

Algunas correcciones y agregados al apunte de números complejos

Correcciones:

1) La ecuación 14 de la página 5 (por error figura otra ecuación 14 en la página anterior) es la forma polar de un número complejo, NO es la fórmula de De Moivre.

2) En la ecuación 17 debe decir $\theta = \arctan \frac{b}{a}$ (es decir, el argumento de la función arct es b/a, NO a/b)

Agregado:

Fórmula exponencial y fórmula de De Moivre:

Si z es un número complejo cuya forma polar es $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ con $r = |z|$ entonces la potencia enésima de z , siendo n un número entero, se obtiene de la siguiente manera:

$$z^n = r^n (\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$$

Es decir, para obtener la potencia enésima de z elevamos su módulo a la potencia n y multiplicamos su argumento por n . Esto es lo que se conoce como **fórmula de De Moivre**.

La fórmula de De Moivre puede demostrarse haciendo uso de la forma exponencial del número complejo. Si recordamos que forma exponencial para el número complejo z es

$$z = r e^{i\theta} \text{ donde } e^{i\theta} = (\cos \theta + i \sin \theta)$$

entonces al elevar a la potencia n (y usando la conmutatividad del producto y propiedades del exponencial) tenemos que:

$$z^n = \underbrace{z \cdot z \cdot z \dots z}_n = \underbrace{r \cdot r \dots r}_n \cdot \underbrace{e^{i\theta} \cdot e^{i\theta} \cdot e^{i\theta} \dots e^{i\theta}}_n = r^n e^{i(\theta + \theta + \dots + \theta)} = r^n e^{in\theta}$$

Llevando la última expresión nuevamente a la forma polar obtenemos la fórmula de De Moivre.

Otra demostración de la fórmula de De Moivre usando sólo la forma polar y mediante el método de inducción y propiedades de las funciones trigonométricas se encuentra al final del apunte de números complejos.