EJERCICIOS[1]

1. Encontrar una gramática equivalente a

   $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$
   $P = \{$
   $S \rightarrow AB \mid CA$
   $A \rightarrow a$
   $B \rightarrow BC \mid AB$
   $C \rightarrow aB \mid b$
   $\}$

   sin símbolos inútiles.

2. Comenzar con la gramática:

   $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$
   $P = \{$
   $S \rightarrow ASB \mid \varepsilon$
   $A \rightarrow aAS \mid a$
   $B \rightarrow SbS \mid A \mid bb$
   $\}$

   a) Eliminar las producciones ε.
   b) Eliminar las producciones unitarias.
   c) Poner la gramática en forma normal de Chomsky.

[1] Ejercicios seleccionados de:
- Hopcroft, J.; Motwani, R. y Ullman, J., *Introducción a la Teoría de Autómatas, Lenguajes y Computación*, Addison Wesley, 2002. Capítulos: 6.1.5, 6.2.5, 6.3.3 y 7.1.6.

3. Comenzar con la gramática:

$G = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1\}, P, S)$
$P = \{$
$S \rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB$
$A \rightarrow C$
$B \rightarrow S \mid A$
$C \rightarrow S \mid \varepsilon$
$\}$

a) Eliminar las producciones ε.
b) Eliminar las producciones unitarias.
c) Poner la gramática en forma normal de Chomsky.

4. Comenzar con la gramática:

$G = (\{S, A, B\}, \{a\}, P, S)$
$P = \{$
$S \rightarrow AAA \mid B$
$A \rightarrow aA \mid B$
$B \rightarrow \varepsilon$
$\}$

a) Eliminar las producciones ε.
b) Eliminar las producciones unitarias.
c) Poner la gramática en forma normal de Chomsky.

5. Comenzar con la gramática:

$G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b\}, P, S)$
$P = \{$
$S \rightarrow aAa \mid bBb \mid \varepsilon$
$A \rightarrow C \mid a$
$B \rightarrow C \mid b$
$C \rightarrow CDE \mid \varepsilon$
$D \rightarrow A \mid B \mid ab$
$\}$

a) Eliminar las producciones ε.
b) Eliminar las producciones unitarias.
c) Poner la gramática en forma normal de Chomsky.

6. Supongamos que el autómata a pila $P = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ tiene la siguiente función de transición:

   $\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}$
   $\delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\}$
   $\delta(q, 1, X) = \{(q, X)\}$
   $\delta(q, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}$
   $\delta(p, \varepsilon, X) = \{(p, \varepsilon)\}$
   $\delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\}$
   $\delta(p, 1, Z_0) = \{(p, \varepsilon)\}$

   A partir de la configuración inicial (q, ω, Z_0), mostrar todas las configuraciones alcanzables cuando la entrada ω es:

   a) 01
   b) 0011
   c) 010

7. El autómata a pila $P = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, f\}, \{a, b\}, \{Z_0, A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \{f\})$ tiene las siguientes reglas que definen δ:

   $\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_1, AAZ_0)\}$
   $\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_2, BZ_0)\}$
   $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(f, \varepsilon)\}$
   $\delta(q_1, a, A) = \{(q_1, AAA)\}$
   $\delta(q_1, b, A) = \{(q_1, \varepsilon)\}$
   $\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\}$
   $\delta(q_2, a, B) = \{(q_3, \varepsilon)\}$
   $\delta(q_2, b, B) = \{(q_2, BB)\}$
   $\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\}$
   $\delta(q_3, \varepsilon, B) = \{(q_2, \varepsilon)\}$
   $\delta(q_3, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, AZ_0)\}$

   a) Escribir una traza de ejecución (secuencia de configuraciones) que demuestre que la cadena bab está en $L(P)$.
   b) Escribir una traza de ejecución que demuestre que abb está en $L(P)$.
   c) Escribir el contenido de la pila después de que P haya leído b^7a^4 de su entrada.

8. Considerar el autómata a pila P del ejercicio 6.

   a) Convertir P en otro autómata a pila P_1 que acepte por pila vacía el mismo lenguaje que P acepta por estado final; es decir, $N(P_1) = L(P)$.
   b) Encontrar un autómata a pila P_2 tal que $L(P_2) = N(P)$; es decir, P_2 acepta por estado final lo que P acepta por pila vacía.

9. Convertir la gramática

   $G = (\{S, A\}, \{0, 1\}, P, S)$
   $P = \{$
   $S \rightarrow 0S1 \mid A$
   $A \rightarrow 1A0 \mid S \mid \varepsilon$
   $\}$

   en un autómata a pila que acepte el mismo lenguaje por pila vacía.

10. Convertir la gramática

    $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$
    $P = \{$
    $S \rightarrow aAA$
    $A \rightarrow aS \mid bS \mid a$
    $\}$

    en un autómata a pila que acepte el mismo lenguaje por pila vacía.

11. Convertir el autómata a pila $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0)$ en una GIC, si δ viene dada por:

    $\delta(q, 1, Z_0) = \{(q, XZ_0)\}$
    $\delta(q, 1, X) = \{(q, XX)\}$
    $\delta(q, 0, X) = \{(p, X)\}$
    $\delta(q, \varepsilon, X) = \{(q, \varepsilon)\}$
    $\delta(p, 1, X) = \{(p, \varepsilon)\}$
    $\delta(p, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}$

12. Convertir el autómata a pila del ejercicio 6 en una gramática independiente del contexto.