

## Esercizio 13

domenica 9 maggio 2021 00:33

- UNA SCATOLA CONTIENE  $m$  Schede Bianche e  $k$  AZZURRE
- UNA SCATOLA CONTIENE  $k$  Schede Bianche e  $m$  AZZURRE

• Si estrae una delle schede delle scatole:

1)  $B = \{ \text{la scheda estratta è BIANCA} \}$

$A = \{ \text{la scheda estratta è AZZURRA} \}$

$P(A)$  e  $P(B)$  ?

2) Sapendo che è stata estratta una biglia bianca  
con che probabilità viene dalla biglia  $i$ -esima. tale che  $i = \{1, 2\}$

---

$E_i = \{ \text{la scheda è estratta dalla scatola } i\text{-esima} \} \text{ tale che } i = \{1, 2\}$

$$P(E_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{2}$$

---

Ⓐ  $P(B|E_1) = P(B) \rightarrow m \text{ Schede Bianche}$

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{m}{m+k}$$

k Scuole Azzurre  
 $n = m+k$

⑥  $P(B|E_2) = P(B) \rightarrow$  k Scuole Bianche

$$P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{k}{m+k}$$

m Scuole Azzurre  
 $n = m+k$

LEGE DELLO ALTERNATIVE

①  $P(B) = P(B|E_1) \cdot P(E_1) + P(B|E_2) \cdot P(E_2)$

$$= \frac{m}{m+k} \cdot \frac{1}{2} + \frac{k}{m+k} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{m}{m+k} + \frac{k}{m+k} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{m+k}{m+k} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{a} \quad P(A|E_1) = P(A) \rightarrow \begin{array}{l} m \text{ Scuole Bianche} \\ k \text{ Scuole Azzurre} \\ n = m+k \end{array}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|U|} = \frac{k}{m+k}$$

$$\textcircled{b} \quad P(A|E_2) = P(A) \rightarrow \begin{array}{l} k \text{ Scuole Bianche} \\ m \text{ Scuole Azzurre} \\ n = m+k \end{array}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|U|} = \frac{m}{m+k}$$

$$\textcircled{1.2} \quad P(A) = P(A|E_1) \cdot P(E_1) + P(A|E_2) \cdot P(E_2)$$

$$= \frac{m}{m+k} \cdot \frac{1}{2} + \frac{k}{m+k} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{m}{m+k} + \frac{k}{m+k} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{m+k}{m+k} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad P(E_i|B) \quad \text{Teorema di Bayes}$$

$$\textcircled{a} \quad P(E_1 | B) = \frac{P(B | E_1) \cdot P(E_1)}{P(B)} = \frac{\frac{m}{m+k} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{m}{m+k} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2m}{2(m+k)} = \frac{m}{m+k}$$

$$\textcircled{b} \quad P(E_2 | B) = \frac{P(B | E_2) \cdot P(E_2)}{P(B)} = \frac{\frac{k}{m+k} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{k}{m+k} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2k}{2(m+k)} = \frac{k}{m+k}$$