



PUC Minas

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Bacharelado em Ciência da Computação
Teoria dos Grafos

Teoria dos Grafos

Prof.: Felipe Domingos
felipe@pucminas.br

Independência

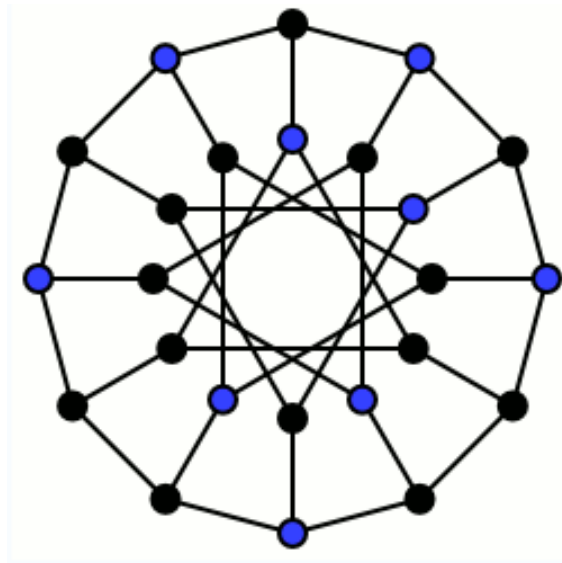
Dominância

Casamento

Deo – páginas 169 até 173 e 177 até 182

Conjunto Independente

- Uma coloração de um grafo induz a um particionamento dos vértices em subconjuntos de vértices chamados conjunto independentes
- Conjunto independente: conjunto de vértices do grafo no qual nenhum par de vértices do conjunto é adjacente

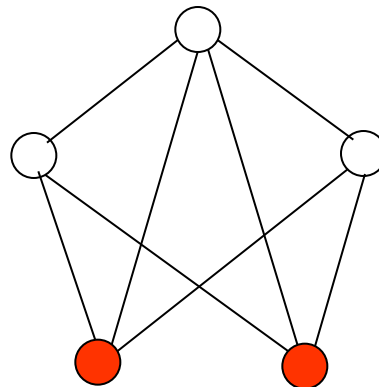


Conjunto Independente

- Conjunto independente máximo: conjunto independente no qual nenhum vértice pode ser adicionado sem destruir a independência
- Número de independência: número de vértices do maior conjunto independente máximo do grafo $(\beta(G))$

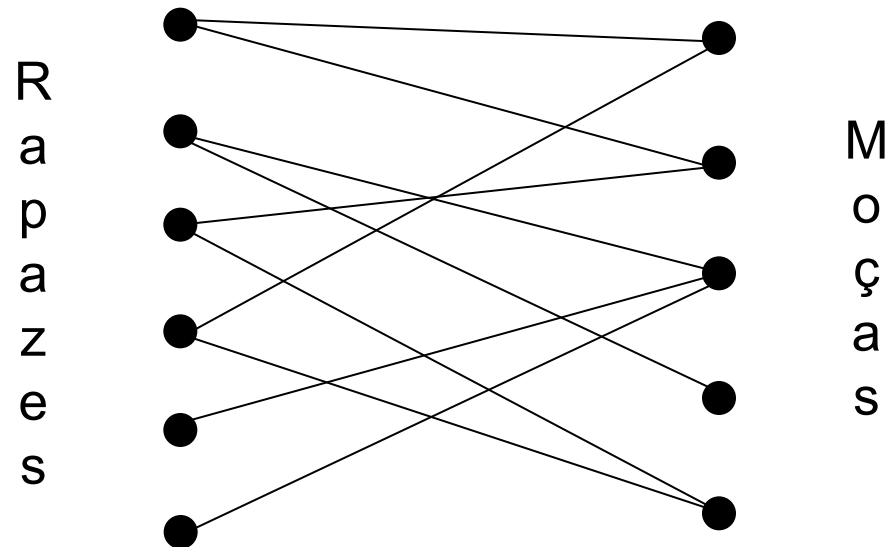
Conjunto Dominante

- Conjunto dominante: conjunto de vértices do grafo que “dominam” todos os vértices do grafo: um vértice v pertence ao conjunto dominante ou é adjacente a um vértice que pertence.
- Conjunto dominante mínimo: conjunto dominante com o menor número de vértices. $\alpha(G)$



