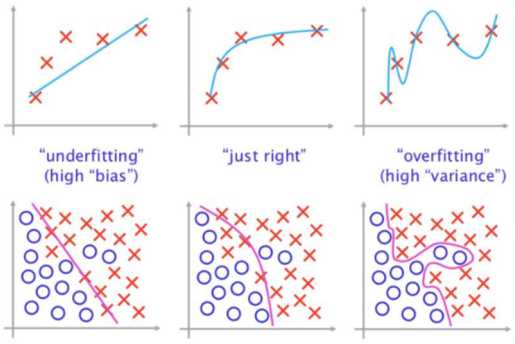
08 - LARGE DATASETS AND BIG MODELS

Ci si è sempre chiesti se grandi quantità di dati aiutino i task di ML. Non è sempre chi ha l'algoritmo migliore che vince, ma piuttosto chi ha più dati.

Bias/Varianza, modello e dati



Assumendo che la feature x abbia informazioni a sufficienza per poter predirre y accuratamente, un test utile da fare è di verificare se un umano esperto riesca a predire correttamente y dato l'input x.
Usando un algoritmo di predizione con diversi parametri si ottiene basso bias mentre usando un grosso training set si avrà bassa varianza. La cosa più semplice che verrebbe in mente è di unire i due modelli.

Però bisogna sempre tener conto del trade off che c'è.

Bias/Variance (a tradeoff?)

- Image classification task

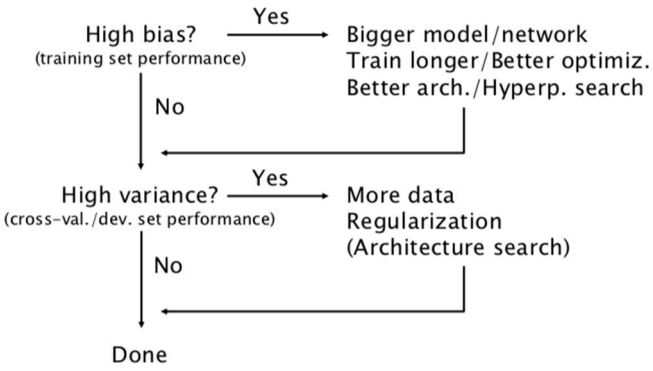
Training error	1%	15%	15%	0,5%
Coss-val./dev. error	11%	16%	30%	1%
	High variance	High bias	High bias & High variance	Low bias & Low variance

Assumption: human error or Bayes error ≈ 0, same distr.

(immagino errore umano circa 1%)

Sembra non essere esattamente un tradeoff.
Bisogna ricordarsi dell'ortogonalizzazione per ottenere buoni risultati, quindi bisogna agire in contemporanea sia su una che sull'altra regolando di volta in volta.

Il workflow per regolare le cose è il seguente:



Regolarizzazione delle reti neurali

Regressione lineare/logistica con le due notazioni

$$J(\theta) = \frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)}) - y^{(i)})^2 + \frac{\lambda}{2m}\sum_{j=1}^{n}\theta_j^2$$

$$J(w,b) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Loss(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2m}||w||_2^2$$

"L_2 regularization"

with $||w||_2^2 = \sum_{j=1}^{n} w_j^2 = w^T w$

→ per smorzare i pesi dei parametri vado ad abbassare il contibuto della parte azzurra

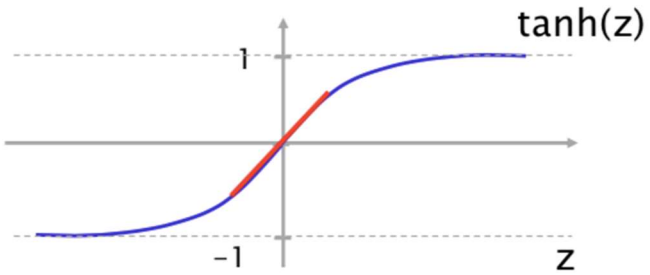
Per le NN uso i pesi w e non i parametri θ.
Il termine di regolarizzazione per le reti neurali viene scritto come norma euclidea di w ottenendo una "L_2 regularization".
Esiste anche la "L_1 regularization" dove non si ha più il quadrato e quindi c'è meno smorzamento.
Però in questa scrittura non si tiene ancora conto dei livelli della rete([j]).

