



## PAUTA

### PEP N°2

Estudiante :  
Profesora : Consuelo Ramírez.  
Modalidad : Individual.  
Fecha : 23 de diciembre.  
Tiempo : 1 hora 10 minutos.  
Puntaje : 70 puntos.  
PREMA : 60%.

### Objetivos

- Simplificar gramáticas independientes del contexto.
- Representar gramáticas independientes del contexto en la forma normal de Chomsky.
- Determinar si una palabra es reconocida por un autómata apilador.
- Establecer equivalencias entre distintos tipos de autómatas apiladores.
- Establecer equivalencias entre gramáticas independientes del contexto y autómatas apiladores.

### Instrucciones

Silencie o apague su celular y manténgalo guardado hasta que se retire de la sala porque no está permitido el uso de este dispositivo y el hacerlo con cualquier propósito implicará ser calificado con nota 1,0 (si desea saber qué hora es puede preguntarle a la profesora).

Escriba su nombre y su apellido:

- en la parte superior derecha de esta hoja.
- en la parte superior izquierda de la primera página de la rúbrica adjunta.
- en la parte superior de cada una de las hojas que utilice para responder (no se revisarán anónimas).

Use una caligrafía lo más legible posible para evitar que la profesora lea algo distinto de lo que usted quiso escribir y considere su respuesta errónea.

Identifique claramente cada respuesta con el número de la pregunta.

Responda de acuerdo a los métodos explicados en clases.

Realice el desarrollo de la pregunta 2 detalladamente.

Al finalizar, entregue la prueba, la rúbrica y sus hojas de respuesta a la profesora.

## Preguntas

1. [8 puntos] Elimine las producciones  $\varepsilon$  de la siguiente gramática:

$$G = (\{S, M, N\}, \{x, y, z\}, P, S)$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow MzN \\ M \rightarrow xM \mid \varepsilon \\ N \rightarrow yN \mid \varepsilon \end{array} \right\}$$

$$N_\varepsilon = \{M, N\}$$

$$G' = (\{S, M, N\}, \{x, y, z\}, P', S)$$

$$P' = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow MzN \mid zN \mid Mz \mid z \\ M \rightarrow xM \mid x \\ N \rightarrow yN \mid y \end{array} \right\}$$

2. [14 puntos] Elimine los símbolos inútiles de la siguiente gramática:

$$\begin{aligned} G &= (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c, d, e, f, g, h\}, P, S) \\ P &= \{ \\ &\quad S \rightarrow aB \\ &\quad A \rightarrow bcCCC \mid dA \\ &\quad B \rightarrow e \\ &\quad C \rightarrow fA \\ &\quad D \rightarrow Dgh \\ &\quad \} \end{aligned}$$

Paso 1

$$N_\epsilon = \emptyset$$

Paso 2

No tiene producciones unitarias.

Paso 3

$$\begin{aligned} N_A &= \emptyset \\ N' &= \{B\} \\ N_A &= \{B\} \\ N' &= \{B, S\} \\ N_A &= \{B, S\} \\ N' &= \{B, S\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G' &= (\{S, B\}, \{a, b, c, d, e, f, g, h\}, P', S) \\ P' &= \{ \\ &\quad S \rightarrow aB \\ &\quad B \rightarrow e \\ &\quad \} \end{aligned}$$

Paso 4

$$N'' = \{S, B\}$$

$$\Sigma'' = \{a, e\}$$

$$G'' = (\{S, B\}, \{a, e\}, P'', S)$$

$$P'' = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aB \\ B \rightarrow e \end{array} \right\}$$

3. [18 puntos] La siguiente gramática no tiene símbolos inútiles.  
Represente la gramática en la forma normal de Chomsky.

$$G = (\{S, M, N\}, \{a, b, z\}, P, S)$$

$$P = \{ \\ S \rightarrow zMNz \\ M \rightarrow aMa \mid z \\ N \rightarrow bNb \mid z \\ \}$$

Paso 1

$$N_\varepsilon = \emptyset$$

Paso 2

No tiene producciones unitarias.

Paso 3

No tiene símbolos inútiles.

