ESERCIZI SU

OSCILLAZIONI E ONDE

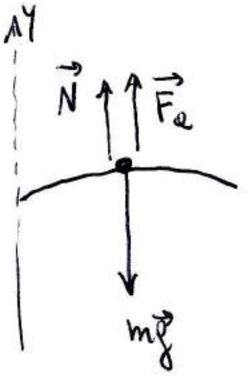
Serway, pr. 15.60 (estratto)

Un sasso si trova su un marciapiede di cemento.
Un terremoto fa vibrare con un moto armonico il terreno con una frequenza costante $f = 2,4$ Hz e con un'ampiezza che cresce gradualmente nel tempo. Il terremoto provoca solo spostamenti verticali del suolo, mentre quelli laterali sono trascurabili.
Con quale ampiezza vibra il terreno quando il sasso perde contatto con esso?

Nella situazione descritta dal testo del problema, un punto del terreno interessato dalla vibrazione dovuta al terremoto oscilla verticalmente secondo una legge $y(t) = A\,\mathrm{sen}(2\pi f t)$, dove A è l'ampiezza dell'oscillazione e f la frequenza dell'oscillazione.

Dunque, lungo l'asse verticale un punto del terreno ha velocità istantanea $V_y(t) = 2\pi f A \cos(2\pi f t)$ e accelerazione istantanea

$$a_y(t) = -(2\pi f)^2 A\,\mathrm{sen}(2\pi f t)$$



Scriviamo la seconda legge della dinamica per un punto materiale di massa m, poggiato al suolo, rispetto a un osservatore solidale al punto materiale mentre questo sta oscillando a contatto con il suolo.

Le forze agenti sul punto materiale sono le seguenti (vedi il diagramma qua sopra):

Forza peso: $(m\vec{g})_y = -mg$

Reazione vincolare del terreno: $N_y = N$ (essendo $N = |\vec{N}|$)

Forza apparente $\vec{F}_a = -m\vec{a} \Rightarrow F_{a,y} = -ma_y = m(2\pi f)^2 A\,\mathrm{sen}(2\pi f t)$

Poiché nel sistema di riferimento non inerziale il punto materiale è a riposo, deve risultare $(m\vec{g})_y + N_y + F_{a,y} = 0$, cioè:

$-mg + N + m(2\pi f)^2 A\,\mathrm{sen}(2\pi f t) = 0$, da cui ricaviamo il modulo della reazione vincolare del suolo:

$$N = m\left[g - (2\pi f)^2 A \operatorname{sen}(2\pi f t)\right]$$

Affinché il punto materiale resti in contatto con il terreno deve risultare

$N > 0$ a ogni istante.

Fissata l'ampiezza di oscillazione A, il valore minimo di N si ha quando $\operatorname{sen}(2\pi f t) = 1$, cioè risulta

$$N_{min} = m\left[g - (2\pi f)^2 A\right]$$

Affinché risulti $N_{min} > 0$, deve quindi essere

$g - (2\pi f)^2 A > 0$, da cui otteniamo $(2\pi f)^2 A < g$,

e infine $\quad A < \dfrac{g}{(2\pi f)^2}$

Pertanto, il sasso perde contatto con il terreno quando risulta

$$\boxed{A = \frac{g}{(2\pi f)^2} = \frac{9{,}81\ m/s^2}{(2\pi \cdot 2{,}4\ Hz)^2} = 0{,}04314\ m = 4{,}314\ cm}$$

Serway; pr. 15.63

L'accelerazione di gravità su Marte è $g_M = 3,7\ m/s^2$.

a) Sulla Terra un pendolo ha un periodo $T = 1s$; qual è la sua lunghezza?

b) Qual è la sua lunghezza su Marte?

Un oggetto è appeso a una molla avente costante elastica $K = 10\ N/m$. Si calcoli il valore della massa m appesa alla molla per avere un periodo $T = 1\ s$

c) sulla Terra

d) su Marte.

a) Poiché $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, otteniamo $T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$, da cui

$$l = \frac{g T^2}{4\pi^2}$$

Dunque, sulla Terra la lunghezza del pendolo è

$$\boxed{l_T = \frac{g T^2}{4\pi^2} = \frac{(9{,}81 \frac{m}{s^2})(1\ s)^2}{4\pi^2} = 0{,}2485\ m = 24{,}85\ cm}$$

b) A parità di periodo, su Marte risulta

$$\boxed{l_M = \frac{g_M T^2}{4\pi^2} = \frac{(3{,}7\ m/s^2)(1\ s)^2}{4\pi^2} = 0{,}0937\ m = 9{,}37\ cm}$$

c), d) Poiché $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$, otteniamo $T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{K}$, da cui

