

Matematica Discreta - Ammissione all'orale: Appello 1
(Prof. F. Brenti)

Domanda 1 Sia R la relazione su $[5]$ definita ponendo

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (1, 4), (2, 4), (4, 5), (2, 5), (4, 1)\}.$$

Allora:

- (a) R è riflessiva, R è simmetrica, e R è transitiva
- (b) R è riflessiva, R non è simmetrica, e R è transitiva
- (c) R non è riflessiva, R è simmetrica, e R è transitiva
- (d) R non è riflessiva, R è simmetrica, e R non è transitiva
- (e) Nessuna di queste

Domanda 2 Sia $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ la funzione definita ponendo:

$$f(n) = \begin{cases} 3n + 1, & \text{se } n \text{ è pari,} \\ 4n - 2, & \text{se } n \text{ è dispari,} \end{cases}$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora $f^{-1}(\{2, 3, 7, 11\})$ è uguale a:

- (a) \emptyset
- (b) $\{7, 10, 26, 42\}$
- (c) $\{1, 2\}$
- (d) $\{6, 10, 22, 34\}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 3 Consideriamo l'affermazione:

“(se (passo l'esame) allora (vado in montagna)) o (se (passo l'esame) allora
(vado al mare))”

Allora una proposizione logicamente equivalente è:

- (a) se (passo l'esame) allora (o (vado in montagna) o (vado al mare))

- (b) se (passo l'esame) allora (o (non vado in montagna) o (non vado al mare))
- (c) se ((non vado in montagna) e (non vado al mare)) allora (passo l'esame)
- (d) (non vado in montagna) o (non vado al mare) o (non passo l'esame)
- (e) Nessuna di queste

Domanda 4 Siano $P(x)$ e $Q(x)$ predicati. Consideriamo il predicato:

$$\forall x.(P(x) \wedge Q(x))$$

Allora un predicato logicamente equivalente alla sua negazione logica è:

- (a) $\exists x.(P(x) \vee Q(x))$
- (b) $\forall x.((\neg P(x)) \vee (\neg Q(x)))$
- (c) $\exists x.(P(x) \wedge Q(x))$
- (d) $\forall x.((\neg P(x)) \vee (\neg Q(x)))$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 5 L'inversa moltiplicativa di

$$[136]_{581}$$

- (a) non esiste
- (b) esiste ma non è unica
- (c) è della forma $[a]_{581}$ dove $a \equiv 1 \pmod{3}$
- (d) è della forma $[a]_{581}$ dove $a \equiv 2 \pmod{3}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 6 State comunicando con il codice RSA. Avete due interlocutori: A e B . Le chiavi pubbliche sono $n = 1513$ ed $e = 65$ (A), e $n = 2173$ ed $e = 73$ (B). Le vostre chiavi sono: $n = 5893$, $e = 129$ (pubbliche) e $d = 89$ (privata). Ricevete il messaggio 253 da A . Per decodificarlo dovete calcolare:

- (a) $[89^{253}]_{5893}$

- (b) $[253^{89}]_{5893}$
- (c) $[253^{65}]_{1513}$
- (d) $[253^{65}]_{5893}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 7 Quanti codici PIN di 5 cifre ci sono che hanno almeno tre cifre consecutive uguali? (Per “codice PIN” si intende una sequenza di 5 cifre, ognuna compresa tra 0 e 9.)

- (a) 3200
- (b) 2946
- (c) 2800
- (d) 6488
- (e) Nessuna di queste

Domanda 8 Quanti multisinsiemi di cardinalità 15 su $[6]$ ci sono?

- (a) 36628
- (b) 2892
- (c) 245672
- (d) 15504
- (e) Nessuna di queste

Domanda 9 Consideriamo le seguenti righe di codice Python:

```
for i in range(1,n+1):
    for j in range(1,i+1):
        (...)
```

Sia $f(n)$ il numero di volte che viene ripetuto il codice (...). Allora $f(n)$ è asintoticamente equivalente a:

- (a) n^2
- (b) $\frac{1}{2} n^2$
- (c) 2^{n-1}

- (d) 2^n
- (e) Nessuna di queste

Domanda 10 Siano $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ tali che $f \approx g$. Allora:

- (a) $f \neq o(g^2)$ e $\sqrt{f} \not\approx \sqrt{g}$
- (b) $f = o(g^2)$ e $\sqrt{f} \approx \sqrt{g}$
- (c) $f = o(g^2)$ e $\sqrt{f} \not\approx \sqrt{g}$
- (d) $f = O(g^2)$ e $\sqrt{f} \approx \sqrt{g}$
- (e) Nessuna di queste

Domanda 11 Sia $G = (A \cup B, E)$ il grafo avente come insieme dei vertici $A \cup B$ dove

$$A := \{S \subseteq [10] : |S| = 3\}$$

$$B := \{T \subseteq [10] : |T| = 4\}$$

e dove, per ogni $S, T \in A \cup B$, $\{S, T\} \in E$ se e solo se $S \subseteq T$ (quindi, per esempio, $\{\{1, 2, 8\}, \{1, 2, 5, 8\}\} \in E$, mentre $\{\{1, 2, 8\}, \{2, 5, 6, 9\}\} \notin E$). Allora:

- (a) G non è bipartito
- (b) G è bipartito, esiste un accoppiamento da A in B , e non esiste un accoppiamento da B in A
- (c) G è bipartito, esiste un accoppiamento da B in A , e non esiste un accoppiamento da A in B
- (d) G è bipartito, non esiste un accoppiamento da A in B , e non esiste un accoppiamento da B in A
- (e) Nessuno di questi

Domanda 12 Sia G il grafo rappresentato graficamente nella pagina seguente.

Allora il numero cromatico di G è:

- (a) 2
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5
- (e) ≥ 6