Paso 4

$$G' = (\{S, M, N, C_a, C_b, C_z\}, \{a, b, z\}, P', S)$$

$$P' = \{ \\ S \rightarrow C_zMNC_z \\ M \rightarrow C_aMC_a \mid z \\ N \rightarrow C_bNC_b \mid z \\ C_a \rightarrow a \\ C_b \rightarrow b \\ C_z \rightarrow z \\ \}$$

### Paso 5

$G'' = (\{S, M, N, D_1, D_2, D_3, D_4, C_a, C_b, C_z\}, \{a, b, z\}, P'', S)$

$P'' = \{$   
     $S \rightarrow C_z D_1$   
     $M \rightarrow C_a D_3 \mid z$   
     $N \rightarrow C_b D_4 \mid z$   
     $D_1 \rightarrow M D_2$   
     $D_2 \rightarrow N C_z$   
     $D_3 \rightarrow M C_a$   
     $D_4 \rightarrow N C_b$   
     $C_a \rightarrow a$   
     $C_b \rightarrow b$   
     $C_z \rightarrow z$   
}

4. [8 puntos] Escriba la traza de ejecución del siguiente autómata apilador para la palabra abaa. Determine si la palabra es reconocida por el autómata apilador.

$$A = (\{q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{A, B, Z\}, \delta, q_1, Z, \{q_2\})$$

$$\begin{aligned}\delta(q_1, \varepsilon, Z) &= \{(q_2, Z)\} \\ \delta(q_1, a, Z) &= \{(q_1, AZ)\} \\ \delta(q_1, b, Z) &= \{(q_1, BZ)\} \\ \delta(q_1, a, A) &= \{(q_1, AA)\} \\ \delta(q_1, b, A) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, a, B) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, b, B) &= \{(q_1, BB)\}\end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} (q_1, abaa, Z) \vdash (q_1, baa, AZ) \vdash (q_1, aa, Z) \vdash (q_1, a, AZ) \vdash (q_1, \varepsilon, AAZ) \\ \quad \quad \quad \top \quad \quad \quad \top \\ (q_2, abaa, Z) \quad \quad \quad (q_2, aa, Z) \end{array}$$

$$\therefore q_1 \notin F \Rightarrow \omega \notin L(A)$$

5. [12 puntos] Convierta el siguiente autómata apilador en un autómata apilador equivalente que acepte por pila vacía.

$$A = (\{q_1, q_2\}, \{a, b\}, \{a, z\}, \delta, q_1, z, \{q_2\})$$

$$\begin{aligned}\delta(q_1, a, z) &= \{(q_1, az)\} \\ \delta(q_1, b, a) &= \{(q_1, aa)\} \\ \delta(q_1, a, a) &= \{(q_2, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

$$A' = (\{q_1, q_2, q_1', q_e\}, \{a, b\}, \{a, z, X_0\}, \delta', q_1', X_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}\delta'(q_1', \varepsilon, X_0) &= \{(q_1, zX_0)\} \\ \delta'(q_1, a, z) &= \{(q_1, az)\} \\ \delta'(q_1, b, a) &= \{(q_1, aa)\} \\ \delta'(q_1, a, a) &= \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_2, \varepsilon, a) &= \{(q_e, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_2, \varepsilon, z) &= \{(q_e, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_2, \varepsilon, X_0) &= \{(q_e, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_e, \varepsilon, a) &= \{(q_e, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_e, \varepsilon, z) &= \{(q_e, \varepsilon)\} \\ \delta'(q_e, \varepsilon, X_0) &= \{(q_e, \varepsilon)\}\end{aligned}$$

6. [10 puntos] Convierta la siguiente gramática en un autómata apilador que acepte el mismo lenguaje por pila vacía:

$$G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSb \mid aSbb \mid \varepsilon\}, S)$$

$$A = (\{q_0\}, \{a, b\}, \{S, a, b\}, \delta, q_0, S, \emptyset)$$

$$\delta(q_0, \varepsilon, S) = \{(q_0, aSb), (q_0, aSbb), (q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, a, a) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_0, b, b) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$