CLASSI COMPLEMENTO

RELAZIONI

$$CoP = \{L : L^c \in P\} = P$$

$$CoPSPACE = \{L : L^c \in PSPACE\} = PSPACE$$

$$CoNP = \{L : L^c \in NP\}$$

A PARTIRE DA CONP NON POSSIAMO DIRE NULLA SU NP

NP E CONP NON DECIDONO L, IN QUANTO ACCETTANO SOLTANTO

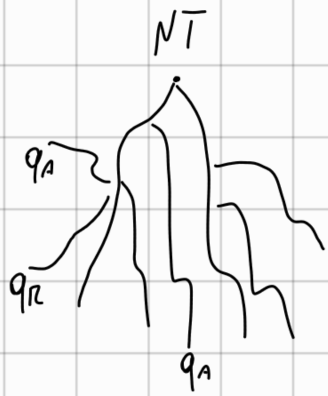
DIM → A PARTIRE DA CONP NON POSSIAMO DIRE NULLA SU NP

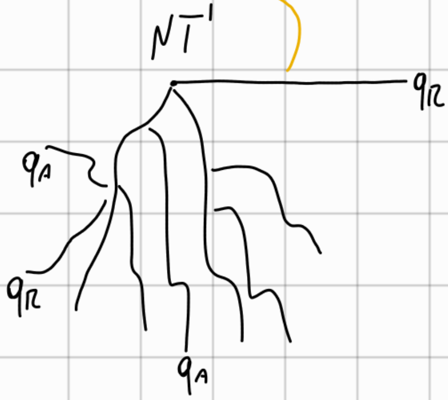
$$L \in NP \Rightarrow \exists NT : \forall x \in L \left[NT(x) = q_A \wedge nTIME(NT, x) \in O(|x|^k)\right]$$
$$\forall x \notin L \left[NT(x) \neq q_A\right]$$

DEF DI ACCETTAZIONE

$$NT' = NT \cup \{\langle q_0, 0, 0, q_R, F\rangle, \langle q_0, 1, 1, q_R, F\rangle, \langle q_0, \square, \square, q_R, F\rangle\}$$

QUINTUPLE CHE PORTANO OGNI INPUT AD AVERE SICURAMENTE UNA COMPUTAZIONE RIGETTANTE





NT' ACCETTA L?

$x \in L \Rightarrow NT(x) = q_A \Rightarrow NT' = q_A$ → DEF DI ACCETTAZIONE

$x \notin L \Rightarrow NT(x) \neq q_A \Rightarrow NT' \neq q_A$

CREO $\overline{NT} = NT$ CON q_A E q_R INVERTITI

$\overline{NT}$ ACCETTA L?

$\forall x \in L^c \Rightarrow \overline{NT}(x) = q_A$ → $\overline{NT}$ ACCETTA SEMPRE

$\forall x \notin L^c \Rightarrow \overline{NT}(x) = q_A$

A CAUSA DELLE QUINTUPLE AGGIUNTE

CONGETTURE FONDAMENTALI

1ª CONGETTURA

$P \neq NP$

2ª CONGETTURA

$NP \neq CoNP$

TEOREMA

SE $NP \neq CoNP \Rightarrow P \neq NP$

DIMOSTRIAMO CHE $P = NP \rightarrow CoNP = NP$

DIM → CONTROINVERSA $\Rightarrow$ $A \rightarrow B$ SI PUO' DIMOSTRARE CON $\overline{B} \rightarrow \overline{A}$

SE $P = NP \Rightarrow CoP = CoNP$

MA $P = CoP$ → TEOREMA

$\Rightarrow NP = P = CoP = CoNP$

Esercizio

NP è chiusa rispetto a $\propto_p$

allora CoNP è chiusa rispetto a $\propto_p$

Dim

Poiché NP è chiusa rispetto a $\propto_p$

$\forall L_1 \in NP, \forall L_2 : L_2 \propto_p L_1 [L_2 \in NP]$ quindi

$\forall L_1^c \in CoNP, \forall L_2^c \propto_p L_1^c [L_2^c \in CoNP]$

Reminder

$L \in$ CoNP-completo se

1) $L \in CoNP$
2) $\forall L' \in CoNP [L' \propto_p L]$

Teorema

$L \in$ NP-completo $\iff L^c \in$ CoNP-completo

Dim $\Rightarrow$

Sia $L \in$ NP-completo

1) $L \in NP \rightsquigarrow L^c \in CoNP$
2) $\forall L_0 \in NP [L_0 \propto_p L]$

