

TP 8: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022

Cocientes diferenciales- Derivada de funciones inversas, logarítmica, paramétricas, polares Análisis de funciones - Problemas de optimización

1) Sea $y = f(x)$, y $x = f^{-1}(y)$, verificar que: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$

a) $f(x) = 4x - 3$

b) $f(x) = \sqrt{x+1}$

c) $f(x) = \sqrt{4-3x}$

2) Derivar empleando la regla de derivación de funciones inversas.

a) $y = a^x$

b) $y = \arcsen x$

c) $y = \arctg x$

3) Derivar las siguientes funciones:

a) $y = \arcsen x \cdot \arctg x$

b) $y = \frac{x^3}{\arctg 3x}$

c) $y = e^{\arccos x^2}$

d) $y = \arcsen \frac{1}{x}$

e) $y = \arctg(\ln x^3)$

f) $y = \sqrt{\arcsen 5x^2}$

4) Usar la regla de derivación logarítmica para calcular y' :

a) $y = x^2(x^2 - 1)^3(x+1)^4$

b) $y = \frac{x^2 \cos x}{(1+x^4)^7}$

c) $y = (\sen x)^{x^2}$

d) $y = \frac{(x+1)^2 \sqrt{x-1}}{(x+4)^3 e^x}$

e) $y = x^{\sen x} + (\tg x)^x$

e) $y = \left(\frac{3}{x}\right)^x$

5) Calcular $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones dadas en forma paramétrica.

a) $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 2 \sen t \end{cases} \text{ en } t = \frac{\pi}{4}$

b) $\begin{cases} x = t - \sen t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \text{ en } t = \pi$

6) Calcular $\frac{dy}{dx}$ de las siguientes funciones dadas en coordenadas polares.

a) $\rho = a \cdot \cos 2\theta$ en $\theta = \frac{\pi}{4}$

b) $\rho = a \cdot (1 + \cos 2\theta)$ en $\theta = \frac{\pi}{4}$

7) Determinar la primera y la segunda derivada de cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4 - 3x^3 + 16x$

b) $y = (1 - x^2)^{3/4}$

c) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

d) $f(t) = \sqrt{t^2 - 1}$

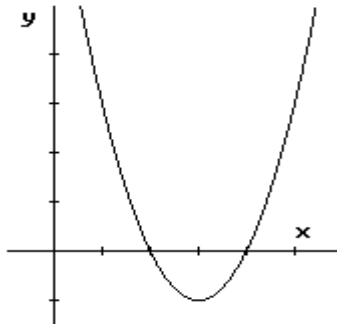
TP 8: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022

Cocientes diferenciales- Derivada de funciones inversas, logarítmica, paramétricas, polares
Análisis de funciones - Problemas de optimización

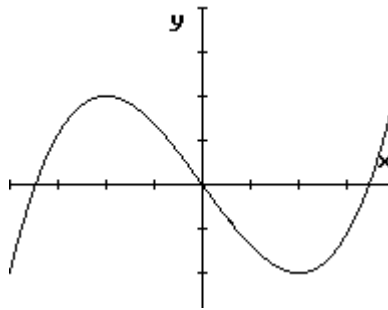
8) Si $f(x) = (2-3x)^{-1/2}$, hallar: $f(0)$; $f'(0)$; $f''(0)$; $f'''(0)$.

9) Identificar los intervalos abiertos en los que la función es creciente o decreciente, teniendo en cuenta el signo de la derivada primera:

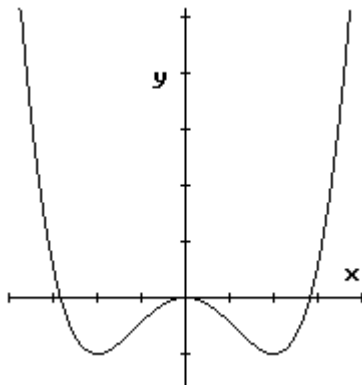
a) $f(x) = x^2 - 6x + 8$



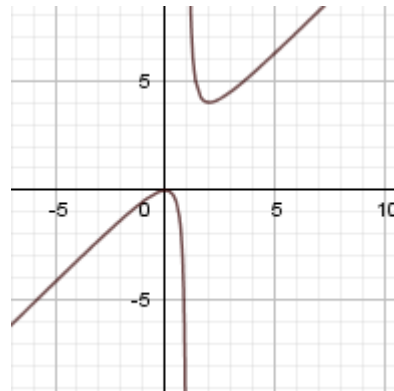
b) $f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x$



c) $f(x) = x^4 - 2x^2$



d) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$



10) Hallar los números críticos de las siguientes funciones, si los hay; los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y localizar los extremos relativos. Comprobar lo hallado graficando las funciones con GeoGebra o similar.

a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

TP 8: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022

Cocientes diferenciales- Derivada de funciones inversas, logarítmica, paramétricas, polares
Análisis de funciones - Problemas de optimización

11) Determinar los puntos de inflexión y la concavidad de las siguientes funciones. Comprobar graficando las funciones con GeoGebra o similar.

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 6x + 2$

b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

c) $f(x) = xe^x$

12) Determinar las asíntotas de las siguientes funciones. Graficar las funciones y sus asíntotas con GeoGebra o similar.

a) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x - 3}$

b) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

c) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x-2}$

13) Graficar las siguientes funciones teniendo en cuenta: dominio, paridad, intersección con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, puntos de inflexión, concavidad y asíntotas.

a) $f(x) = 1 - 3x + 5x^2 - x^3$

b) $f(x) = \frac{4+x^2}{2x}$

Problemas de optimización

14) Se quieren fabricar latas cilíndricas de 250 cm³ de capacidad. ¿Cuáles deben ser las dimensiones de las latas para usar la menor cantidad de metal en su fabricación?

15) Se desea construir una caja sin tapa con base rectangular a partir de una hoja rectangular de cartón de 16 cm de ancho y 21 cm de largo, recortando un cuadrado en cada esquina y doblando los lados hacia arriba. Calcular el lado del cuadrado para el cual se obtiene una caja de volumen máximo.

16) Demostrar que de todos los rectángulos que tienen determinado perímetro, el cuadrado tiene el área máxima.

17) Las márgenes superior e inferior de un folleto tienen 6 cm de ancho y los laterales, 4 cm. Si el área del material impreso del cartel se fija en 384 cm², calcular el área mínima total del cartel.

18) Una ventana tiene la forma de un rectángulo coronado por un triángulo equilátero. Encontrar las dimensiones del rectángulo para el cual el área de la ventana es máxima, si el perímetro de la misma debe ser de 12 pie.