W è il **peso dello specifico livello** che stiamo considerando.

$$J(w^{[1]},b^{[1]}, w^{[2]},b^{[2]}, \ldots) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Loss(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2m}\sum_{l=1}^{L}||w^{[l]}||_F^2$$

La nuova regolarizzazione è nella forma della norma di **frobenius**. Il nostro obiettivo è quello di **minimizzare** tale norma.
Se si vanno a smorzare il contributo di quei pesi che se non smorzati impediscono o limitano la capacità della funzione di costo di essere minimizzata (quindi all'algoritmo di convergere).

Nella parte più vicina all'origine, la funzione tende ad essere lineare, quando cerchiamo di abbassare i pesi dei nostri parametri, cerchiamo di abbassare il contenuto della nostra relazione linare, muovenoci intorno all'origine. In questa zona, l'attivazione (applicazione della tangente iperbolica alla z) ha un'uscita più lineare. Dunque, se cerchiamo di abbassare i pesi, la nostra rete si comporta più in un regime di maggior linearità, dunque tende meno ad essere flessibile e ad overfittare.



Regolarizzazione e gradient descent

- Update equations (with normalization)

$dw^{[l]}$ = (from backward propagation) + $\frac{\lambda}{m} w^{[l]}$

$w^{[l]} := w^{[l]} - \alpha\, dw^{[l]}$

$w^{[l]} := w^{[l]}\left(1 - \alpha \frac{\lambda}{m}\right) - \alpha$ (from back propagation)

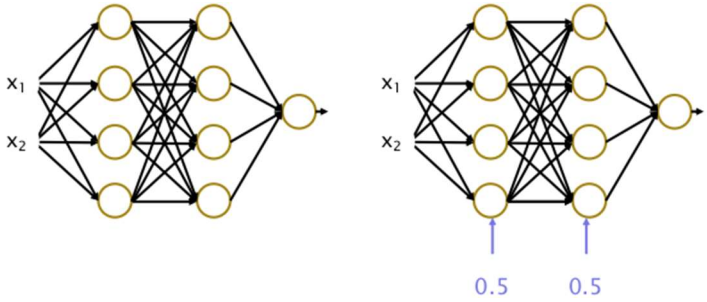
L_2 regularization also named "weight decay"

Come varia il **gradient descent con la regolarizzazione**: aggiornamento dei pesi.
Con la regolarizzazione si ottiene la seguente derivata della funzione di costo

Il passo di regolarizzazione va di volta in volta smorzare il valore dei pesi per questo si chiama "**weight decay".**

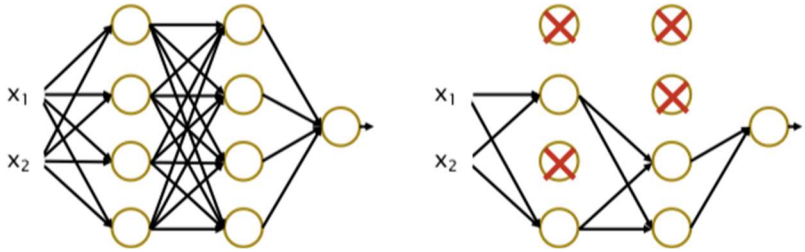
Dropout

Tecnica di ottimizzazione che imposta delle probabilità dei vari livelli e decide se attivare o disattivare dei nodi.



→ 0.5: probabilità che il neurone venga eliminato

Quindi solo alcuni si spengono ottenendo una rete più semplice che impara qualcosa di meno sofisticato. È una regolarizzazione perché ad ogni passo si ha sempre una rete semplice diversa che verrà addestrata. (diversa in quanto verranno buttati fuori dei neuroni diversi)



Si addestra con il dropout e poi si disabilita.

