

Práctico 3
Matrices

- 1) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

Efectuar, los siguientes cálculos:

- a) $3A$ b) $A+B$ c) $A-C$ d) $C-A$
e) $2B-3C$ f) $A-B-C$ g) $2C-3B-A$

- 2) Hallar los valores de x, y, z , en la siguiente ecuación matricial:

$$4 \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & -1 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} y & z \\ -x & 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 & x \\ 5 & -x \end{pmatrix}$$

- 3) Si A y B son matrices de tipo 2×3 , ¿cuáles de las siguientes operaciones no pueden ser resueltas?

- a) $A+B$ b) $(A+B) \cdot B^T$ c) $A \cdot B$
d) $A^T - B^T$ e) $B^T \cdot A$

- 4) Efectuar, si es posible, el producto $A \cdot B$ de las siguientes matrices:

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -7 \\ 1 & -4 & 10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & -8 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = (2 \quad -7 \quad 8)$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 & 8 \\ 0 & 7 & 1 & 5 \\ -9 & 5 & 7 & -4 \\ 8 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & -8 \\ 3 & 4 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$

e) $A = (1 \quad 4 \quad 0 \quad 2) \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 4 \\ 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

$$f) \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & -2 \\ -6 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$g) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

$$5) \text{ Dadas las matrices: } A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Verificar que:

$$a) A.B \neq B.A \quad b) (A+B)^T = A^T + B^T$$

$$c) (A.B)^T = B^T.A^T \quad d) (A.B).C = A.(B.C)$$

6) Hallar para cada caso la matriz X que verifica:

$$a) \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad b) \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

7) Escribir el sistema dado en la forma $A.X = B$

$$a) \quad \begin{cases} 4x + 10y - 6z = -9 \\ 3x - 5y + 4z = 5 \end{cases}$$

$$b) \quad \begin{cases} x + z = 3 \\ 4y + 4z = 2 \\ 5x + 2y = -1 \\ 3y + 9z = 4 \end{cases}$$

8) Escribir el sistema de ecuaciones representado por la matriz aumentada correspondiente:

$$a) \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad b) \quad \begin{pmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

9) En los siguientes casos, verificar que B es la inversa de A

$$a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 3 \\ -4 & -8 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

10) Hallar las inversas de las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$$

11) Utilizar convenientemente A^{-1} y B^{-1} , hallada en el ejercicio anterior, para resolver los sistemas:

$$\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x_1 + 3x_2 = -9 \\ -6x_1 - 3x_2 = 4 \end{cases}$$

12) Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$, $B_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$, $B_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

Determinar A^{-1} y utilizarla para resolver las ecuaciones:

a) $A \cdot X = B_1$ b) $A \cdot X = B_2$ c) $A \cdot X = B_3$

13) Hallar la inversa de las siguientes matrices (en caso de existir)

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 7 & -10 \\ 7 & 16 & -21 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

14) Utilizar una matriz inversa para resolver los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 0 \\ 2x + 2y + 2z = 5 \\ -4x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = -1 \\ 2x + 2y + 2z = 2 \\ -4x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 0 \\ 2x + 2y + 2z = 0 \\ -4x + 4y + 3z = 0 \end{cases}$

15) Dadas las matrices:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

utilizarlas para hallar:

a) $(A \cdot B)^{-1}$ b) $(A^T)^{-1}$