$$m = \frac{k T^2}{4\pi^2}$$

Dunque risulta

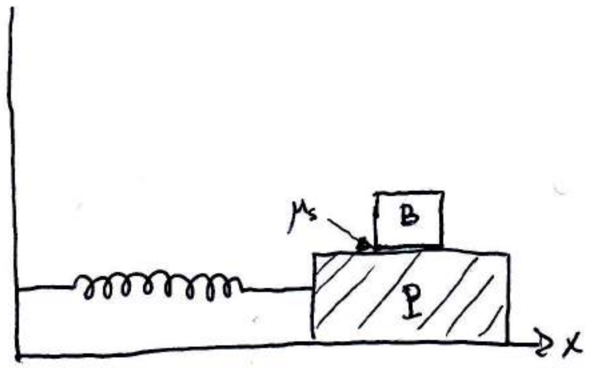
$$\boxed{m = \frac{k T^2}{4\pi^2} = \frac{(10\ N/m)(1\ s)^2}{4\pi^2} = 0{,}2533\ kg = 253{,}3\ g}$$

sia sulla Terra sia su Marte

Serway, pr. 15.65

Un blocco P, attaccato a una molla di massa trascurabile, si muove di moto armonico con frequenza $f = 1{,}5\ Hz$, scivolando lungo una superficie orizzontale priva di attrito. Un secondo blocco B è appoggiato sopra P. Il coefficiente di attrito statico tra i due blocchi è $\mu_s = 0{,}6$.

Si determini la massima ampiezza di oscillazione del sistema costituito dai due blocchi, senza che B scivoli su P.



Siano m_P e m_B le masse rispettivamente del blocco P e del blocco B. La legge del moto del sistema dei due blocchi mentre stanno oscillando e'

$x(t) = A \operatorname{sen}(2\pi f t)$, dove A e' l'ampiezza di oscillazione lungo l'asse orizzontale.

Risulta quindi $V_x(t) = 2\pi f A \cos(2\pi f t)$, e $a_y(t) = -(2\pi f)^2 A \operatorname{sen}(2\pi f t)$

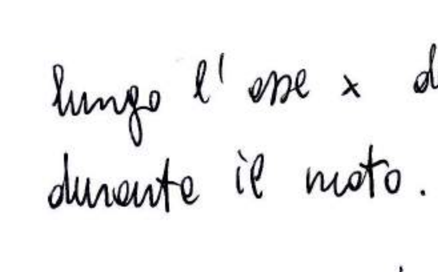
Scriviamo l'equazione del moto del blocco B mentre si sta muovendo insieme al blocco P:

$m_B a_{Bx}(t) = F_{sx}(t)$, dove $F_{sx}(t)$ e' la componente lungo l'asse x della forza di attrito statico agente sul blocco B durante il moto. Dunque risulta:

$$|F_{sx}(t)| = m_B |a_{Bx}(t)| = m_B (2\pi f)^2 A \, |\operatorname{sen}(2\pi f t)|$$

Pertanto risulta

$|F_{sx}(t)|_{MAX} = m_B (2\pi f)^2 A$, negli estremi di oscillazione.



Poiché il blocco B si muove di moto rettilineo lungo l'asse x, lungo l'asse y deve risultare $N_B = m_B g$, dove $N_B = |\vec{N}_B|$ (vedi schema a fianco).

Risulta quindi: $|F_{sx}(t)|_{MAX} = m_B (2\pi f)^2 A \leq \mu_s N_B$, cioe'

$$\cancel{m_B}(2\pi f)^2 A \le \mu_s \cancel{m_B}\, g$$, da cui otteniamo:

$$A \le \frac{\mu_s g}{(2\pi f)^2}$$

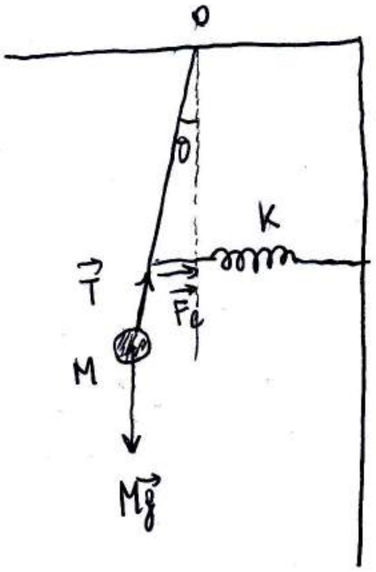
Dunque, la massima oscillazione possibile del sistema costituito dai due blocchi, senza che B scivoli su P, e':

$$\boxed{A_{MAX} = \frac{\mu_s g}{(2\pi f)^2} = \frac{0{,}6 \cdot (9{,}81\ m/s^2)}{[2\pi\ (1{,}5\ Hz)]^2} = 0{,}0663\ m = 6{,}63\ cm}$$

Serway, pr. 15.67

Un pendolo e' realizzato con un'asta rigida di massa trascurabile, di lunghezza L, a cui e' appesa una massa M. Al pendolo, a una distanza h dal punto di sospensione, e' attaccata una molla orizzontale di costante elastica k.

