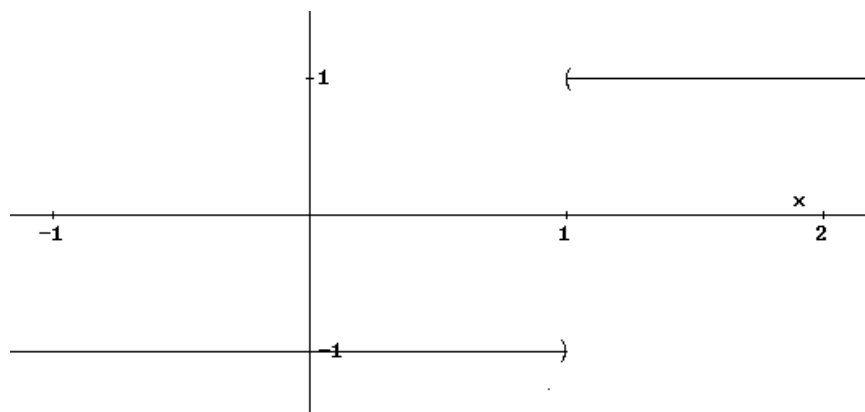


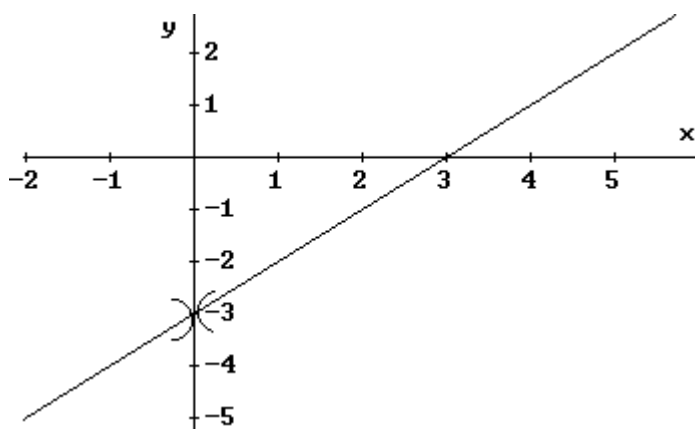
1) En los siguientes ejercicios, usar la gráfica para determinar el límite, si es que existe:

a) $f(x) = |x-1|/(x-1)$



- i) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$
- iii) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- iv) $f(1) =$

b) $f(x) = (x^2 - 3x)/x$



- i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- iv) $f(0) =$

2) a) Trazar la gráfica de la función: $f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) A partir de la gráfica hallar el valor de cada uno de los siguientes límites, si existen:

- i) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- iii) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

3) a) Trazar la gráfica de la función:
$$g(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < -1 \\ x & \text{si } -1 \leq x < 1 \\ 4 & \text{si } x = 1 \\ 4-x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

b) A partir de la gráfica hallar el valor de cada uno de los siguientes límites, si existen:

i) $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$ ii) $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ iii) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$

iv) $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ v) $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ vi) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$

4) En los siguientes ejercicios, trazar la gráfica y determinar si existe el límite indicado. Justificar.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x = 2 \\ 4 - x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = |2x - 3| - 4$$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ -2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 9} & \text{si } x \leq -3 \\ \sqrt{9 - x^2} & \text{si } -3 < x < 3 \\ \sqrt{x^2 - 9} & \text{si } 3 \leq x \end{cases}$$

5) Hallar el valor de k, tal que exista el $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 4 \\ 5x + k & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

6) Hallar los valores de a y b, tales que existan: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq -2 \\ ax + b & \text{si } -2 < x < 2 \\ 2x - 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

7) Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+27}{x+3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2-x-3}{x+1}$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{6x-3}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5-32}{x-2}$

g) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x+1}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x}$

i) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^4-1}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$

k) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{x^2-4}$

l) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$

m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$

n) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{5-x^2}-2}$

ñ) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2-8x-16}{2x^2-9x+4}$

o) $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{\frac{x^2-9}{2x^2+7x+3}}$

8) Calcular los límites de las siguientes funciones trigonométricas:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 7x}{4x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{3 \cdot \tan 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \cot x$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\operatorname{sen} x}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{sen} x}{3x}$

g) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{\operatorname{ctg} x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{x}$

TP 6: ANÁLISIS MATEMÁTICO 2022
Límite de funciones – Asíntotas - Continuidad

- 9) Determinar si la función $f(x)$ tiene una asíntota vertical o una discontinuidad evitable en $x = -1$. Graficar las funciones en GeoGebra o similar

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \quad b) f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{x + 1} \quad c) f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1} \quad d) f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$$

- 10) Hallar, en forma analítica, las asíntotas horizontales de las siguientes funciones. Graficar las funciones en GeoGebra o similar.

$$a) f(x) = \frac{4x^2}{x^2 + 2} \quad b) f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 6}{x^2 + 4} \quad c) f(x) = \frac{x}{x^2 + 2} \quad d) f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 4}{x^2}$$

- 11) Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll} a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{6x - 8} & b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5}{3x^2 + 1} & c) \lim_{x \rightarrow \infty} 2x - \sqrt{1 + 4x^2} & d) \lim_{x \rightarrow \infty} 5 - \frac{2}{x^2} \\ e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 3}{5x + 2} & f) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x + x^2} & g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 5}{3x^2 + 1} & h) \lim_{x \rightarrow \infty} 3x - \sqrt{9x^2 - x} \end{array}$$

- 12) Teniendo en cuenta que: $e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, calcular:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^x \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{3x}\right)^{x-2} \quad d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x} \quad e) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5x}\right)^{3x}$$

- 13) Explicar porque cada una de las siguientes funciones es discontinua en el punto citado. Trazar la gráfica de la función.

$$a) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \quad x_0 = -1 \quad b) f(x) = \frac{1}{(x - 1)^2} \quad x_0 = 1 \quad c) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & \text{si } x \neq -1 \\ 6 & \text{si } x = -1 \end{cases} \quad x_0 = -1$$

- 14) Estudiar la continuidad de las siguientes funciones. Clasificar los tipos de discontinuidades.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ 3x & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

15) ¿Para que valores de la constante “c” la función f es continua en toda la recta real?

$$f(x) = \begin{cases} cx + 1 & \text{si } x \leq 3 \\ cx^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

16) Hallar valores de “b” y “c” de modo tal que la función siguiente sea continua en todos los reales.

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 + bx + c & \text{si } |x - 2| \geq 1 \end{cases}$$