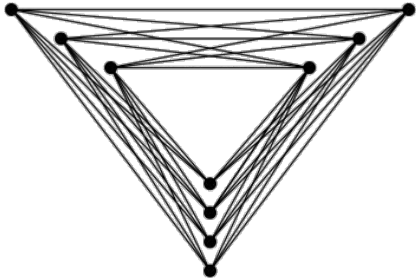
Departamento de Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile

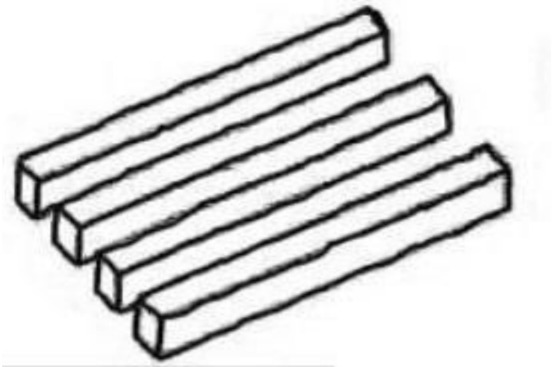
Teoría de la Computación

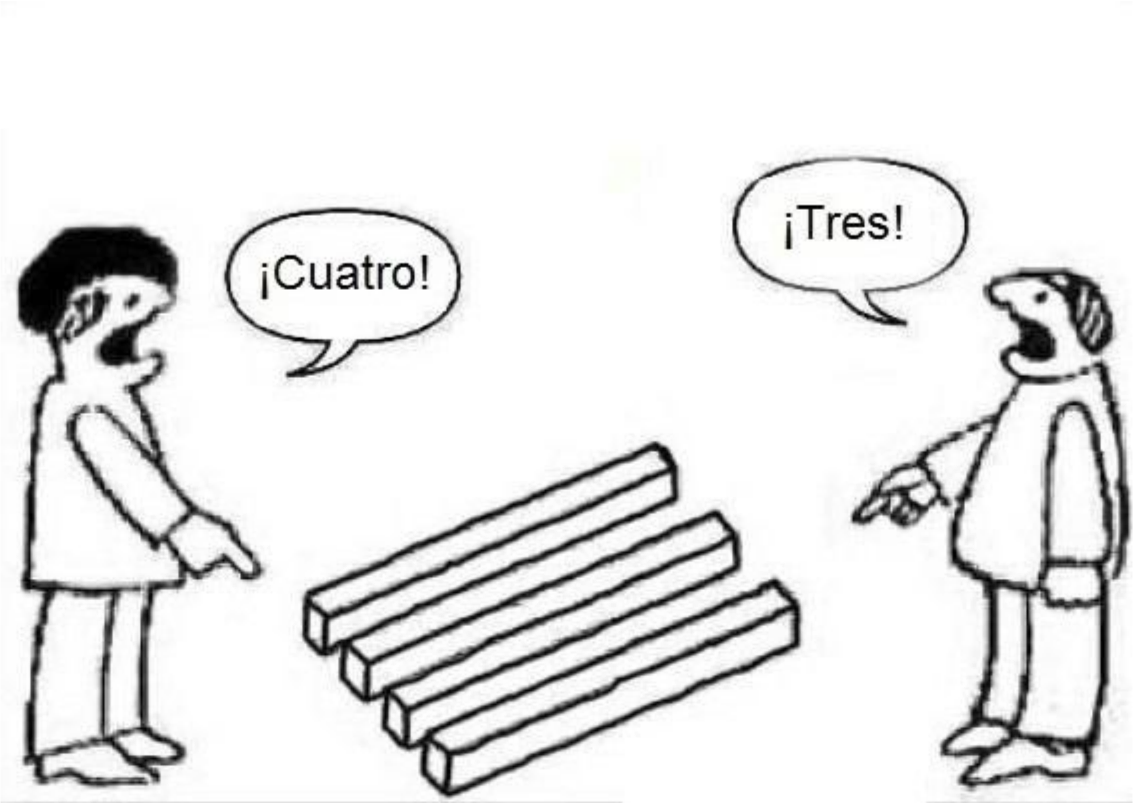
Primer semestre 2024



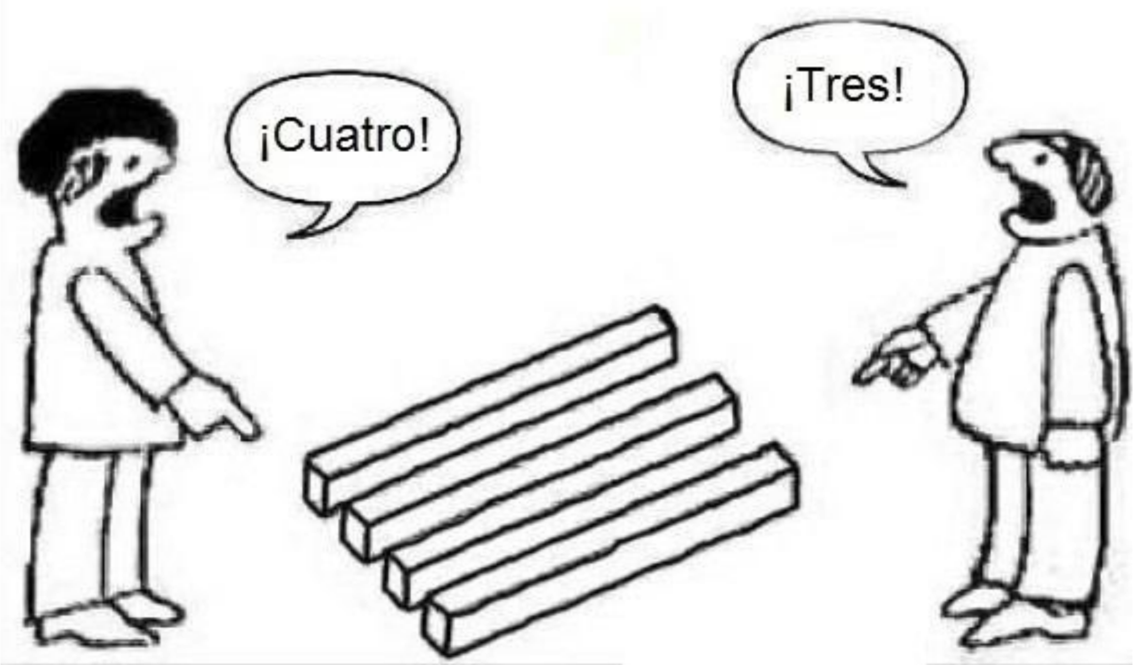
Daniel Vega Araya

Santiago, 2024




¡Cuatro!
¡Tres!

Dependiendo desde dónde veas las cosas, la
percepción de la realidad puede ser distinta.



Lógica difusa - **Introducción**

- Hasta el momento, hemos ocupado lógicas que presentan valores binarios para sus valuaciones de verdad.
- En ellas, es necesario conocer las variables involucradas.
- Sin embargo, hay ocasiones en que **no es posible** conocer todo.
- Pensar de manera absoluta resulta un inconveniente a la hora de modelar algunos tipos de problemas.
- La Lógica difusa permite trabajar con esta noción de ***vaguedad***.

Lógica difusa - **Introducción**

- La lógica difusa o borrosa (en inglés *fuzzy logic*) es una lógica polivalente, plurivalente o multivaluada (pueden admitir distintas cantidades de valores de verdad).

  en lugar de $\sigma : P \rightarrow \{0, 1\}$, se tiene $\sigma : P \rightarrow [0, 1]$

- Definida formalmente por Lofti Zadeh en 1965.
- Permite representar incertidumbre, parcialidad, imprecisión y vaguedad.
- Se ha usado en: sistemas basados en reglas, redes neuronales, algoritmos genéticos, bases de datos, reconocimiento de patrones, visión artificial, sistemas de información, etc.

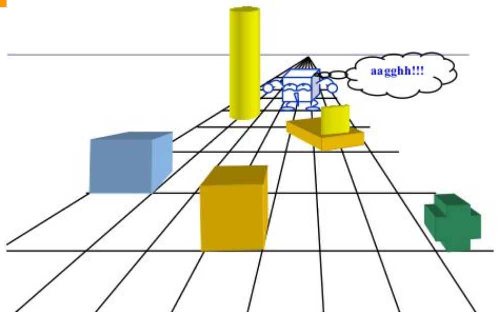
Lógica difusa - **Introducción**

- La podemos ocupar:
  - en procesos complejos, si no existe un modelo de solución sencillo.
  - cuando haya que introducir la experiencia de un operador "experto" que se base en conceptos imprecisos basados en su experiencia.
  - cuando ciertas partes del sistema son desconocidas y no pueden medirse de forma viable.
  - en general, cuando se quiera trabajar con conceptos que tengan imprecisión o incertidumbre.
- Aplicaciones:
  - control de sistemas
  - predicción y Optimización
  - reconocimiento de patrones y Visión Artificial
  - sistemas de información o conocimiento.

Lógica difusa - **Motivación**

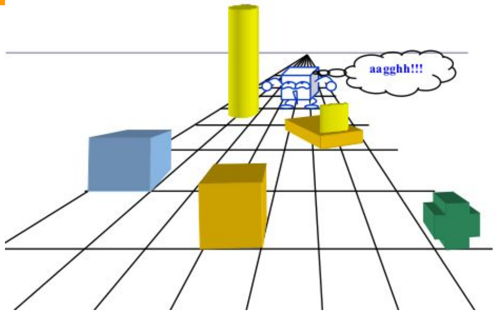
Agente inteligente: entidad capaz de percibir su entorno, procesar tales percepciones y responder o actuar en su entorno de manera racional, es decir, de manera correcta y tendiendo a maximizar un resultado esperado. Es capaz de percibir su medioambiente con la ayuda de sensores y actuar en ese medio utilizando actuadores (elementos que reaccionan a un estímulo realizando una acción).

Lógica difusa - **Motivación**



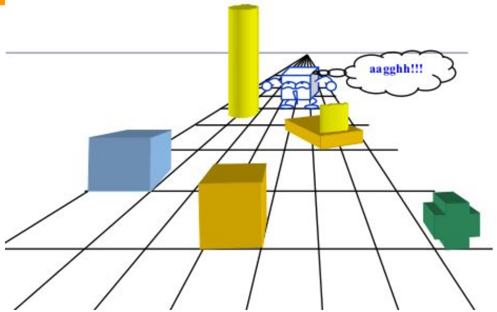
- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más cerca de él.

Lógica difusa - **Motivación**



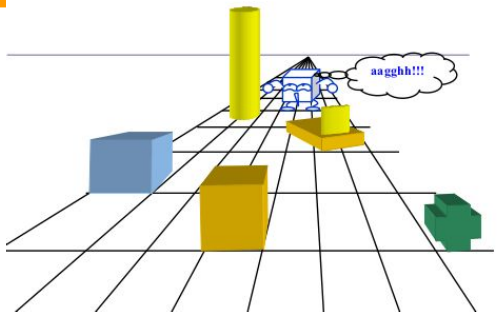
- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más ***cerca*** de él.
    - Típicamente uno dice "El basurero está cerca" si está a 50 cm de uno

Lógica difusa - **Motivación**



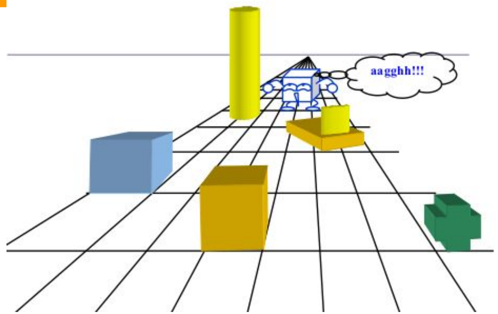
- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más ***cerca*** de él.
  - Típicamente uno dice "El basurero está cerca" si está a 50 cm de uno
  - ¿Qué pasa si ésto lo dice una hormiga?

Lógica difusa - **Motivación**



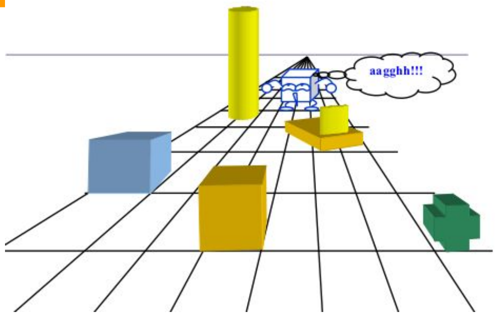
- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más ***cerca*** de él.
  - Típicamente uno dice “El basurero está cerca” si está a 50 cm de uno
  - ¿Qué pasa si ésto lo dice una hormiga?, ¿Qué pasa si lo dice el agente?