Si calcoli, per piccoli valori dell'ampiezza angolare θ, la frequenza delle oscillazioni del sistema.



N.B. la molla e' a riposo quando l'asta e' in posizione verticale.

Conviene utilizzare l'equazione dei momenti delle forze agenti sul sistema rispetto al polo O.

Preso $\theta > 0$ se la posizione angolare è misurata in senso antiorario a partire dalla verticale tracciata verso il basso dal punto O, risulta:

$$\tau_{TOT,z} = -MgL \sin\theta - kh \sin\theta \cdot h\cos\theta =$$

$$= -MgL\sin\theta - kh^2 \sin\theta\cos\theta$$

Infatti, rispetto al polo O il braccio di $M\vec{g}$ è $L\sin\theta$, e il braccio della forza esercitata dalla molla è $h\cos\theta$, mentre l'allungamento della molla in corrispondenza della posizione angolare θ è $h|\sin\theta|$

Applicando la seconda equazione cardinale otteniamo:

$$I_z [\theta(t)]'' = \tau_{TOT,z}$$

Poiché rispetto all'asse di rotazione passante per O e perpendicolare al piano del foglio risulta

$I_z = ML^2$, otteniamo:

$$ML^2 [\theta(t)]'' = -MgL\sin\theta - kh^2\sin\theta\cos\theta$$

Quando gli spostamenti angolari sono piccoli risulta:

$\sin\theta \simeq \theta$ (θ in radianti) e $\cos\theta \simeq 1$; allora:

l'equazione delle piccole oscillazioni di questo sistema è:

$$ML^2[\theta(t)]'' = -(MgL + kh^2)\,\theta(t),$$ cioè

$$[\theta(t)]'' + \left(\frac{MgL + kh^2}{ML^2}\right)\theta(t) = 0,$$ cioè

$$[\theta(t)]'' + \left[\frac{g}{L} + \frac{k}{M}\left(\frac{h}{L}\right)^2\right]\theta(t) = 0,$$ che è l'equazione che descrive un moto armonico con pulsazione

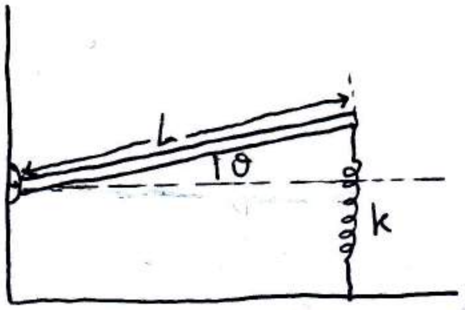
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{k}{m}\left(\frac{h}{L}\right)^2}$$

Pertanto, la frequenza delle piccole oscillazioni di questo sistema è:

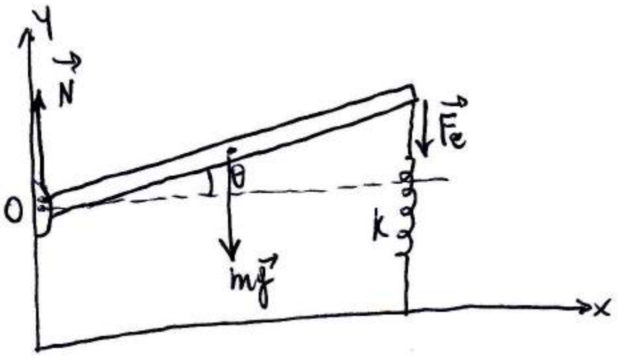
$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L} + \frac{k}{m}\left(\frac{h}{L}\right)^2}}$$

Serway; pr. 15.69

Una tavola orizzontale avente lunghezza $L = 2\ m$ e massa $m = 5\ kg$ e' incernierata a un estremo, mentre l'altro estremo e' sostenuto da una molla avente costante elastica $100\ N/m$, a riposo quando la tavola e' orizzontale.
La tavola e' ruotata di un angolo θ piccolo rispetto alla direzione orizzontale, e quindi rilasciata. Si determini la pulsazione del moto armonico della tavola.



Le forze agenti nel sistema (tavola) quando la molla è spostata dall'equilibrio sono le seguenti:



$\vec{F_e}$: forza elastica della molla

$\vec{N}$: forza di reazione della cerniera.

Scriviamo la seconda equazione cardinale calcolando i momenti rispetto al polo O, punto per cui passa l'asse di rotazione del sistema, perpendicolare al piano del foglio.

