Question 2 formatif - solution

On suit la procédure indiquée dans les notes de cours sur l'identification par la méthode des moindres carrés. On réécrit notre éq. dynamique sous la forme

$$x = \frac{1}{k} F_{ext} - \frac{b}{k} \dot{x} - \frac{m}{k} \ddot{x}$$

$$= \alpha_1 F_{ext} + \alpha_2 \dot{x} + \alpha_3 \ddot{x} \quad (1)$$

On nous fournit x et F_{ext} échantillonnés en fonction du temps dans le fichier de données accompagnant. Or pour utiliser l'éq. (1) il nous faut aussi $\dot{x}$ et $\ddot{x}$ qu'on obtiendra par dérivation numérique dans Matlab (utiliser la fonction diff de Matlab). On a alors des vecteurs de valeurs de x, F_{ext}, $\dot{x}$ et $\ddot{x}$. L'éq. (1) prend alors l'allure suivante

$$Y = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3, \quad (2)$$

où Y est un vecteur colonne contenant les échantillons temporels de x, X_1 ceux de F_{ext}, X_2 ceux de $\dot{x}$ et X_3 ceux de $\ddot{x}$

→ suite p. suiv.

L'éq. (2) peut être réécrite sous forme matricielle

$$Y = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow Y = X\alpha$$

qu'on peut résoudre par moindres carrés pour α

$$\alpha = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

Une fois qu'on a les valeurs de α_1, α_2 et α_3, on peut trouver m, b et R. On a

$$\alpha_1 = \frac{1}{R} \Rightarrow R = \frac{1}{\alpha_1}$$

$$\alpha_2 = -\frac{b}{R} \Rightarrow b = -R\alpha_2$$

$$\alpha_3 = -\frac{m}{R} \Rightarrow m = -R\alpha_3$$

Le code Matlab qui solutionne ce problème est donné dans le fichier

IdentifMasseRessortAmorti.m

On obtient $\left.\begin{array}{l} m = 1{,}002 \text{ Kg} \\ b = 4{,}1 \text{ Ns/m} \\ R = 100 \text{ N/m} \end{array}\right\}$ c'est très près des valeurs avec lesquelles les données pour ce problème ont été générées $m=1$, $b=4$, $R=100$