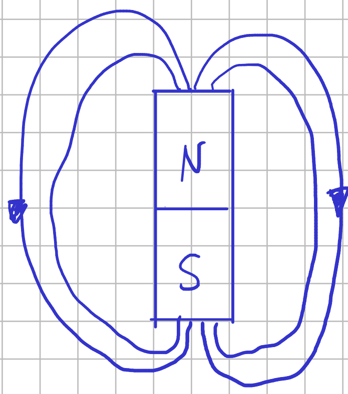
Lezione 05/06/2023

Campi magnetici



Sono generati da calamite

Definiamo con $\vec{B}$ il vettore campo magnetico.

Quando $\vec{B}$ è entrante lo notiamo con $\times$.

Quando $\vec{B}$ è uscente lo notiamo con $\bullet$

$$\phi(\vec{B}) = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\Sigma} = 0$$ legge di Gauss per il magnetismo

Definiamo forza del campo magnetico

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \wedge \vec{B}, \quad |\vec{F}_B| = qvB\,\mathrm{sen}(\theta)$$

La forza del campo magnetico non compie lavoro.

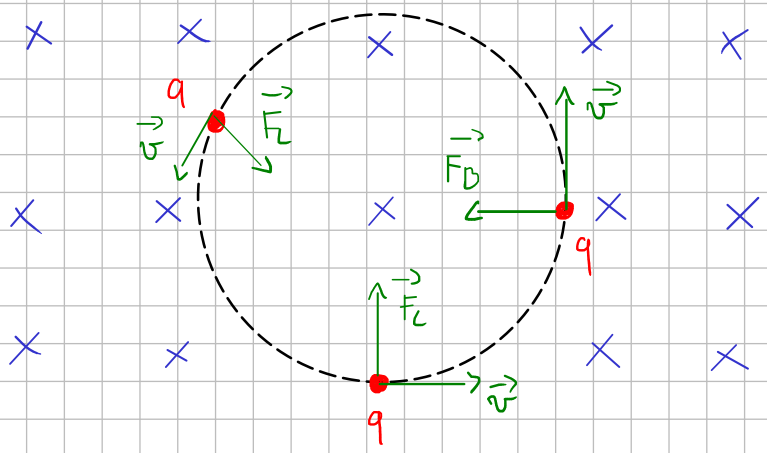
$$\Delta K = W = \int \vec{F}_B d\vec{s} = \int q(\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{s} = \int q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \frac{d\vec{s}}{dt} dt$$

$$= \int q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}\, dt = 0$$

L'unità di misura del campo magnetico è

$$[B] = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{Kg}{A \cdot s^2} = 1\ T \text{ (tesla)}$$

Moto di una particella carica in un campo magnetico uniforme



$$m\vec{a} = \vec{F}_B \Rightarrow m a_c = q v B \Rightarrow m \frac{v^{\cancel{2}}}{R} = q \cancel{v} B$$

$$\Rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{P}{qB}$$

$$\Rightarrow B = \frac{P}{qR}$$

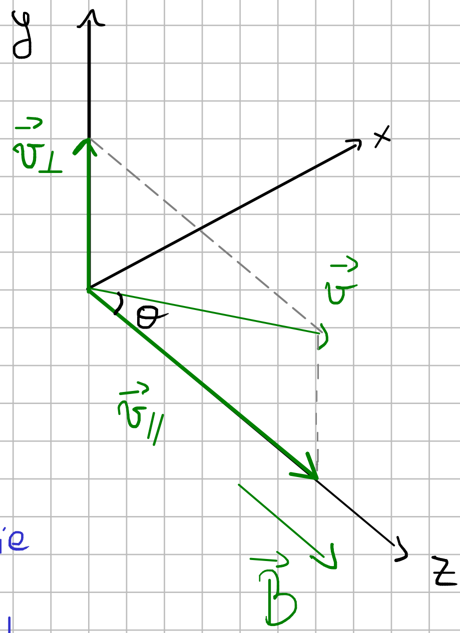
Per calcolare ω e T: $\vec{F}_B = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$, $\vec{a} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}$

$$m\vec{a} = \vec{F}_B \Rightarrow m\vec{\omega} \wedge \vec{v} = \underbrace{q\vec{v} \wedge \vec{B}}_{= -q\vec{B} \wedge \vec{v}} \Rightarrow \vec{\omega} \wedge \vec{v} = \underbrace{-\frac{q}{m}\vec{B}}_{\omega} \wedge \vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{\omega} = -\frac{q\vec{B}}{m}$$: velocità angolare