Lógica difusa - **Motivación**



- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más ***cerca*** de él.
  - Típicamente uno dice “El basurero está cerca” si está a 50 cm de uno
  - ¿Qué pasa si ésto lo dice una hormiga?, ¿Qué pasa si lo dice el agente?
- ¿Cómo deberá el agente decidir si estos objetos están cerca de él?
  - ¿Deberá decidir cuáles están más cerca de otros para planificar su ruta?.

Lógica difusa - **Motivación**



- Un agente cuando camina percibe su entorno a través de sus sensores.
- Percibe objetos que tienen cierta distancia a él.
- Para no colisionar con tales objetos, necesita saber cuáles son los que están más ***cerca*** de él.
  - Típicamente uno dice “El basurero está cerca” si está a 50 cm de uno
  - ¿Qué pasa si ésto lo dice una hormiga?, ¿Qué pasa si lo dice el agente?
- ¿Cómo deberá el agente decidir si estos objetos están cerca de él?
  - ¿Deberá decidir cuáles están más cerca de otros para planificar su ruta?.
  - **¿Cómo considerar la magnitud de la cercanía?**

Lógica difusa - **Alternativas**

- Alternativa clásica: Lógica bivalente, atribuyéndole un valor binario a cada objeto con respecto a si es clasificado como cercano o no.
  - 1: objetos cercanos y 0: objetos no-cercanos.

Lógica difusa - **Alternativas**

- Alternativa clásica: Lógica bivalente, atribuyéndole un valor binario a cada objeto con respecto a si es clasificado como cercano o no.
  - 1: objetos cercanos y 0: objetos no-cercanos.
  - aparece el concepto de conjunto nítido (en inglés, crisp set).

Lógica difusa - **Alternativas**

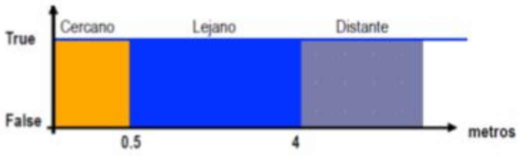
- Alternativa clásica: Lógica bivalente, atribuyéndole un valor binario a cada objeto con respecto a si es clasificado como cercano o no.
    - 1: objetos cercanos y 0: objetos no-cercanos.
    - aparece el concepto de conjunto nítido (en inglés, crisp set).
    - se define objeto cercano, si hay una distancia menor o igual a 2 mt

Lógica difusa - **Alternativas**

- Alternativa clásica: Lógica bivalente, atribuyéndole un valor binario a cada objeto con respecto a si es clasificado como cercano o no.
  - 1: objetos cercanos y 0: objetos no-cercanos.
  - aparece el concepto de conjunto nítido (en inglés, crisp set).
  - se define objeto cercano, si hay una distancia menor o igual a 2 mt **¿son lejanos a 201 cm?**

Lógica difusa - **Alternativas**

- <u>Alternativa clásica</u>: Lógica bivalente, atribuyéndole un valor binario a cada objeto con respecto a si es clasificado como cercano o no.
    - 1: objetos cercanos y 0: objetos no-cercanos.
    - aparece el concepto de conjunto nítido (en inglés, crisp set).
    - se define objeto cercano, si hay una distancia menor o igual a 2 mt **¿son lejanos a 201 cm?**
- <u>Otra alternativa</u>: Lógica Trivalente, permite clasificar a los objetos en tres clases.
    - 1: objetos cercanos / 0: objetos lejanos / X: objetos distantes
    - Cercanos: Los objetos que están a menos de 50 cm del agente.
    - Lejanos: los objetos que están a más de 50 cm y menos de 4 mt del agente.
    - Distantes: los objetos que están más allá de 4 mt del agente.



Lógica difusa - **Alternativas**

- Alternativas difusa: Podemos pensar que los objetos están “un poco distantes” o “muy cerca”.
    - Cada objeto tiene un grado de pertenencia a cada clase (La pertenencia no es absoluta, es fraccionaria).

Lógica difusa - **Alternativas**

- Alternativas difusa: Podemos pensar que los objetos están "un poco distantes" o "muy cerca".
  - Cada objeto tiene un grado de pertenencia a cada clase (La pertenencia no es absoluta, es fraccionaria).
  - Ejemplo:

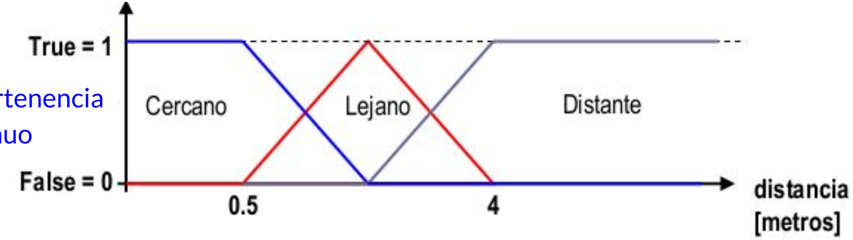
Distancia [m]	Cercano	Lejano	Distante
0.6	0.8	0.30	0.00
3.14	0.1	0.95	0.12
3.9	0.0	0.30	0.94
180	0.0	0.00	1.00

Lógica difusa - **Alternativas**

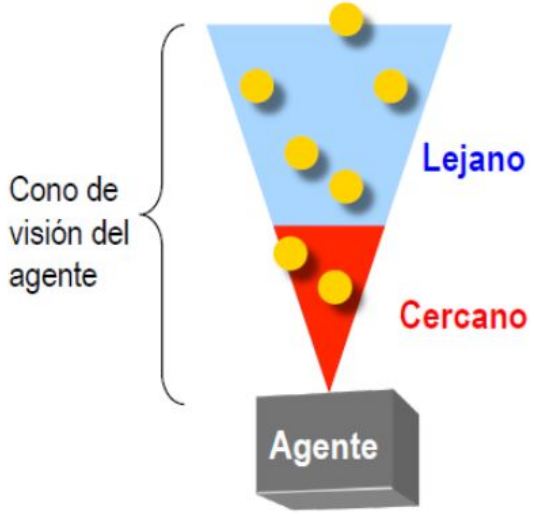
- Alternativas difusa: Podemos pensar que los objetos están "un poco distantes" o "muy cerca".
  - Cada objeto tiene un grado de pertenencia a cada clase (La pertenencia no es absoluta, es fraccionaria).
  - Ejemplo:

Distancia [m]	Cercano	Lejano	Distante
0.6	0.8	0.30	0.00
3.14	0.1	0.95	0.12
3.9	0.0	0.30	0.94
180	0.0	0.00	1.00

grado de pertenencia continuo

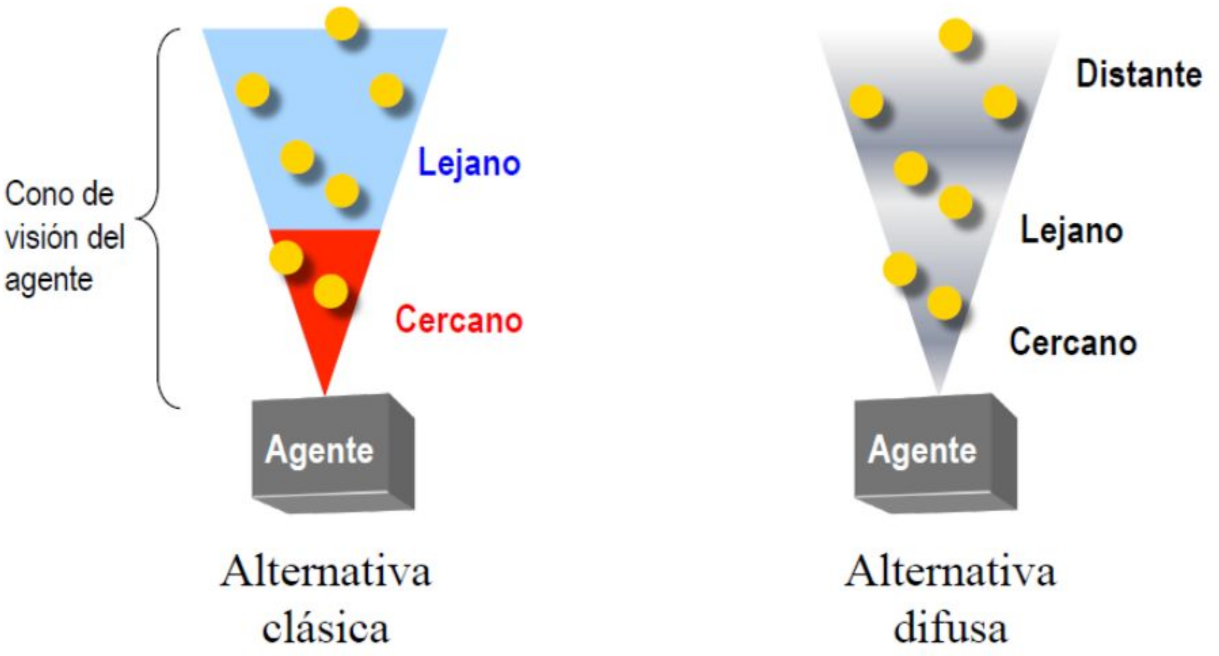


Lógica difusa - **Comparación**



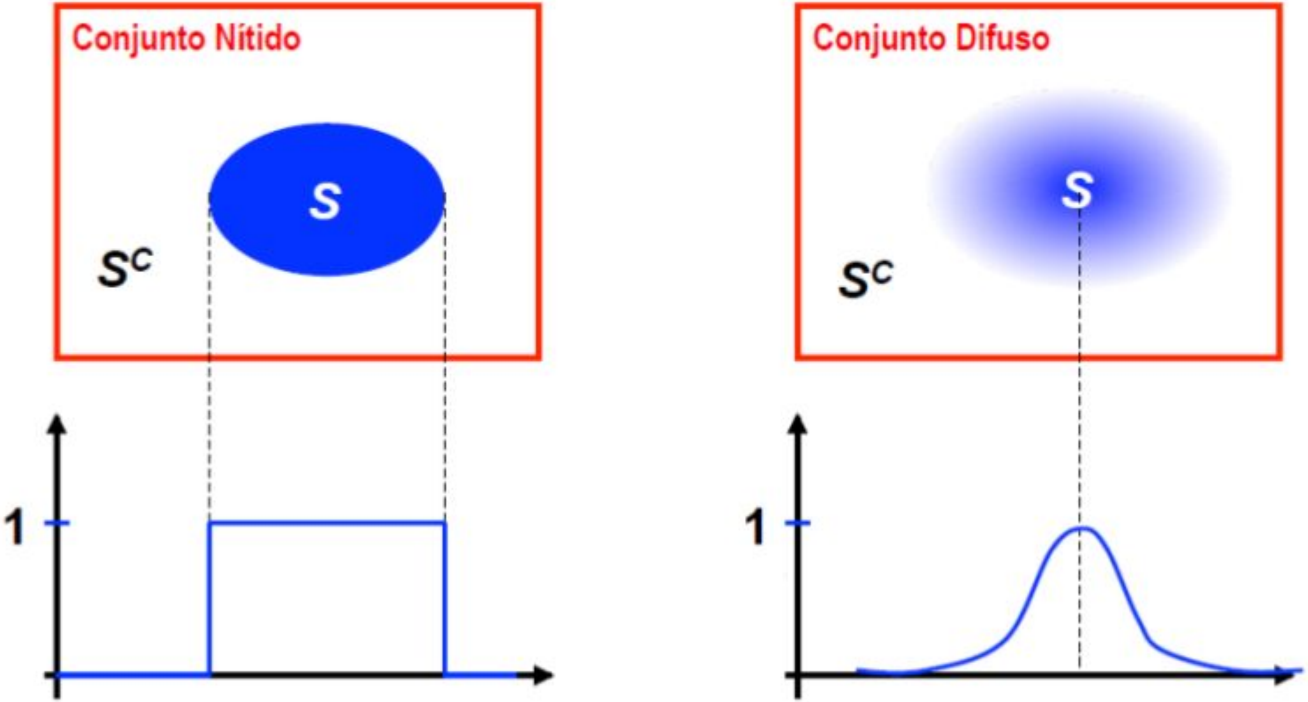
Alternativa clásica

Lógica difusa - **Comparación**



Lógica difusa - **Alternativas**

Otra forma de ver esto...



pertenencia

Lógica difusa - **Probabilidad** vs **Posibilidad**

La **pertenencia** explica la posibilidad de pertenecer a una determinada clase.

Lógica difusa - **Probabilidad** vs **Posibilidad**

La **pertenencia** explica la posibilidad de pertenecer a una determinada clase.

Sin embargo, **NO** explica la probabilidad de pertenecer a una clase.

Lógica difusa - **Probabilidad** vs **Posibilidad**

Ejemplo:

Considere lo siguiente: “Matías comió X huevos al desayuno”, donde X ∈ U= {1, 2, ..., 8}. Podríamos asociar una **distribución de probabilidad** p luego de observar los desayunos de Matías por 100 días.