Braccio di $m\vec{g}$ rispetto al polo O: $\frac{L}{2}\cos\theta$

Braccio di $\vec{F_e}$ rispetto al polo O: $L\cos\theta$

Allungamento della molla in corrispondenza della posizione angolare θ della tavola: $L|\text{sen}\theta|$

Allora: $$\tau_{TOT,z} = -mg\frac{L}{2}\cos\theta - kL\,\text{sen}\theta \cdot L\cos\theta =$$

$$= -mg\frac{L}{2}\cos\theta - kL^2\,\text{sen}\theta\cos\theta$$

Dunque:
$$I_z[\theta(t)]'' = \tau_{TOT,z} = -mg\frac{L}{2}\cos\theta - kL^2\,\text{sen}\theta\cos\theta$$

In questo caso risulta

$I_z = \frac{1}{3}mL^2$, per cui otteniamo:

$$\frac{1}{3} m L^2 [\theta(t)]'' = -mg\frac{L}{2}\cos\theta - kL^2 \operatorname{sen}\theta\cos\theta$$

Per piccole oscillazioni valgono le approssimazioni seguenti:

$\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$ (θ in radianti), $\cos\theta \simeq 1$; allora:

$$\frac{1}{3} m L^2 [\theta(t)]'' = -mg\frac{L}{2} - kL^2\theta(t), \text{ cioè:}$$

$$[\theta(t)]'' = -\frac{3}{\cancel{m}L^{\cancel{2}}}\cancel{m}g\frac{\cancel{L}}{2} - \frac{3}{m\cancel{L^2}} k\cancel{L^2}\theta(t)$$

$$[\theta(t)]'' = -\frac{3g}{2L} - \frac{3k}{m}\theta(t) \quad \text{, e quindi}$$

$$[\theta(t)]'' + \frac{3k}{m}\theta(t) = -\frac{3g}{2L}$$

Questa equazione non è omogenea, e ci dice che il sistema ha una posizione di equilibrio stabile per

$$\theta = \theta_e = -\frac{mg}{kL}$$

Dunque, il sistema per piccole oscillazioni si muove di moto armonico attorno alla posizione di equilibrio stabile,

con pulsazione $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{3k}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 100\ N/m}{5\ kg}} = 7{,}7460\ rad/s}$

N.B.: affinché le approssimazioni usate siano valide, deve risultare $|\theta_e| \ll 1$, cioè $L \gg mg/k$

Serway; pr. 16.49

Una massa $M = 2\,kg$ è attaccata a una corda elastica ed è sostenuta in modo che la corda non sia allungata. La corda ha lunghezza $l = 0{,}5\,m$ e la sua massa è $m = 0{,}005\,kg$. La "costante elastica" della corda è $K = 100\,N/m$. La massa viene rilasciata e poi fermata quando raggiunge la quota minima.

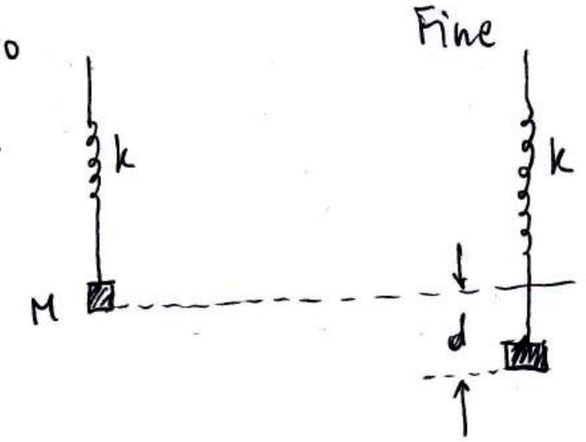
a) Si determini la tensione della corda alla quota minima.

b) Qual è la lunghezza della corda in questa posizione?

c) Si trovi la velocità di un'onda trasversale che si propaga lungo la corda quando la massa viene mantenuta alla quota minima.

a) Inizio

corda elastica
a riposo



Per calcolare l'allungamento d della corda elastica, usiamo il teorema dell'energia cinetica.

Lavoro della forza peso:

$$W_p = Mgd$$

Lavoro della forza elastica:

$$W_{el} = -\frac{1}{2} k d^2$$

Energia cinetica iniziale e finale del corpo di massa M:

$$E_f = E_i = 0$$

Risulta quindi:

$$E_f - E_i = W_p + W_{el} \text{ , cioè:}$$

$$0 = Mgd - \frac{1}{2} k d^2 \text{, cioè } \quad d\left(Mg - \frac{1}{2} kd\right) = 0 \text{, da cui:}$$

$$d = \frac{2Mg}{K}$$ (d=0 è una soluzione banale, da scartare).

