

## Esercizi

**Esercizio 1.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori  $-1, 0, 1$  con le seguenti probabilità:  $P(X = -1) = 0.1$ ,  $P(X = 0) = 0.8$ ,  $P(X = 1) = c$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^4$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 2.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori  $-5, 0, 5$  con le seguenti probabilità:  $P(X = -5) = 0.2$ ,  $P(X = 0) = 0.6$ ,  $P(X = 5) = c$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 3.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori  $-2, 0, 2$  con le seguenti probabilità:  $P(X = -2) = 0.1$ ,  $P(X = 0) = c$ ,  $P(X = 2) = 0.1$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^4$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 4.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori  $-3, 0, 3$  con le seguenti probabilità:  $P(X = -3) = 0.3$ ,  $P(X = 0) = 0.4$ ,  $P(X = 3) = c$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 5.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori 2, 4, 6 con le seguenti probabilità:  $P(X = 2) = 0.5$ ,  $P(X = 4) = 0.4$ ,  $P(X = 6) = c$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X + b$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 6.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta che assume valori 2, 4, 6 con le seguenti probabilità:  $P(X = 2) = 0.5$ ,  $P(X = 4) = 0.4$ ,  $P(X = 6) = c$ .

- Calcolare il valore di  $c$ .
- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = -3X + b$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .
- Calcolare la media e la varianza di  $Y$ .

**Esercizio 7.** Sia  $X$  una variabile aleatoria uniforme discreta che assume valori  $-1, 0, 1$ .

- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = e^{X^2}$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 8.** Sia  $X$  una variabile aleatoria uniforme discreta che assume valori  $-5, 0, 4$ .

- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Calcolare, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = aX + b$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ . Determinare la funzione di probabilità di  $Y$ , la media e la varianza distinguendo i casi  $a > 0$ ,  $a = 0$ ,  $a < 0$ .

**Esercizio 9.** Sia  $X$  una variabile aleatoria discreta tale che

$$P(X = m - a) = \frac{1}{2}, \quad P(X = m + a) = \frac{1}{2}.$$

- Determinare la funzione di distribuzione di  $X$  e disegnarne il grafico.
- Dimostrare che  $E(X) = m$  e  $Var(X) = a^2$ .
- Discutere il caso  $a = 0$ .

**Esercizio 10.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^3$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 11.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & -1 < x < 0 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^3$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 12.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 13.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^3, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 14.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^3, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 15.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^{-1/2}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^{1/2}$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 16.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^{1/2}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^{1/2}$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 17.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^3, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^2$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 18.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^{-1/2} & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^{1/2}$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .

**Esercizio 19.** Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} kx^{1/2} & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{altrove,} \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- Calcolare il valore di  $k$ .
- Determinare la funzione di distribuzione, la media e la varianza di  $X$ .
- Sia  $Y = X^{1/2}$ . Determinare la funzione di distribuzione e la funzione densità di probabilità di  $Y$ .