

Práctica 0 - Lógica Proposicional y Polinómios

1. Realice las siguientes operaciones considerando las propiedades de suma, producto y distribución definidas para el conjunto de los \mathbb{R}

- (a) $-(a - b)$
- (b) $(-a) \cdot (-b + c)$
- (c) $1 - (1 - (1 - (1 + 1)))$
- (d) $(a - b) \cdot (a + b)$
- (e) $(-a + 1) \cdot (-a) \cdot (a + 1)$
- (f) $(-a) \cdot (-a + a(1 - a))$
- (g) $-(a - (-a + 1))$

2. Para cada uno de las siguientes igualdades ¿Existirá $a, b \in \mathbb{R}$ tales que

- a) $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
- b) $1 - \frac{1}{1+\frac{1}{a}} = \frac{1}{a}$
- c) $1 - \frac{1}{1+\frac{1}{a}} = -\frac{1}{a}$

3. Expresar en su forma más simple las siguientes expresiones:

- (a) $\frac{x^2}{(x-y)} + \frac{y^2}{(y-x)}, x, y \in \mathbb{R}, x \neq y$
- (b) $\frac{a}{(a-b)} + \frac{b}{(b-a)}, a, b \in \mathbb{R}, a \neq b$

4. Sean $x, y \in \mathbb{R}$. Si $x < y$ probar la siguiente desigualdad:

$$x < \frac{(x+y)}{2} < y$$

5. ¿Cuáles de las afirmaciones siguientes son verdaderas?

- (a) $a^2 = b^2 \implies a = b$
- (b) $a^2 = b^2 \implies a = -b$
- (c) $a^2 = b^2 \implies a = b \text{ o } a = -b$
- (d) $a^2 = b^2 \implies a = b \text{ y } a = -b$
- (e) $a^2 = b^2 \implies a^3 = b^3$ (Nota: $a^3 = a^2 \cdot a$)
- (f) $a^2 = b^2 \implies |a| = |b|$

6. Sean los polinomios $P(x) = 2x^4 + 3x^2 - 5x + 7$ y $Q(x) = -2x^2 + 4x - 3$. Calcule:

- a) $P(x) + Q(x)$ b) $P(x) - Q(x)$ c) $2.P(x)$
- d) $3.P(x) + 4.Q(x)$ e) $P(x).Q(x)$ f) $(Q(x))^2$

7. Realice las siguientes divisiones de polinomios:

- (a) $(3x^4 - 2x^3 + 4x - 7) : (x + 3)$
- (b) $(-2x^3 + 4x^2 + x) : (2x + 1)$
- (c) $(2x^5 - 4x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 2) : (x^3 - 2x^2 + x - 3)$
- (d) $(3x^4 - 3^2 + x - 5) : (x^2 + 3)$
- (e) $(8x^5 + 1) : (2x^3 - 1)$
- (f) $(x^3 - 3x^2 + x - 1) : (x^2 - 4x + 5)$

8. Evalúe los siguientes polinomios en $x=1$, $x=0$, $x=-3$, $x=-2$, utilizando la regla de Ruffini:

- (a) $R(x) = x^3 + 5x^2 - 22x + 16$
- (b) $R(x) = 4x^5 + 5x^3 - 8x + 16$
- (c) $R(x) = -10x^4 - 4x^3 + 12x^2 + x + 16$

9. Utilizando la regla de Ruffini halle el cociente y el resto de la división entre $P(x)$ y $Q(x)$:

- (a) $P(x) = (8x^4 - 3x^2 + 7x - 1); Q(x) = x + 1$
- (b) $P(x) = (2x^5 + x^2 - x^3 + 2); Q(x) = x - 3$
- (c) $P(x) = (3x^3 - 3x^2 + 2); Q(x) = x - 1$

Aplicando el Teorema del Resto verifique los resultados obtenidos