

PRÁCTICO Nº 1
NÚMEROS COMPLEJOS

- 1) Escribir los siguientes números complejos en forma binómica o de par ordenado, según corresponda:

a) $\left(\frac{3}{4}; 2\right)$ b) $(0; -1)$ c) $(\sqrt[3]{2}; -3)$ d) $4 + \frac{1}{2}i$ e) $-8i$ f) $-1 - i$

- 2) Verificar que:

a) $(\sqrt{2} - i) - i(1 - \sqrt{2}i) = -2i$ b) $(3, 1) \cdot (3, -1) \cdot \left(\frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right) = (2, 1)$

- 3) Comprobar que los números $z = 1 \pm i$, satisfacen la ecuación $z^2 - 2z + 2 = 0$

- 4) Resolver y expresar el resultado de las siguientes operaciones en forma binómica:

a) $(2 + 3i) + (-1 - 2i)$ b) $(1 - 2i) + \left(\frac{1}{2} + 7i\right) + (-2i)$

c) $(-1 - 2i) - \left(-3 + \frac{1}{4}i\right) + 5i - \left(-\frac{1}{3} - i\right)$ d) $2i \cdot (-1 + 2i)$

e) $(1 - i)(2 + i)$ f) $(-2 + i)^2$ g) $\left(1 + \frac{1}{2}i\right)(-2 + i)$

h) $\frac{1+i}{3-i}$ i) $\frac{1}{i} + \frac{3}{1+i} - \frac{(1-i)(2+i)}{3-i} + \left(\frac{1}{3} - 2i\right)$

j) $\frac{3+3i}{(1+2i)(1-3i)}$ k) $i^{13} - i^9 + 1$ l) $i^{14} - i^9 + 3i^5 - i^3 + 1$

m) $(3i - 2)^2 - \frac{1}{i^3} + \frac{1}{4}i(-\sqrt{2} + 5i) - 1$

- 5) Hallar los números reales a y b tal que:

a) $3 + 4i = 2a + 5 - bi$

b) $(1 + 2i)a + (3 - 5i)b = 1 - 3i$

- 6) Hallar los conjugados de:

a) $\frac{1}{i} + i$

b) $(1 - 2i)(2 - i)(i + 1)$

c) $1 + i + i^2 + \dots + i^{21}$

- 7) Dados los números complejos:

$z_1 = \sqrt{3} + i$ $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$ $z_3 = 2 - 2\sqrt{3}i$

efectuar: $2z_1 - (z_2^2 - z_3) - \frac{z_2}{z_1}$

- 8) Sean: $z_1 = 1 - i$ $z_2 = -2 + 4i$ $z_3 = \sqrt{3} - 2i$, hallar:

a) $\overline{z_2 - z_3}$

b) $Im((z_1 - z_2) \cdot z_3)$

ÁLGEBRA

$$\text{c) } \overline{(z_1 + z_3) \cdot (z_1 - z_3)} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{d) } (z_3 - z_2) \cdot z_1 + z_3^2$$

9) Expresar los siguientes números en forma polar. Representar en el plano complejo.

a) $\sqrt{3} + i$ b) $\sqrt{3} - i$ c) $-i$ d) $-1 - 2i$ e) $-3 + 3i$ f) -5

10) Expresar en forma binómica:

a) $2 \operatorname{cis} 180^\circ$ b) $3 \operatorname{cis} \left(-\frac{\pi}{6}\right)$ c) $3 \operatorname{cis} (-120^\circ)$ d) $2 \operatorname{cis} 150^\circ$

11) Dados: $z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{\pi}{2}$ $z_2 = 1 \operatorname{cis} \frac{7\pi}{4}$ $z_3 = \sqrt{3} \operatorname{cis} \frac{5\pi}{3}$

Obtener en forma polar: a) $z_1 \cdot z_2$ b) $z_3 : z_2$ c) $(z_1)^4$

12) Dados los siguientes números complejos:

$z_1 = \sqrt{3} + i$ $z_2 = -2 - 2\sqrt{3}i$ $z_3 = -1 - i$ $z_4 = -3i$

Efectuar en forma polar las operaciones que se indican, expresando el resultado en forma binómica:

a) $(z_1)^6$ b) $z_2 \cdot z_3$ c) $\frac{z_3}{z_4}$ d) $(z_3)^{10}$

13) Determinar y representar en el plano complejo todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que:

a) $|z - i| = 5$ e) $z = \bar{z}$ i) $-\frac{1}{2} < \operatorname{Re}(z) < \frac{1}{2} \quad \wedge \quad |z| = 2$
 b) $4 < |z - 1|$ f) $z \cdot \bar{z} = 1$ j) $\frac{\pi}{4} \leq \arg(z) \leq \frac{3}{4}\pi \quad \wedge \quad |z| < 2$
 c) $2 \leq |z| < 4$ g) $|z - 1 + i| = 2$
 d) $|z + i| > 2$ h) $|z - 2|^2 = 3$

14) i) Expresar en forma exponencial, los siguientes números complejos:

a) $z_1 = -1 - i$
 b) $z_2 = -1$
 c) $z_3 = -i$

ii) Hallar las siguientes operaciones, utilizando la forma exponencial:

a) $z_1 \cdot z_2$ b) $\frac{z_1}{z_3}$