ESERCIZI

SU

LAVORO ED ENERGIA

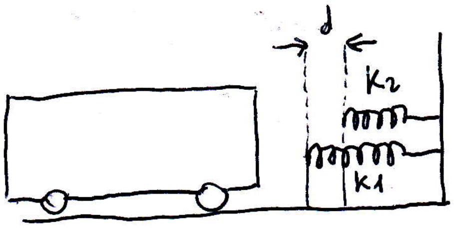
Serway, pr. 7.59

Un carro merci avente massa $M = 6000\ kg$ si muove lungo i binari senza apprezzabile attrito. Il carro viene fermato mediante un sistema combinato di due molle, come mostrato nella figura. Entrambe le molle seguono la legge di Hooke con costanti elastiche $k_1 = 1600\ N/m$ e $k_2 = 3400\ N/m$.

Dopo che la prima molla viene compressa di un tratto $d_1 = 0{,}3\ m$, comincia ad agire anche la seconda molla aumentando la forza frenante.

Dal primo contatto col sistema di molle il carro percorre un tratto $D = 0{,}5\ m$ prima di fermarsi.

Si trovi la velocità iniziale del carro



Durante la compressione, la molla con costante elastica k_1 si comprime complessivamente di un tratto D, mentre la molla con costante elastica k_2 si comprime di un tratto $D-d$.

Pertanto, il lavoro svolto complessivamente dalle molle è $W_{TOT} = W_{el,1} + W_{el,2} = -\frac{1}{2}k_1 D^2 - \frac{1}{2}k_2(D-d)^2$

Poiché le forze elastiche esercitate dalle due molle sono le uniche forze che compiono lavoro, per il teorema dell'energia cinetica, considerando come istante iniziale quello in cui il carro entra in contatto con la prima molla, e come istante finale quello in cui il carro si ferma, possiamo scrivere:

$$K_f - K_i = W_{TOT}$$; poiché $K_f = 0$, otteniamo:

$$-\frac{1}{2}M|\vec{v}_i|^2 = -\frac{1}{2}k_1 D^2 - \frac{1}{2}k_2(D-d)^2,$$ e quindi:

$$M|\vec{v}_i|^2 = k_1 D^2 + k_2(D-d)^2,$$ da cui

$$|\vec{v}_i|^2 = \frac{1}{M}\left[k_1 D^2 + k_2(D-d)^2\right],$$ e infine

$$\boxed{|\vec{v}_i| = \sqrt{\frac{1}{M}\left[k_1 D^2 + k_2(D-d)^2\right]} = 0,299 \text{ m/s}}$$

Serway, pr. 8.43

Una particella avente massa $m = 0,2\ kg$, inizialmente a riposo, è lasciata libera in un punto A che si trova sul diametro orizzontale di una coppa liscia semisferica di raggio $R = 0,3\ m$. Si calcolino

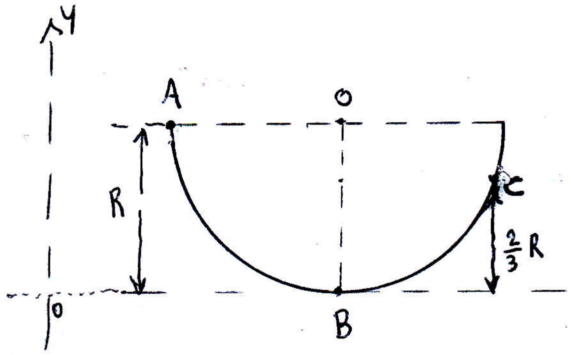
a) l'energia potenziale gravitazionale nel punto A rispetto al punto più basso della coppa, indicato con B,

b) l'energia cinetica della particella nel punto B,

c) il modulo della sua velocità istantanea in B, e

d) l'energia cinetica e potenziale della particella in un punto C sulla superficie interna della coppa liscia, posto a una quota $\frac{2}{3}R$ al di sopra del punto B.

e)



Schema della sezione verticale della coppa liscia all'altezza del suo diametro.

