Práctico 7 - Transformaciones Lineales

1. Determinar si la transformación de V en W dada es lineal:

a) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=x$

b) $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+z\\y+w\end{pmatrix}$

c) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\0\end{pmatrix}$

d) $T:\mathbb{R}^4\to M_{22}/\ T\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x & z\\y & w\end{pmatrix}$

e) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\y\end{pmatrix}$

f) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=x+1$

g) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

h) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x^2\\y^2\end{pmatrix}$

i) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^4/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\x+y\\y\\x-y\end{pmatrix}$

j) $T:P_2\to P_1/\ T\left(a_0+a_1x+a_2x^2\right)=a_0+a_1x$

k) $T:P_3\to M_{22}/\ T\left(a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3\right)=\begin{pmatrix}a_0+a_1 & a_1+a_2\\a_2+a_3 & a_3+a_0\end{pmatrix}$

2. Sea T una transformación lineal de $\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ y $T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\0\\5\end{pmatrix}$

Encuentre:

a) $T\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ b) $T\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix}$

3. Describa la geometría de $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ dada por $T(x)=A\,x$, donde $A=\begin{pmatrix}r & 0\\0 & s\end{pmatrix}$

4. Encuentre núcleo, imagen, rango y nulidad de la transformación lineal dada. Verificando que se cumpla el teorema de rango y nulidad.

a) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=x$

b) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}z\\y\end{pmatrix}$

c) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4y\\y\end{pmatrix}$

d) $T:\mathbb{R}\to P_3/\ T(a)=a+a\,x+a\,x^2+a\,x^3$

e) $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^2/\ T\begin{pmatrix}x\\y\\z\\w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+z\\y+w\end{pmatrix}$

f) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}/\ T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=x+y$

5. Encuentre la representación matricial A_T de la transformación lineal T. A menos que se especifique otra cosa, suponga que B_1 y B_2 son bases canónicas, luego transforme el vector dado y verifique el resultado usando la matriz de transformación.

a) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3/\,T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y\\x-y\\2x+3y\end{pmatrix}\qquad v=(2{,}2)$

b) $T:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2/\,T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-y+z\\-2x+2y-2z\end{pmatrix}\qquad v=(-1,-2{,}1)$

c) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2/\,T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3x+2y\\-5x-4y\end{pmatrix}\quad B_1=B_2=\left\{\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}\right\}\quad v=(3,-1)$

d) $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}/\,T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=3x-2y\qquad v=(2{,}3)$