In [1]:

```
import numpy as np
from numpy.linalg import norm
from math import sqrt
```

1. Исследовать на линейную зависимость:

$$f_1(x) = e^x, f_2(x) = 1, f_3(x) = x + 1, f_4(x) = x - e^x.$$

$$f_4(x) = f_3(x) - f_2(x) - f_1(x)$$

=> f4(x) - линейная комбинация f3(x), f2(x) и f1(x)

2. Исследовать на линейную зависимость:

$$f_1(x) = 2, f_2(x) = x, f_3(x) = x^2, f_4(x) = (x + 1)^2$$

$$f_4(x) = f_3(x) + 2f_2(x) + 0.5f_1(x)$$

=> f4(x) - линейная комбинация f3(x), f2(x) и f1(x)

3. Найти координаты вектора $x = (2, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ в базисе $b_1 = (0, 0, 10)$, $b_2 = (2, 0, 0)$, $b_3 = (0, 1, 0)$.

x = b2 + 3b3 +0.5b1

координаты: 1, 3, 0.5

4. Найти координаты вектора $3x^2 - 2x + 2 \in \mathbb{R}^3[x]$:

а) в базисе $1, x, x^2$;

б) в базисе $x^2, x - 1, 1$.

а) 2, -2, 3;

б) 3, -2, 0

5. Установить, является ли линейным подпространством:

а) совокупность всех векторов трехмерного пространства, у которых по крайней мере одна из первых двух координат равна нулю;

б) все векторы, являющиеся линейными комбинациями данных векторов $\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$.

а) Да, так как при сложении и умножении таких векторов мы получим векторы принадлежащие тому же линейному пространству.

б) Да, так как при сложении и умножении таких векторов мы получим векторы принадлежащие тому же линейному пространству.

Часть 2

1. Найти скалярное произведение векторов $x, y \in \mathbb{R}$:
а) $x = (0, -3, 6),\ \ y = (-4, 7, 9)$;
б) $x = (7, -4, 0, 1),\ \ y = (-3, 1, 11, 2)$.

In [2]:

```
x = np.array([0, -3, 6])
y = np.array([-4, 7, 9])
```

In [3]:

```
x.dot(y)
```

Out[3]:

```
33
```

In [4]:

```
x = np.array([7, -4, 0, 1])
y = np.array([-3, 1, 11, 2])
```

In [5]:

```
x.dot(y)
```

Out[5]:

```
-23
```

2. Найти нормы векторов $(4, 2, 4)$ и $(12, 3, 4)$ и угол между ними.

In [6]:

```
a = np.array([4, 2, 4])
b = np.array([12, 3, 4])
```

In [7]:

```
print(f'Манхетовская норма вектора a:\n{norm(a, ord=1)}')
print(f'Евклидова норма вектора a:\n{norm(a, ord=2)}')
```

```
Манхетовская норма вектора a:
10.0
Евклидова норма вектора a:
6.0
```

In [8]:

```
print(f'Манхетовская норма вектора b:\n{norm(b, ord=1)}')
print(f'Евклидова норма вектора b:\n{norm(b, ord=2)}')
```

```
Манхетовская норма вектора b:
19.0
Евклидова норма вектора b:
13.0
```

In [9]:

```
cos_phi = np.dot(a, b) / norm(a) / norm(b)
print(f'Угол между векторами a и b:\n{cos_phi}')
```

```
Угол между векторами a и b:
0.8974358974358974
```

3. Будет ли линейное пространство евклидовым, если за скалярное произведение принять:
а) произведение длин векторов;
б) утроенное обычное скалярное произведение векторов?

In [ ]:

```
```

4. Какие из нижеперечисленных векторов образуют ортонормированный базис в линейном пространстве $\mathbb{R}^3$:
а) $(1, 0, 0), (0, 0, 1)$;
б) $(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0), (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0), (0, 0, 1)$;
в) $(1/2, -1/2, 0), (0, 1/2, 1/2), (0, 0, 1)$;
г) $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$?

а - не подходит, тк всего два вектора

In [10]:

```
# Проверим б
x = np.array([1/sqrt(2),-1/sqrt(2),0])
y = np.array([1/sqrt(2),1/sqrt(2),0])
z = np.array([0,0,1])
```

In [11]:

```
x.dot(y) == 0
```

Out[11]:

```
False
```

In [12]:

```
x.dot(z) == 0
```

Out[12]:

```
True
```

In [13]:

```
y.dot(z) == 0
```

Out[13]:

```
True
```

In [14]:

```
for v in [x, y, z]:
    print(v.dot(v) == 1)
```

```
False
False
True
```

In [15]:

```
# Проверим в
x = np.array([1/2, -1/2, 0])
y = np.array([0, 1/2, 1/2])
z = np.array([0,0,1])
```

In [16]:

```
x.dot(y) == 0
```

Out[16]:

```
False
```

In [17]:

```
x.dot(z) == 0
```

Out[17]:

```
True
```

In [18]:

```
y.dot(z) == 0
```

Out[18]:

```
False
```

In [19]:

```
for v in [x, y, z]:
    print(v.dot(v) == 1)
```

```
False
False
True
```

In [20]:

```
# Проверим г
x = np.array([1,0,0])
y = np.array([0,1,0])
z = np.array([0,0,1])
```

In [21]:

```
x.dot(y) == 0
```

Out[21]:

```
True
```

In [22]:

```
x.dot(z) == 0
```

Out[22]:

```
True
```

In [23]:

```
y.dot(z) == 0
```

Out[23]:

```
True
```

In [24]:

```
for v in [x, y, z]:
    print(v.dot(v) == 1)
```

```
True
True
True
```

Как видим только вариант "б" и "г" соответствуют условиям.