U =	1	2	3	4	5	6	7	8
p =	0.1	0.8	0.1	0	0	0	0	0

$= 1$

Lógica difusa - **Probabilidad** vs **Posibilidad**

Ejemplo:

Considere lo siguiente: “Matías comió X huevos al desayuno”, donde X $\in$ U= {1, 2, ..., 8}. Podríamos asociar una **distribución de probabilidad** p luego de observar los desayunos de Matías por 100 días.

U =	1	2	3	4	5	6	7	8
p =	0.1	0.8	0.1	0	0	0	0	0

$= 1$

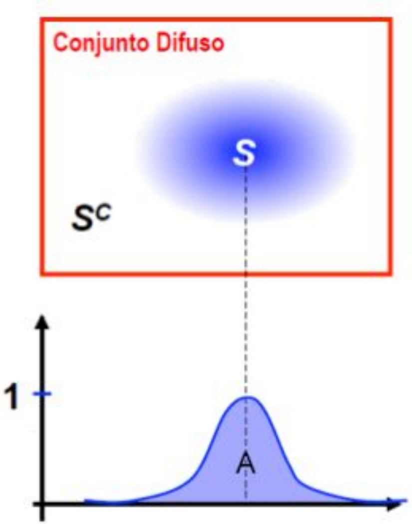
Para expresar la posibilidad de que Matías haya comido una determinada cantidad de huevos, lo hacemos a través de una distribución de posibilidad π :

U =	1	2	3	4	5	6	7	8
π =	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2

$\neq 1$

Lógica difusa - **Probabilidad vs Posibilidad**

Al hablar de distribución de posibilidad, se tiene que el área bajo la curva A ≠ 1.



Lógica difusa

- Intuimos que es natural asignar grados de posibilidad a ciertos eventos o situaciones representadas como números Reales entre 0 y 1 (i.e. porcentajes de posibilidad).
- La lógica difusa utiliza valores entre 0 y 1 para asignar posibilidad a algún evento

Lógica difusa

- Intuimos que es natural asignar grados de posibilidad a ciertos eventos o situaciones representadas como números Reales entre 0 y 1 (i.e. porcentajes de posibilidad).
- La lógica difusa utiliza valores entre 0 y 1 para asignar posibilidad a algún evento

Ya que las lógicas clásicas (LP, LPO, etc) utilizan {0,1} para asignar valor de verdad, podemos ver a la lógica difusa como un superconjunto o una extensión de las lógicas exactas.

Lógica difusa - **Formalmente**

Nos movemos en mundos donde existen colecciones de elementos y queremos trabajar con ellos.

Asumamos que U es un conjunto de elementos cualesquiera.

Definición: Un conjunto difuso A se caracteriza por su función de pertenencia o membresía:

$$\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$$

Esta función asigna a cada elemento de U un valor de pertenencia entre 0 y 1.

Cuanto más cerca **x** esté del valor 1, mayor será la pertenencia del objeto **x** al conjunto A.

U es llamado "Universo de discurso"

Lógica difusa - **Notación**

Para conjuntos difusos, existen muchas notaciones…

- Utilizaremos la siguiente:

$$A = \{\, \mu_A(x) / x \mid x \in U \,\}$$

por extensión:

$$A = \{\, \mu_A(x_1) / x_1 , \underbrace{\mu_A(x_2)}_{\text{grado de pertenencia}} / \underbrace{x_2}_{\text{elemento}} , \ldots, \mu_A(x) / x_n \,\}$$

Lógica difusa - **Ejemplo**

- Sea U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} el conjunto de hijos que puede tener una familia.

  Entonces, el conjunto difuso D es "el número razonable de hijos que puede tener una familia"

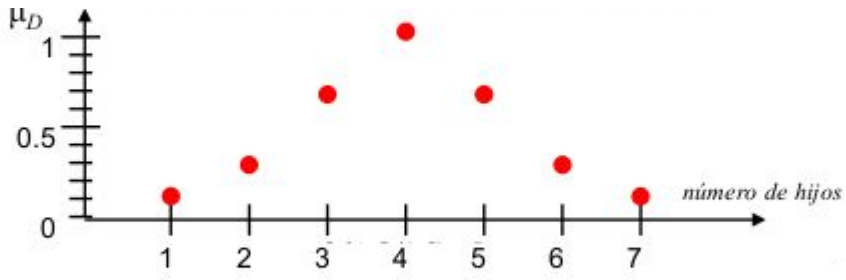
$$D = \{ 0.1/1, 0.3/2, 0.7/3, 1/4, 0.7/5, 0.3/6, 0.1/7 \}$$

Lógica difusa - **Ejemplo**

- Sea U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} el conjunto de hijos que puede tener una familia.

  Entonces, el conjunto difuso D es "el número razonable de hijos que puede tener una familia"

$$D = \{ 0.1/1, 0.3/2, 0.7/3, 1/4, 0.7/5, 0.3/6, 0.1/7 \}$$

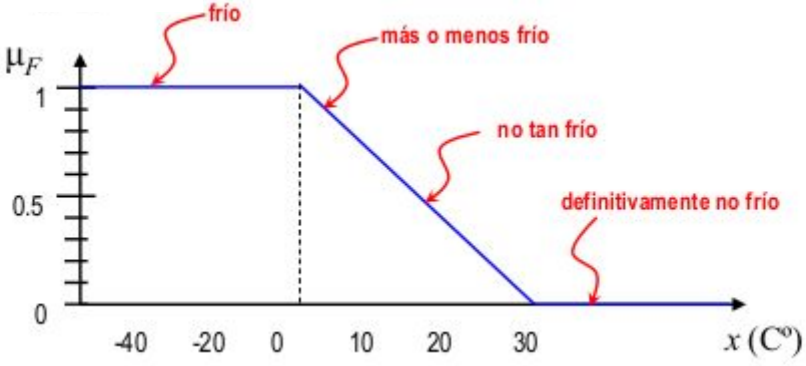



Santiago
lunes, 00:00
Mayormente nublado
11 °C | °F
Prob. de precipitaciones: 0%
Humedad: 62%.
Viento: a 2 km/h.
Temperatura
Precipitaciones
Viento
11 9 8 9 14 16 13 11
01:00 04:00 07:00 10:00 13:00 16:00 19:00 22:00
lun.
16°. 6°.
mar.
14°. 0°.
mié.
22°. 6°.
weather.com
Comentarios


Santiago
lunes, 00:00
Mayormente nublado
11 °C | °F
Prob. de precipitaciones: 0%
Humedad: 62%.
Viento: a 2 km/h.
Temperatura
Precipitaciones
Viento
11
9
8
9
14
16
13
11
01:00
04:00
07:00
10:00
13:00
16:00
19:00
22:00
lun.
16°. 6°.
mar.
14°. 0°.
mié.
22°. 6°.
jue.
23°. 6°.
vie.
23°. 8°.
sáb.
21°. 7°.
dom.
19°. 6°.
lun.
17°. 4°.
weather.com
Comentarios

Lógica difusa - **Ejemplo**

- μ_F (x) corresponde al nivel de frío medido en la variable x.



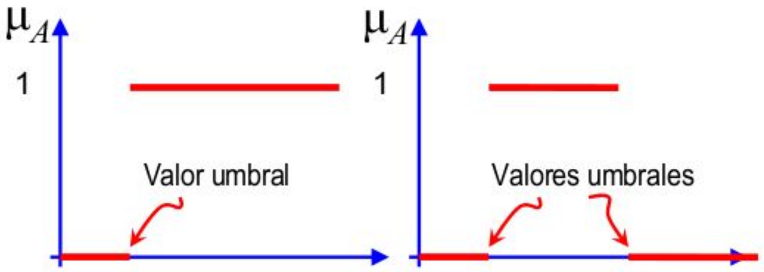
Lógica difusa - $\mu_A(x)$

- El valor asignado por $\mu_A(x)$ corresponde al grado en el cual el valor x pertenece a A (nos indica el grado de pertenencia).
- La función tiene que ver con el grado de ambigüedad de la variable que se está midiendo sobre algún conjunto en particular. **En ningún caso es una medida de probabilidad.**
- $\mu_A(x)$ puede ser descrita como “la compatibilidad entre un objeto x y el concepto representado por el conjunto difuso A”
- David tiene 50 años de edad. Su grado de membresía al conjunto difuso “gente joven” es 0.3
  - Esto significa que hay un 30% de compatibilidad entre su edad y el concepto de “gente joven”.
  - No significa que él sea 30% jóven.

Lógica difusa - **Conjuntos**

- **Un conjunto nítido** lo veremos como una función tipo escalón centrada en el valor/valores umbral/umbrales de decisión.

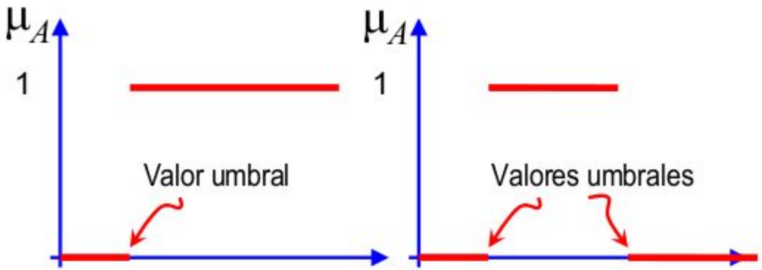
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \notin A \\ 1 \text{ si } x \in A \end{cases}$$



Lógica difusa - **Conjuntos**

- **Un conjunto nítido** lo veremos como una función tipo escalón centrada en el valor/valores umbral/umbrales de decisión.

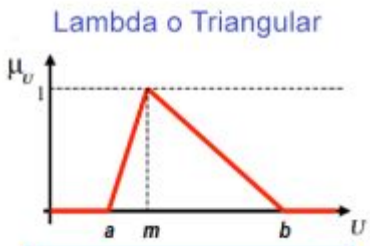
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \notin A \\ 1 \text{ si } x \in A \end{cases}$$



- **Un conjunto difuso** lo podemos ver como una función cualquiera tal que $U \rightarrow [0,1]$ (hay **infinitas** maneras de representar un conjunto difuso)
  - Son relajaciones de las condiciones que imponen los conjuntos nítidos.

Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
  - **Triangular**
  - Gamma
  - Función L
  - Función S
  - Gaussiana
  - Trapezoidal
  - Trapecio extendido
  - etc.

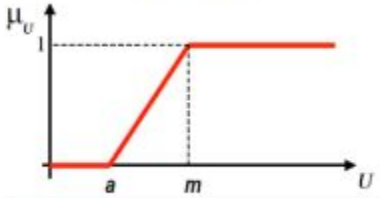


$$\mu_U(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x \leq a \text{ ó } x \geq b \\ (x-a)/(m-a) \text{ si } x \in]a,m] \\ (b-x)/(b-m) \text{ si } x \in]m,b[\end{cases}$$

Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
  - Triangular
  - **Gamma**
  - Función L
  - Función S
  - Gaussiana
  - Trapezoidal
  - Trapecio extendido
  - etc.

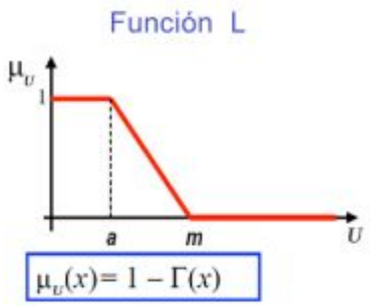
Gamma Γ



$$\mu_U(x)=\Gamma(x)=\begin{cases} 0 \text{ si } x\leq a \\ (x-a)/(m-a) \text{ si } x\in]a,m[\\ 1 \text{ si } x\geq m \end{cases}$$

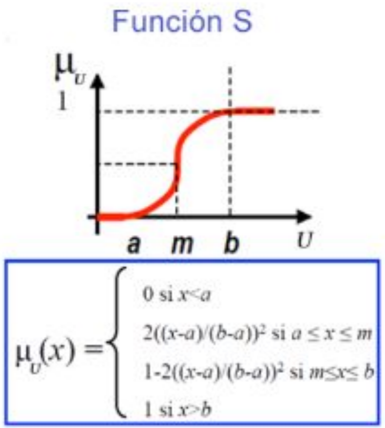
Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
    - Triangular
    - Gamma
    - **Función L**
    - Función S
    - Gaussiana
    - Trapezoidal
    - Trapecio extendido
    - etc.



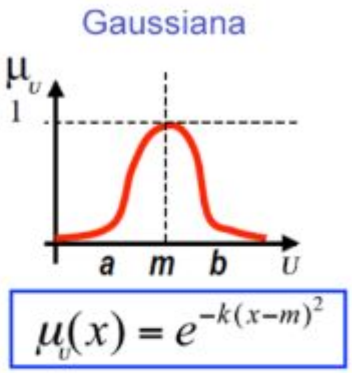
Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
  - Triangular
  - Gamma
  - Función L
  - **Función S**
  - Gaussiana
  - Trapezoidal
  - Trapecio extendido
  - etc.