Pertanto la tensione della corda alla quota minima sarà, in modulo:

$$\boxed{T = Kd = 2Mg = 2\cdot(2kg)\cdot\left(9{,}81\ \frac{m}{s^2}\right) = 39{,}24\ N}$$

b) La lunghezza della corda in questa posizione è

$$\boxed{L = \ell + d = \ell + \frac{2Mg}{k} = 0{,}5\ m + \frac{2\cdot(2kg)\cdot\left(9{,}81\ \frac{m}{s^2}\right)}{100\ N/m} = 0{,}8924\ m}$$

c) Con la corda mantenuta alla quota minima, la densità lineare della corda è $\mu = \frac{L}{m} = \frac{\ell + (2Mg/k)}{m}$

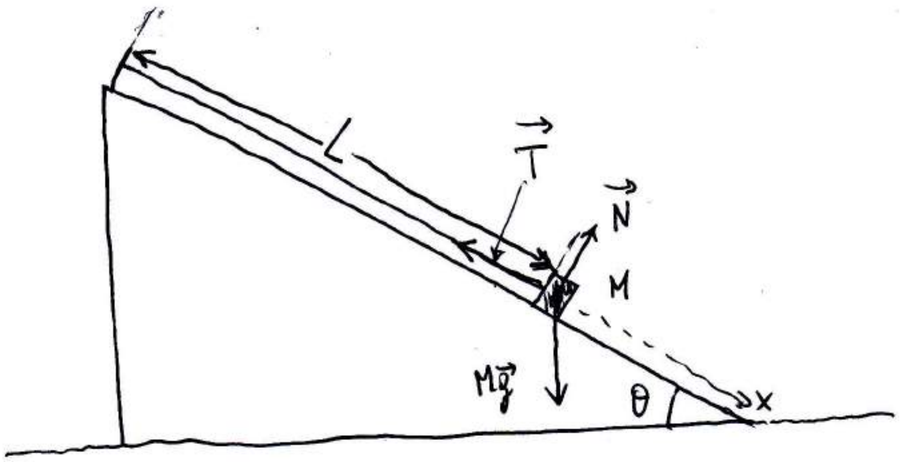
e la velocità di un'onda trasversale che si propaga lungo la corda in questa configurazione è:

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{L\cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{L\,kd}{m}} = \sqrt{\frac{(\ell+d)kd}{m}} = 83{,}6872\ m/s}$$

Serway, pr. 16.53

Una massa M, appesa a una corda, e' in quiete su un piano inclinato, privo di attrito, che forma un angolo θ con la direzione orizzontale. La lunghezza della corda e' L e la sua massa e' $m \ll M$.

Si determini il tempo che un impulso d'onda trasversale impiega a percorrere tutta la lunghezza della corda.



Dalle condizioni di equilibrio del blocco sul piano inclinato otteniamo il modulo della tensione della corda:

$$T = Mg \,\text{sen}\,\theta$$

La densità lineare della corda è:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

Pertanto la velocità di propagazione di un'onda trasversale lungo la corda è:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{LT}{m}} = \sqrt{\frac{LMg\,\text{sen}\,\theta}{m}}$$

Il tempo che impiega un impulso d'onda trasversale a percorrere tutta la lunghezza della corda è quindi

$$\boxed{\tau = \frac{L}{v} = L\sqrt{\frac{m}{MgL\,\text{sen}\,\theta}} = \sqrt{\frac{mL}{Mg\,\text{sen}\,\theta}}}$$

Serway, pr. 16.58

Una corda avente densità lineare $\mu = 0{,}5 \times 10^{-3}$ kg/m viene tesa a una tensione $T = 20$ N. Quando un'onda sinusoidale trasversale si propaga lungo la corda, la velocità massima di un qualunque elemento dell'onda è $v_{y,max}$.

a) Si determini la potenza trasmessa dall'onda in funzione di $v_{y,max}$.

b) Si trovi come la potenza dipende da $v_{y,max}$.

c) si calcoli l'energia contenuta in un segmento di corda di lunghezza $\ell = 3$ m esprimendola in funzione di $v_{y,max}$, e

d) della massa m del segmento di corda.

e) Si trovi l'energia che attraversa un punto in un intervallo di tempo $\Delta t = 6$ s.

La velocità di propagazione di un impulso d'onda trasversale nella corda, nelle condizioni del problema, e':

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{20 N}{0{,}5 \times 10^{-3}\ kg/m}} = 200\ m/s$$

a) La formula che esprime la potenza trasmessa dall'onda sinusoidale mentre si propaga lungo la corda e'

$$P = \frac{1}{2}\mu \omega^2 A^2 v$$

Poiché $\omega A = |v_{y,max}|$ (vedi formule per le onde sinusoidali), risulta

$$\boxed{P = \frac{1}{2}\mu (v_{y,max})^2 v = \frac{1}{2}(v_{y,max})^2 \sqrt{\mu T}}$$

b) La dipendenza di P da $v_{y,max}$ e' quadratica.

c) La lunghezza d'onda dell'onda considerata e'

