Lezione 15/05/2023

Elettrostatica (cariche ferme)

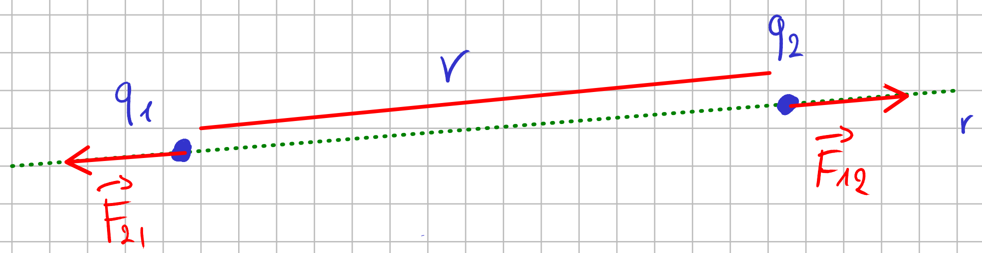
Cariche Positive e cariche Negative

Vale che: Cariche con lo stesso segno si respingono e cariche con segno diverso si attraggono

Isolanti e conduttori

- Conduttori, le cariche sono libere di muoversi
- Isolanti, le cariche non possono muoversi
- Semi Conduttori, una via di mezzo tra conduttori e isolanti

La legge di Coulomb



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \hat{u}_r$$

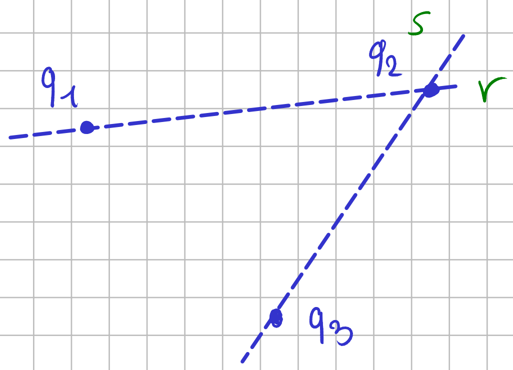
$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \hat{u}_r$$

$\vec{F}_{12}$ e $\vec{F}_{21}$ si dicono Forze di Coulomb

Dal terzo principio della dinamica $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

$\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N m^2}$ detta costante dielettrica del vuoto

Una carica q vale: $1,60218 \times 10^{-19}$ C



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{d^2} \hat{u}_r$$

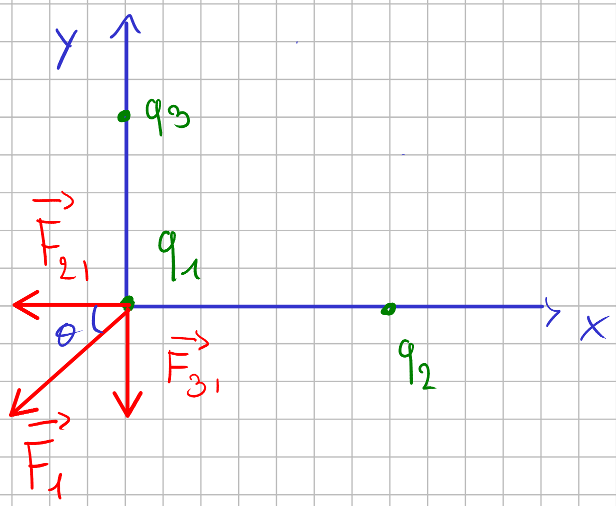
$$\vec{F}_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 q_3}{d^2} \hat{u}_s$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32}$$

