Esercizio 7

Esercizio 5

$A = \{ ESCE \ 1 \ appure \ 2 \}$

$B = \{ ESCE \ UN \ NUMERO \ PARI \}$

$P(A) = \dfrac{1}{3}$

$P(B) = \dfrac{1}{2}$

$P(A \cap B) = \dfrac{1}{8}$

È TRUCCATO?

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$A = \{1, 2\}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

NON è TRUCCATO

A e B indipendenti

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

Non Sono indipendenti

$$c_1 = A \cup B$$
$$c_2 = A \cup (B \cap \bar{B})$$

$$c_3 = (A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B})$$

(c1) $A \cup B$ ~~non essendo~~ indipendenti

$$P(A \cup B) = P(B) - P(A \cap B)$$
$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{8 + 12 - 3}{24} = \frac{17}{24}$$

(c2) $A \cup (B \cap \bar{B})$

Sappiamo che $B \cap \bar{B} = \emptyset$

$\downarrow$

$A \cup \emptyset$

$\Downarrow$

che è sempre A

$\downarrow$

A

$P(A \cup (B \cap \bar{B})) = P(A) = \frac{1}{3}$

$$P(A \cup (B \cap \bar{B})) = P(A) = \frac{1}{3}$$

(3) $(A \cup B) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) =$

essendo eventi incompatibili
Vale l' ADDITIVITÀ

$$= P(A \cup B) + P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

$$= P[A \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) \cup B \cap (\bar{A} \cup \bar{B})]$$

$$= P[(A \cap \bar{A}) \cup (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}) \cup (B \cap \bar{B})]$$

$$= P(\emptyset \cup A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A} \cup \emptyset)$$

$$= P((A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A}))$$

$$= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A \cap \bar{A} \cap B \cap \bar{B})$$

$$\downarrow$$
$$\emptyset$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$