TP 17: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022 Integrales dobles y triples

1) Calcular las siguientes integrales dobles:

a)
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{2} (x+y) dy$$

b)
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} \frac{x^{2}}{1+y^{2}} dy$$

a)
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{2} (x+y) dy$$
 b) $\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1} \frac{x^{2}}{1+y^{2}} dy$ c) $\int_{0}^{1} \int_{y}^{2y} (1+x^{2}+y^{2}) dx dy$

2) Calcular la siguiente integral doble
$$\int \int_R (x^2 + y^2) dx dy$$
 siendo R la región limitada por:

$$y = x^2;$$
 $x = 2;$ $y = 1$

$$y = \sqrt{x};$$
 $y = x^2$

$$x+2y+z-2=0$$
, en el primer octante.

5) Hallar mediante integrales dobles el volumen del sólido que se encuentra debajo del paraboloide:
$$z=x^2+y^2$$
 y arriba de la región limitada por la curvas:

$$y = x^2$$
 e $y = x$

a)
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{3} dy \int_{0}^{2} (x+y+z)dz$$

a)
$$\int_{0}^{1} dx \int_{0}^{3} dy \int_{0}^{2} (x+y+z)dz$$
 b)
$$\iiint_{V} xyzdxdydz \rightarrow siendo: V \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le 2 \\ 0 \le z \le 2 \end{cases}$$

c)
$$\iiint\limits_{V} xyzdxdydz \rightarrow siendo: V \begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le x \\ 0 \le z \le x + y \end{cases} dt \int_{0}^{1} dz \int_{0}^{z} dy \int_{0}^{y} ze^{y^{2}} dz$$

d)
$$\int_{0}^{1} dz \int_{0}^{z} dy \int_{0}^{y} z e^{y^{2}} dz$$

7) Mediante integrales triples calcular el volumen que se encuentra bajo el plano 2x + y + z - 2 = 0, en el primer octante.

8) Calcular mediante integrales triples el volumen de un prisma de base triangular limitado

por los planos
$$\begin{cases} 3y + z = 6 \\ x = x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = y \text{, en el primer octante.} \\ z = z \end{cases}$$

TP 17: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022 Integrales dobles y triples

9) Calcular el área de la región del primer cuadrante limitada por las curvas:

$$xy = 2$$
, $xy = 4$, y las rectas: $y = x$, $y = 3x$

- 10) Calcular la integral de la función $f(x,y)=x^2y^2$ sobre la región R del primer cuadrante limitada por las hipérbolas xy=1, xy=2, y las rectas: $y=\frac{x}{2}, y=3x$
- 11) Considerar un triángulo isósceles con un vértice en el punto (0, 0) y los lados iguales sobre las rectas determinadas por y = |x|. Hallar que altura, h, debe tener el triángulo sobre el eje OY para que la circunferencia unidad lo divida en dos partes de igual área.
- 12) Calcular el volumen de un cuerpo limitado por: $\begin{cases} z^2 = xy \\ x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$
- 13) Calcular $\iint_A x^2 dx dy \rightarrow siendo$: A el recinto comprendido entre el rectángulo limitado por x=-2; x=2, y=-2; y=2 y la circunferencia centrada en el origen de radio 1.
- 14) Calcular $\iint_A e^{x^2+y^2} dxdy \to siendo$: A la parte del círculo unitario $x^2+y^2 \le 1$, situada en el semiplano positivo de las x, $x \ge 0$