

## Matematica Discreta - Esame Scritto: Appello 4

**Domanda 1** Siano  $A, B, C$  insiemi. Allora l'identità

$$(B \cup C) \cap A = (B \cap A) \cup (B \cap C)$$

- (a) è sempre vera
- (b) è sempre falsa
- (c) è sempre vera se  $C \subseteq A$
- (d) è sempre vera se  $A \subseteq C$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 2** Siano  $f, g : [5] \rightarrow [5]$  le funzioni definite ponendo

$$f(1) = 3, f(2) = 2, f(3) = 4, f(4) = 5, f(5) = 1$$

e

$$g(1) = 3, g(2) = 3, g(3) = 4, g(4) = 1, g(5) = 1.$$

Allora:

- (a)  $f \circ g$  è iniettiva,  $g \circ f$  è suriettiva, e  $g \circ f$  è iniettiva
- (b)  $f \circ g$  è iniettiva,  $g \circ f$  non è suriettiva, e  $g \circ f$  non è iniettiva
- (c)  $f \circ g$  non è iniettiva,  $g \circ f$  è suriettiva, e  $g \circ f$  è iniettiva
- (d)  $f \circ g$  non è iniettiva,  $g \circ f$  non è suriettiva, e  $g \circ f$  non è iniettiva
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 3** Siano  $p, q$  proposizioni. Consideriamo la proposizione composta:

$$p \rightarrow q$$

Allora una proposizione composta logicamente equivalente alla sua negazione logica è:

- (a)  $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$
- (b)  $(\neg q) \rightarrow (\neg p)$
- (c)  $q \rightarrow (\neg p)$

- (d)  $\neg(q \wedge (\neg p))$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 4** Consideriamo la frase:

“Non c’è un italiano che non sia contento che l’Italia ha vinto gli Europei”

Consideriamo i predicati

$$I(x) := x \text{ è italiano}$$

e

$$C(x) := x \text{ è contento che l’Italia ha vinto gli Europei}$$

(dove  $x$  è nell’universo delle persone). Allora un predicato logicamente equivalente a questa affermazione è:

- (a)  $\forall x.((\neg C(x)) \rightarrow (\neg I(x)))$
- (b)  $\forall x.((\neg I(x)) \rightarrow (\neg C(x)))$
- (c)  $\forall x.(C(x) \vee I(x))$
- (d)  $\neg(\exists x.(C(x) \wedge (\neg I(x))))$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 5** Siano  $a, b \in \mathbb{P}$ . Allora è sempre vero che:

- (a)  $\Phi(ab) = \Phi(a)\Phi(b)$
- (b)  $\Phi(ab) = \Phi(a)\Phi(b)$  se  $a = b$
- (c)  $\Phi(a) \mid \Phi(b)$  se  $a \mid b$
- (d)  $a \mid b$  se  $\Phi(a) \mid \Phi(b)$
- (e) Nessuna di queste

**Domanda 6** Siano  $n, a \in \mathbb{P}$  tali che  $(n, a) = 1$ . Allora è sempre vero che:

- (a)  $a^{\Phi(n)} \equiv 1 \pmod{\Phi(n)}$
- (b)  $a^{\Phi(n)} \equiv 1 \pmod{a}$
- (c)  $a^{\Phi(n)+1} \equiv a \pmod{n}$
- (d)  $a^{\Phi(n)+1} \equiv n \pmod{a}$

(e) Nessuna di queste

**Domanda 7** Una nota catena italiana di supermercati regala, per ogni 20 Euro di spesa, una cartolina contenente un Gratta e Vinci. Nella cartolina ci sono 4 posizioni “grattabili” (posizione 1, posizione 2, etc...) ognuna delle quali nasconde un numero che può essere 5, 10, 20, 50, o 100. Se si trovano almeno 3 numeri uguali si vince un buono spesa del valore corrispondente. Quante possibili cartoline vincenti, tra loro diverse, si possono formare?

(a) 625

(b) 85

(c) 125

(d) 25

(e) Nessuna di queste

**Domanda 8** Quanti multisinsiemi di cardinalità 21 su  $[7]$  ci sono?

(a) 116280

(b) 203490

(c) 888030

(d) 296010

(e) Nessuna di queste

**Domanda 9** Siano  $f, g, h : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$  le funzioni definite ponendo:

$$f(x) := e^{7\ln(x)} \quad g(x) := \ln(\ln(x^8)) \quad h(x) := (e^x)^{1/8}$$

per ogni  $x > 0$ . Allora:

(a)  $g = \Omega(f)$ ,  $g = O(h)$  e  $h = \Omega(f)$

(b)  $g = o(f)$ ,  $g = \Omega(h)$  e  $h = O(f)$

(c)  $g = o(f)$ ,  $g = O(h)$  e  $h = \Omega(f)$

(d)  $g = \Theta(f)$ ,  $g = O(h)$  e  $h = o(f)$

(e) Nessuna di queste

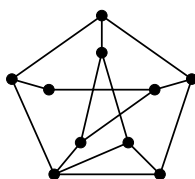
**Domanda 10** La somma

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1) \ln(k+1)}$$

è asintoticamente equivalente a:

- (a)  $\ln((n+1) \ln(n+1))$
- (b)  $\ln(\ln(n+1))$
- (c)  $(n+1)^{n+2}$
- (d)  $(n+1)^{n+1}$
- (e) Nessuna di queste

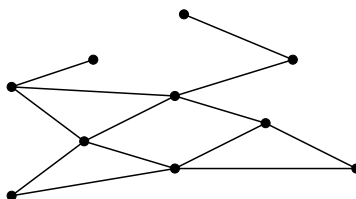
**Domanda 11** Sia  $G$  il grafo rappresentato graficamente qui sotto:



Allora il numero cromatico di  $G$  è:

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) Nessuno di questi

**Domanda 12** Sia  $D$  il grafo diretto rappresentato graficamente qui sotto:



(dove tutti gli spigoli sono diretti da sinistra verso destra). Allora il numero di processori di un orario parallelo di tempo minimo per  $D$  è:

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) Nessuno di questi