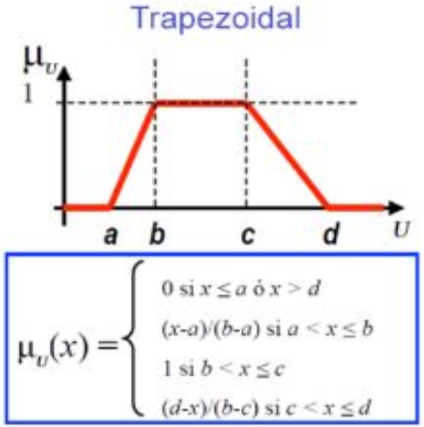
Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
  - Triangular
  - Gamma
  - Función L
  - Función S
  - **Gaussiana**
  - Trapezoidal
  - Trapecio extendido
  - etc.



Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
    - Triangular
    - Gamma
    - Función L
    - Función S
    - Gaussiana
    - **Trapezoidal**
    - Trapecio extendido
    - etc.

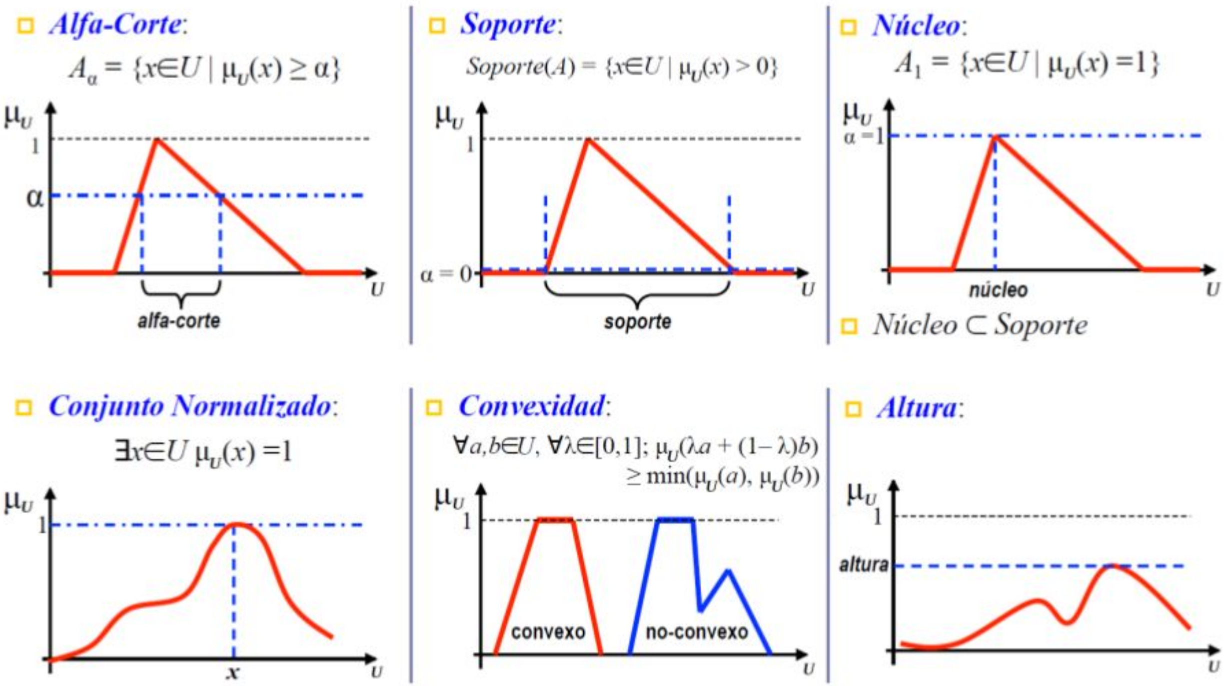


Lógica difusa - **Funciones de pertenencia**

- Dado un universo de discurso U, es preferible escoger una función de pertenencia μ_U sencilla.
- En el mundo difuso, podemos modelar soluciones aproximadas.
- Pueden ser multivariables, si el contexto lo amerita.
- Funciones de pertenencia típicas:
  - Triangular
  - Gamma
  - Función L
  - Función S
  - Gaussiana
  - Trapezoidal
  - **Trapecio extendido**
  - etc.

Lógica difusa - **Características**

Sea A = (U, μ_U):



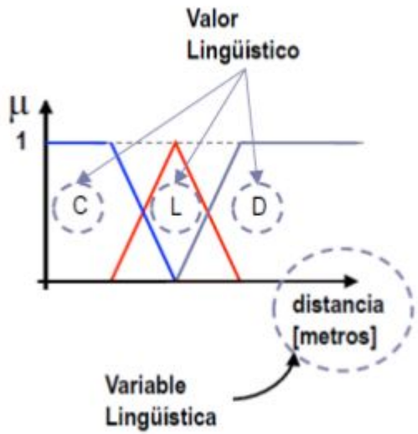
Lógica difusa - **Otras definiciones**

- La **variable lingüística** es la noción o concepto que clasificamos de manera difusa.

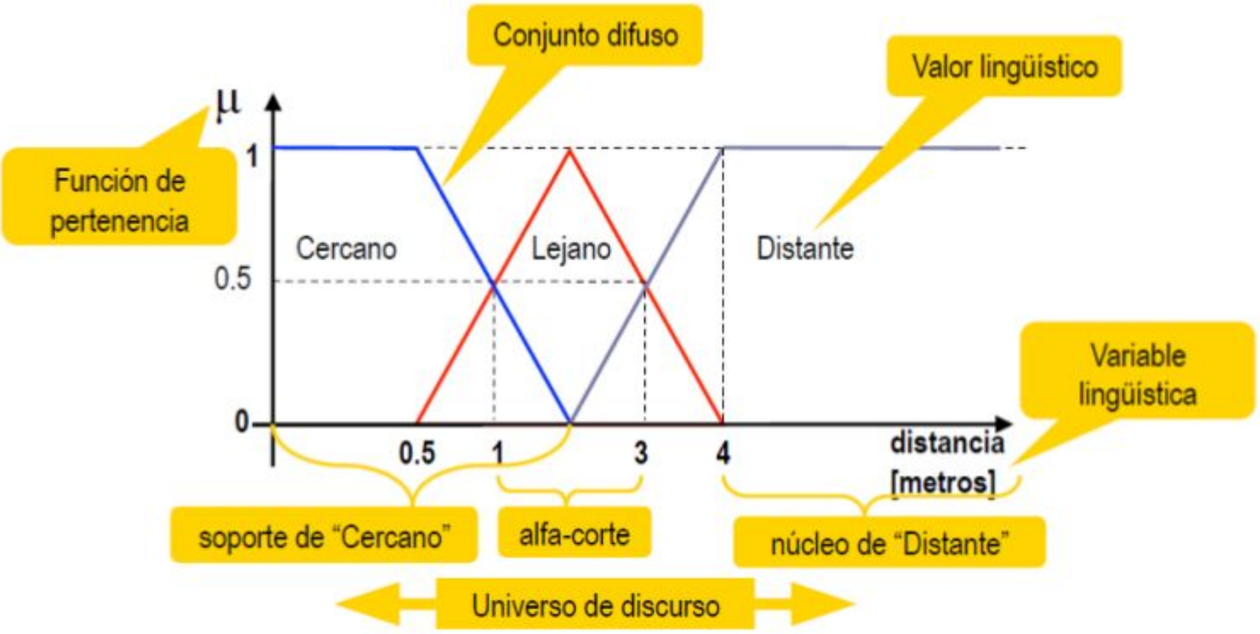
- Un **valor lingüístico** es una de las clasificaciones sobre la variable lingüística.

Lógica difusa - **Otras definiciones**

- La **variable lingüística** es la noción o concepto que clasificamos de manera difusa.
- Un **valor lingüístico** es una de las clasificaciones sobre la variable lingüística.



Lógica difusa - **Resumen**



Lógica difusa - **Modificadores lingüísticos**

- Solemos enfatizar ideas mediante adverbios:
  - "El objeto está muy cerca"
  - "El objeto está relativamente lejos"

- En lógica difusa, podemos representar lo anterior componiendo una función de pertenencia con una operación aritmética simple:
  - $\mu_{\text{Muy Alto}}(x) = (\mu_{\text{Alto}}(x))^2$
  - $\mu_{\text{Algo lejos}}(x) = (\mu_{\text{Lejos}}(x))^{½}$

- Veremos los modificadores más comunes, los cuales son además operadores unarios.

Lógica difusa - **Modificadores comunes**

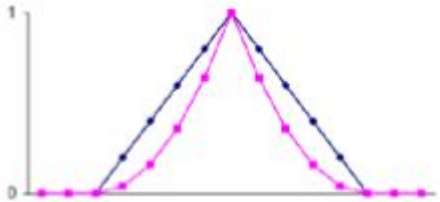
Sea A = (U, μ_U) un conjunto difuso:

Normalización: Normaliza la función de pertenencia μ_U:

$$\mu_U'(x) = \mu_U(x)/\text{altura}(x)$$

Concentración: La función de pertenencia toma valores más pequeños, concentrándose en los mayores:

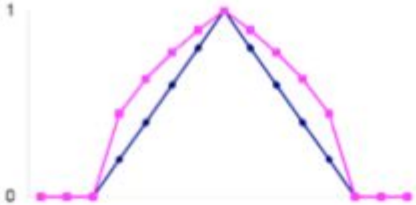
$$\mu_U'(x) = (\mu_U(x))^p \text{, con } p > 1$$



Lógica difusa - **Modificadores comunes**

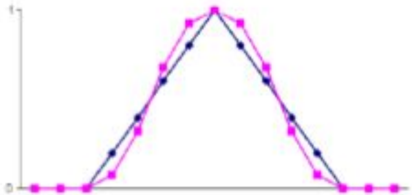
Dilatación: Efecto contrario a la concentración:

$$\mu_U'(x) = (\mu_U(x))^p \text{, con } 0 < p < 1$$



Intensificación del contraste: Se disminuyen los valores menores a 1/2 y se aumentan los mayores. Sea p>1:

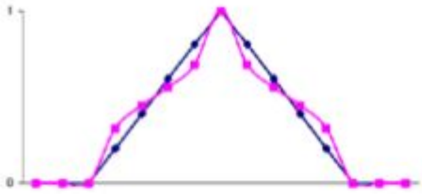
$$\mu_U'(x) = \begin{cases} 2^{p-1}(\mu_U(x))^p \text{ ; para } \mu U(x) \leq 0.5 \\ 1-2^{p-1}(1-\mu_U(x))^p \text{ ; e.o.c} \end{cases}$$



Lógica difusa - **Modificadores comunes**

Difuminación: Efecto contrario a la intensificación:

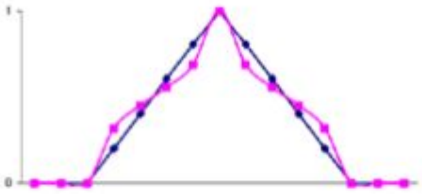
$$\mu_U'(x) = \begin{cases} (\mu_U(x)/2)^{1/2} & ; \text{ para } \mu_U(x) \le 0.5 \\ 1-((1-\mu_U(x))/2)^{1/2} & ; \text{ e.o.c} \end{cases}$$



Lógica difusa - **Modificadores comunes**

Difuminación: Efecto contrario a la intensificación:

$$\mu_U'(x) = \begin{cases} (\mu_U(x)/2)^{1/2} & ;\ \text{para } \mu_U(x) \leq 0.5 \\ 1-((1-\mu_U(x))/2)^{1/2} & ;\ \text{e.o.c} \end{cases}$$



Con los modificadores es posible representar cosas más complejas:

- "**algo**" ($y^{1/3}$),
- "**más o menos**" ($y^{1/2}$),
- "**mucho**" (y^2),
- "**extremadamente**" (y^3),
- etc...

Lógica difusa - **Relaciones entre conjuntos**

Dados dos conjuntos difusos $C_1 = (A, \mu_A)$ y $C_2 = (B, \mu_B)$ sobre un mismo universo de discurso, es decir, $A = B$:

- **Igualdad:** $\mathbf{C_1 = C_2}$ ssi tienen la misma función de pertenencia, i.e., ssi $\boldsymbol{\mu_A(x) = \mu_B(x)}$, $\boldsymbol{\forall x \in A}$.

Lógica difusa - **Relaciones entre conjuntos**

Dados dos conjuntos difusos $C_1 = (A, \mu_A)$ y $C_2 = (B, \mu_B)$ sobre un mismo universo de discurso, es decir, A = B:

- **Igualdad**: $C_1 = C_2$ ssi tienen la misma función de pertenencia, i.e., ssi $\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in A$.
- **Inclusión**: $C_1 \subseteq C_2$ ssi la función de pertenencia de C_1 toma valores más pequeños que la de C_2, i.e., ssi $\mu_A(x) \leq \mu_B(x), \forall x \in A$.