Poniamo che, rispetto all'asse cartesiano y scelto come nella figura sopra, risulti $U_p(y) = 0$ per $y = y_B$ (quota del punto più basso della coppa. Allora possiamo scegliere $y_B = 0$, e porre $U_p(y) = mgy$

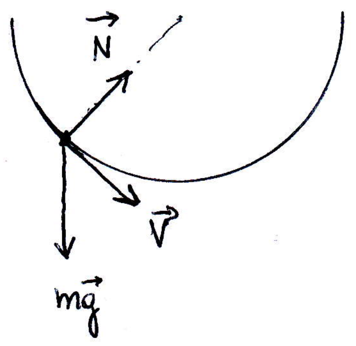
Ora, poiché il punto A si trova a una quota $y_A = R$ al di sopra di $y_B = 0$, nel punto A l'energia potenziale gravitazionale

è $\boxed{U_p(y = R) = mgR}$, con le convenzioni descritte in precedenza.

Numericamente: $U_p(y=R) = 0{,}5886\,J$

b) Durante il moto della particella, le forze che agiscono su di essa sono: la forza peso e la reazione vincolare della superficie interna della coppa liscia.

In un punto generico sulla superficie interna della coppa, il diagramma delle forze agenti sulla particella è il seguente (è mostrato anche il vettore $\vec{v}$ nel punto considerato, supponendo che in quell'istante la particella stia scivolando verso il basso):



$\vec{N}$: reazione vincolare della superficie interna della coppa, agente sulla particella.

$\vec{N}$ è diretta lungo il raggio della sezione circolare della coppa, per cui risulta, istante per istante, perpendicolare al vettore velocità istantanea $\vec{v}$, e dunque $\vec{N}$ non compie lavoro sulla particella.

Dunque, l'unica forza che compie lavoro è la forza peso della particella, che è una forza conservativa. Pertanto, l'energia meccanica della particella si conserva durante il moto.

Allora possiamo scrivere:

$$E_{m,B} = E_{m,A} \quad , \text{ cioè } \quad K_B + U_{p,B} = K_A + U_{p,A}$$

Dato che $U_{p,B} = 0$ e $K_A = 0$, otteniamo:

$$\boxed{K_B = U_{p,A} = mgR = 0{,}5886\,J}$$

c) Dato che $K_B = \frac{1}{2} m |\vec{v}_B|^2$, dove $\vec{v}_B$ è il vettore velocità istantanea nel punto B, otteniamo:

$$|\vec{v}_B|^2 = \frac{2K_B}{m} = \frac{2}{\cancel{m}} \cdot \cancel{m} g R \quad , \text{ e quindi}$$

$$|\vec{v}_B|^2 = 2gR \quad , \text{ da cui:}$$

$$\boxed{|\vec{v}_B| = \sqrt{2gR} = 2{,}426 \ \frac{m}{s}}$$

d) nel punto C, posto alla quota $y = \frac{2}{3} R$, risulta

$$E_m = K_c + U_{p,c} = mgR,$$ per la conservazione dell'energia meccanica della particella.

L'energia potenziale della particella nel punto C è:

$$\boxed{U_{p,c} = mg\,y_c = \frac{2}{3} mgR = 0{,}3924\,J}$$

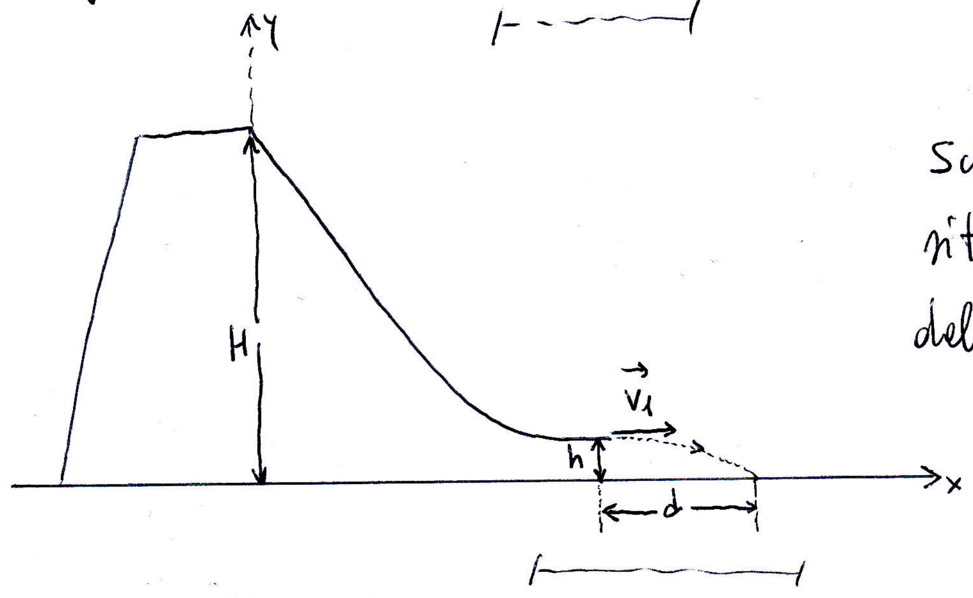
Dunque, l'energia cinetica della particella nel punto C è:

$$K_c = E_m - U_{p,c} = mgR - \frac{2}{3} mgR,$$ e quindi:

$$\boxed{K_c = \frac{1}{3} mgR = 0{,}1962\,J}$$

Serway, pr. 8.45

Un ragazzo parte da fermo dalla cima di uno scivolo con attrito trascurabile. Il fondo dello scivolo si trova a una quota h al di sopra del suolo (piano orizzontale).
Il ragazzo si stacca dallo scivolo con vettore velocita' istantanea $\vec{v}_1$ diretto orizzontalmente, ricadendo a terra a una distanza orizzontale d dal fondo dello scivolo.
Usando metodi energetici, si trovi l'altezza H dalla quale il ragazzo ha iniziato la discesa in termini di h e d.



Schema della situazione descritta dal testo del problema

Rispetto al livello del suolo, la conservazione dell'energia meccanica del ragazzo tra l'istante in cui inizia a scivolare e l'istante in cui si stacca dallo scivolo permette di scrivere:

$$\frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{v}_1|^2 + \cancel{m} g h = \cancel{m} g H \text{ , per cui risulta}$$

$$\frac{1}{2} |\vec{v}_1|^2 = gH - gh \text{ , cioe' } |\vec{v}_1|^2 = 2g(H-h) \text{ e infine}$$

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{2g(H-h)}$$

Il tempo di caduta di un grave dal culmine della sua traiettoria parabolica alla quota h è noto dallo studio fatto quando si analizzò questo moto specifico dal punto di vista cinematico:

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

D'altra parte, sapendo che il ragazzo si stacca dallo scivolo con modulo della velocità orizzontale $|\vec{V}_1|$ (che poi si mantiene costante come valore della componente orizzontale della velocità istantanea durante la caduta libera), e che arriva a terra a una distanza orizzontale d dalla verticale del fondo dello scivolo, il tempo di caduta è espresso anche dalla relazione

$$t_c = \frac{d}{|\vec{V}_1|} = \frac{d}{\sqrt{2g(H-h)}}$$

Pertanto deve valere l'uguaglianza seguente:

$$\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{d}{\sqrt{2g(H-h)}}$$

Eleviamo al quadrato i due membri dell'equazione:

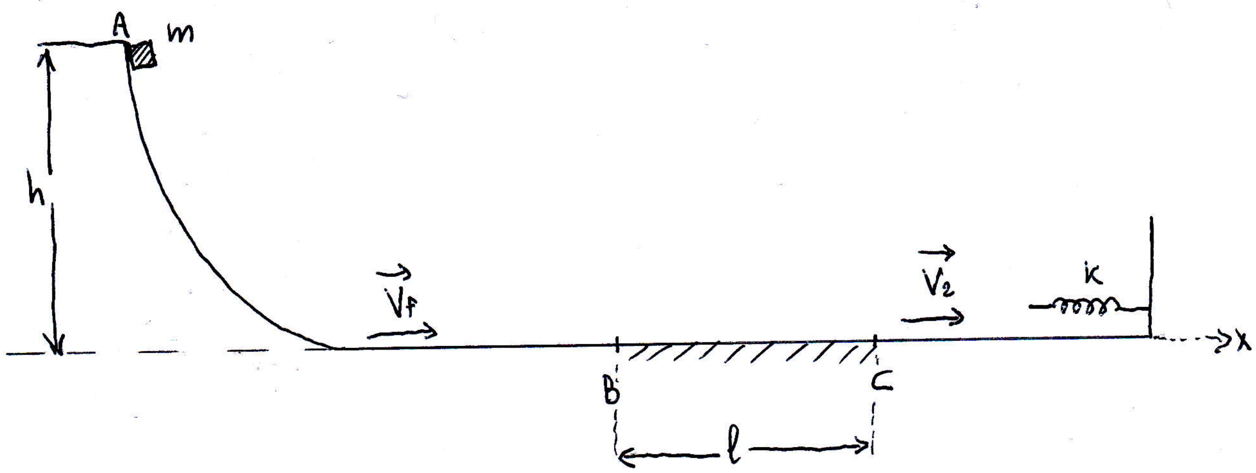
$$\frac{2h}{\cancel{g}} = \frac{d^2}{2\cancel{g}(H-h)}$$, e moltiplichiamo i due membri per $2(H-h)$:

$$4h(H-h) = d^2,$$ da cui: $H-h = \frac{d^2}{4h}$ e poi $\boxed{H = h + \frac{d^2}{4h}}$

