

RELAZIONI FRA LINGUAGGI E MACCHINE DI TURING

POSSIAMO DESCRIVERE OGNI LINGUAGGIO L , CON UNA MACCHINA DI TURING T ?

SIA I LINGUAGGI L CHE LE MACCHINE T CHE POSSIAMO DEFINIRE SONO ∞ ,
MA APPARTENGONO A CLASSI DI INFINITO DIFFERENTI

DIT

i) POSSIAMO DESCRIVERE UNA QUALUNQUE MACCHINA T TRAMITE UNA PAROLA α

ii) CODIFICHIAMO LA PAROLA α IN BINARIO β

iii) RAPPRESENTIAMO IL NUMERO BINARIO β COME UN NUMERO $\delta \in \mathbb{N}$

iv) CREIAMO UN SOTTOINSIEME $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{N}$ COMPOSTO $\forall \delta$

$$\hookrightarrow |\mathcal{D}| = |\mathbb{N}| = \infty$$

v) \mathcal{D} È NUMERABILE POICHÉ $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{N}$

vi) OGNI MACCHINA T , ESSENDO ASSOCIATA AD UN δ , È NUMERABILE

vii) CREIAMO UNA CORRISPONDENZA FRA LE PAROLE DI ACCETTATIONE
E I NUMERI NATURALI

q_A	h	$p \in A$
ϵ	$\rightarrow 1$	$\rightarrow p_1$
0	$\rightarrow 2$	$\rightarrow p_2$
1	$\rightarrow 3$	$\rightarrow p_3$
00	$\rightarrow 4$	$\rightarrow p_4$
01	$\rightarrow 5$	$\rightarrow p_5$

iii) CREIAMO UNA TABELLA CON I SEGUENTI VINCOLI:

SIA T_{H_i} MACCHINA DI TURING E P_j PAROLA DI ACCETTAZIONE: $\forall i \in \mathbb{N}, \forall j \in \mathbb{N}$

$$T_{H_i}(P_j) = q_A \rightarrow 1$$

$$T_{H_i}(P_j) \neq q_A \rightarrow 0$$

L_D	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
T_{H_1}	1	0	1	1	0	1	0
T_{H_2}	0	0	1	0	1	0	1
T_{H_3}	1	1	1	0	0	0	...
T_{H_4}	0	0	1	0	1	1	...
T_{H_5}					...		
...	
...							...

i) POSSIAMO RICONOSCERE L_D E L_D^c

$$L_D = \{P_1, P_3, \dots\}, L_D^c = \{P_2, P_4, \dots\}$$

ii) NE TIRIAMO FUORI CHE $T_{H_i}(P_i) = q_A \Leftrightarrow P_i \notin L_D$

iii) SE $P_i \in L_D$ ALLORA $\exists T_{H_i}(P_i) = q_A$

iv) NON POSSIAMO RICONOSCERE TUTTI I LINGUAGGI MEDIANTE LE MACCHINE DI TURING

PROBLEMA DI HALTING → CAPIRE SE UN PROBLEMA SIA DECIDIBILE O NO

DIMOSTRARE L'ESISTENZA DI UN PROGRAMMA

$$L_H = \{ \langle i, x \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : i \text{ È LA CODIFICA DELLA MACCHINA } T \wedge T_i(x) \text{ TERMINA} \}$$

CHE PERMETTE DI SAPERE SE UN PROGRAMMA TERMINI

DIM DELL'ACCOITABILITÀ DI L_H

i) CREIAMO LA MACCHINA UNIVERSALE U' :

1) CON INPUT i E x

2) VERIFICA CHE i SIA LA CODIFICA DI UNA MACCHINA DI TURING

2.a) SE NON LO È VA IN q_R

3) SIMULA $U(i, x)$

3.a) SE $U(i, x)$ TERMINA IN q_A O q_R ACCETTA

4) U' NON PUÒ TERMINARE SE U NON TERMINA

ii) U' NON DECIDE L_H

DIM DELLA NON DECIDIBILITÀ DI L_H

PER ASSURDO

i) SE $\exists T$ CHE DECIDE L_H :

$$\forall \langle i, x \rangle \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \left[T(i, x) = \begin{cases} q_A & \text{SE } \langle i, x \rangle \in L_H \\ q_R & \text{SE } \langle i, x \rangle \notin L_H \end{cases} \right]$$

ii) CREO T' A PARTIRE DA T :