Lógica difusa - **Relaciones entre conjuntos**

Dados dos conjuntos difusos $C_1 = (A, \mu_A)$ y $C_2 = (B, \mu_B)$ sobre un mismo universo de discurso, es decir, A = B:

- **Igualdad**: $\mathbf{C_1 = C_2}$ ssi tienen la misma función de pertenencia, i.e., ssi $\mathbf{\mu_A(x) = \mu_B(x), \forall x \in A}$.
- **Inclusión: $\mathbf{C_1 \subseteq C_2}$** ssi la función de pertenencia de C_1 toma valores más pequeños que la de C_2, i.e., ssi $\mathbf{\mu_A(x) \leq \mu_B(x)}$, $\forall x \in A$.
- **Inclusión difusa**: Si A finito, podemos relajar la condición anterior para medir el grado de inclusión de un conjunto en otro (Kosko, 1992):

$$S(C_1, C_2) = \frac{1}{\mathrm{card}(A)}\left(\mathrm{card}(A) - \sum_{x \in A} \mathrm{máx}\{0, \mu_A(x) - \mu_B(x)\}\right)$$

$$\boxed{\mathrm{card}(A) = \sum_{x \in U} \mu_A(x)}$$

Lógica difusa - **Principio de identidad**

(Principio de identidad o Teorema de representación)

Descomposición: Todo conjunto difuso puede descomponerse en una familia de conjuntos difusos.

Para ello, utilizamos una serie de α-cortes. Note que si $\alpha_1 > \alpha_2$ entonces $A_{\alpha 1} \subset A_{\alpha 2}$

$$A = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \alpha A_\alpha$$

Reconstrucción: cualquier conjunto difuso puede reconstruirse a partir de una familia de α-cortes anidados.

Los α-cortes permiten tratar el problema por separado, incluso utilizando técnicas no difusas.

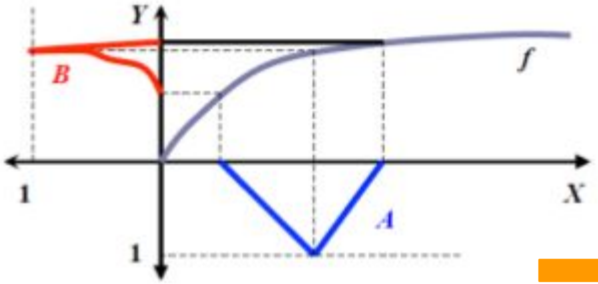
Lógica difusa - **Principio de extensión**

Usado para transformar conjuntos difusos, con iguales o distintos universos, según una función de transformación en esos universos.

Sean X , Y dos universos y $f : X \rightarrow Y$ una transformación de uno en otro. Sea $A = (X , \mu_X)$ un conjunto difuso.

El principio de extensión sostiene que la imagen de A en Y, bajo la función f , es un conjunto difuso $B = f(A)$, definido como:

$$\mathbf{B(y) = sup\{\mu_X(x) \mid x \in X , y = f(x)\}}$$



Lógica difusa - **Definición de Pertenencia**

- Método horizontal
  - Basado en preguntas a un grupo de n expertos.
  - Se les pregunta: "¿Puede x ser compatible con el valor lingüístico A?"
  - Sólo se acepta respuestas Sí o No, de modo que:

$$\mu_A(x) = (\text{núm. respuestas afirmativas})/n$$

- Método vertical
  - Se escogen varios valores α para construir α-cortes.
  - Se pregunta: "¿Qué elementos pertenecen a A con grado no menor que α?"
  - Se aplica el Teorema de representación.

Lógica difusa - **Definición de Pertenencia**

- Método basado en especificación del problema
  - Se pide una función numérica que quiere ser aproximada.
  - El error se define como un conjunto difuso, que mide la calidad de la aproximación.

- Método basado en la optimización de parámetros
  - Obtenemos algunos resultados experimentales en la forma de parejas (objeto, grado de pertenencia).
  - Se aplica regresión lineal sobre estos valores experimentales para dar forma al conjunto difuso.

- Método basado en agrupación difusa (Fuzzy clustering)
  - Existen varios algoritmos; uno de los más usados es Fuzzy Isodata (Bezdek, 1981).

Lógica difusa - **Operaciones**

Sean $A = (U, \mu_A)$ y $B = (U, \mu_B)$ conjuntos difusos sobre un mismo universo U, tenemos las siguientes operaciones:

Unión: $(\mu_A \cup \mu_B)(x) = \text{máx}\{ \mu_A(x), \mu_B(x) \}$

Intersección: $(\mu_A \cap \mu_B)(x) = \text{mín}\{ \mu_A(x), \mu_B(x) \}$

Negación o complemento: $\mu^c_A(x) = \neg\mu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$

Lógica difusa - **Operaciones**

- Al modelar un problema, es posible que la información se muestre a través de frases del tipo:

*“SI (x es A **Y** y no es B) ENTONCES (z es C **O** w no es D)”*

Lógica difusa - **Operaciones**

- Al modelar un problema, es posible que la información se muestre a través de frases del tipo:

*"SI (x es A **Y** y no es B) ENTONCES (z es C **O** w no es D)"*

- Las operaciones anteriores se pueden modificar dependiendo del caso (dependientes del contexto).

Lógica difusa - **Operaciones**

- Al modelar un problema, es posible que la información se muestre a través de frases del tipo:

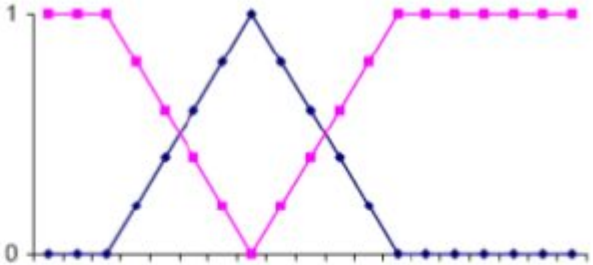
"SI (x es A ***Y*** *y no es B) ENTONCES (z es C* ***O*** *w no es D)"*

- Las operaciones anteriores se pueden modificar dependiendo del caso (dependientes del contexto).

- Podemos establecer modelos genéricos para las operaciones de unión e intersección, las cuales deberán cumplir ciertas propiedades básicas.

Lógica difusa - **Complemento difuso**

- La función complemento estándar se define $c(x) = 1 - x$

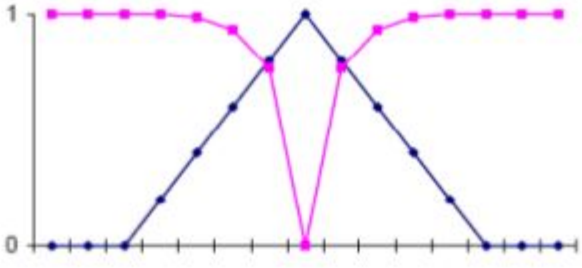


- Sin embargo, cualquier función $c : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es válida mientras satisfaga ciertas propiedades:
  - Concordancia con el caso nítido: $c(1) = 0$ y $c(0) = 1$.
  - Estrictamente monotona: $\forall \alpha, \beta \in [0, 1], \alpha > \beta \Rightarrow c(\alpha) < c(\beta)$.
  - Involución: $\forall \alpha \in [0, 1], c(c(\alpha)) = \alpha$.

Lógica difusa - **Complemento difuso**

Otras variantes que cumplen las propiedades anteriores:

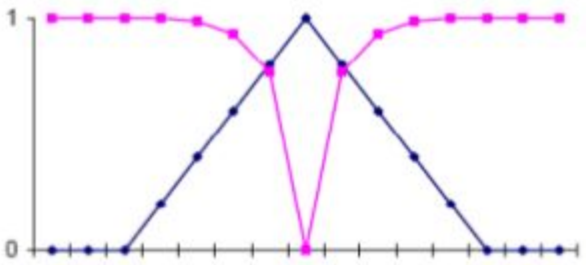
- Complemento de Yager: $c(x) = (1 - x^k)^{1/k}$, $k \in [0, \infty]$



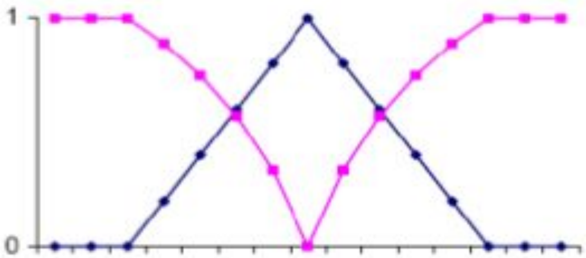
Lógica difusa - **Complemento difuso**

Otras variantes que cumplen las propiedades anteriores:

- Complemento de Yager: $c(x) = (1 - x^{k})^{1/k}$, $k \in [0, \infty]$



- Complemento de Sugeno: $c(x) = (1 - x)/(1 - xk)$, $k \in [0, 1]$



Lógica difusa - **Intersección**

- La intersección la podemos analogar con el conectivo * (AND) de la lógica tradicional.
- En el caso difuso, el problema es determinar el grado de pertenencia al conjunto intersección conocido el grado de pertenencia a cada uno de los conjuntos originales.
- Cualquier función $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es válida, mientras satisfaga:
  - Concordancia caso nítido: $0\Delta 1 = 0\Delta 0 = 1\Delta 0 = 0$ y $1\Delta 1 = 1$.
  - Conmutatividad: $x\Delta y = y\Delta x$.
  - Asociatividad: $x\Delta(y\Delta z) = (x\Delta y)\Delta z$.
  - Identidad: $x\Delta 1 = x$
  - Monotonía: si $x \leq x'$ e $y \leq y'$, entonces $x\Delta y \leq x'\Delta y'$

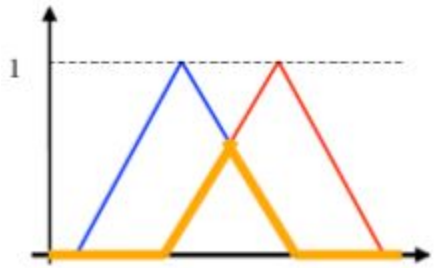
Lógica difusa - **Intersección**

- La intersección la podemos analogar con el conectivo * (AND) de la lógica tradicional.
- En el caso difuso, el problema es determinar el grado de pertenencia al conjunto intersección conocido el grado de pertenencia a cada uno de los conjuntos originales.
- Cualquier función $\Delta : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es válida, mientras satisfaga:
  - Concordancia caso nítido: $0\Delta 1 = 0\Delta 0 = 1\Delta 0 = 0$ y $1\Delta 1 = 1$.
  - Conmutatividad: $x\Delta y = y\Delta x$.
  - Asociatividad: $x\Delta(y\Delta z) = (x\Delta y)\Delta z$.
  - Identidad: $x\Delta 1 = x$
  - Monotonía: si $x \leq x'$ e $y \leq y'$, entonces $x\Delta y \leq x' \Delta y'$

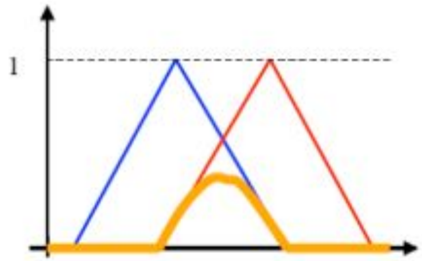
Las funciones que verifican las propiedades anteriores se llaman **normas triangulares** o **t-normas.**

Lógica difusa - **Intersección**

- **t-norma del mínimo**: $x \, \Delta_{mín} \, y = mín\{x, y\}$



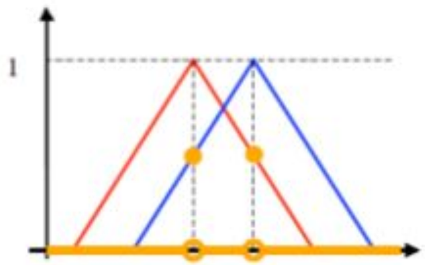
- **t-norma del producto**: $x \, \Delta_{*} \, y = x * y$



Lógica difusa - **Intersección**

- **t-norma del producto drástico:**

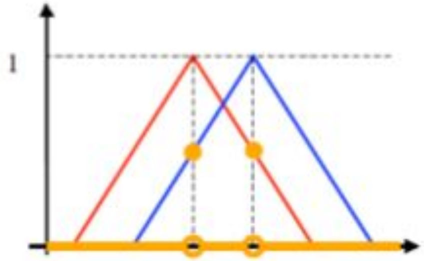
$$x \, \Delta_{\acute{\imath}nf} \, y = \begin{cases} x \; ; \text{si } y = 1 \\ y \; ; \text{si } x = 1 \\ 0 \; ; \text{e.o.c.} \end{cases}$$