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

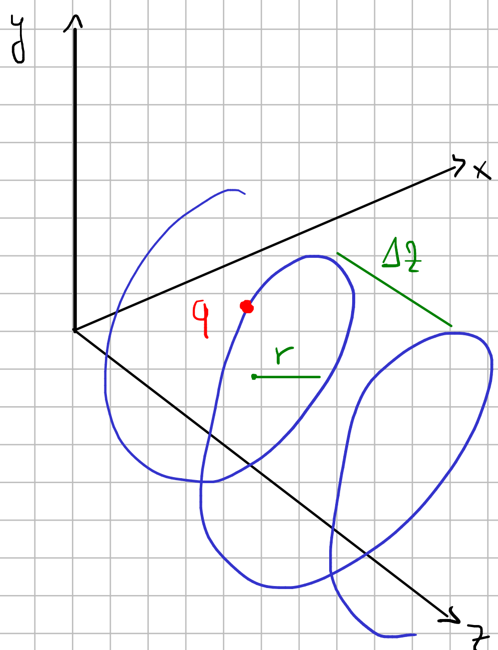
Sia $\vec{v} \in (y, z)$



$$\vec{F}_B = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} = q\left(\vec{v}_\perp + \vec{v}_\parallel\right) \wedge \vec{B} =$$

$$= q\left[\underbrace{\vec{v}_\parallel \wedge \vec{B}}_{=0} + \vec{v}_\perp \wedge \vec{B}\right] = q\,\vec{v}_\perp \wedge \vec{B}$$

Sul piano (x, y) la particella compie una circonferenza (come prima), mentre sull'asse z trasla. Unendo i due moti si ottiene una traiettoria a elica.

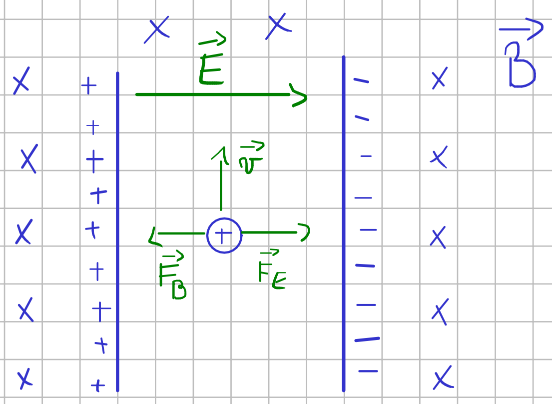


$$r = \frac{m v_\perp}{qB} = \frac{m v \operatorname{sen}(\theta)}{qB}$$

$$\Delta z = v_\parallel \cdot T = v\cos\theta \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$ passo dell'elica

Applicazioni del moto di particelle cariche in un campo magnetico

a) Selettore di velocità



$$\vec{F}_{TOT} = \vec{F}_B + \vec{F}_E = q\vec{v} \wedge \vec{B} + q\vec{E}$$: forza di Lorentz.

$$q\vec{v} \wedge \vec{B} + q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \cancel{q} vB + \cancel{q} E = 0 \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

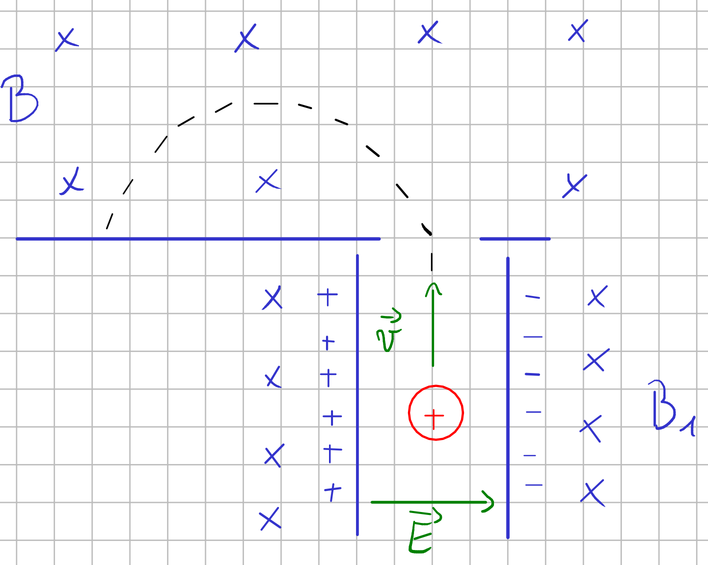
Si può selezionare v, variando E e B, selezionando solo le particelle che si muovono con questa velocità

b) Spettrometro di massa

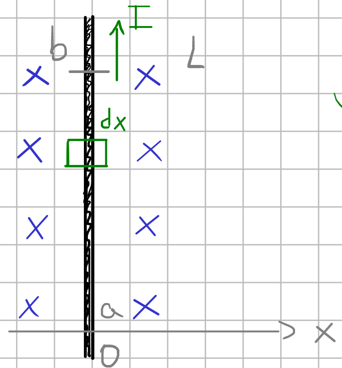
Uno spettrometro di massa è un dispositivo pensato per separare tra loro ioni aventi valori diversi del rapporto "massa-carica".