In generale se abbiamo N cariche vale il principio di sovrapposizione

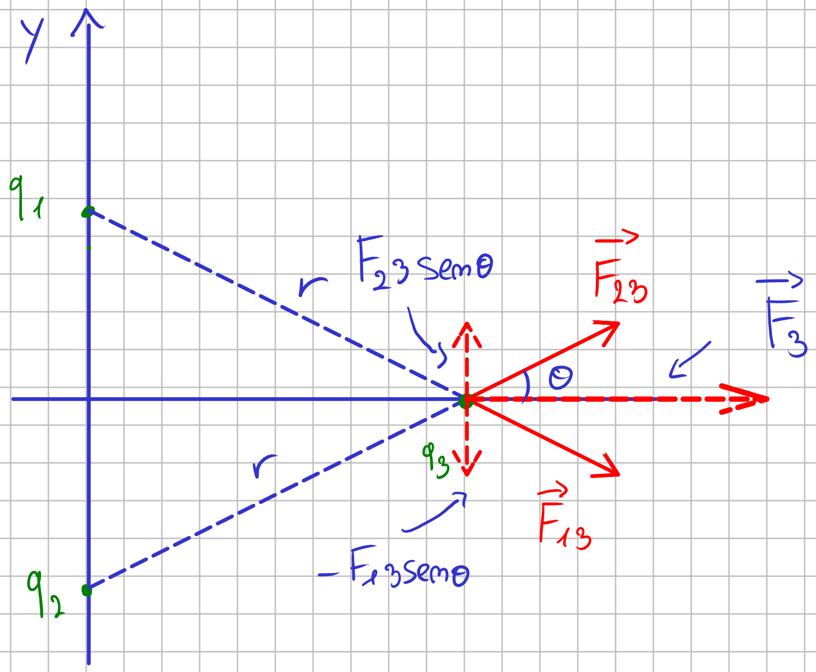
$$\vec{F}_j = \sum_{i=1}^{n-1} \vec{F}_{ij}$$

Siano $q_1 > 0$, $q_2 > 0$, $q_3 > 0$



$$tg(\theta) = \frac{F_{31}}{F_{21}} \Rightarrow \theta = arctg\left(\frac{F_{31}}{F_{21}}\right)$$

Siano q_1, q_2, q_3 disposte come nel grafico, $q_1>0$, $q>0$, $q_1=q_2$



$$F_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r^2} = F \,, \quad F_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r^2} = F$$

$$F_3 = F_{13}\cos\theta + F_{23}\cos\theta = 2F\cos\theta$$

Campo Elettrostatico

Una carica sorgente genera un campo elettrico nella regione di spazio attorno a sé, e una carica di prova che entra nel campo elettrico sente l'azione di una forza elettrica su di sé.

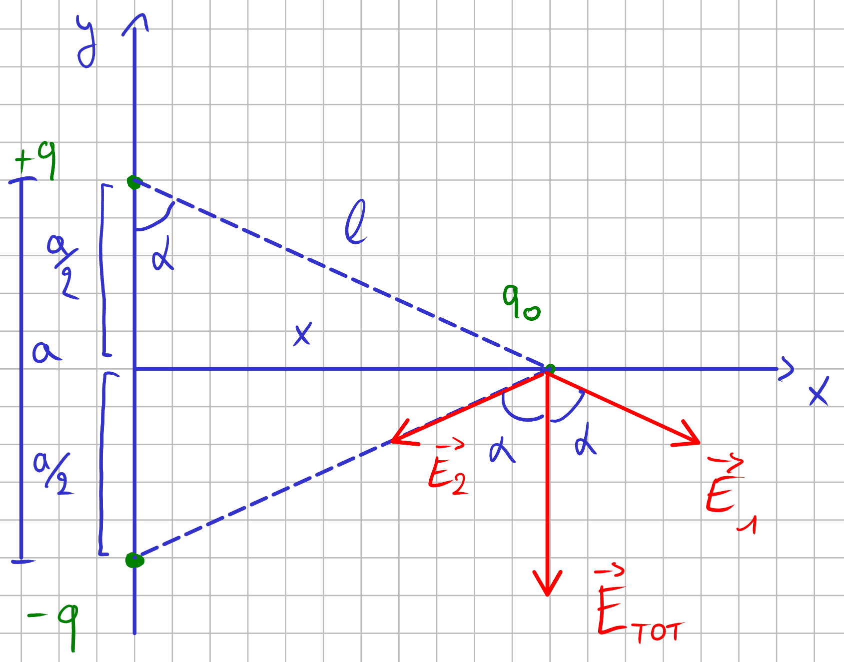
Q

$\bullet\ q_0 \ll Q$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,q_0}{d^2}\,\hat{u}_r$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d^2}\hat{u}_r$$ Campo elettrico

Bipolo elettrico



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \underbrace{\frac{\vec{F}_1}{q_0}}_{=\vec{E}_1} + \underbrace{\frac{\vec{F}_2}{q_0}}_{=\vec{E}_2}$$ (principio di sovrapposizione)

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{l^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{l^2}$$