Data augmentation

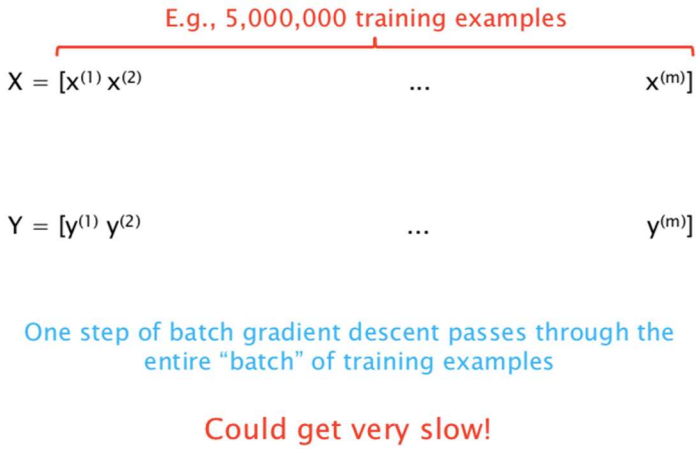
È una tecnica che si usa per ridurre l'overfitting per aiutare l'algoritmo a generalizzare sui dati nuovi.

- Effettuo delle leggere distorsioni sulle immagini in modo tale da evitare overfitting
  - Inverto orrizzontalmente immagine
  - Allargo immagine
  - Cambio colori (mantenendo sempre colori realistici)

Quindi allo stesso tempo si aumentano i dati e si riduce l'overfitting.

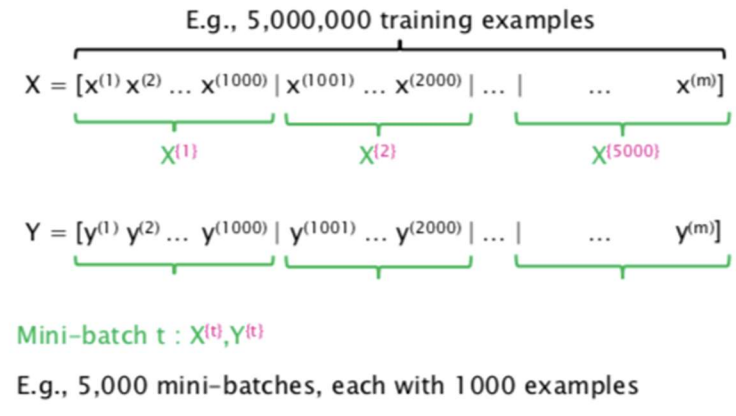
Batch vs Mini-batch gradient descent

Il gradient descent prende la superficie multidimensionale che rappresenta il mio costo e partendo da un punto si inizia a scendere verso la direzione più ripida però per fare un passo devo fare il calcolo su tutto il dataset.



Questo tipo di algoritmo viene chiamato batch perché si processa tutto il training set.

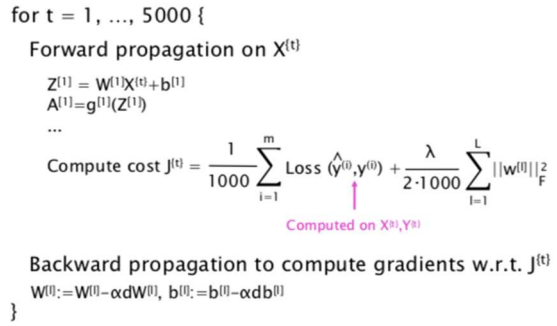
Per velocizzare si potrebbe pensare di **prendere dei "mini-batch" ovvero delle porzioni del training set e per ognuno effettuo un passo di gradient descent** (discesa dalla collinetta).



La velocità con cui ci si avvicina alla soluzione è minore però funziona lo stesso.

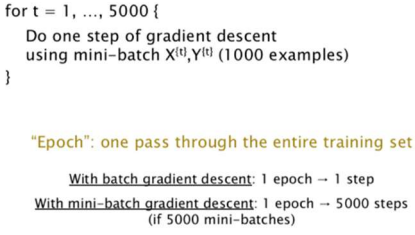
- Percorso meno diretto

L'algoritmo si scrive così:

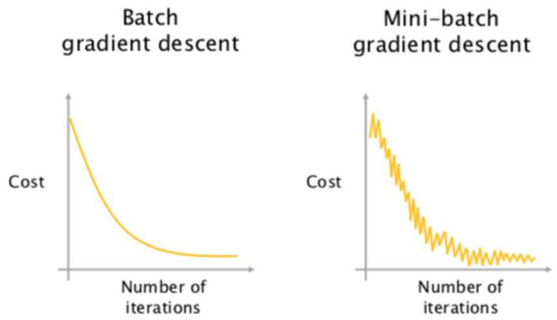


Per ogni passo di addestramento (fatto sul t-esimo mini-batch), faccio la forward propagation. Da qui trovo le attivazioni e gli output e la funzione di costo dove m nella sommatoria è la dimensione del mini-batch.
Faccio la backpropagation aggiornando i pesi.
Ripeto per ogni mini-batch.

