2.3.2. AUTOMÁTA FINITO NO DETERMINISTA (AFN)

MOTIVACIÓN (Hopcroft, 1997, pp. 16-17)

En la orilla izquierda de un río se encuentra un hombre, junto con un lobo, una cabra y un repollo. Hay un bote con la capacidad suficiente para llevar al hombre y a uno de los otros tres. El hombre con el repollo y demás compañeros deben cruzar el río, y el hombre puede llevar a uno solo a la vez. Sin embargo, si el hombre deja solos al lobo y a la cabra en cualquier lado del río, con toda seguridad que el lobo se comerá a la cabra. Del mismo modo, si la cabra y el repollo se quedan juntos, la cabra se comerá al repollo. ¿Es posible que se pueda cruzar el río sin que nada sea comido por nadie?

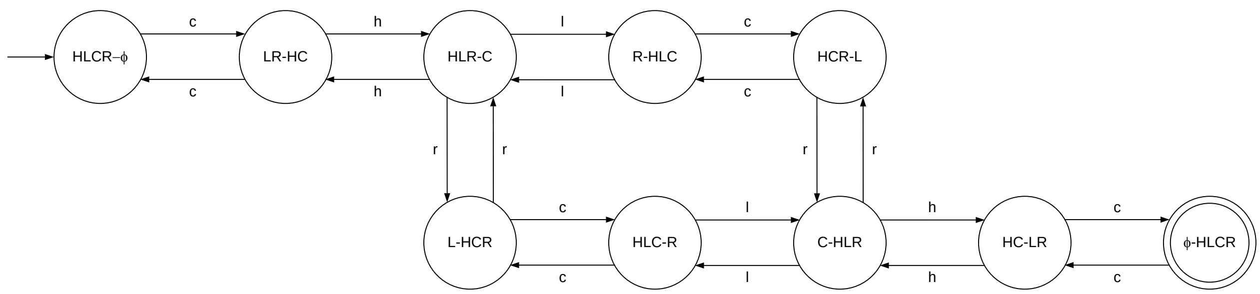


Figura 2.2. AFN para el problema del hombre, el lobo, la cabra y el repollo.

La figura 2.2 muestra el diagrama de transiciones. Los estados son los ocupantes de cada orilla del río separados por un guión, en donde los símbolos que están a la izquierda del guión representan el subconjunto que se encuentra en la orilla izquierda; los símbolos que están a la derecha del guión representan el subconjunto que se encuentra en la orilla derecha. Donde:

H : hombre.
L : lobo.
C : cabra.
R : repollo.

Las transiciones son las acciones del hombre:

h : cruzar el río solo.
l : cruzar el río con el lobo.
c : cruzar el río con la cabra.
r : cruzar el río con el repollo.

DEFINICIÓN

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Q : conjunto finito de estados.
Σ : alfabeto de entrada.
δ : función de transición.
$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
q_0 : estado inicial.
$q_0 \in Q$
F : conjunto de estados finales o de aceptación.
$F \subseteq Q$

Observación:

$$\delta(P, \omega) = \bigcup_{q \in P} \delta(q, \omega) \qquad P \subseteq Q$$

Ejemplo 1:
$A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

δ	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$

Ejemplo 2:
$A = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2, q_4\})$

δ	0	1
q_0	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\varnothing$
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

TABLA DE TRANSICIONES

$$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Rightarrow \begin{cases} \rightarrow q_0 & \\ & \\ * q & \forall q \in F \end{cases}$$

Ejemplo 1:

δ	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\varnothing$	$\varnothing$

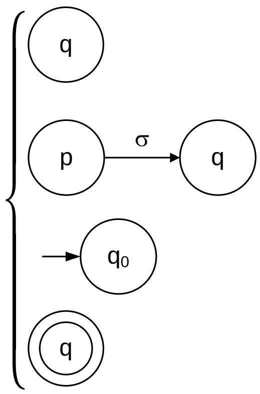
Ejemplo 2:

δ	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\varnothing$
$*q_4$	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

