ $\qquad\qquad$ $f(-3) = -(-3) = 3$

Simetría

<u>*Función par*</u>

- $Se\ refleja\ con\ respecto\ al\ eje\ y$
- $f(-x) = f(x)$

<u>*Función impar*</u>

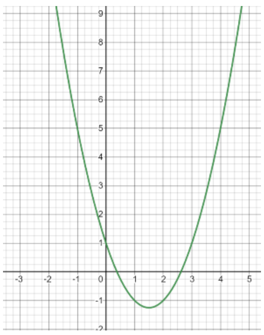
- $Se\ refleja\ con\ respecto\ al\ origen$
- $f(-x) = -f(x)$

Ejemplo: $Determinar\ si\ las\ siguientes\ funciones\ son\ o\ no\ simétricas$

$f(x) = x^2 + 1 - 3x$

$g(x) = -3x^3 + 1$

$$h(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$$



$Vamos\ a\ evaluar\ simetría\ de\ f(x)$

$f(-x) = (-x)^2 + 1 - 3(-x) = x^2 + 1 + 3x$

$f(-x) = x^2 + 1 + 3x \quad \neq \quad f(x) = x^2 + 1 - 3x \qquad No\ es\ par$

$f(-x) = x^2 + 1 + 3x \quad \neq \quad -f(x) = -x^2 - 1 + 3x \qquad No\ es\ impar$

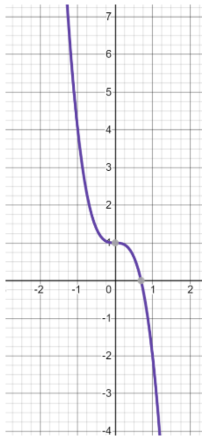
$Vamos\ a\ evaluar\ simetría\ de\ g(x)$

Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Rosario
Cátedra: Análisis Matemático I
Tema: Funciones

$g(-x) = -3(-x)^3 + 1 = 3x^3 + 1$

$g(-x) = 3x^3 + 1 \quad \neq \quad g(x) = -3x^3 + 1 \quad No\ es\ par$

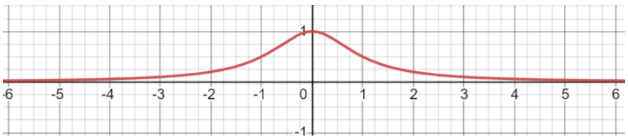
$g(-x) = 3x^3 + 1 \quad \neq \quad -g(x) = 3x^3 - 1 \quad No\ es\ impar$



$Vamos\ a\ evaluar\ simetría\ de\ h(x)$

$$h(-x) = \frac{1}{(-x)^2 + 1} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$h(-x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad = \quad h(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad Es\ par$$



$Crece\ (-\infty, 0) \qquad Decrece\ (0, +\infty)$

Funciones monótonas

Una función f se llama *creciente* sobre un intervalo I si

$$f(x_1) < f(x_2) \qquad \text{siempre que } x_1 < x_2 \text{ en } I$$

Se llama **decreciente** sobre I si

$$f(x_1) > f(x_2) \qquad \text{siempre que } x_1 < x_2 \text{ en } I$$

Funciones positivas y negativas

Una función es positiva sobre un intervalo I si, $\quad f(x) > 0$

Una función es negativa sobre un intervalo I si, $\quad f(x) < 0$