$T'(i, x)$ SIMULA $T(i, x)$:

$$\text{SE } T(i, x) = q_A \rightarrow T'(i, x) = q_R$$

$$\text{SE } T(i, x) = q_R \rightarrow T'(i, x) = q_A$$

INVERTE STATO DI ACCETTAZIONE

È STATO DI RIGETTO

$$T'(i, x) = \begin{cases} q_R & \text{SE } T(i, x) = q_A \\ q_A & \text{SE } T(i, x) = q_R \end{cases} = \begin{cases} q_R & \text{SE } \langle i, x \rangle \in L_H \\ q_A & \text{SE } \langle i, x \rangle \notin L_H \end{cases}$$

iii) CREO $T''(i, x)$ A PARTIRE DA $T'(i, x)$:

$T''(i, x)$ SIMULA $T'(i, x)$:

$$\text{SE } T'(i, x) = q_A \rightarrow T''(i, x) = w_A$$

$$\text{SE } T'(i, x) = q_R \rightarrow T''(i, x) \text{ ESCOGUE LA QUINTUPLA } \langle q_R, \alpha, \alpha, q_R, F \rangle$$

ENTRA IN UN LOOP

$$T''(i, x) = \begin{cases} w_A & \text{SE } T'(i, x) = q_A \\ \text{NON TERMINA} & \text{SE } T'(i, x) = q_R \end{cases} = \begin{cases} w_A & \text{SE } \langle i, x \rangle \notin L_H \\ \text{NON TERMINA} & \text{SE } \langle i, x \rangle \in L_H \end{cases}$$

T'' ACCETTA \bar{L}_H

iv) CREO $\bar{T}(i)$ A PARTIRE DA $T''(i, x)$:

$\bar{T}(i)$ SIMULA $T''(i, x)$:

$$\text{SE } T''(i, x) = w_A \longrightarrow \bar{T}(i) = q_A$$

$$\text{SE } T''(i, x) \text{ NON TERMINA} \longrightarrow \bar{T}(i) \text{ NON TERMINA}$$

FA DIVENTARE L'INPUT SOLO i

$$\bar{T}(i) = \bar{T}(i, x) = \begin{cases} q_A & \text{SE } i \notin L_H \\ \text{NON TERMINA} & \text{SE } i \in L_H \end{cases}$$

v) SE $\exists T \rightarrow \exists T' \rightarrow \exists T'' \rightarrow \exists \bar{T}$:

$$\exists k \in \mathbb{N}: \bar{T} = \bar{T}_k$$

PAROLA CHE RAPPRESENTA \bar{T}^*

Vii) ESEGUO $\bar{T}^*(k) \rightarrow \bar{T}^*(T^*)$

1) TERMINA:

1.a) $\bar{T}''(k, k)$ TERMINA

1.b) LA COPPIA $\langle k, k \rangle \in L_H$

1.c) PER LA DEF DI L_H :

k NON È UNA CODIFICA DI T

OPPURE

$\bar{T}^*(k)$ NON TERMINA

1.d) PER COSTRUZIONE k È CODIFICA

1.e) $\bar{T}^*(k)$ NON TERMINA \rightarrow ASSURDO \rightarrow SIAMO NEL CASO IN CUI TERMINA

2) NON TERMINA:

1.a) $\bar{T}''(k, k)$ NON TERMINA

1.b) LA COPPIA $\langle k, k \rangle \in L_H$

1.c) PER LA DEF DI L_H :

k È UNA CODIFICA DI T

È

$\bar{T}^*(k)$ TERMINA

1.d) PER COSTRUZIONE k È CODIFICA

1.e) $\bar{T}^*(k)$ TERMINA \rightarrow ASSURDO \rightarrow SIAMO NEL CASO IN CUI NON TERMINA

Viii) $\cancel{T}^* \rightarrow \cancel{T}'' \rightarrow \cancel{T}' \rightarrow \cancel{T}$