Casamento

- Uma agência de casamentos tem cadastrados r rapazes e m moças que desejam se casar. A agência detectou a seguinte afinidade entre eles:



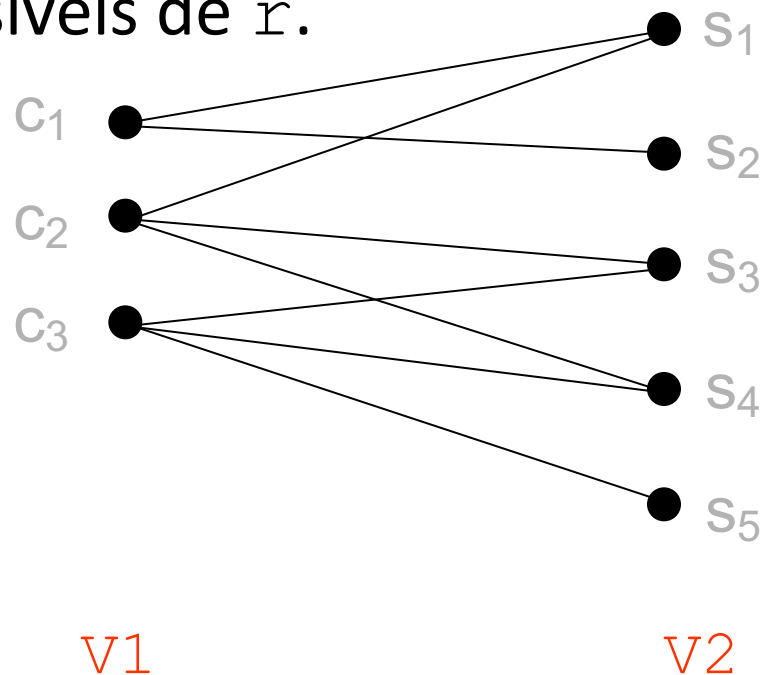
Como maximizar o número de casamentos?

Casamento

- Um casamento em um grafo é um conjunto de arestas no qual nenhum par de arestas do grafo é adjacente
- Casamento máximo é um casamento no qual nenhuma aresta pode ser incluída
- Casamento completo (em grafos bipartidos) é um casamento no qual todos os vértices de um dos conjuntos são casados a algum vértice do outro conjunto

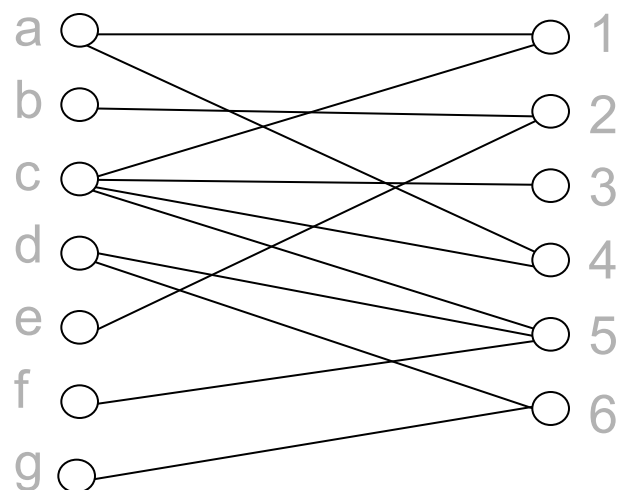
Casamento

- Um casamento completo de V_1 em V_2 em um grafo bipartido G existe se, e somente se, todo subconjunto de r vértices de V_1 for coletivamente adjacente a r ou mais vértices de V_2 para todos os valores possíveis de r .