Serway; pr. 8.63

Un blocco avente massa $m = 10$ kg viene lasciato libero nel punto A della figura, che si trova a una quota $h = 3$ m al di sopra del piano orizzontale. Il piano lungo cui si muove il blocco è privo di attrito, fatta eccezione per il tratto tra i punti B e C, lungo $\ell = 6$ m. Il blocco poi prosegue lungo la pista orizzontale, colpisce una molla avente costante elastica $k = 2250$ N/m e la comprime di un tratto $d = 0{,}3$ m prima di arrestarsi momentaneamente.

Si determini il coefficiente di attrito dinamico tra la superficie orizzontale e il blocco nel tratto con attrito tra il punto B e il punto C.



Calcoliamo anzitutto il modulo della velocità del blocco quando questo raggiunge il piano orizzontale.
Poiché durante la discesa tra le superficie delle guide e il blocco non c'è attrito, l'unica forza che compie lavoro durante la discesa è la forza peso (la reazione vincolare, come noto, non compie lavoro), per cui l'energia meccanica del blocco si conserva durante la discesa.

$$E_{m,f} = E_{m,i} \quad , \quad \text{cioè:}$$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{V}_f|^2 \Rightarrow |\vec{V}_f|^2 = 2gh \Rightarrow |\vec{V}_f| = \sqrt{2gh}$$

Con questa velocità, quindi, il blocco inizia a percorrere il piano orizzontale, finché non trova il tratto con attrito.
Il lavoro svolto dalla forza di attrito dinamico è:

$$W_d = F_{d,x} \cdot l = -\mu_d N l = -\mu_d m g l$$

Nel tratto con attrito, $\vec{F}_d$ è l'unica forza che compie lavoro ($m\vec{g}$ e $\vec{N}$ non compiono lavoro in quel tratto), per cui possiamo usare il teorema dell'energia cinetica per calcolare il modulo della velocità $\vec{V}_2$ del blocco al termine del tratto con attrito:

$$\frac{1}{2} m |\vec{V}_2|^2 - \frac{1}{2} m |\vec{V}_f|^2 = W_d = -\mu_d m g l \quad , \quad \text{cioè:}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{V}_2|^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} |\vec{V}_f|^2 - \mu_d \cancel{m} g l \quad , \quad \text{e quindi:}$$

$$|\vec{V}_2|^2 = |\vec{V}_f|^2 - 2\mu_d g l \Rightarrow |\vec{V}_2| = \sqrt{|\vec{V}_f|^2 - 2\mu_d g l}$$

Affinché il blocco possa proseguire oltre il tratto con attrito, deve chiaramente risultare $|\vec{V}_f|^2 > 2\mu_d g l \Rightarrow |\vec{V}_f| > \sqrt{2\mu_d g l}$, affinché l'espressione sotto la radice quadrata nell'espressione di $|\vec{V}_2|$ sia positiva.

Dunque, il blocco prosegue poi con velocità V_2 verso destra, e urta la molla fino a comprimerla di un tratto d. Durante questa fase, il piano orizzontale è nuovamente liscio, e l'unica forza che compie lavoro è la forza elastica. Poiché la forza elastica è conservativa, l'energia meccanica (tra l'istante in cui il blocco tocca la molla e l'istante in cui la molla raggiunge la massima compressione) si conserva. Dunque possiamo scrivere:

$$E_{m,1} = E_{m,2} \quad , \quad \text{cioè}$$

$$\frac{1}{\cancel{2}} m |\vec{V}_2|^2 = \frac{1}{\cancel{2}} k d^2 \quad , \quad \text{cioè:}$$

$$|\vec{V}_2|^2 = \frac{k}{m} d^2$$

Usando le formule trovate durante la risoluzione del problema, otteniamo:

$$|\vec{V}_f|^2 - 2\mu_d g l = \frac{k}{m} d^2 \quad , \quad \text{e poi:} \quad 2gh - 2\mu_d g l = \frac{k}{m} d^2 ,$$

e quindi:

$$2\mu_d g l = 2gh - \frac{k}{m} d^2$$

Dividiamo i due membri per $2gl$:

$$\mu_d = \frac{2gh - \frac{k}{m} d^2}{2gl} \quad , \qquad \text{cioè:}$$

$$\boxed{\mu_d = \frac{h}{l} - \frac{kd^2}{2mgl} = \frac{1}{l}\left(h - \frac{kd^2}{2mg}\right) = 0{,}328}$$

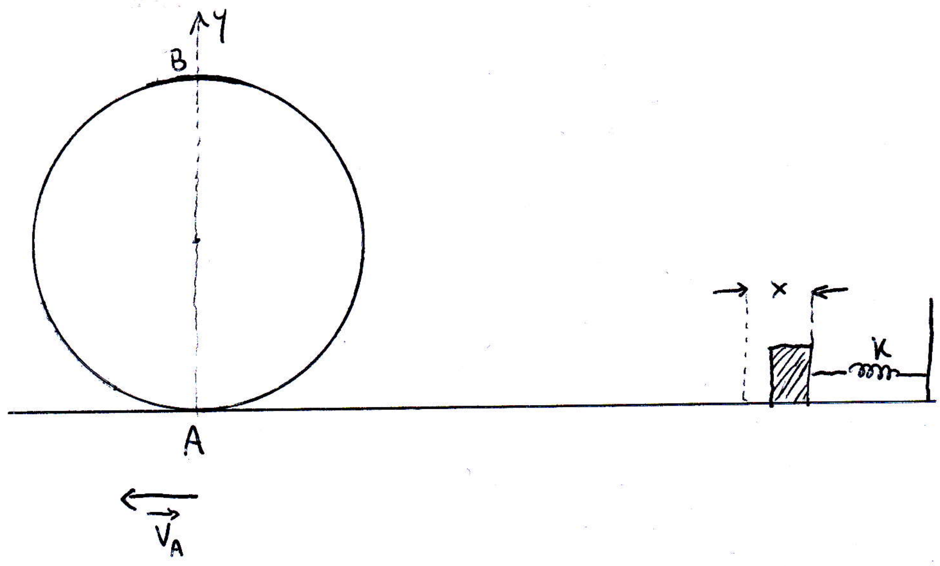
Serway; pr. 8.65

Un blocco avente massa $m = 0,5$ kg viene spinto contro una molla disposta orizzontalmente, di massa trascurabile, comprimendola di un tratto x. La costante elastica della molla e' $K = 450$ N/m. Il blocco viene allora lasciato libero di muoversi su un piano orizzontale privo di attrito fino a raggiungere il punto A, che e' il punto più basso di una guida circolare posta sul piano verticale, avente raggio $R = 1$ m, e quindi continua a percorrere la guida verso l'alto restando appoggiato alla guida. La velocita' del blocco nel punto A e' $|\vec{v}_A| = 12$ m/s, e lungo la guida circolare agisce una forza di attrito avente valore medio $|\vec{F}_a| = F_a = 7$ N.

a) Quanto vale x?

b) Se il blocco dovesse arrivare in cima alla guida, quale sarebbe la sua velocita' in quel punto?

c) Il blocco riuscira' a raggiungere la sommita' della guida oppure cadra' prima?



a) Mentre la molla si riallunga a partire dalla situazione iniziale di compressione, l'unica forza che compie lavoro e' la forza elastica, in quanto il corpo si muove su un piano orizzontale senza attrito, e la forza peso e la reazione vincolare del piano non compiono lavoro. Dato che, inoltre, la forza elastica e' conservativa, l'energia meccanica del blocco durante questa fase del suo moto si conserva.

Se indichiamo con $E_{m,i}$ l'energia meccanica del blocco nel momento in cui la molla e' compressa di un tratto x e il corpo e' fermo, e con $E_{m,f}$ l'energia meccanica del blocco nell'istante in cui viene rilasciato dalla molla quando questa ha raggiunto la posizione di riposo (e a partire da quel momento il blocco si stacca dalla molla e si muove sul piano orizzontale di moto rettilineo uniforme con velocita' uguale a quella con cui e' stato "sparato" dalla molla), possiamo scrivere:

$$E_{m,i} = E_{m,f} \quad , \quad \text{cioe'}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} k x^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m v_A^2 \quad ,$$ dove $v_A = |\vec{v}_A|$, essendo $\vec{v}_A$ la velocita' del blocco dopo essere stato sparato dalla molla.

