Esercizio 8

sabato 8 maggio 2021 23:37

$S_1 = \{$ Primo studente risolve correttamente un esercizio $\}$

$S_2 = \{$ Secondo studente risolve correttamente un esercizio $\}$

Gli studenti lavorano indipendentemente

$P(S_1) = p$

$P(S_2) = q$

$A = \{$ l'esercizio è stato svolto correttamente $\}$

Gli eventi B_i incompatibili sono:

- B_1 : S_1 risolve, S_2 non risolve
- B_2 S_1 non risolve, S_2 risolve
- B_3 S_1 risolve, S_2 risolve

• B_4 S_1 non risolve, S_2 non risolve

$$\bigcup_{i=1}^{4} B_i = \Omega$$

$$P(B_i|A)$$

$$P(A) = \sum_{i=1}^{4} P(A|B_i) \cdot P(B_i)$$

$$= P(S_1 \text{ risolve}) \cdot P(S_2 \text{ non risolve}) +$$
$$P(S_1 \text{ non risolve}) \; P(S_2 \text{ risolve}) +$$
$$P(S_1 \text{ risolve}) \cdot P(S_2 \text{ risolve}) +$$
$$P(S_1 \text{ non risolve}) \cdot P(S_2 \text{ non risolve})$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1)\,P(B_1)}{P(A)} = \frac{p(1-q)}{p(1-q) + (1-p)q}$$

$$P(B_2|A) = \frac{P(A|B_2)\,P(B_2)}{P(A)} = \frac{(1-p)q}{p(1-q) + (1-p)q}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3)\,P(B_3)}{P(A)} = \frac{p \cdot q}{p(1-q) + (1-p)q}$$

$$P(B_4|A) = \frac{P(A|B_4)\,P(B_4)}{} = \frac{(1-p)(1-q)}{}$$

$$P(B_s | A) = \frac{P(A | B_s) P(B_s)}{P(A)} = \frac{(1-p)(1-q)}{p(1-q)+(1-p)q}$$

$$= p(1-q) + (1-p)q + p \cdot q + (1-p) \cdot (1-q)$$

Almeno uno completo correttamente

$$p(1-q) + (1-p)q + p \cdot q =$$

$$p - pq + q - \cancel{pq} \cancel{+pq} =$$

$$= p + q - p \cdot q$$

Esattamente uno studente completa correttamente

$$p(1-q) + (1-p)q = p - pq + q - pq$$

$$= p + q - 2pq$$