Domande MD

Suriettività

Una funzione f da A ad A' si dice *suriettiva* se $Im\ F = A'$, ossia se per $\forall a' \in A'$ tale che $f(a) = a'$.

Esempio se richiesto:

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x + 1$
   - Per ogni $y \in \mathbb{R}$, possiamo trovare $x = \frac{y-1}{2} tale che f(x) = y$.
   - Quindi f è suriettiva.
2. $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \geq 0,\ g(x) = x^2$
   - Non è suriettiva perché valori negativi in $\mathbb{R} \geq 0$ non hanno controimmagine.

Iniettività

Una funzione f da A ad A' si dice *iniettiva* se elementi distinti di A hanno immagini distinte in A', ossia se:

- $\forall a, b \in A,\ a \neq b \implies f(a) \neq f(b)$
  o in forma equivalente:
- $\forall a, b \in A,\ f(a) = f(b) \implies a = b$

Esempio se richiesto:

1. $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x + 1$
   - Se $f(a) = f(b) \Rightarrow 2a + 1 = 2b + 1 \Rightarrow a = b$
   - Quindi f è iniettiva.
2. $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = x^2$
   - Non è iniettiva perché $g(1) = g(-1) = 1, ma 1 \neq -1$.

Biettività

Una funzione f da A ad A' è detta biettivase contemporaneamente suriettiva e iniettiva.

Funzione composta

Date due funzioni $f : A \to B$ e $g : B \to C$, si definisce *funzione composta* di f con g, e si indica con $g \circ f$, la funzione:
$g \circ f : A \to C$

data con:
$(g \circ f)(a) := g(f(a)) \; \forall a \in A$

Esempio in caso lo chieda:

Siano:

- $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 2x + 1$
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(y) = y^2$

Allora la composizione $g \circ f$ è:

- $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = (2x + 1)^2$
- **Dominio**: $\mathbb{R}$
- **Codominio**: $\mathbb{R}$

Grafo

Un **grafo** è una coppia ordinata $G = (V, E)$ dove:

- V è un insieme finito e non vuoto i cui elementi si chiamano **vertici** o **nodi** o **puntatori**;
- E un insieme $E \subseteq V \times V$ di coppie ordinate di elementi di V che si chiamano *archi* o *lati*.

Monoide e Elemento invertibile del monoide

Sia $(M, *)$ un **monoide**, cioè:

- M è un insieme,
- $* : M \times M \to M$ è un'operazione binaria **associativa**,
- esiste un elemento neutro $e \in M$ t. c. $\forall a \in M \quad a * e = e * a = a$.

Un elemento $a \in M$ si dice **invertibile** se esiste un elemento $b \in M$ tale che:
$a * b = b * a = e$
dove e è l'elemento neutro del monoide.
L'elemento b si chiama **inverso** di a.

Definizione di funzione da un insieme A ad un insieme B

Siano A e B due insiemi.
Una **funzione** da A a B è una relazione $f \subseteq A \times B$ tale che:
$\forall a \in A \; \exists! \; b \in B \; : \; (a, b) \in f$.