

Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Seconda prova intercorso - Classe 3 - Gruppo 3

Fisciano, 01/06/2020

Esercizio 1 (10 punti)

Un gruppo è costituito da 6 studiosi di cui metà italiani e metà stranieri. Dal gruppo si scelgono a caso 3 individui. Sia X la variabile aleatoria che rappresenta il numero di studiosi italiani nel gruppo scelto.

- (i) Determinare $P(X = k)$, $k = 0, 1, 2, 3$; (ii) calcolare la probabilità che il numero di studiosi italiani nel gruppo scelto sia maggiore di quello degli stranieri;
(iii) calcolare $E(X)$ e $Var(X)$.

Esercizio 2 (10 punti)

Sia X una variabile aleatoria continua con distribuzione uniforme nell'intervallo (a, b) , con $E(X) = 1$ e $Var(X) = 3$.

- (i) Determinare i valori di a e b e scrivere l'espressione della funzione di distribuzione di X ;
(ii) posto $Y = 2X + 1$, calcolare $P(Y \leq y)$; (iii) valutare $P(Y \leq 2 | Y > 0)$.

Esercizio 3 (10 punti)

Un algoritmo genera sequenza booleane di lunghezza 4 con almeno due bit pari ad 1.

Sia X il numero di bit pari a 0 e sia

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{se il primo e l'ultimo bit sono uguali,} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

- (i) Determinare la distribuzione di probabilità congiunta $p(x, y) = P(X = x, Y = y)$;
(ii) stabilire se X e Y sono indipendenti; (iii) calcolare la covarianza di X e Y .

Esercizio 4 (FACOLTATIVO)

Dieci biglie sono distribuite a caso in 5 scatole. Qual è la probabilità che esattamente 4 biglie finiscano nella prima scatola?