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

L'energia cinetica di un tratto di lunghezza Δx lungo la corda e'

$$\Delta K = \frac{1}{2}\mu \omega^2 A^2 \cos^2(kx)\,\Delta x = \frac{1}{2}\mu (v_{y,max})^2 \cos^2(kx)\,\Delta x$$

L'energia cinetica di un segmento di corda di lunghezza ℓ e':

$$K_\ell = \frac{1}{2}\mu (v_{y,max})^2 \int_0^\ell \cos^2(kx)\,dx = \frac{1}{4}\mu (v_{y,max})^2 \int_0^\ell \left[1 + \cos(2kx)\right] dx =$$

$$= \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2 \left[\ell + \frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2kx)\Big|_0^\ell\right] = \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2\left[\ell + \frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2k\ell)\right]$$

L'energia potenziale di un tratto di lunghezza Δx lungo la corda è:

$$\Delta U = \frac{1}{2}\mu\,\omega^2 A^2 \operatorname{sen}^2(kx)\,\Delta x = \frac{1}{2}\mu(v_{y,max})^2 \operatorname{sen}^2(kx)\,\Delta x$$

L'energia potenziale di un segmento di corda di lunghezza ℓ è:

$$U_\ell = \frac{1}{2}\mu(v_{y,max})^2\int_0^\ell \operatorname{sen}^2(kx)\,dx = \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2\int_0^\ell[1-\cos(2kx)]\,dx =$$

$$= \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2\left[\ell - \frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2kx)\Big|_0^\ell\right] = \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2\left[\ell - \frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2k\ell)\right]$$

Pertanto, l'energia contenuta in un segmento di corda di lunghezza ℓ è:

$$\boxed{\begin{aligned} E_\ell = K_\ell + U_\ell &= \frac{1}{4}\mu(v_{y,max})^2\left[\ell + \cancel{\frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2k\ell)} + \ell - \cancel{\frac{1}{2k}\operatorname{sen}(2k\ell)}\right] = \\ &= \frac{1}{2}\mu(v_{y,max})^2\ell \end{aligned}}$$

d) Posto $m = \mu\ell$ (massa del segmento di corda di lunghezza ℓ) possiamo scrivere quindi:

$$\boxed{E_\ell = \frac{1}{2}m(v_{y,max})^2}$$

gia che attraversa un punto in un intervallo di tempo Δt
di

$$\boxed{E_{\Delta t} = P \Delta t = \frac{1}{2} (v_{y,max})^2 \sqrt{\mu T}\, \Delta t}$$

Serway, pr. 17.54

La frequenza percepita del fischio di un treno ($f = 400$ Hz) varia a seconda che il treno si stia avvicinando o si stia allontanando.

a) Trovare una formula che esprima la differenza tra la frequenza percepita in avvicinamento e quella percepita in allontanamento, indicando con V_s la velocita' del treno e con V la velocita' del suono in aria.

b) Si calcoli tale differenza nel caso di un treno che stia viaggiando a una velocita' di 130 km/h (velocita' del suono in aria 340 m/s).

a) Frequenza percepita mentre il treno e' in avvicinamento:

$$f_{avv} = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) f$$

Frequenza percepita mentre il treno e' in allontanamento:

$$f_{all} = \left(\frac{v}{v + v_s}\right) f$$

Risulta quindi:

$$f_{avv} - f_{all} = \left(\frac{v}{v - v_s} - \frac{v}{v + v_s}\right) f = \left(\frac{1}{v - v_s} - \frac{1}{v + v_s}\right) vf =$$

$$= \frac{v + v_s - (v - v_s)}{v^2 - v_s^2}(vf) = \frac{\cancel{v} + v_s - \cancel{v} + v_s}{v^2 - v_s^2}(vf)$$

$$\boxed{f_{avv} - f_{all} = \left(\frac{2 v_s v}{v^2 - v_s^2}\right) f}$$

b) Dati del problema: $f = 400\ Hz$, $v_s = 130\ km/h$,

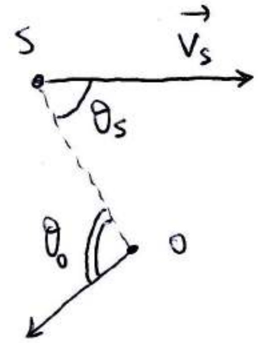
$v = 340\ m/s$; $v_s = 130 \frac{km}{h} = \frac{130 \times 10^3}{3{,}6 \times 10^3} \frac{m}{s} = 36{,}11 \frac{m}{s} = \frac{325}{9} \frac{m}{s}$

$$\boxed{f_{avv} - f_{all} = 85{,}9367\ Hz}$$

Serway, pr. 17.71

L' equazione per l' effetto Doppler "base" e' valida nel caso in cui sia l'osservatore che la sorgente siano in moto lungo la stessa retta, con stesso verso o in versi opposti. Se questa ipotesi non e' vera si deve usare l'equazione più generale

$$f' = \left(\frac{v + v_0 \cos\theta_0}{v - v_s \cos\theta_s}\right) f$$



Si usi questa equazione per risolvere il seguente problema.

