

1) Llevar las expresiones dadas a su forma polinómica: $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ y graficarlas:

$$a) y = (x-2)^3 - 8(x-2) - 13 \qquad b) y = 2\left(x - \frac{5}{6}\right)^3 - \frac{19}{6}\left(x - \frac{5}{6}\right) - \frac{148}{27}$$

Notar que: en a) cuando sea $x=2$, resultará $y=-13$, y que en b) cuando sea $x=5/6$, resultará $y=-148/27$.

Destaque en cada gráfica esos puntos.

Llamaremos a ese punto, “Punto de inflexión” y a sus coordenadas “ x_i ” e “ y_i ”.

Compruebe en la expresión polinómica obtenida, que el valor de “B” hallado cumpla la condición siguiente: $B = -3Ax_i$, por lo tanto $x_i = -B/(3A)$.

2) En base al punto anterior podemos expresar en forma general el polinomio de tercer grado como:

$$y = A(x - x_i)^3 + m(x - x_i) + y_i, \text{ siendo } x_i = \frac{-B}{3A} \quad \text{y “m” un factor a determinar.}$$

Dada una expresión polinómica de tercer grado, hacer el proceso inverso, es decir, llevarla a una expresión como la dada, completando el cubo de un binomio y manteniendo un término lineal con $(x-x_i)$ como uno de sus factores, de modo que el término independiente corresponda a “ y_i ”.
Graficar.

$$a) y = x^3 + 3x^2 - 4x + 1 \qquad b) y = -2x^3 + x^2 - 5x + 2$$

3) Graficar la función dada y determinar analíticamente el dominio y la imagen:

$$f(x) = \sqrt{8-2x^2}$$

4) Definir el dominio y trazar la gráfica de cada función:

$$\begin{array}{llll} a) f(x) = \sqrt{-x} & b) f(x) = \sqrt{6-2x} & c) f(x) = \sqrt{4-x^2} & d) f(x) = \sqrt{x^2-4} \\ e) f(x) = |x| + x & f) f(x) = |x| - x & g) f(x) = |2x| & h) f(x) = |2x-3| \end{array}$$

En los incisos: e, f, g y h, expresar de otra forma estas funciones teniendo en cuenta la definición de valor absoluto.

5) Determinar si la función es par, impar o ninguno de los dos casos. Graficar.

$$\begin{array}{lll} a) f(x) = \frac{1}{x^2} & b) f(x) = x^2 + x & c) f(x) = x^3 - x \\ d) f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) & e) f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right) & \end{array}$$

6) Graficar las siguientes funciones. Determinar dominio, imagen e intersección con los ejes.

$$a) f(x) = \frac{1}{x+4}$$

$$b) f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$$

$$c) f(x) = -e^x + 2$$

$$d) f(x) = -\ln(x-2)$$

$$e) f(x) = \frac{x+2}{2x+1}$$

$$f) f(x) = |\cos x|$$

$$g) f(x) = |x^2 - 2x|$$

$$h) f(x) = -\sqrt{x-2} + 1$$

$$i) f(x) = \frac{x^2 - 25}{x+5}$$

$$j) f(x) = \frac{x-4}{x^2 - 16}$$

Si existen, marcar las asíntotas de las funciones de los incisos: a, b, e, i, j.

¿Qué diferencia hay entre la gráfica de las funciones de los incisos a y j?

7) Hallar $f \circ g(x)$ y $g \circ f(x)$ y sus dominios:

$$a) f(x) = \frac{2-x}{2+x} \quad g(x) = \frac{1-x}{1+x} \quad b) f(x) = \sqrt{x-2} \quad g(x) = (2x-4) \quad c) f(x) = \sqrt{x-2} \quad g(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$d) f(x) = 2x^2 - x \quad y \quad g(x) = 3x+2 \quad e) f(x) = \sqrt{x-1} \quad y \quad g(x) = x^2 + 1$$

8) Si $g(x) = 2x+1$ y $h(x) = 4x^2 + 4x + 7$ encuentre una función f tal que $f \circ g = h$

9) Si $f(x) = 3x+5$ y $h(x) = 3x^2 + 3x + 2$ encuentre una función g tal que $f \circ g = h$

10) Sea: $f: A \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = -x^2$

Indicar para cuál o cuáles de los siguientes conjuntos “A” la función es inyectiva.

Justificar la elección.

$$a) A = \mathbb{R}$$

$$b) A = (-\infty; 2)$$

$$c) A = [0; \infty)$$

$$d) A = [-3; 3]$$

$$e) A = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 1\}$$

$$f) A = \{x \in \mathbb{R} / |x+2| < 2\}$$

11) Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow B / f(x) = -x^2$

Indicar para cuál o cuáles de los siguientes conjuntos “B” la función es suryectiva.

Justificar la elección.

$$a) B = \mathbb{R}$$

$$b) B = (-\infty; 0]$$

$$c) B = \{y \in \mathbb{R} / 8-4y < 0\}$$

$$d) B = (-\infty; 0)$$

$$e) B = \{y \in \mathbb{R} / y \leq 0\}$$

$$f) B = \{y \in \mathbb{R} / |y| < 2\}$$

12) Dadas las siguientes funciones, determinar cuáles admiten inversa.

En caso negativo, efectuar las restricciones necesarias. Graficar $f_{(x)}$ y $f_{(x)}^{-1}$.

$$a) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 3x + 2 \quad b) f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{1}{x} \quad c) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x^2 - 1$$

$$d) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \sqrt{x-1} \quad e) f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \ln(x+1)$$

13) a) Representar las siguientes funciones dadas en forma paramétrica:

$$a) \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t + 5 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t^2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$$

b) Expresarlas en forma cartesiana.

14) Representar las siguientes curvas dadas en forma polar:

$$a) \rho = 1 + \cos \theta \quad b) \rho = 3 \cdot \cos 2\theta \quad c) \rho = \sin 2\theta \quad d) \rho = 2 + \sin(\theta + \pi/4)$$

15) Hallar el dominio de la función dada:

$$a) \quad y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 3}} \quad b) \quad y = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{-x^2 + 9x - 14}}$$