# RELAZIONI FRA LINGUAGGI E MACCHINE DI TURING

## POSSIAMO DESCRIVERE OGNI LINGUAGGIO $L_i$ CON UNA MACCHINA DI TURING $T_i$?

SIA I LINGUAGGI $L$ CHE LE MACCHINE $T$ CHE POSSIAMO DEFINIRE SONO $\infty$,
MA APPARTENGONO A CLASSI DI INFINITO DIFFERENTI

DIM

i) POSSIAMO DESCRIVERE UNA QUALUNQUE MACCHINA $T$ TRAMITE UNA PAROLA $\alpha$

ii) CODIFICHIAMO LA PAROLA $\alpha$ IN BINARIO $\beta$

iii) RAPPRESENTIAMO IL NUMERO BINARIO $\beta$ COME UN NUMERO $\gamma \in \mathbb{N}$

iv) CREIAMO UN SOTTOINSIEME $\mathcal{Y} \subseteq \mathbb{N}$ COMPOSTO $\forall \gamma$

$\boxed{|\mathcal{Y}| = |\mathbb{N}| = \infty}$

v) $\mathcal{Y}$ È NUMERABILE POICHÉ $\mathcal{Y} \subseteq \mathbb{N}$

vi) OGNI MACCHINA $T$, ESSENDO ASSOCIATA AD UN $\gamma$, È NUMERABILE

vii) CREIAMO UNA CORRISPONDENZA FRA LE PAROLE DI ACCETTAZIONE
E I NUMERI NATURALI

| $q_A$ | | $n$ | | $P \in \mathcal{Q}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\varepsilon$ | $\rightarrow$ | 1 | $\rightarrow$ | $P_1$ |
| 0 | $\rightarrow$ | 2 | $\rightarrow$ | $P_2$ |
| 1 | $\rightarrow$ | 3 | $\rightarrow$ | $P_3$ |
| 00 | $\rightarrow$ | 4 | $\rightarrow$ | $P_4$ |
| 01 | $\rightarrow$ | 5 | $\rightarrow$ | $P_5$ |

viii) CREIAMO UNA TABELLA CON I SEGUENTI VINCOLI:

SIA $T_{H_i}$ MACCHINA DI TURING E $P_j$ PAROLA DI ACCETTAZIONE: $\forall i \in \mathcal{N}, \forall j \in \mathcal{A}$

$T_{H_i}(P_j) = q_A \rightarrow 1$

$T_{H_i}(P_j) \neq q_A \rightarrow 0$

| $L_D$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | ... | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_{H_1}$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $T_{H_2}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| $T_{H_3}$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\vdots$ |
| $T_{H_4}$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | $\vdots$ |
| $T_{H_5}$ | | | | | $\ddots$ | | |
| $\vdots$ | | $\ddots$ | | | | $\ddots$ | $\vdots$ |
| $\vdots$ | | | | | | | $\vdots$ |

ix) POSSIAMO RICONOSCERE $L_D$ E $L_{\bar{D}}$

$L_D = \{P_1, P_3 \dots\}$, $L_{\bar{D}} = \{P_2, P_4 \dots\}$

x) NE TIRIAMO FUORI CHE $T_{H_i}(P_i) = q_A \iff P_i \notin L_{\bar{D}}$

xi) SE $P_i \in L_{\bar{D}}$ ALLORA $\nexists\, T_{H_i}(P_i) = q_A$

xii) NON POSSIAMO RICONOSCERE TUTTI I LINGUAGGI MEDIANTE LE MACCHINE DI TURING

# PROBLEMA DI HALTING $\longrightarrow$ CAPIRE SE UN PROBLEMA SIA DECIDIBILE O NO

DIMOSTRARE L'ESISTENZA DI UN PROGRAMMA

$$L_H = \{ \langle i, x \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : i \text{ È LA CODIFICA DELLA MACCHINA } T \wedge T_i(x) \text{ TERMINA} \}$$

CHE PERMETTE DI SAPERE SE UN PROGRAMMA TERMINI

DIM DELL'ACCETTABILITÀ DI $L_H$

i) CREIAMO LA MACCHINA UNIVERSALE $U'$:

1) CON INPUT $i$ E $x$

2) VERIFICA CHE $i$ SIA LA CODIFICA DI UNA MACCHINA DI TURING

   2.a) SE NON LO È VA IN $q_R$

3) SIMULA $U(i,x)$

   3.a) SE $U(i,x)$ TERMINA IN $q_A$ O $q_R$ ACCETTA

4) $U'$ NON PUÒ TERMINARE SE $U$ NON TERMINA

ii) $U'$ NON DECIDE $L_H$

DIM DELLA NON DECIDIBILITÀ DI $L_H$

PER ASSURDO

i) SE $\exists\, T$ CHE DECIDE $L_H$:

$$\forall \langle i,x \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \left[ T(i,x) = \begin{cases} q_A & \text{SE } \langle i,x \rangle \in L_H \\ q_R & \text{SE } \langle i,x \rangle \notin L_H \end{cases} \right]$$

ii) CREO $T'$ A PARTIRE DA $T$:

$T'(i,x)$ SIMULA $T(i,x)$:

SE $T(i,x) = q_A \rightarrow T'(i,x) = q_R$

SE $T(i,x) = q_R \rightarrow T'(i,x) = q_A$

INVERTE STATO DI ACCETTAZIONE E STATO DI RIGETTO

$$T'(i,x) = \begin{cases} q_R \text{ SE } T(i,x) = q_A \\ q_A \text{ SE } T(i,x) = q_R \end{cases} = \begin{cases} q_R \text{ SE } \langle i,x \rangle \in L_H \\ q_A \text{ SE } \langle i,x \rangle \notin L_H \end{cases}$$

iii) CREO $T''(i,x)$ A PARTIRE DA $T'(i,x)$:

$T''(i,x)$ SIMULA $T'(i,x)$:

SE $T'(i,x) = q_A \rightarrow T''(i,x) = \omega_A$

SE $T'(i,x) = q_R \rightarrow T''(i,x)$ ESEGUE LA QUINTUPLA $\langle q_R, \alpha, \alpha, q_R, F \rangle$

ENTRA IN UN LOOP

$$T''(i,x) = \begin{cases} \omega_A \text{ SE } T'(i,x) = q_A \\ \text{NON TERMINA SE } T'(i,x) = q_R \end{cases} = \begin{cases} \omega_A \text{ SE } \langle i,x \rangle \notin L_H \\ \text{NON TERMINA SE } \langle i,x \rangle \in L_H \end{cases}$$

$T''$ ACCETTA $\overline{L_H}$

iv) CREO $T^*(i)$ A PARTIRE DA $T''(i,x)$:

$T^*(i)$ SIMULA $T''(i,x)$:

SE $T''(i,x) = \omega_A \longrightarrow T^*(i) = q_A$

SE $T''(i,x)$ NON TERMINA $\longrightarrow T^*(i)$ NON TERMINA

FA DIVENTARE L'INPUT SOLO $i$

$$T^*(i) = T''(i,x) = \begin{cases} q_A \text{ SE } i \notin L_H \\ \text{NON TERMINA SE } i \in L_H \end{cases}$$

V) SE $\exists T \rightarrow \exists T' \rightarrow \exists T'' \rightarrow \exists T^*$:

$\exists k \in \mathbb{N} : T^* = T_k$

PAROLA CHE RAPPRESENTA $T^*$

vi) ESEGUO $T^*(K)$ → $T(T^*)$

1) TERMINA:

1.a) $T''(K,K)$ TERMINA

1.b) LA COPPIA $\langle K,K \rangle \notin L_H$

1.c) PER LA DEF DI $L_H$:

K NON È UNA CODIFICA DI T

OPPURE

$T^*(K)$ NON TERMINA

1.d) PER COSTRUZIONE K È CODIFICA

1.e) $T^*(K)$ NON TERMINA → ASSURDO → SIAMO NEL CASO IN CUI TERMINA

2) NON TERMINA:

1.a) $T''(K,K)$ NON TERMINA

1.b) LA COPPIA $\langle K,K \rangle \in L_H$

1.c) PER LA DEF DI $L_H$:

K È UNA CODIFICA DI T

E

$T^*(K)$ TERMINA

1.d) PER COSTRUZIONE K È CODIFICA

1.e) $T^*(K)$ TERMINA → ASSURDO → SIAMO NEL CASO IN CUI NON TERMINA

vii) $\nexists T^* \rightarrow \nexists T'' \rightarrow \nexists T' \rightarrow \nexists T$ ■