

5 - Grammatiche e macchine

Gerarchia di Chomsky

Sia $G = (X, V, S, P)$ una grammatica, dalla sua definizione si ha:

$$P = \{v \rightarrow w \mid v \in (X \cup V)^+ \text{ e } v \text{ contiene almeno un NT}, w \in (X \cup V)^*\}$$

Definita anche come la produzione di una coppia di stringe (dove v appartiene all'insieme di tutti i simboli con almeno un simbolo terminale e w l'unione dei simboli terminali e non terminali)

Classificazione

A seconda delle restrizioni imposte sulle regole di produzione, si distinguono le varie classi di grammatiche:

- **Tipo 0:** quando le stringhe che appaiono nella produzione non sono soggette ad alcuna limitazione
- **Tipo 1 - Dipendenti da contesto:** quando le produzioni sono limitate alla forma
 1. $yAz \rightarrow ywz$ con $A \in V$, $y, z \in (X \cup V)^*$, $w \in (X \cup V)^*$
 2. $S \rightarrow \lambda$, purchè S non compaia nella parte destra di alcuna produzione
- **Tipo 2 - Libera da contesto:** quando le produzioni sono limitate alla forma
 $v \rightarrow w$ con $v \in V$
- **Tipo 3 - Lineare destra:** quando le produzioni sono limitate alla forma
 1. $A \rightarrow bC$ con $A, C \in V$ e $b \in X$ (A e C producono terminale, b produce non terminale)
 2. $A \rightarrow b$ con $A \in V$ e $b \in X \cup \{\lambda\}$ (A produce terminale e b produce nulla)

Una grammatica di tipo '3' è detta **lineare destra** perché il simbolo NT , se c'è, compare a destra (nella parte destra della produzione).

Un linguaggio generato da una tale grammatica è detto di tipo '3' o lineare a destro

Teorema della gerarchia

Il **Teorema della Gerarchia di Chomsky** dimostra che le quattro classi di linguaggi formali (classificate come tipo 0, 1, 2 e 3) formano una gerarchia strettamente inclusiva, dove ogni classe è un sottoinsieme proprio della precedente.

Denotiamo con \mathcal{L}_i (Insieme dei linguaggi di tipo i) il seguente insieme:

$$\mathcal{L}_i = \{L \subset X^* \mid L = L(G), G \text{ di tipo } i\}$$

[finire, fino a slide 15]