Un treno viaggia a una velocità costante di 25 m/s verso un passaggio a livello. Un' auto si trova ferma al passaggio a livello, a 30 m di distanza dai binari. Il fischio del treno viene emesso alla frequenza di 500 Hz quando il treno si trova a 40 m dal passaggio a livello.

a) Qual e' la frequenza udita dai passeggeri dell' auto?

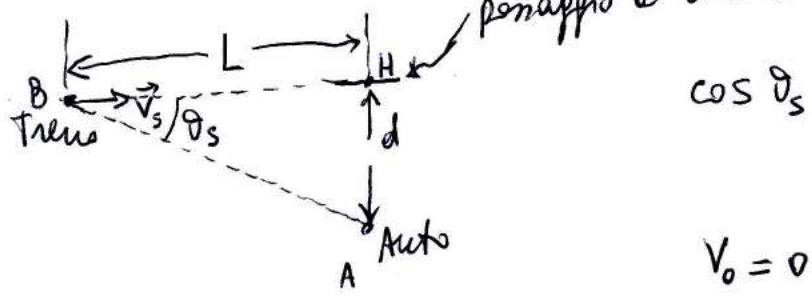
b) Se il treno emette il suo fischio continuo da molto prima di giungere al passaggio a livello a molto dopo averlo superato, i passeggeri dell' auto quale intervallo di frequenza udiranno?

c) Stupidamente, l' auto cerca di raggiungere il passaggio a livello prima del treno, con velocità di 40 m/s. Quando l'auto e' a 30 m dai binari e il treno e' a 40 m dal passaggio a livello, quale sarà la frequenza udita in quest'istante dai passeggeri dell' auto?

a) Quando il treno si trova a 40 m dal passaggio a livello, la situazione e' la seguente:

$L = 40\,m$

$D = 30\,m$



$$\cos\theta_s = \frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}}$$

$V_0 = 0 \qquad |\vec{V}_s| = 25\ m/s$

$f = 500\ Hz$

Risulta pertanto, per la frequenza udita dai passeggeri dell'auto:

$$\boxed{f' = \left(\frac{V}{V - V_s\cos\theta_s}\right) f = 531,25\ Hz}$$

b) Quando θ_s e' molto piccolo (treno molto lontano dal passaggio a livello, in avvicinamento), risulta:

$$f_1' = \left(\frac{V}{V - V_s}\right) f = 539,6825\ Hz$$

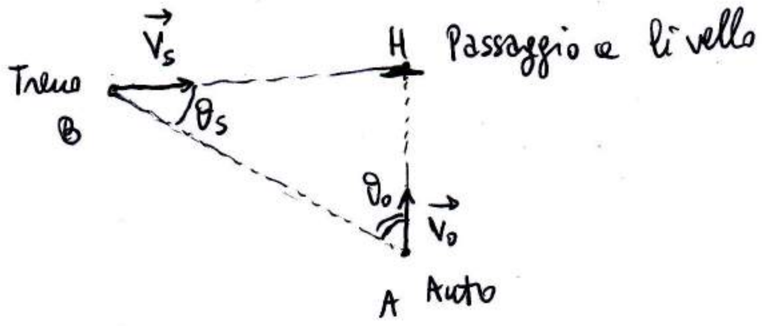
Quando θ_s tende a 180° (treno molto lontano dal passaggio a livello, in allontanamento), risulta:

$$f_2' = \left(\frac{V}{V + V_s}\right) f = 465,7534\ Hz$$

[Dunque, i passeggeri dell'auto udiranno un intervallo di frequenze da 465,75 Hz fino a 539,68 Hz]

c) La situazione ora è la seguente:

$|\vec{v}_0| = 40$ m/s



Risulta, utilizzando gli stessi simboli dello schema della domanda a):

$$\cos\theta_s = \frac{L}{\sqrt{L^2+d^2}} \qquad \cos\theta_0 = \frac{d}{\sqrt{L^2+d^2}}$$

La frequenza udita dai passeggeri dell'auto in questo istante è:

$$\boxed{f' = \left(\frac{v + v_0\cos\theta_0}{v - v_s\cos\theta_s}\right) f = 568{,}75\ \text{Hz}}$$

Serway, pr. 18. 64

Due corde stanno vibrando alla stessa frequenza di 150 Hz. Quando la tensione di una delle due corde viene ridotta, un osservatore ode quattro battimenti al secondo se le corde vibrano insieme. Si trovi la nuova frequenza della corda che ha subito la variazione.

