

Attività 10 – La ricorsione

La finalità di questa esercitazione è quella di familiarizzare con la risoluzione di problemi con approcci ricorsivi. Si presentano quindi diversi esercizi di cui alcuni inediti e altri che sono la rivisitazione di esercizi risolti nelle esercitazioni precedenti con soluzioni iterative.

1. **Lunghezza di una lista:** sappiamo che una lista può avere nel nodo di intestazione il numero di caratteri. Ma supponendo di non avere questa informazione, per conoscere la taglia di una lista bisogna scorrere tutti i suoi elementi. Fornire sia una soluzione iterativa che ricorsiva per contare il numero di elementi presenti in una lista (il tipo di item di cui è composta la lista non è determinante ai fini dell'esercizio) data in input.
2. **N-esimo quadrato:** l'n-esimo numero quadrato n^2 si può esprimere come la somma dei primi n numeri dispari.

$$n^2 = \sum_{k=1}^n (2k - 1)$$

$$\text{ossia } 5^2 = 25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

Implementare una soluzione ricorsiva per il calcolo del quadrato di un numero intero n sulla osservazione che la regola di cui sopra si può vedere così:

$$n^2 = (n - 1)^2 + (2n - 1)$$

3. **Algoritmo di Euclide:** calcola il massimo comune divisore di due numeri interi positivi. Si tratta probabilmente del più antico algoritmo ricorsivo (circa 300 A.C.).
Dati due numeri n ed m, con $n < m$, si procede sottraendo ripetutamente il numero più piccolo n dal più grande m fino a quando la differenza d tra i due numeri è maggiore di n. A questo punto si ripete il procedimento con d al posto di n e con n al posto di m, fino a quando la nuova differenza d non eguaglia esattamente n.
Tale valore è il massimo comun divisore dei due numeri originali.

Esempio:

n=130
m=494
m n d
494-130=364
364-130=234
234-130=104 -> m n d
130-104=26 -> m n d
104-26= 78
78-26= 52
52-26= 26 (M.C.D)

4. **Stringa Palindroma:** si definisce palindroma quella stringa che può essere letta indifferentemente da sinistra a destra o da destra a sinistra senza che vi sia una differenza. Realizzare una funzione ricorsiva per dire se una parola è palindroma.

Esempi palindromi:

- 4 lettere: osso, esse, ebbe, effe, inni
- 5 lettere: aveva, esose, aerea, radar
- 7 lettere: ingegni, ossesso, ottetto

Curiosità: A meno degli spazi e degli accenti, esistono intere frasi di senso compiuto che possono ritenersi palindrome (tuttavia non si possono ritenere delle palindrome pure):

- I topi non avevano nipoti;
- Ai lati d'Italia;
- È corta e non è sadica e non è acida se non è atroce;

5. **Triangolo di Tartaglia**: Si consideri una matrice triangolare T, rappresentante il famoso triangolo di Tartaglia, i cui valori, identificati dal loro numero di riga e di colonna, sono definiti nel seguente modo:

BASE: $T(a,1) = 1$ (prima colonna) e $T(a,a) = 1$ (diagonale principale)

PASSO: $T(a,b) = T(a-1,b-1) + T(a-1,b)$

Ad esempio, le prime 5 righe del triangolo di Tartaglia sono le seguenti:

	1	2	3	4	5	6
1	1					
2	1	1				
3	1	2	1			
4	1	3	3	1		
5	1	4	6	4	1	
6	1	5	10	10	5	1

Quindi,

$$\begin{aligned} T(5,2) &= T(4,1) + T(4,2) \\ &= 1 + T(3,1) + T(3,2) \\ &= 1 + 1 + T(2,1) + T(2,2) \\ &= 1+1+1+1 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Si scriva una funzione ricorsiva che, utilizzando la definizione sopra, permetta di calcolare il valore di un generico elemento del triangolo di Tartaglia, indicato dall'indice di riga e colonna della matrice che rappresenta il triangolo.

NOTA. Per ragioni pratiche, nella descrizione e nell'esempio fornito gli indici partono da 1 e non da zero.