Lógica difusa - **Intersección**

- **t-norma del producto drástico:**

$$x \,\Delta_{\text{ínf}}\, y = \begin{cases} x \,;\, \text{si } y = 1 \\ y \,;\, \text{si } x = 1 \\ 0 \,;\, \text{e.o.c.} \end{cases}$$



Aunque no siempre se puede decir que una t-norma es mayor que otra, se puede demostrar que toda t-norma verifica las siguientes desigualdades:

$$\forall x, y \in [0, 1],\ x \,\Delta_{\text{ínf}}\, y \leq x \,\Delta\, y \leq x \,\Delta_{\text{mín}}\, y$$

Lógica difusa - **Unión difusa**

- Podemos comparar a la unión con el operador '+' (OR) de la lógica tradicional.
- Cualquier función $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es válida, mientras satisfaga:
  - Concordancia caso nítido: $0 \nabla 1 = 1 \nabla 1 = 1 \nabla 0 = 1$ y $0 \nabla 0 = 0$
  - Conmutatividad: $x \nabla y = y \nabla x$
  - Asociatividad: $x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z$
  - Identidad: $x \nabla 0 = x$
  - Monotonía: si $x \leq x'$ e $y \leq y'$, entonces $x \nabla y \leq x' \nabla y'$

Además, sería deseable que cumplieran las propiedades de dualidad:

- Leyes de DeMorgan:
  - $x \nabla y = c(c(x) \Delta c(y))$
  - $\Delta y = c(c(x) \nabla c(y))$

Lógica difusa - **Unión difusa**

- Podemos comparar a la unión con el operador '+' (OR) de la lógica tradicional.
- Cualquier función $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es válida, mientras satisfaga:
  - Concordancia caso nítido: $0 \nabla 1 = 1 \nabla 1 = 1 \nabla 0 = 1$ y $0 \nabla 0 = 0$
  - Conmutatividad: $x \nabla y = y \nabla x$
  - Asociatividad: $x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z$
  - Identidad: $x \nabla 0 = x$
  - Monotonía: si $x \leq x'$ e $y \leq y'$, entonces $x \nabla y \leq x' \nabla y'$

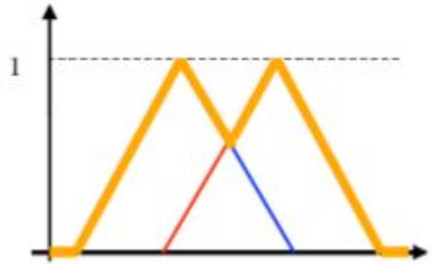
Además, sería deseable que cumplieran las propiedades de dualidad:

- Leyes de DeMorgan:
  - $x \nabla y = c(c(x) \Delta c(y))$
  - $\Delta y = c(c(x) \nabla c(y))$

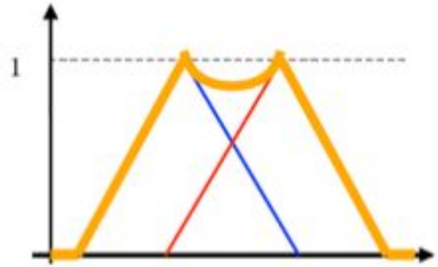
Las funciones que verifican todas las propiedades anteriores se llaman **conormas triangulares** o **t-conormas**

Lógica difusa - **Unión difusa**

- **t-conorma del máximo:** $x \nabla_{máx} y = máx\{x, y\}$



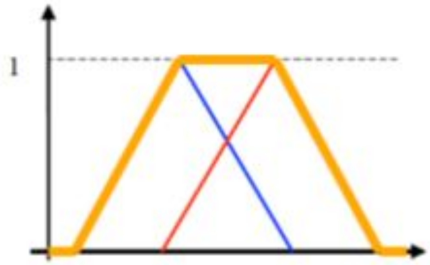
- **t-conorma de la suma:** $x \nabla_{*} y = x + y - x * y$



Lógica difusa - **Unión difusa**

- **t-conorma de la suma drástica:**

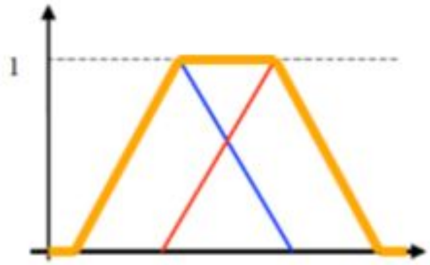
$$x \nabla_{sup} y = \begin{cases} x \,;\ \text{si } y = 0 \\ y \,;\ \text{si } x = 0 \\ 1 \,;\ \text{e.o.c.} \end{cases}$$



Lógica difusa - **Unión difusa**

- **t-conorma de la suma drástica:**

$$x \nabla_{sup} y = \begin{cases} x \,;\, \text{si } y = 0 \\ y \,;\, \text{si } x = 0 \\ 1 \,;\, \text{e.o.c.} \end{cases}$$



$$\forall x, y \in [0, 1],\ x \nabla_{máx}\, y \le x \nabla y \le x \nabla_{sup}\, y$$

Lógica difusa - **Propiedades adicionales**

Existen otras propiedades típicas y deseables:

- Idempotencia: $x \Delta x = x$.
- Distributividad: $x \Delta (y \nabla z) = (x \Delta y) \nabla (x \Delta z)$

Lógica difusa - **Propiedades adicionales**

Existen otras propiedades típicas y deseables:

- Idempotencia: $x \Delta x = x$.
- Distributividad: $x \Delta (y \nabla z) = (x \Delta y) \nabla (x \Delta z)$

que solo las cumple la **t-norma del mínimo**

Lógica difusa - **Propiedades adicionales**

Existen otras propiedades típicas y deseables:

- Idempotencia: $x \Delta x = x$.
- Distributividad: $x \Delta (y \nabla z) = (x \Delta y) \nabla (x \Delta z)$

que solo las cumple la **t-norma del mínimo**, y

- Idempotencia: $x \nabla x = x$.
- Distributividad: $x \nabla (y \Delta z) = (x \nabla y) \Delta (x \nabla z)$

que solo las cumple la **t-conorma del máximo**.

Lógica difusa - **Relaciones difusas**

Una relación difusa es un mapeo de un producto cartesiano entre conjuntos (nítidos o difusos) a una función de pertenencia.

Lógica difusa - **Relaciones difusas**

Una relación difusa es un mapeo de un producto cartesiano entre conjuntos (nítidos o difusos) a una función de pertenencia.

Ejemplo:

Si $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2\}$, entonces
$A = \{0.1/(a, 1), 0.6/(a, 2), 0.9/(b, 1), 1/(b, 2), 0/(c, 1), 0.2/(c, 2)\}$ es una relación difusa sobre el espacio $X \times Y$

Lógica difusa - **Relaciones difusas**

Una relación difusa es un mapeo de un producto cartesiano entre conjuntos (nítidos o difusos) a una función de pertenencia.

Ejemplo:

Si X = {a, b, c}, Y = {1, 2}, entonces
A = {0.1/(a, 1), 0.6/(a, 2), 0.9/(b, 1), 1/(b, 2), 0/(c, 1), 0.2/(c, 2)} es una relación difusa sobre el espacio X × Y

Ejemplo:

Si A = {1/a, 0.6/b, 0.3/c}, B = {1/1, 0.5/2, 0/3}, entonces
$A \times B = \{\text{mín}\{A(x), B(y)\} \mid \forall (x, y) \in A \times B\}$
$=$

Lógica difusa - **Relaciones difusas**

Una relación difusa es un mapeo de un producto cartesiano entre conjuntos (nítidos o difusos) a una función de pertenencia.

Ejemplo:

Si X = {a, b, c}, Y = {1, 2}, entonces
A = {0.1/(a, 1), 0.6/(a, 2), 0.9/(b, 1), 1/(b, 2), 0/(c, 1), 0.2/(c, 2)} es una relación difusa sobre el espacio $X \times Y$

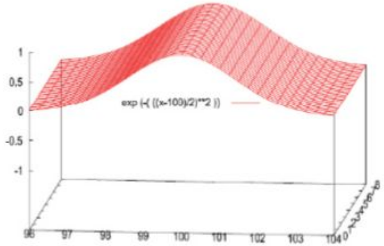
Ejemplo:

Si A = {1/a, 0.6/b, 0.3/c}, B = {1/1, 0.5/2, 0/3}, entonces
$A \times B = \{\min\{A(x), B(y)\} \mid \forall (x, y) \in A \times B\}$
$= \ldots..$

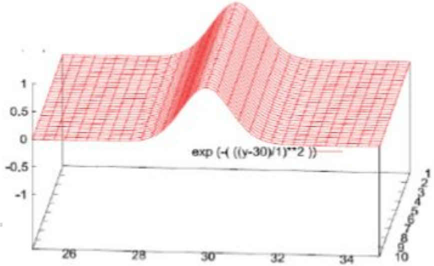
Lógica difusa - **Relaciones difusas**

x: variable que indica el tamaño de una casa [m^2]
y : variable que indica el precio de una casa [millones $]

- μ tamaño (x) = {tamaño atractivo para una familia de 4 personas}

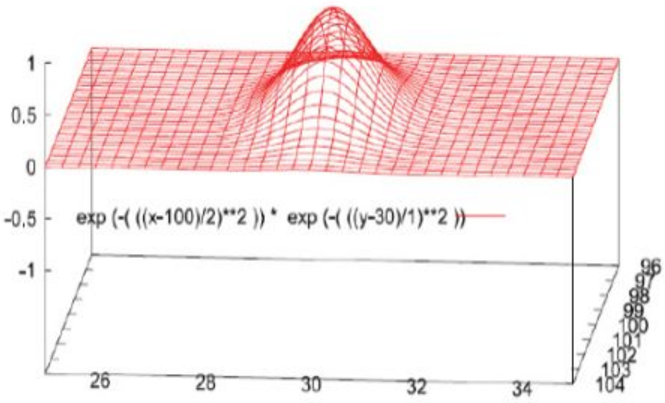


- μ precio (y) = {precio atractivo para una familia de 4 personas}



Lógica difusa - **Relaciones difusas**

$D = \{ (x, y , \mu_D(x, y)) \mid x \in X , y \in Y \}$

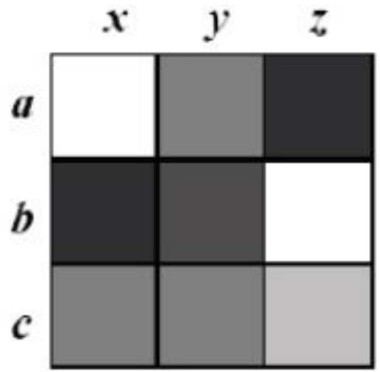


"casas de tamaño y precio atractivo para una familia de 4 personas"

Lógica difusa - **Relaciones difusas**

- Las relaciones difusas son útiles para sistemas de inferencia difusa.
- Para universos discretos se pueden utilizar otras representaciones:

$$R = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 1 \\ 1 & 0.8 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \end{array}$$



Lógica difusa...

- Podemos modelar ciertas situaciones del mundo real
- Podemos operar estas nociones de conocimiento vago

Lógica difusa...

- Podemos modelar ciertas situaciones del mundo real
- Podemos operar estas nociones de conocimiento vago

Falta dar sentido a los operadores

Razonemos...

Lógica difusa -**Razonamiento**

¿Qué es el razonamiento?

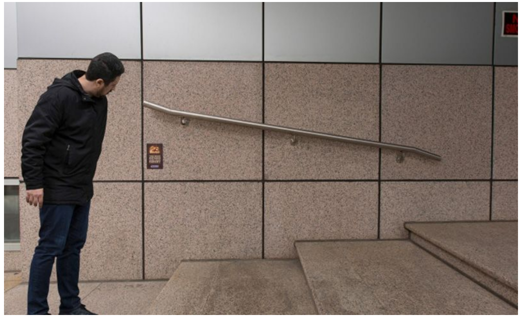
Habilidad de inferir información sobre alguna faceta desconocida de un problema, a partir de la información disponible.

Lógica difusa -**Razonamiento**

¿Qué es el razonamiento?

Habilidad de inferir información sobre alguna faceta desconocida de un problema, a partir de la información disponible.

Cuando un sistema falla, tratamos de saber por qué.




Pri Master..IDE Hard Di
Auto-detecting USB Mass Storage Devices
00 USB mass storage devices found and
USB Keyboard not found
Press F1 to run Setup
Press F12 to display Boot Menu
(C) American Megatrends, Inc.
64-04A-0000010-00101111-042011-Pineview

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Se entiende por razonamiento difuso al proceso de realizar inferencias a partir de hechos y relaciones difusas, así como la combinación de evidencias difusas y la actualización de la precisión de las creencias.

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Se entiende por razonamiento difuso al proceso de realizar inferencias a partir de hechos y relaciones difusas, así como la combinación de evidencias difusas y la actualización de la precisión de las creencias.