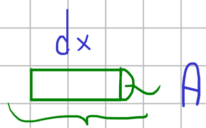
$$r = \frac{mv}{qB} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{rB}{v}$$

$$v = \frac{E}{B_1} \Rightarrow \frac{m}{q} = \frac{rBB_1}{E}$$



Forza magnetica su un conduttore percorso da corrente





$dV = A \cdot dx$

$dq = nqA\,dx$ cariche presenti in dx

q: carica elementare

$$d\vec{F}_B = dq\,\vec{v}_d \wedge \vec{B} = nqA\left(\vec{v}_d \wedge \vec{B}\right) dx \overset{\int}{\Longrightarrow}$$

$$\vec{F}_B = \int_a^b nqA\left(\vec{v}_d \wedge \vec{B}\right) dx = nqAv_d \int_a^b \left(\hat{v} \wedge \vec{B}\right) dx \overset{d\vec{x} = dx \cdot \hat{v}}{\Longrightarrow}$$

$$\vec{F}_B = \underbrace{nAqv_d}_{I} \int_a^b d\vec{x} \wedge \vec{B} = I \int_0^L d\vec{x} \wedge B = I\left(\int_0^L d\vec{x}\right) \wedge \vec{B} = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}$$

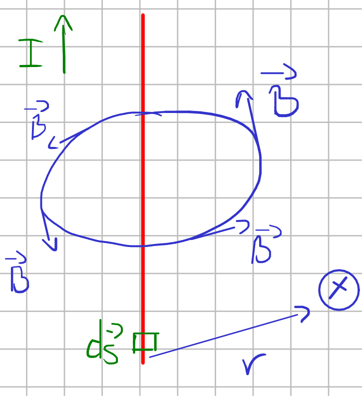
$$\vec{F}_B = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}, \quad F_B = ILB$$

forza magnetica esercitata su un tratto di filo rettilineo in un campo magnetico esterno uniforme.

Legge di Biot-Savart

Una carica in moto produce un campo magnetico.
Un filo trascorso da una corente elettrica genera un campo magnetico a geometria cilindrica.

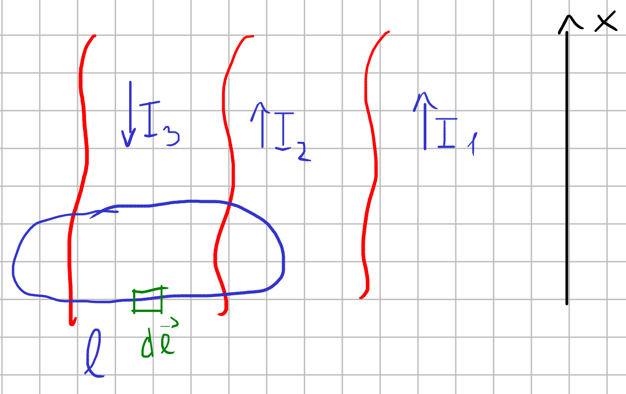
$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,d\vec{s} \wedge \hat{r}}{r^2}$$



μ_0: permeabilità magnetica del vuoto

Questo integrale non è facile da usare, percio ci serve il seguente teorema.

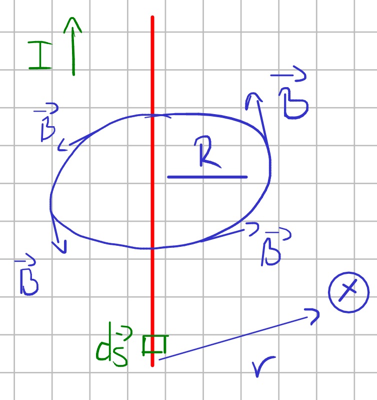
Teorema di Ampere



$$\oint_\ell \vec{B}\, d\vec{\ell} = \mu_0 (I_2 - I_3)$$

L'integrale di linea $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ lungo un qualsiasi percorso chiuso è uguale a $\mu_0 I$, dove I è la corrente stazionaria totale concatenata con il percorso chiuso considerato.

Quindi, usando Th. di Ampere



$$\oint B\, d\ell = B \oint_\ell d\ell = B\, 2\pi R = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Legge di Faraday-Neumam-Lenz

Un campo magnetico variabile nel tempo può genera una f.e.m. ovvero una differenza di potenziale.

$$f.e.m. \equiv \Delta V = -\frac{d}{dt}\left(\phi(B)\right)$$

$$\phi(B) = \int \vec{B}\, d\vec{\Sigma}$$