Definiamo $E_0 \equiv E_1 = E_2$

$$E_{TOT} = E_1\cos(\alpha) + E_2\cos(\alpha) = 2E\cos(\alpha)$$

Vogliamo definire E in funzione di x

$$\ell = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{a}{2\ell} = \frac{a}{2\sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}}$$

$$E_{TOT} = \frac{\cancel{2}}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]} \frac{a}{\cancel{2}\sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{q\,a}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Per $x \gg a$

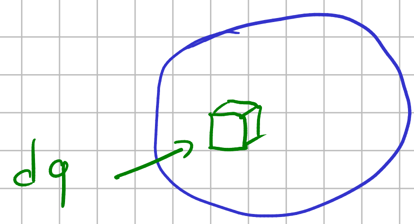
$$E_{TOT} = \frac{q\,a}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\underset{\substack{\downarrow \\ \infty}}{x}^2\left[1 + \underbrace{\left(\frac{a}{2x}\right)^2}_{\to 0}\right]^{\frac{3}{2}}} \xrightarrow[x \to \infty]{} \frac{q\,a}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{x^3}$$

Per $x \ll a$

$$E_{TOT} = \frac{q\,a}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2\left[\underbrace{\left(\frac{x^2 2}{a}\right)^2 + 1}_{\substack{x \to +\infty \\ \to 1}}\right]^{\frac{3}{2}}} \xrightarrow[x \to +\infty]{} \frac{q\,a}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^3} \simeq \frac{8\,q}{\pi\varepsilon_0 a^2}$$

per piccole distanze è circa costante

Per corpi solidi, abbiamo che:



$$\oint d\vec{E} = \oint \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\,\hat{r} \Rightarrow$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{dq}{r^2}\,\hat{r}$$

- Distribuzione volumetrica : $\rho = \frac{Q}{V} \left[\frac{C}{m^3}\right] \Rightarrow dq = \rho\, dv$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \rho \oint \frac{dv}{dr} \hat{r}$$

- Distribuzione superficiale : $\sigma = \frac{Q}{\Sigma} \left[\frac{C}{m^2}\right] \Rightarrow dq = \sigma\, d\Sigma$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sigma \oint \frac{d\Sigma}{dr} \hat{r}$$

- Distribuzioni lineari : $\lambda = \frac{Q}{\ell} \left[\frac{C}{m}\right] \Rightarrow dq = \lambda\, d\ell$

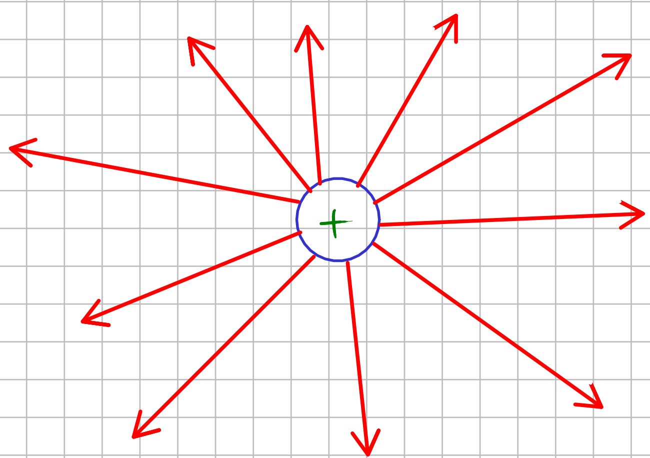
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \lambda \oint \frac{d\ell}{dr} \hat{r}$$

Linee di Campo

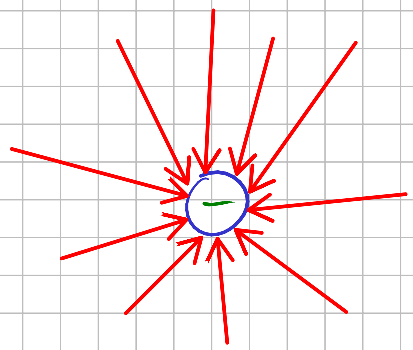
Rappresentazione grafica dell' campo elettrico

- Il vettore campo elettrico $\vec{E}$ è tangente alle linee di campo in ogni punto.

