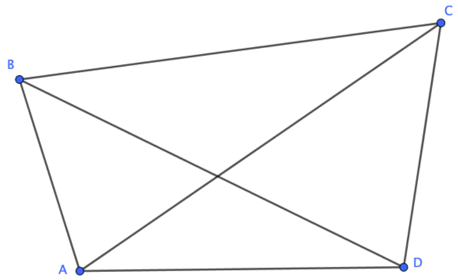
Práctico 5 - Vectores

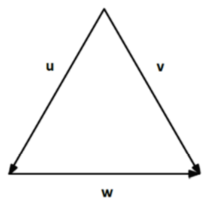
1. Sean los vectores en el plano: $\boldsymbol{u} = (3, -2)$, $\boldsymbol{v} = (3,5)$, $\boldsymbol{w} = (-4,1)$
   a) Graficar $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$
   b) Efectuar las siguientes operaciones gráfica y analíticamente:
   i) $\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}$ ii) $3\boldsymbol{u}$ iii) $-2\boldsymbol{u}$ iv) $\frac{1}{3}\boldsymbol{u}$ v) $3\boldsymbol{u}+2\boldsymbol{v}$
   vi) $\boldsymbol{w}-2\boldsymbol{u}$ vii) $2\boldsymbol{u}+2\boldsymbol{w}$ viii) $\boldsymbol{u}-(2\boldsymbol{v}-3\boldsymbol{w})$ ix) $3(\boldsymbol{u}+4\boldsymbol{w})-\boldsymbol{v}$

2. Utilizando la figura, escribir las siguientes combinaciones de vectores como un solo vector:
   a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$
   b) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$
   c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DC}$
   d) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$

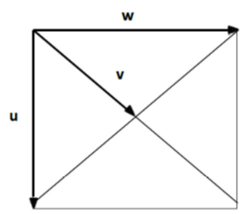


3. Sabiendo que $\boldsymbol{u}$ es unitario, calcular $\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{u}$ en cada caso (las figuras corresponden a un triángulo equilátero y un cuadrado)

a)



b)



4. Sea $\boldsymbol{w} = (3,2) \in \mathbb{R}^2$. Graficar $\alpha\boldsymbol{w}$ para diversos valores de α en los siguientes casos:
   a) $\alpha > 1$
   b) $0 < \alpha < 1$
   c) $-1 < \alpha < 0$
   d) $\alpha < -1$

5. Dados los vectores del espacio $\boldsymbol{u} = (1,3,2)$, $\boldsymbol{v} = (-2,0,1)$ y $\boldsymbol{w} = (3, -1, -5)$
   a) Graficar $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ y $\boldsymbol{w}$
   b) Efectuar las siguientes operaciones:
   i) $\boldsymbol{w}+\boldsymbol{v}$ ii) $4\boldsymbol{v}$ iii) $-\boldsymbol{u}-\boldsymbol{v}$ iv) $4\boldsymbol{u}-\frac{1}{2}\boldsymbol{w}$
   v) $-3\boldsymbol{u}-2\boldsymbol{v}+4\boldsymbol{w}$ vi) $-\boldsymbol{u}-(5\boldsymbol{v}+2\boldsymbol{w})$ vii) $(\boldsymbol{u}-\boldsymbol{w})+(\boldsymbol{v}-\boldsymbol{w})$

6. Calcular la longitud de los siguientes vectores:
   $(4,5)$; $(0,-5)$; $(-1,2)$; $(4,-3)$; $\left(\frac{3}{5},\frac{4}{5}\right)$; $(-1,1,-1)$; $(2,1,-2)+(3,5,4)$; $(-1,-2,3)$; $-2(-1,-2,3)$

7. Hallar la distancia entre A y B si:
   a) $A = (-1,2)$, $B = (0,0)$ b) $A = (-1,2)$, $B = (3,-2)$

c) $A = (2,1,5)$, $B = (3,-1,4)$ d) $A = (1,0,-3)$, $B = (-2,3,1)$

8. Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$ tales que:
   a) $|A| = 6 \; si \; A = (3,k)$
   b) $|A| = 2 \; si \; A = (2,k,0)$
   c) $\text{dist}\,(A,B) = 2 \; si \; A = (1,1,1) \; y \; B = (k,-k,2)$
   d) $|A| = 1 \; si \; A = k\,(2,2,1)$

9. Sean los vectores $\boldsymbol{a} = (2,1)$; $\boldsymbol{b} = (-1,2)$; $\boldsymbol{c} = (-3,2)$; $\boldsymbol{d} = (1,0)$; $\boldsymbol{e} = (0,0)$
   Calcular:
   a) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$
   b) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$
   c) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{e}$
   d) $\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{c}$
   e) $\boldsymbol{b} \cdot (\boldsymbol{c} + \boldsymbol{d})$
   f) $(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{c}) \cdot \boldsymbol{a}$

10. Sean los vectores $\boldsymbol{a} = (1,2,1)$; $\boldsymbol{b} = (0,-1,1)$; $\boldsymbol{c} = (3,1,-1)$; $\boldsymbol{d} = (-2,-3,1)$
    a) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$
    b) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{c}$
    c) $\boldsymbol{a} \cdot (\boldsymbol{b} + \boldsymbol{c})$
    d) $\boldsymbol{a} \cdot (2\boldsymbol{b} - 3\boldsymbol{c})$
    e) $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{d}$
    f) $(\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{c}$

11. Determinar si $\boldsymbol{u} \; y \; \boldsymbol{v}$ son perpendiculares:
    a) $\boldsymbol{u} = (-1,1) \; y \; \boldsymbol{v} = (3,3)$
    b) $\boldsymbol{u} = (5,-3) \; y \; \boldsymbol{v} = (0,0)$
    c) $\boldsymbol{u} = (1,5,1) \; y \; \boldsymbol{v} = (1,0,1)$
    d) $\boldsymbol{u} = (1,-2,4) \; y \; \boldsymbol{v} = (-2,1,1)$

12. Ortogonalidad
    a) Hallar 3 vectores del plano que sean ortogonales al (-3,1). Graficar.
    b) Hallar todos los vectores perpendiculares al (-1,2) que tengan norma 1. Graficar.
    c) Hallar 3 vectores del espacio que sean perpendiculares al (-1,-3,4).
    d) Hallar un vector ortogonal al (1,0,-2) que tenga norma igual a 4.

13. Dados $\boldsymbol{a} = (1,1,1)$; $\boldsymbol{b} = (-1,-2,2)$; $\boldsymbol{c} = (2,4,-2)$; $\boldsymbol{d} = (0,0,0) \; y \; \boldsymbol{e} = (-1,2,5)$, efectuar las siguientes operaciones:
    a) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ b) $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}$ c) $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}$ d) $\boldsymbol{c} \times \boldsymbol{a}$ e) $\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}$
    f) $\boldsymbol{d} \times \boldsymbol{e}$ g) $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{e}$ h) $\boldsymbol{a} \times (\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{e})$ i) $(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{e}$