Una **epoca** è un passaggio attraverso tutto il training set.



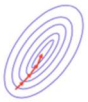
Ovviamente c'è un tradeoff anche per questa tecnica



A volte la funzione di costo scende altre no in base alla semplicità mini-batch. Per capire l'andamento bisogna andare a campionare ogni tot passi.

Mini-batch size

- If mini-batch size = m ⟶ Batch gradient descent



- If mini-batch size = 1 ⟶ Stochastic gradient descent

- Practically: value betw. 1 and m

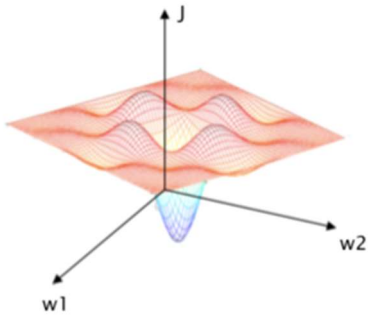
→ direzioni completamente diversa perché ognuno dei dati causa una discesa randomica (potrebbe anche non portare ad una convergenza)

Alcune regole empiriche:

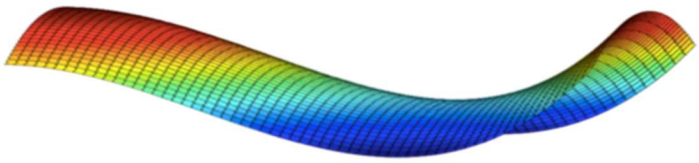
- With small training set (e.g., 2,000 examples)
  - Use batch gradient descent
- With larger training set
  - Use mini-batch gradient descent
  - Typical size: 64, 128, 256, ... 1024
  - Make sure mini-batch fits CPU/GPU memory
  - Più i batch sono piccoli, meno si sfrutta la vettorizzazione

Il problema dei minimi locali

In realtà quando si pensa ai minimi locali si pensa ai **punti di sella** che non rappresentano un vero problema perché non tutte le dimensioni hanno derivata zero lì, quindi il gradient descent troverà un altro lato da cui scendere. È molto improbabile finire in un minimo locale perché li tutte le derivate parziali sono pari a 0.

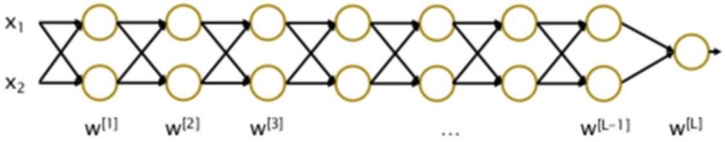


Il problema che si può è quello con le curve, i plateaus, dove si ha la tangente molto vicina allo zero (derivata molto piatta) → il learning diventa molto lento.
Il mini-batch gradient descent viene in aiuto.



Exploding/Vanishing gradients

Vogliamo una rete molto profonda.
Immaginiamo di buttare via il bias (b=0) e di non applicare nessuna funzione di attivazione (g(z)=z).
Se io volessi l'uscita di questa rete dovrei prendere l'input, moltiplicarlo per i pesi del primo livello, moltiplicarlo con i pesi del secondo livello, … fino all'utimo livello.



$$g(z)=z,\ b=0$$

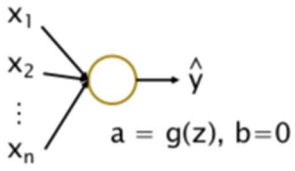
$$\hat{y} = w^{[L]} w^{[L-1]} w^{[L-2]} \dots w^{[2]} w^{[1]} x$$

Con i pesi > 1 **i valori tendono ad esplodere** (sia le attivazioni che i gradienti) crescendo esponenzialmente → exploding gradient → **divergo**
Con i pesi < 1 accade il contrario, cioè che **decrescono** esponenzialmente con L → vanishing gradient → **rallento**

Inizializzazione con deep networks

Una soluzione parziale sta nell'inizializzazione.