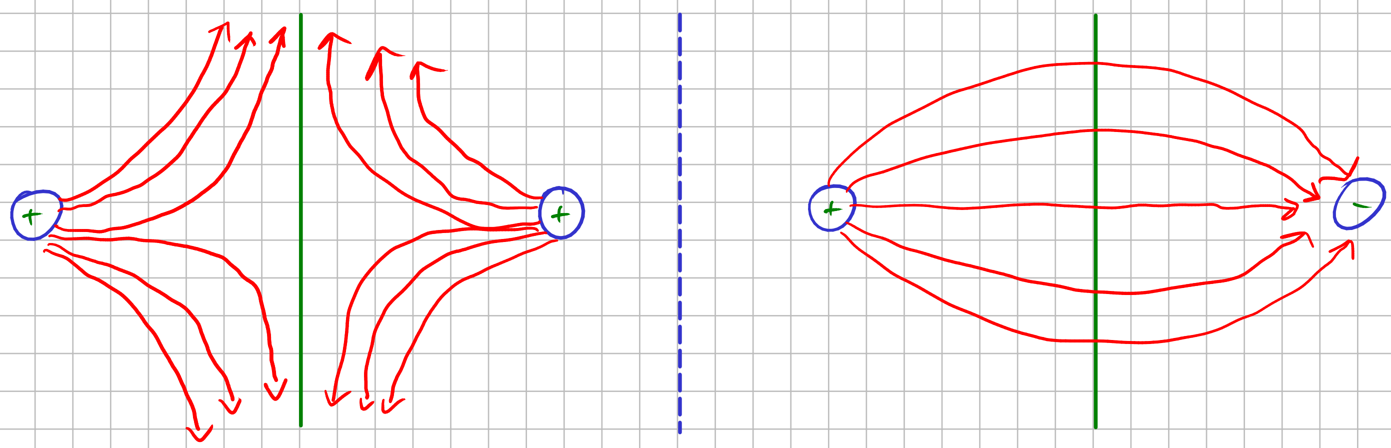
Per una carica positiva le linee di campo sono dirette radialmente verso l'esterno.



Per una carica negativa le linee di campo sono dirette radialmente verso l'interno

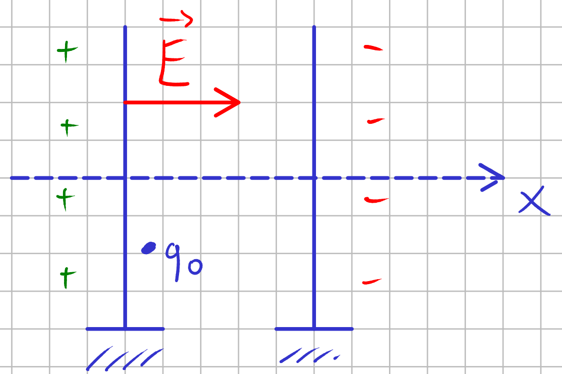


Le linee di campo devono "iniziare" sulle cariche positive e "terminare" sull cariche negative



Cariche con stesso segno   Cariche con segno oppost

Moto delle cariche

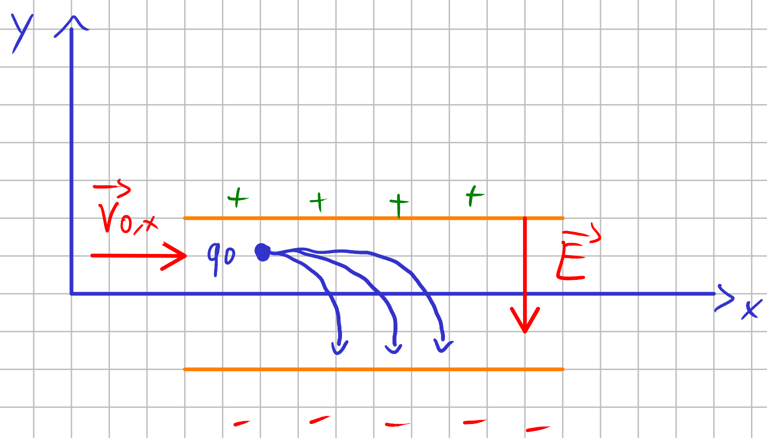


$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \quad \vec{E} \text{ costante}$$

$$\vec{a} = \frac{q_0}{m} \vec{E}$$

- $a(t) = \frac{q_0}{m} E$
- $v(t) = v_0 + \frac{q_0}{m} E t$
- $s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \frac{q_0}{m} E t^2$

Esempio



$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q_0}{m} E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{x,0} \\ v_y = -\frac{q_0}{m} E t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = v_{x,0} t \\ y(t) = -\frac{q_0}{2m} E t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x(t)}{v_{x,0}} \\ y(t) = -\frac{q_0}{2m} E \left(\frac{x(t)}{v_{x,0}}\right)^2 \end{cases}$$