Una **proposición difusa simple** es aquella que asigna un valor a una variable difusa:

*"la velocidad es **normal**"*

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Una proposición difusa compuesta es una agrupación de dos o más proposiciones difusas simples conectadas por conectivos lógicos usuales.

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Una proposición difusa compuesta es una agrupación de dos o más proposiciones difusas simples conectadas por conectivos lógicos usuales.

"La velocidad es normal" ***Y*** *"el objeto está cerca"*

"La velocidad es alta" ***O*** *"el objeto está muy cerca"*

"La velocidad ***NO*** *es alta"*

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Una proposición difusa compuesta es una agrupación de dos o más proposiciones difusas simples conectadas por conectivos lógicos usuales.

"La velocidad es normal" ***Y*** *"el objeto está cerca"*

"La velocidad es alta" **O** *"el objeto está muy cerca"*

"La velocidad ***NO*** *es alta"*

*"****SI*** *la velocidad es normal* ***ENTONCES*** *hay que frenar moderadamente"*

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Conectivos lógicos

- Podemos usar los mismos conectivos lógicos de la lógica proposicional.
    - **Negación** ($\neg p$): $\mu_{\neg A}(u) = 1 - \mu_A(u)$
    - **Conjunción** ($p \wedge q$): $\mu_{A \wedge B}(u) = \text{mín}\{ \mu_A(u), \mu_B(u) \}$
    - **Disyunción** ($p \vee q$): $\mu_{A \vee B}(u) = \text{máx}\{ \mu_A(u), \mu_B(u) \}$

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Conectivos lógicos

- ¿Cómo definimos $p \rightarrow q$ y $p \leftrightarrow q$?

Recordemos un poco…

Si tomas el medicamento **entonces** te mejorarás.

No has tomado el medicamento

Por lo tanto, **no** estás mejorando

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Conectivos lógicos

- ¿Cómo definimos $p \rightarrow q$ y $p \leftrightarrow q$?

Lógica difusa - **Razonamiento Difuso**

Conectivos lógicos

- ¿Cómo definimos $p \rightarrow q$ y $p \leftrightarrow q$?

- La implicación de Mamdani (o implicación ingenieril) interpreta
$p \rightarrow q \equiv p \land q \Rightarrow \mu_{p \rightarrow q}(u, v) = \text{mín}(\mu_A(u), \mu_B(v))$
  - Usada en sistemas basados en conocimiento.
  - Una base de conocimiento contiene información acerca de reglas lingüísticas y funciones de pertenencia de conjuntos difusos.
  - Necesitamos un mecanismo para obtener conclusiones a partir de una base de reglas SI-ENTONCES.
  - Podemos considerar antecedentes **nítidos** o **difusos**.

Lógica difusa - **inferencia difusa**

- **Inferencia difusa con antecedentes difusos**
- **Inferencia difusa con antecedentes nítidos**

Lógica difusa - **inferencia difusa**

Inferencia difusa con antecedentes difusos

- Supongamos que tenemos una regla difusa:
  SI p ENTONCES q y un valor de entrada difuso p^*

- La conclusión será un hecho difuso q^* del cual queremos saber su función de pertenencia.

Lógica difusa - **inferencia difusa**

Inferencia difusa con antecedentes difusos

- Supongamos que tenemos una regla difusa:
  SI p ENTONCES q y un valor de entrada difuso p*

- La conclusión será un hecho difuso q* del cual queremos saber su función de pertenencia.

SI p **ENTONCES** q
p*
q*

Lógica difusa - **inferencia difusa**

Inferencia difusa con antecedentes difusos

Ejemplo:

SI "velocidad es normal" ENTONCES "fuerza frenado moderada"
p* = "la velocidad es alta"

?

Lógica difusa - **inferencia difusa**

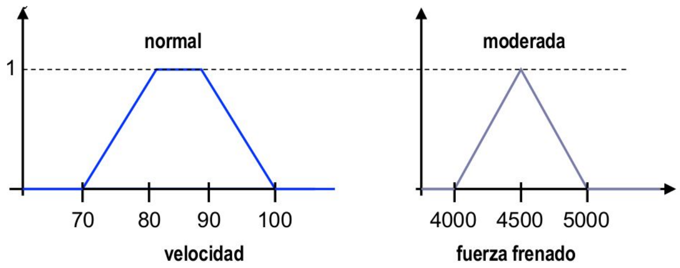
Inferencia difusa con antecedentes difusos

Ejemplo:

SI "velocidad es **normal**" ENTONCES "fuerza frenado **moderada**"
p* = "la velocidad es alta"

?

Supongamos que las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos A = **normal** y B = **moderada** son:

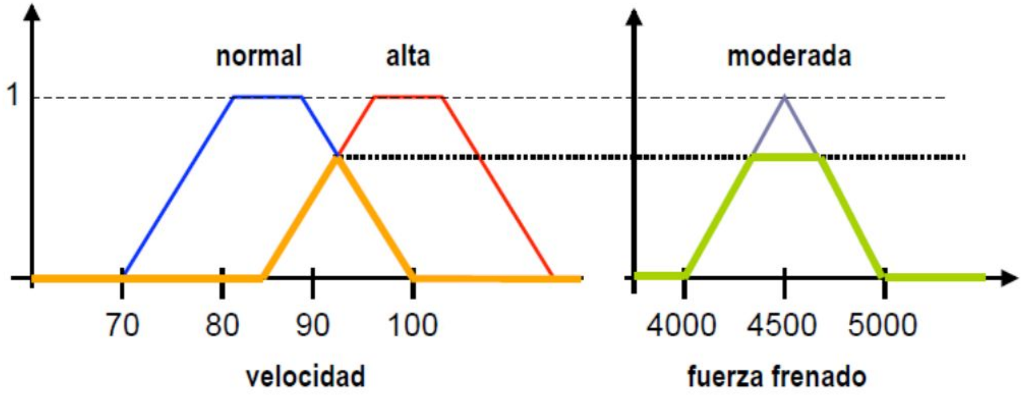


Lógica difusa - **inferencia difusa**

- Inferencia tipo máx-mín

Basada en la implicación de Mamdani:

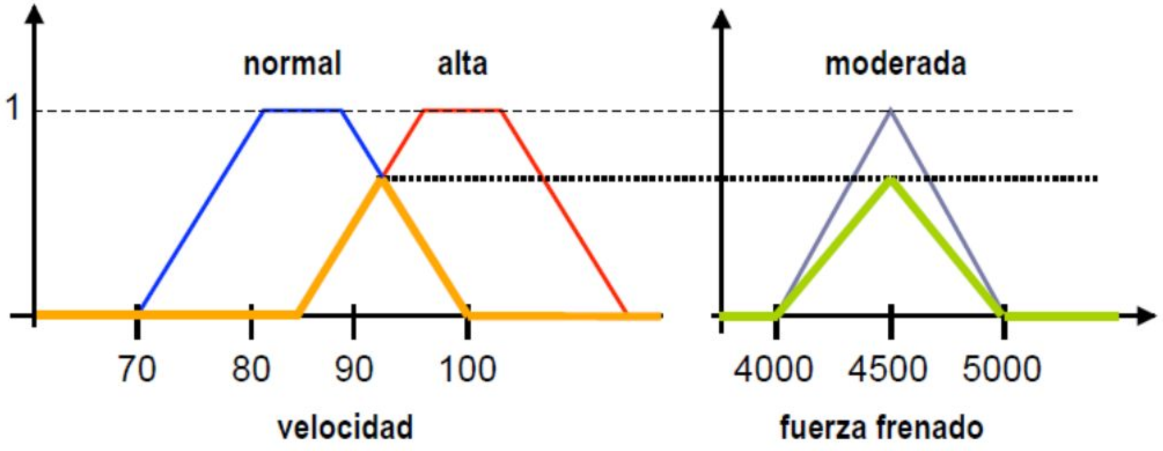
$$\mu_{B*}(v) = \text{mín}\{z, \mu_B(v)\}$$
$$\text{donde } z = \text{máx}\{\text{mín}\{\mu_{A*}(u), \mu_A(u)\}\}$$



Lógica difusa - **inferencia difusa**

- Inferencia tipo máx-prod

$$\mu_{B*}(v) = \text{prod}(z, \mu_B(v))$$
$$\text{donde } z = \text{máx}\{\text{mín}\{\mu_{A*}(u), \mu_A(u)\}\}$$



Lógica difusa - **inferencia difusa**

Inferencia difusa con antecedentes nítidos

- Supongamos que tenemos una regla difusa:
  SI p ENTONCES q y un valor de entrada nítido p^*
- La conclusión será un hecho difuso q^* del cual queremos saber su función de pertenencia.

Ejemplo: Sea la regla difusa:

SI “la velocidad es normal”
ENTONCES “la fuerza de frenado es moderada”

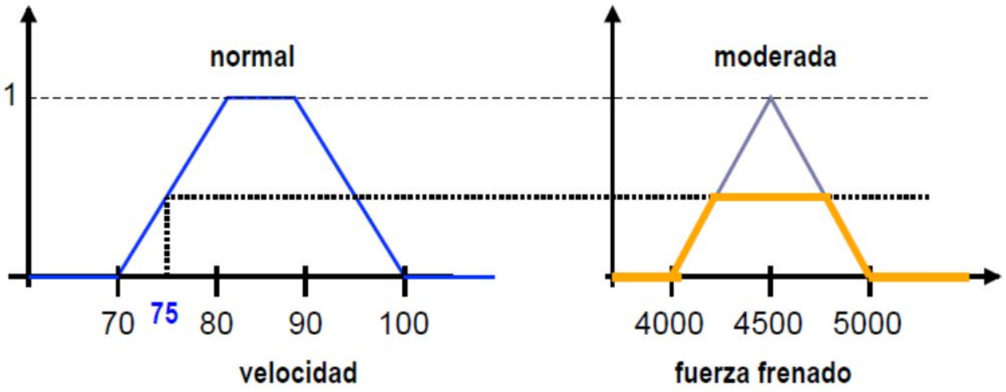
y el hecho nítido p^* = “la velocidad es 75 km/h”.

Lógica difusa - **inferencia difusa**

- Inferencia tipo máx-mín

Basada en la implicación de Mamdani:

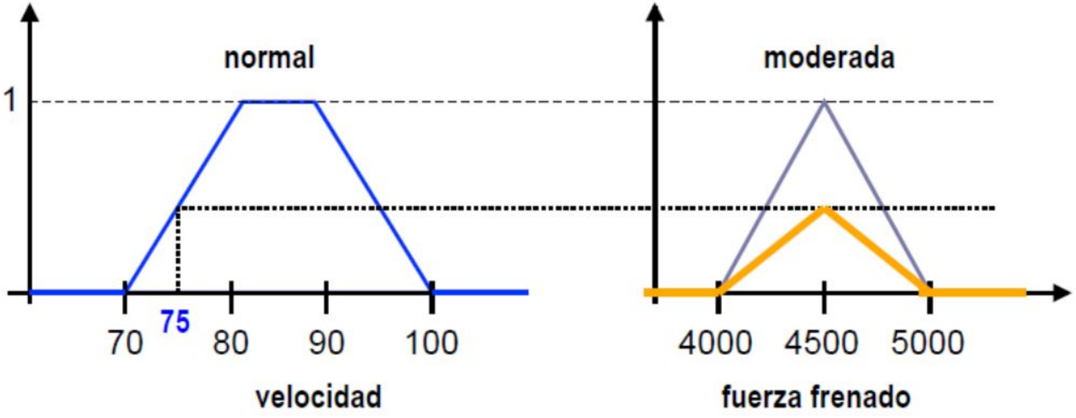
$$\mu_{B*}(y) = \text{mín}\{\mu_A(75), \mu_B(y)\}$$