- Immaginiamo di avere n input.
- Si fa in modo che la varianza dei pesi sia uguale a 1/n.
    - Dunque, i pesi non saranno troppo lontani da 1 per evitare l'exploding o il vanishing gradients o che per lo meno non lo facciano troppo in fretta.



$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n$$

$$\text{Make } \mathrm{Var}(w_i) = \frac{1}{n}$$

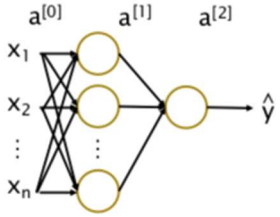
Un'altra soluzione con le reti a più livelli sta nel prendere i pesi, usare dei valori casuali e moltiplicarli per un fattore che considera il livello precedente e assegnare tale valore al peso.

- Inizializzazione copn tutti a 0 non funziona
- Inizializzazione con tutti i pesi tra - ϵ e +ϵ funziona ma ha dei problemi quando le reti crescono molto in profondità

Inizializzazione di Xavier:

Per le ReLU è meglio usare 2 anziché 1 nel rapporto sotto radice

$$* \sqrt{\frac{2}{n^{[l-1]}}}$$



Set $w^{[l]}$ equal to a random value in [0,1] range $* \sqrt{\frac{1}{n^{[l-1]}}}$

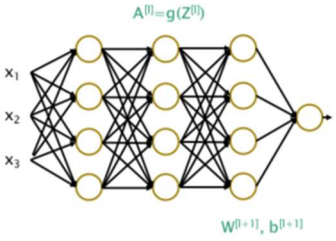
Normalizzare gli inputs

Bisogna normalizzare le scale delle features se sono troppo differenti.
L'obiettivo è di avere media 0 e viarianza 1:

- Sottraggo la media della features μ di tutto il training set
- Divido per la deviazione standard $\sqrt{\sigma^2}$ di tutto il training set

Normalizzare le attivazioni

Sembra sensato normalizzare anche gli input degli hidden layer, ovvero le attivazioni del livello precedente. Perché, se arriva qualcosa di sballato poi si propaga per tutta la rete. (normalizzando le attivazioni, la rete si comporta meglio).
In realtà si normalizza Z e si parla di **batch normalization**.



Normalize $Z^{[l]}$ with the aim to train $W^{[l+1]}$, $b^{[l+1]}$ faster

Compute μ, σ^2 on $Z^{[l](i)}$

Compute $Z^{[l](i)}_{norm}$ as

$$Z^{[l](i)}_{norm} = \frac{Z^{[l](i)} - \mu}{\sqrt{\sigma^2 + \varepsilon}}$$

Define $\tilde{Z}^{[l](i)}$ as

$$\tilde{Z}^{[l](i)} = \gamma^{[l]} Z^{[l](i)}_{norm} + \eta^{[l]}$$

and use for training

→ +ϵ fa in modo che questa quantità non tenda a 0, rendendo l'algoritmo più stabile

→ moltiplica per Y e somma per n, ricalcolando quindi i valori delle attivazioni per ottenere valori ottimali di media e varanza

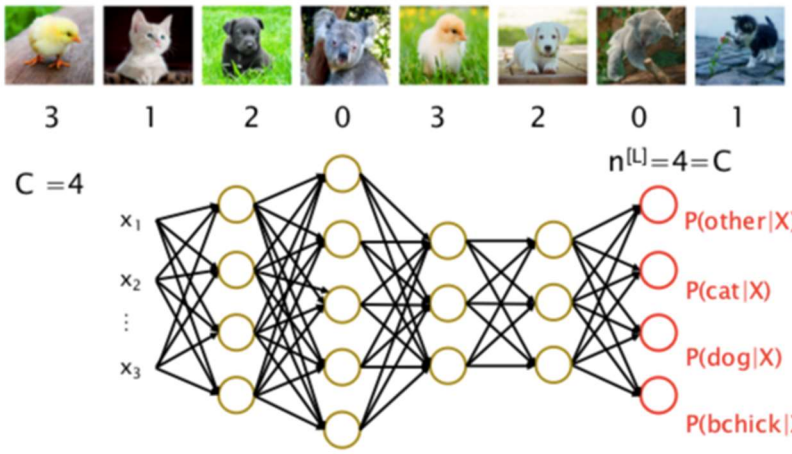
Iperparametri aggiuntivi: ϵ Y n

L'effetto è quello di rendere i livelli interni più robusti ai cambiamenti dei pesi dei layer precedenti. Inoltre, si ha anche un effetto di regolarizzazione

-

RETI NEURALI E MULTICLASS CLASSIFICATION

Immaginiamo di avere un problema del genere con 4 classi



La rete ha bisogno di 4 unità di uscita.
Questo si può interpretare come multi-regressioni logistiche.