La frequenza dei battimenti dovuti alla sovrapposizione temporale di due onde di frequenze poco diverse e' $f_b = |f_1 - f_2|$

Se risulta $f_1 = 150\ Hz$, e $f_b = 4\ Hz$, otteniamo:

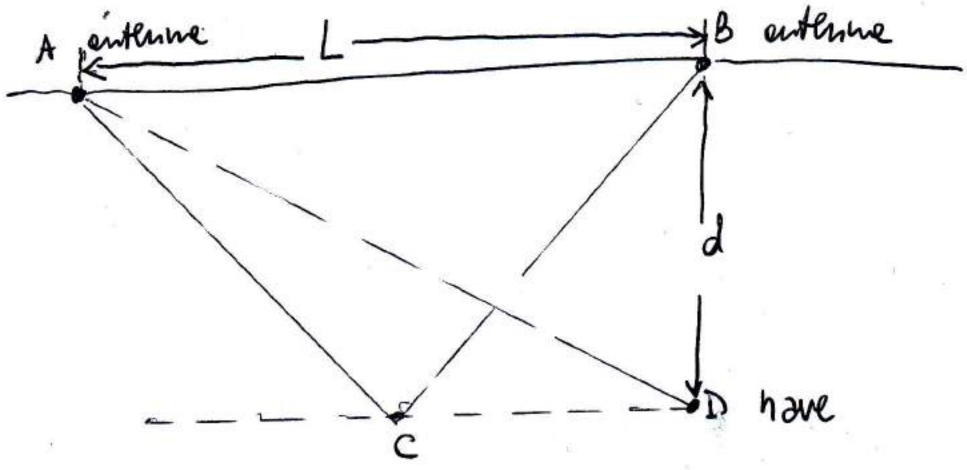
$$|f_1 - f_2| = f_b \Rightarrow \quad f_1 - f_2 = \pm f_b \Rightarrow \quad f_2 = f_1 \pm f_b$$

Riducendo la tensione di una delle due corde, la frequenza fondamentale viene ridotta, per cui la nuova frequenza e'

$$\boxed{f_2 = f_1 - f_b = 146\ Hz}$$

Serway, pr. 18.65

Una nave si muove in linea retta parallelamente alla riva a una distanza $d = 600$ m. La radio dell'imbarcazione riceve contemporaneamente dei segnali alla stessa frequenza da due antenne A e B, separate da una distanza $L = 800$ m.
I segnali interferiscono costruttivamente nel punto C, equidistante da A e B. Il segnale ha il suo primo minimo nel punto D che si trova proprio davanti al punto B.
Si determini la lunghezza d'onda delle onde radio.



Calcoliamo la differenza tra le lunghezze di cammino $\overline{AD}$ e $\overline{BD}$, e imponiamo la condizione di interferenza distruttiva per il primo minimo.

$$\overline{AD} - \overline{BD} = \sqrt{L^2+d^2} - d = \frac{\lambda}{2}$$, per cui otteniamo:

$$\boxed{\lambda = 2\left(\sqrt{L^2+d^2} - d\right) = 2\left(\sqrt{(800\ m)^2 + (600\ m)^2} - 600\ m\right) = 800\ m}$$

Serway, pr. 13.66

Un filo avente lunghezza $l = 2\,m$ e massa $m = 0,1\,kg$ e' fissato a entrambi gli estremi. La tensione del filo e' mantenuta al valore $T = 20\,N$.

a) Quali sono le frequenze dei primi tre modi di vibrazione permessi?

b) Se e' presente un nodo a distanza $d = 0,4\,m$ da una delle estremità, qual e' il modo di vibrazione e la sua frequenza?

a) La densità lineare di massa del filo è

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{0{,}1\ kg}{2m} = 0{,}05\ kg/m$$

La velocità di propagazione di onde trasversali nel filo è

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{\ell T}{m}} = \sqrt{\frac{(2m)\cdot(20\ N)}{0{,}1\ kg}} = 20\ m/s$$

Le frequenze dei primi tre modi di vibrazione permessi sono:

$$\boxed{\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{T}{\mu}} = \frac{1}{2\cdot(2m)}\cdot\left(20\,\frac{m}{s}\right) = 5\ Hz \\ f_2 &= 2f_1 = 10\ Hz \\ f_3 &= 3f_1 = 15\ Hz \end{aligned}}$$

b) Supponiamo, come indicato dal testo, che sia presente un nodo a distanza $d = 0{,}4\ m$ da una delle estremità. Poiché in un'onda stazionaria su una corda le estremità sono dei nodi, e poiché $\ell/d = \frac{2m}{0{,}4\ m} = 5$, ciò significa che abbiamo la seguente situazione

[Dunque, il modo minimo compatibile con queste richieste ha 6 nodi e 5 ventri.]

Dunque, la frequenza di questo modo normale è

$$\boxed{f_5 = 5f_1 = 25 \text{ Hz}}$$