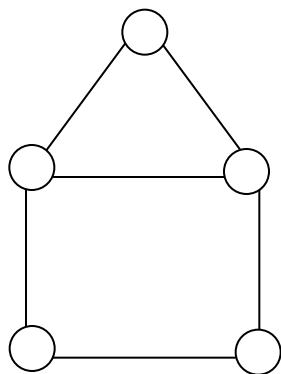
Exercícios

24. Encontre um casamento máximo e um casamento completo para o seguinte grafo bipartido.

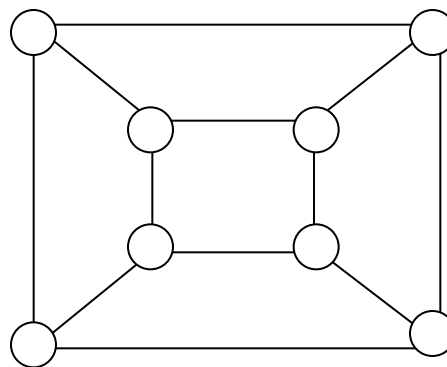


Exercícios

25. Encontre um conjunto dominante mínimo em cada um dos seguintes grafos:



(a)



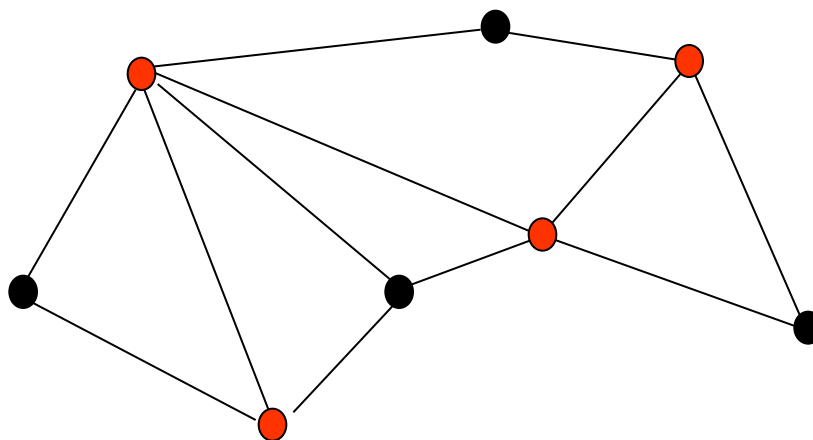
(b)

Coberturas

Deo – páginas 182 até 186

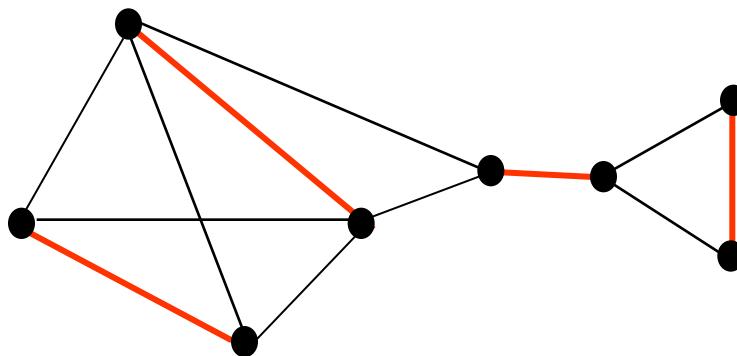
Cobertura de Vértices

- Em um grafo G , um conjunto \mathcal{g} de vértices é chamado de cobertura de vértices se todas as arestas de G são incidentes a pelo menos um vértice de \mathcal{g}
- Se este conjunto é o menor com tal propriedade dizemos que \mathcal{g} é uma cobertura mínima de vértices



Cobertura de Arestas

- Em um grafo G , um conjunto e de arestas é chamado de cobertura de aresta se todos os vértices de G são incidentes a pelo menos uma aresta de e
- Se este conjunto é o menor com tal propriedade dizemos que e é uma cobertura mínima de aresta



Exercícios

- 26. Quantos vértices existem em uma cobertura mínima de vértices de grafos bipartidos, grafos completos e grafos circuitos?
- 27. Podemos dizer que o número de vértices de uma cobertura mínima de vértices é sempre maior ou igual ao número de vértices do conjunto dominante mínimo? Justifique.
- 28. Dado um grafo conexo G , quais arestas estarão sempre presentes em todas as coberturas de aresta de G ?
- 29. Dê exemplos de grafos que não possuem cobertura de aresta.