Práctico 8 - Autovalores y Autovectores

1. Dada la matriz A. Comprobar que $v = (1,1)$ es autovector de A asociado al autovalor $\lambda_1 = 4$ y $w = (-3,2)$ es autovector de A de autovalor $\lambda_2 = -1$
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$
2. Calcule los valores característicos y los espacios característicos de la matriz dada. Si la multiplicidad algebraica de un valor característico es mayor que 1, calcule su multiplicidad geométrica. Determine si la matriz dada A es diagonalizable. De ser así, encuentre una matriz C tal que $C^{-1}AC = D$. Verifique que $AC = CD$ y que los elementos de la diagonal de D sean los valores característicos de A.

a) $\begin{pmatrix} -81 & 16 \\ -420 & 83 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} -12 & 7 \\ -7 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} -10 & -71 & -19 \\ 3 & 34 & 9 \\ -1 & -61 & -16 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

g) $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ i) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

j) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

Nota: Observe las matrices de los incisos c), f) y g). ¿Podría haber deducido que son diagonalizables sin hacer los cálculos previos? ¿Por qué?

3. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

a) Verificar que A es diagonalizable y diagonalizarla.

b) Considerar la matriz $B = A - 2I$. Verificar que es diagonalizable y diagonalizarla.