Nell'ultimo livello in questi problemi si mette un livello di **softmax**. La somma delle probabilità in uscita deve essere 1.
È "soft" perché ci sono dei valori reali. Si parlerebbe di hardmax se si avesse un output con valore 1 e tutti gli altri 0.

Softmax layer

A rete andrà a normalizzare, come dividisione per l'average, le attivazioni dell'ultimo livello.

$$a_i^{[L]} = \frac{t_i}{\sum_{j=1}^{n^{[L]}} t_j}$$

where

$$t_i = e^{z_i^{[L]}}$$

Normalization effect, to make the sum of activations for the softmax layer equal to 1

Training with softmax

La funzione di loss diventa la seguente che si può ricondurre a quella delle regressione logistica quando si hanno solo due classi.

$$\text{Loss}(\hat{y},y) = \sum_{j=1}^{n^{[L]}} -y_j \log(\hat{y}_j)$$

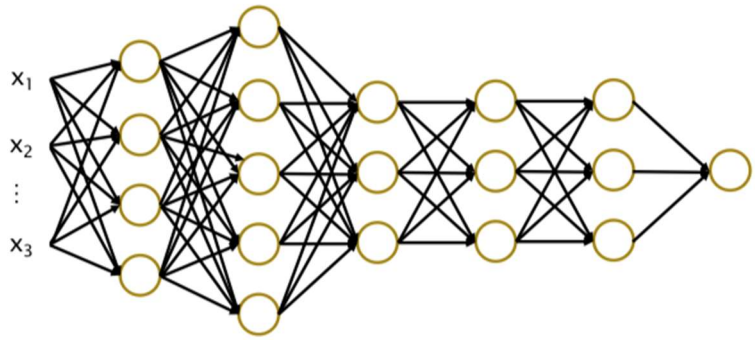
(for a single training example)

Abbiamo creato il vettore di X che è in realtà una matrice dove ogni colonna sono i vettori di training example. Il vettore Y conteneva solo per ogni 0 o 1 per ogni example.
Ora Y diventa una matrice dove ogni **colonna dice per ogni training example quale classe è stata predetta**.

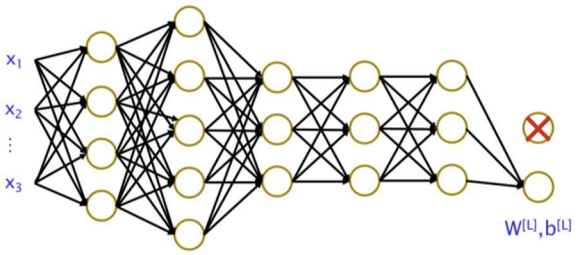
$$Y = \begin{bmatrix} y^{(1)} & y^{(2)} & \dots & y^{(m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

TRANSFER LEARNING

Trasferire qualcosa che abbiamo imparato in un determinato task, su un certo insieme di dati, ad altri dati/task.
Quello che si è scoperto quando si hanno grandi modelli e tanti dati si può usare la capacità della rete di svolgere il compito e applicarla ad un altro dominio.



Abbiamo la rete che ha imparato bene il suo task.
Buttiamo via l'ultimo livello (o qualcosa in più) e lo sostituisco con un altro che non ha dei parametri e poi faccio l'addestramento solo dell'ultimo layer.



Ovviamente si possono buttare anche più livelli in base a quale livello di dettaglio mi servono le features imparate dalle rete già addestrata.

Il transfer learning ha senso quando si ha lo stesso tipo di input e quando avendolo addestrato con molti dati lo applico a pochi dati di un altro dominio ottenendo buoni risultati. Questo perché le features che ci sono nei primi livelli vanno bene per imparare il nuovo task.

Questo si può fare perché i primi livelli, iniziano a capire gli spigoli e pian pinao cose più elevate.