

Matematica Discreta - Esame Scritto: Appello 2

Domanda 1 Sia A l'insieme delle funzioni $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$. Poniamo una relazione R su A ponendo

$$f R g \iff f = o(g)$$

per ogni $f, g \in A$. Allora:

Domanda 2 Sia $f : [6] \rightarrow [9]$ la funzione definita ponendo $f(1) = 3$, $f(2) = 3$, $f(3) = 7$, $f(4) = 6$, $f(5) = 2$, $f(6) = 9$. Allora $f^{-1}(\{2, 4, 6\})$:

Domanda 3 Siano p, q, r proposizioni. Allora una proposizione composta logicamente equivalente a

$$p \vee (q \wedge r)$$

è:

- (a) $p \rightarrow ((\neg q) \vee (\neg r))$
- (b) $(\neg p) \rightarrow (q \wedge r)$
- (c) $(\neg p) \rightarrow ((\neg q) \vee (\neg r))$
- (d) $(\neg p) \rightarrow (q \wedge r)$
- (e) Nessuna delle altre

Domanda 4 Consideriamo la proposizione composta:

non tutti i numeri perfetti sono dispari

Allora una proposizione composta logicamente equivalente è:

Domanda 5 Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ una soluzione della ricorsione lineare a coefficienti costanti:

$$f(n+2) = 3f(n+1) - f(n)$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$, tale che $f(0), f(1) \in \mathbb{Z}$, $f(1) > f(0)$, e $(f(0), f(1)) = 1$. Allora:

Domanda 6 Sia $\Phi : \mathbb{P} \rightarrow \mathbb{P}$ la funzione di Eulero. Quanti numeri $i \in \mathbb{P}$ ci sono tali che $\Phi(i) = 3$?

Domanda 7 Il numero di sottoinsiemi $S \subseteq [13]$ tali che $2 \notin S$ e $11 \in S$ è:

Domanda 8 Il numero di multinsiemi di cardinalità 16 su [9] è:

Domanda 9 Siano $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ tali che $f \approx g$. Allora:

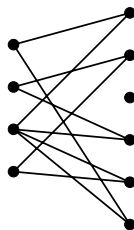
- (a) $e^f \approx e^g$ e $f^2 \not\approx g^2$
- (b) $e^f \approx e^g$ e $f^2 \approx g^2$
- (c) $f = o(g)$ e $f^2 \approx g^2$
- (d) $e^f \not\approx e^g$ e $f^2 \approx g^2$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 10 Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione della ricorrenza lineare a coefficienti costanti:

$$f(n+2) = 3f(n+1) - 2f(n)$$

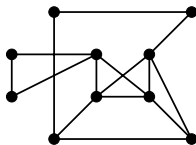
per ogni $n \in \mathbb{N}$, con le condizioni iniziali $f(0) = 0$ e $f(1) = 1$. Allora f è asintoticamente equivalente a:

Domanda 11 Sia $G = (V, E)$ il grafo rappresentato graficamente qui di sotto.



Sia A l'insieme dei vertici a sinistra e sia B l'insieme dei vertici a destra. Allora:

Domanda 12 Sia $G = (V, E)$ il grafo rappresentato graficamente qui di sotto:



Allora il numero cromatico di G è: