

Práctico 7 - Transformaciones Lineales

1. Determinar si la transformación de V en W dada es lineal:

a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x$

b) $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + z \\ y + w \end{pmatrix}$

c) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow M_{22} / T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & z \\ y & w \end{pmatrix}$

e) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$

f) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x + 1$

g) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

h) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix}$

i) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4 / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ x + y \\ y \\ x - y \end{pmatrix}$

j) $T : P_2 \rightarrow P_1 / T(a_0 + a_1x + a_2x^2) = a_0 + a_1x$

k) $T : P_3 \rightarrow M_{22} / T(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) = \begin{pmatrix} a_0 + a_1 & a_1 + a_2 \\ a_2 + a_3 & a_3 + a_0 \end{pmatrix}$

2. Sea T una transformación lineal de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

Encuentre:

a) $T \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ b) $T \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$

3. Describa la geometría de $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $T(x) = Ax$, donde

$$A = \begin{pmatrix} r & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix}$$

4. Encuentre núcleo, imagen, rango y nulidad de la transformación lineal dada. Verificando que se cumpla el teorema de rango y nulidad.

a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x$

b) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix}$

c) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4y \\ y \end{pmatrix}$

d) $T : \mathbb{R} \rightarrow P_3 / T(a) = a + ax + ax^2 + ax^3$

e) $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2 / T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + z \\ y + w \end{pmatrix}$

f) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} / T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x + y$