Sia $L_1 \in CoNP \Rightarrow L_1^c \in NP \Rightarrow L_1^c \propto_p L$

SCRIVIAMO LA NEGAZIONE

$\Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \in L_1^c \Leftrightarrow f(x) \in L] \Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \notin L_1^c \Leftrightarrow f(x) \notin L] \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L^c] \Rightarrow \forall L_1 \in CoNP [L_1 \propto_p L^c]$

f TOTALE, CALCOLABILE E POLINOMIALE

DIM $\Leftarrow$

Sia $L^c \in CoNP$-COMPLETO

1) $L^c \in CoNP$

2) $\forall L_0^c \in CoNP [L_0^c \propto_p L^c]$

Sia $L_1 \in NP \Rightarrow L_1^c \in CoNP \Rightarrow L_1^c \propto_p L^c$

SCRIVIAMO LA NEGAZIONE

$\Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \in L_1^c \Leftrightarrow f(x) \in L^c] \Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \notin L_1^c \Leftrightarrow f(x) \notin L^c] \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists f \in FP : \forall x [x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L] \Rightarrow \forall L_1 \in NP [L_1 \propto_p L]$

TEOREMA

$\forall L \in NP$-COMPLETO

$[$SE $L \in CoNP \Rightarrow N = CoNP]$

DIM

i) $L \in NP$-COMPLETO

1) $L \in NP$

2) $\forall L' \in NP [L' \propto_p L]$

$L \in CoNP \Rightarrow$ PER 2) $\forall L_1 \in NP [L_1 \propto_p L]$

$\Rightarrow$ MA $CoNP$ È CHIUSO RISPETTO A $\propto_p$

$\Rightarrow \forall L_1 \in NP [L_1 \in CoNP] \Rightarrow NP \subseteq CoNP$

ii) $L \in CoNP \Rightarrow L^c \in NP$

PER IL TEOREMA PRECEDENTE

POICHÉ $L \in NP$-COMPLETO $\Rightarrow L^c \in CoNP$-COMPLETO

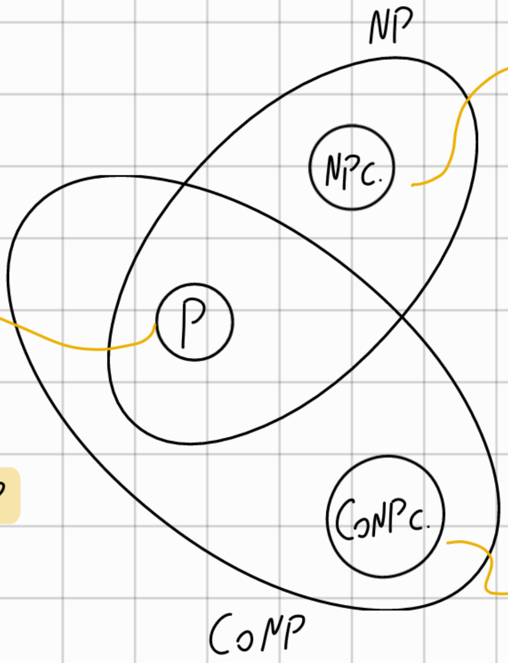
$\Rightarrow \forall L_1^c \in CoNP [L_1^c \propto_p L^c]$

$\Rightarrow$ MA $L^c \in NP$ E NP È CHIUSA RISPETTO A $\propto_p$

$\Rightarrow \forall L_1^c \in CoNP [L_1^c \in NP] \Rightarrow CoNP \subseteq NP$

iii) $NP = CoNP$

GERARCHIA



NPc. → NP completo

CoNPc → CoNP-completo

$CoP \subseteq CoNP \Rightarrow$

$\Rightarrow P = CoP \Rightarrow P \subseteq CoNP$

Se $L \in$ NP-completo, $P \subseteq NP$, P chiuso rispetto a $\leq_p$

$$L \in P \iff P = NP$$