

3. EXPRESIONES REGULARES (ER)

Notación:

r, s, t

Definición:

Tabla 3.1. Expresiones Regulares.

Expresión Regular	Lenguaje Representado
\emptyset	$L(\emptyset) = \emptyset$
ε	$L(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
$\sigma \in \Sigma$	$L(\sigma) = \{\sigma\}$
$r + s$	$L(r + s) = L(r) \cup L(s)$
rs	$L(rs) = L(r)L(s)$
r^*	$L(r^*) = L(r)^*$
(r)	$L((r)) = L(r)$

Precedencia:

1. Clausura
2. Concatenación
3. Unión

Ejemplo:

$$((0(1^*)) + 0) = 01^* + 0$$

3.1. LENGUAJE REPRESENTADO

Ejercicios:

1. \emptyset
2. ε
3. 0
4. 1
5. 0^*
6. 01
7. $0 + 1$
8. $(0 + 1)^*$
9. $(0 + 1)(0 + 1)^*$
10. $(0 + 1)(0 + 1)$
11. $01(0 + 1)^*$
12. $(0 + 1)^*01$
13. $(0 + 1)^*01(0 + 1)^*$
14. $01(0 + 1)^*01$

Ejemplos:

Considere sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:

1. El lenguaje de las palabras que contienen la subpalabra abc.
2. El lenguaje de las palabras de longitud múltiplo de tres.
3. El lenguaje de las palabras que tienen un número par de a.

3.2. PROPIEDADES

1. $r + s = s + r$
2. $r + \emptyset = r = \emptyset + r$
3. $r + r = r$
4. $(r + s) + t = r + (s + t)$
5. $r\varepsilon = \varepsilon r = r$
6. $r\emptyset = \emptyset r = \emptyset$
7. $(rs)t = r(st)$
8. $r(s + t) = rs + rt$
9. $(r + s)t = rt + st$
10. $r^* = r^*r^* = r^*r^* = (\varepsilon + r)^* = r^*(r + \varepsilon) = (r + \varepsilon)r^* = \varepsilon + rr^*$
11. $(r + s)^* = (r^* + s^*)^* = (r^*s^*)^* = (r^*s)^*r^* = r^*(sr^*)^*$
12. $r(sr)^* = (rs)^*r$
13. $(r^*s)^* = \varepsilon + (r + s)^*s$
14. $(rs^*)^* = \varepsilon + r(r + s)^*$
15. $s(r + \varepsilon)^*(r + \varepsilon) + s = sr^*$
16. $rr^* = r^*r$

3.3. EQUIVALENCIA

“Dado un lenguaje regular, siempre existen infinitas expresiones regulares que lo describen”
(Cases, 2002, p. 132).

$$L(r) = L(s) \Rightarrow r \equiv s^3$$

Ejemplo:

$$(b + c)^*a(b + c)^*a(b + c)^* = (b + c + a(b + c)^*a)^*$$

3.4. SIMPLIFICACIÓN

Ejemplos:

1. $\varepsilon + \varepsilon(\varepsilon)^*\varepsilon = \varepsilon + \varepsilon = \varepsilon$
2. $0 + \varepsilon(\varepsilon)^*0 = 0 + 0 = 0$
3. $1 + \varepsilon(\varepsilon)^*1 = 1 + 1 = 1$
4. $0 + 0(\varepsilon)^*\varepsilon = 0 + 0 = 0$
5. $\varepsilon + 0(\varepsilon)^*0 = \varepsilon + 00$
6. $1 + 0(\varepsilon)^*1 = 1 + 01 = (\varepsilon + 0)1$
7. $\emptyset + \emptyset(\varepsilon)^*\varepsilon = \emptyset + \emptyset = \emptyset$
8. $0 + 1 + \emptyset(\varepsilon)^*0 = 0 + 1 + \emptyset = 0 + 1$
9. $\varepsilon + \emptyset(\varepsilon)^*1 = \varepsilon + \emptyset = \varepsilon$

³ Se escribe $r = s$.

Ejercicios:

1. $\varepsilon + 0(\varepsilon + 00)^*0$
2. $0 + 0(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 00)$
3. $1 + 0(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 0)1$
4. $0 + (\varepsilon + 00)(\varepsilon + 00)^*0$
5. $\varepsilon + 00 + (\varepsilon + 00)(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 00)$
6. $(\varepsilon + 0)1 + (\varepsilon + 00)(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 0)1$
7. $\emptyset + (0 + 1)(\varepsilon + 00)^*0$
8. $0 + 1 + (0 + 1)(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 00)$
9. $\varepsilon + (0 + 1)(\varepsilon + 00)^*(\varepsilon + 0)1$
10. $0(00)^* + 0^*1(\varepsilon + (0 + 1)0^*1)^*(0 + 1)(00)^*$
11. $0^*1 + 0^*1(\varepsilon + (0 + 1)0^*1)^*(\varepsilon + (0 + 1)0^*1)$
12. $1 + \varepsilon + (1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon)^*(1 + \varepsilon)$
13. $0 + (1 + \varepsilon)(1 + \varepsilon)^*0$
14. $\emptyset + \emptyset(1 + \varepsilon)^*(1 + \varepsilon)$
15. $0 + 1 + \varepsilon + \emptyset(1 + \varepsilon)^*0$
16. $1^*0 + 1^*0(0 + 1 + \varepsilon)^*(0 + 1 + \varepsilon)$

Ejercicios propuestos:

1. $a + \varepsilon + (a + \varepsilon)(a + \varepsilon)^*(a + \varepsilon)$
2. $b + (a + \varepsilon)(a + \varepsilon)^*b$
3. $\emptyset + (a + \varepsilon)(a + \varepsilon)^*\emptyset$
4. $\emptyset + \emptyset(a + \varepsilon)^*(a + \varepsilon)$
5. $a + \varepsilon + \emptyset(a + \varepsilon)^*b$
6. $b + \emptyset(a + \varepsilon)^*\emptyset$
7. $b + b(a + \varepsilon)^*(a + \varepsilon)$
8. $\emptyset + b(a + \varepsilon)^*b$
9. $a + \varepsilon + b(a + \varepsilon)^*\emptyset$
10. $a^* + a^*b(a + \varepsilon)^*\emptyset$
11. $a^*b + a^*b(a + \varepsilon)^*(a + \varepsilon)$
12. $\emptyset + a^*b(a + \varepsilon)^*b$
13. $ba^* + ba^*b(a + \varepsilon)^*\emptyset$
14. $ba^*b + ba^*b(a + \varepsilon)^*(a + \varepsilon)$
15. $a + \varepsilon + ba^*b(a + \varepsilon)^*b$
16. $a^*ba^* + a^*ba^*b(a + \varepsilon + ba^*ba^*b)^*ba^*ba^*$