DIAGRAMA DE TRANSICIONES

Grafo dirigido

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \Rightarrow$



$\forall q \in Q$

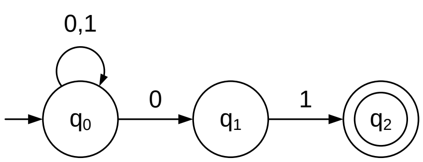
$\forall \delta(p, \sigma) = q$

$\forall q \in F$

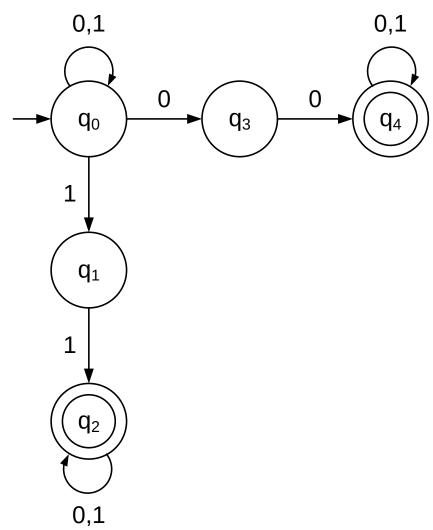
Si hay más de una transición entre dos estados, se dibuja un único arco entre estos dos estados, cuya etiqueta incluye los símbolos implicados separados por comas (Cases, 2002, pp. 75-76).

“Se permite que desde un estado se realicen cero, una o más transiciones mediante el mismo símbolo de entrada” (Kelley, 1995, p. 61).

Ejemplo 1:



Ejemplo 2:



LENGUAJE ACEPTADO

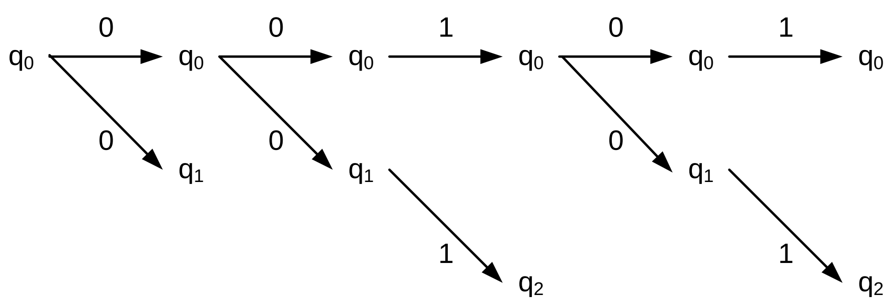
$L(A) = \{\omega \in \Sigma^* \,/\, \delta(q_0, \omega) \cap F \neq \varnothing\}$

Observación:
$q_0 \in F \Rightarrow \varepsilon \in L(A)$

Ejemplo 1:

$L(A) = \{\omega \in \{0, 1\}^* \,/\, \omega$ termina en $01\}$

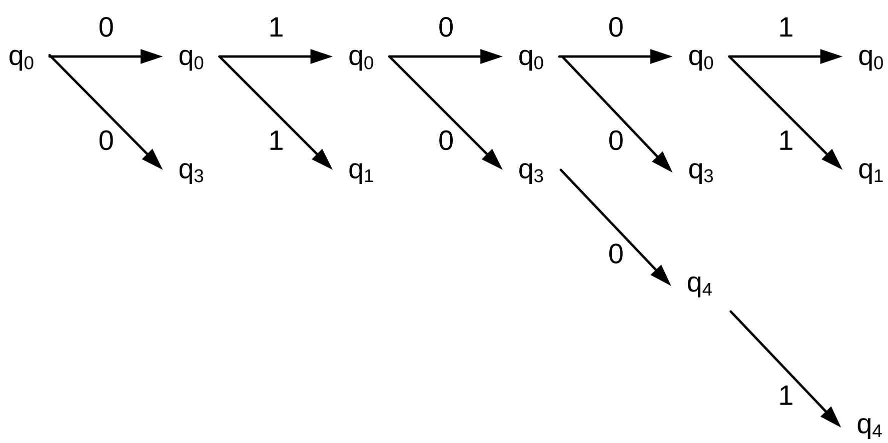
$\omega = 00101$



Ejemplo 2:

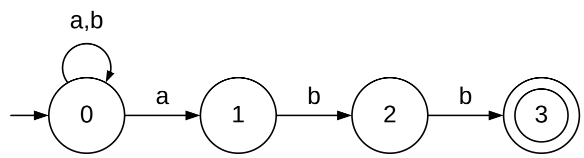
$L(A) = \{\omega \in \{0, 1\}^* \,/\, \omega$ contiene dos ceros o dos unos consecutivos$\}$

$\omega = 01001$



EJERCICIOS

Diagrama de transiciones:



Lenguaje aceptado:
L(A) = {$\omega \in \{a, b\}^*$ / ω termina en abb}

ω_1 = abb
ω_2 = aabb
ω_3 = babb
ω_4 = aaabb