Lógica difusa - **inferencia difusa**

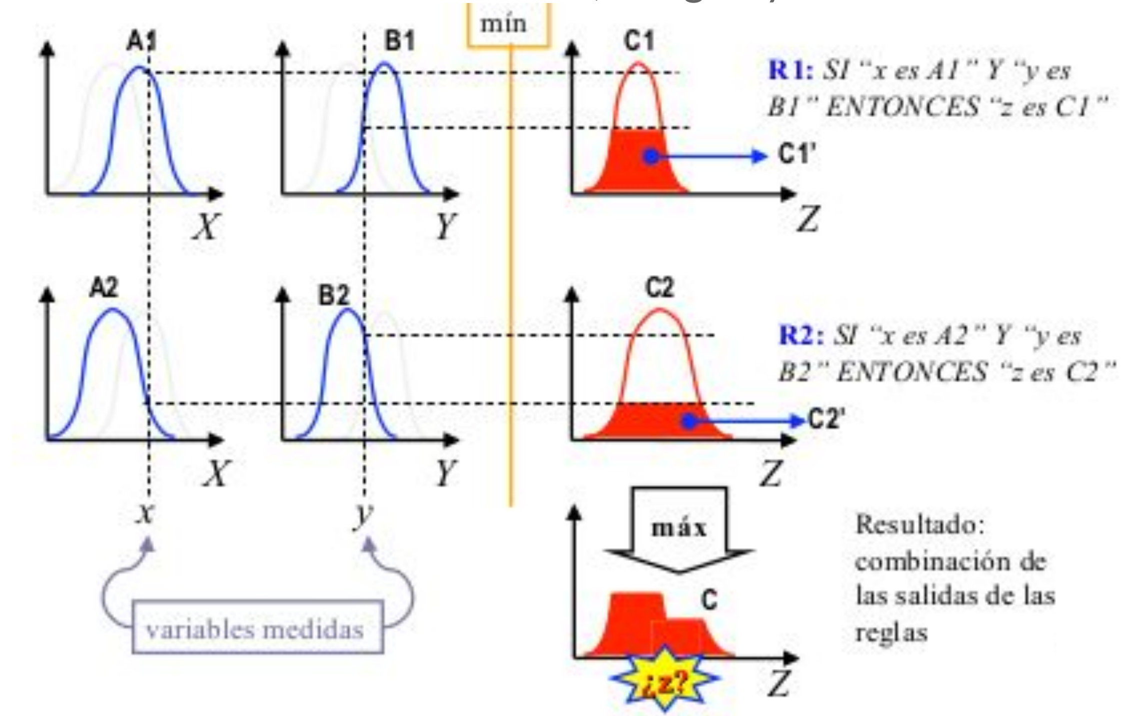
- Inferencia tipo máx-prod

$$\mu_{B*}(y) = \text{prod}(\mu_A(75), \mu_B(y))$$

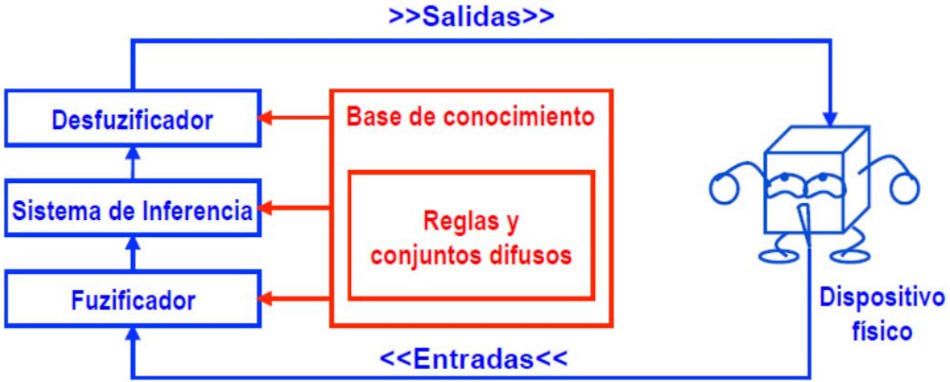


Lógica difusa - **inferencia difusa**

Inferencia difusa de Mamdani con 2 entradas, 2 reglas y 1 salida



Lógica difusa - **proceso inferencia difusa**



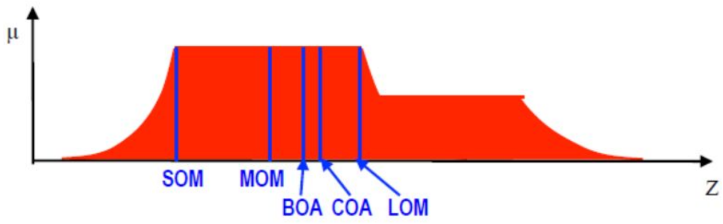
Fuzificador: transforma variables de entrada (usualmente nítidas) en difusas.

Sistema de inferencia: calcula variables difusas de salida en función de variables de entrada, mediante reglas e inferencia difusa.

Desfuzificador: transforma variabes de salida difusas en nítidas.

Lógica difusa - **Desfuzificación**

Existen muchos métodos de desfuzificación:



SOM: Más pequeño de un máximo
MOM: Medio de un máximo
BOA: Bisector de un Área

LOM: Más largo de un máximo

Uno de los métodos más usados es el centro de área (COA): la salida estará dada por el centro de gravedad del área descrita por la unión de las funciones de pertenencia.

Lógica difusa - **Desfuzificación**

Un buen desfuzificador debe ser:

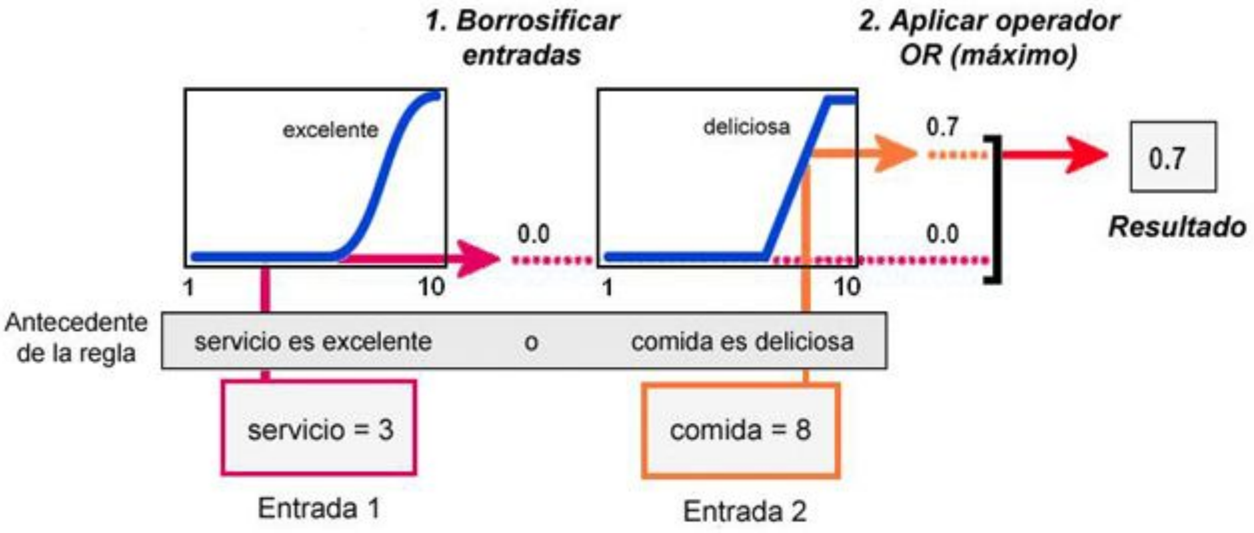
Plausible: La variable nítida obtenida debe poder validarse intuitivamente.

Eficiente: Sobre todo en cómputos en tiempo real.

Continuo: Pequeños cambios en funciones de pertenencia no deben repercutir sustancialmente en la variable nítida obtenida.

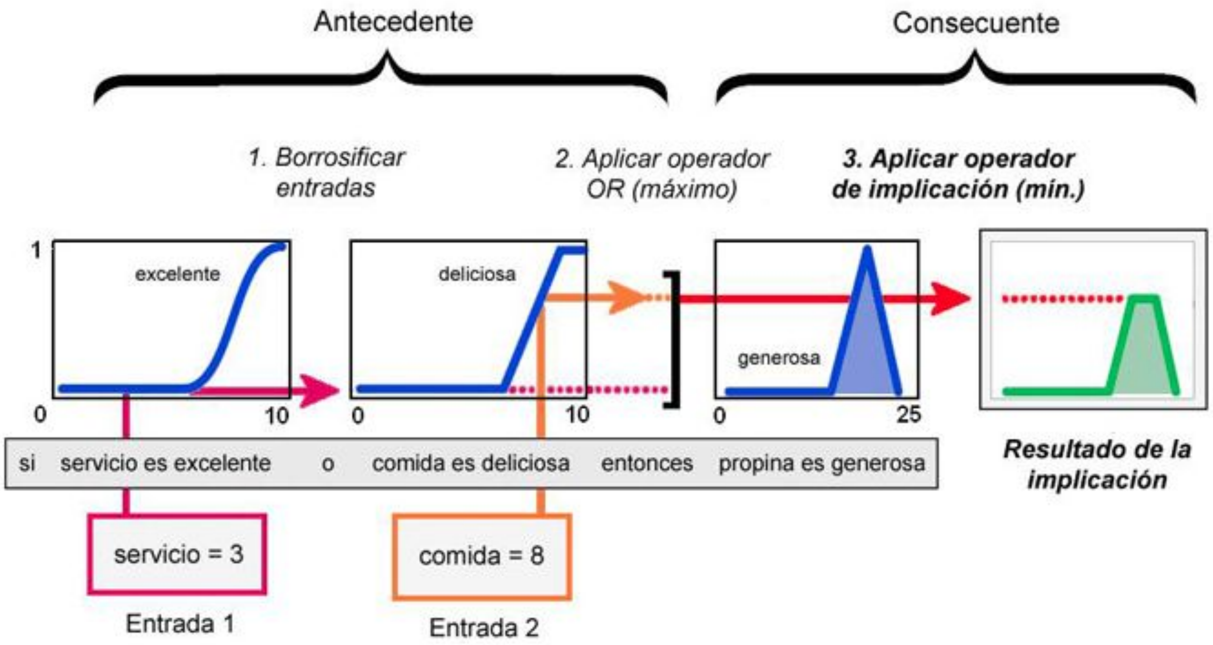
EJEMPLO

Lógica difusa - **Resumen**



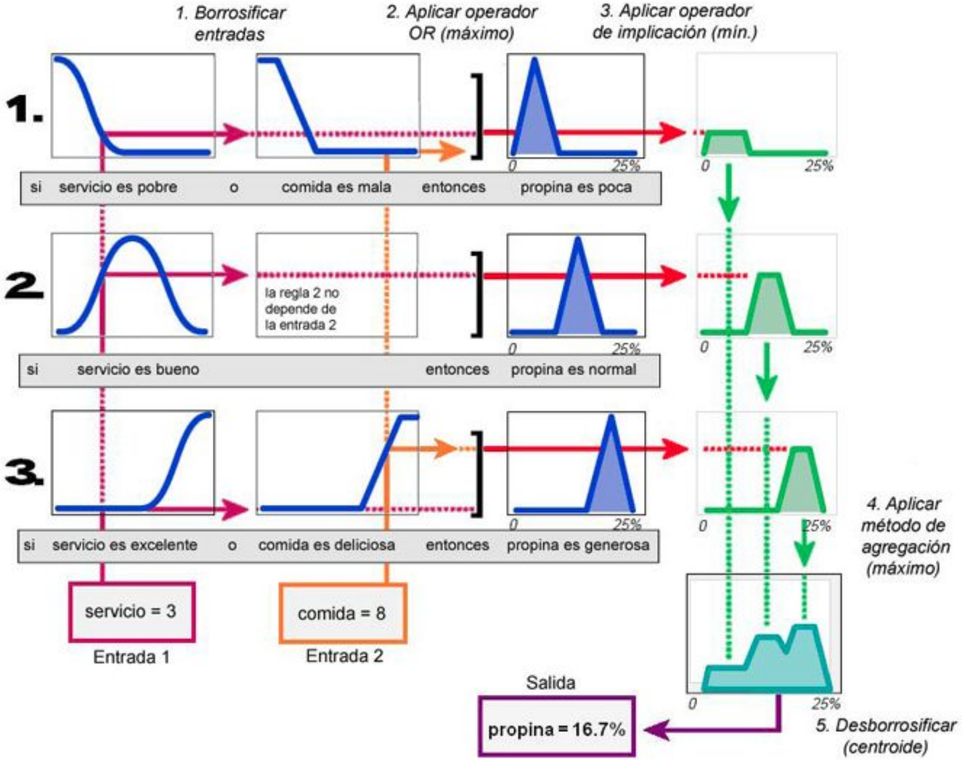
http://www.dma.fi.upm.es/recursos/aplicaciones/logica_borrosa/web/fuzzy_inferencia/mamdani.htm

Lógica difusa - **Resumen**



http://www.dma.fi.upm.es/recursos/aplicaciones/logica_borrosa/web/fuzzy_inferencia/mamdani.htm

Lógica difusa - **Resumen**

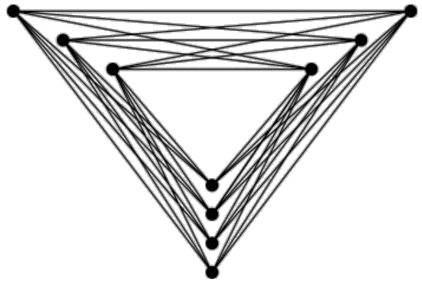


http://www.dma.fi.upm.es/recursos/aplicaciones/logica_borrosa/web/fuzzy_inferencia/mamdani.htm

Departamento de Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile

Teoría de la Computación

Primer semestre 2024



Santiago, 2024