Risulta pertanto:

$$x^2 = \frac{m}{K} v_A^2 \quad , \quad \text{cioe'} \quad \boxed{x = v_A\sqrt{\frac{m}{K}} = 0{,}4 \text{ m}}$$

b) Dunque, il blocco inizia a percorrere la guida circolare con velocità iniziale di modulo v_A, dopodiché su di esso agiscono la forza peso, la forza di attrito della guida e la reazione vincolare della guida; la reazione vincolare, come già noto, non compie lavoro; pertanto le forze che compiono lavoro sono la forza peso e la forza di attrito dinamico.

Ma la forza di attrito dinamico non è una forza conservativa, per cui l'energia meccanica del blocco non si conserva mentre percorre la guida in salita.

Dunque, occorre utilizzare il teorema dell'energia cinetica. Calcoliamo il lavoro compiuto dalle due forze mentre il blocco si sposta dal punto più basso al punto più elevato della guida.

$$W_p = U_p(y=0) - U_p(y=2R) = -2mgR$$

Se la forza di attrito dinamico ha modulo costante uguale a F_a (dato del problema), e siccome il tratto per andare dal punto più basso al punto più elevato della guida è una semicirconferenza di raggio R, risulta:

$$W_d = -F_a \cdot \pi R = -\pi R F_a$$

Dunque, per il teorema dell' energia cinetica applicato tra il punto A e il punto B (punto più elevato della guida), possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2} m |\vec{V}_B|^2 - \frac{1}{2} m |\vec{V}_A|^2 = W_p + W_d \quad , \quad \text{cioè:}$$

$$\frac{1}{2} m |\vec{V}_B|^2 - \frac{1}{2} m |\vec{V}_A|^2 = -2mgR - \pi R F_a \quad , \quad \text{da cui:}$$

$$\frac{1}{2} m |\vec{V}_B|^2 = \frac{1}{2} m |\vec{V}_A|^2 - 2mgR - \pi R F_a$$

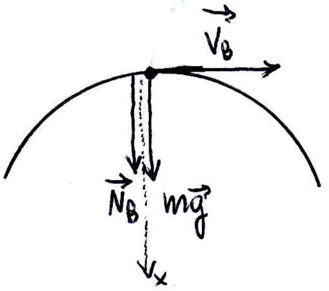
Moltiplichiamo i due membri per $\frac{2}{m}$:

$$|\vec{V}_B|^2 = |\vec{V}_A|^2 - 4gR - \frac{2\pi R F_a}{m} = 16{,}7954 \ \frac{m^2}{s^2} > 0$$

Dunque, se il blocco riuscisse ad arrivare nel punto più elevato della guida scivolando lungo la medesima, la sua velocità sarebbe:

$$\boxed{|\vec{V}_B| = \sqrt{|\vec{V}_A|^2 - 4gR - \frac{2\pi R F_a}{m}} = 4{,}0982 \ \frac{m}{s}}$$

c) Tuttavia, affinché il blocco possa arrivare nel punto più elevato delle guide senza staccarsi da queste, occorre che le guide esercitino costantemente una reazione vincolare sul blocco, in particolare quando quest'ultimo passa nel punto più elevato. Per questo motivo, è essenziale fare un'analisi dinamica delle forze agenti sul blocco in tale posizione.



Poiché il blocco scivola sulle facce interne delle guide, la reazione vincolare di queste quando il blocco passa per il punto B è orientata come mostrato nello schema qua sopra. Posto $N_B = |\vec{N}_B|$, se introduciamo un asse cartesiano x verticale orientato positivamente verso il centro della traiettoria circolare possiamo scrivere:

$$N_{B,x} = N_B \quad , \quad (m\vec{g})_x = mg \,,$$ ed essendo $|\vec{a}_{c,B}| = \frac{|\vec{v}_B|^2}{R}$

il modulo dell'accelerazione centripeta del blocco nel punto B, per la seconda legge della dinamica applicata al moto circolare possiamo scrivere:

$$m\vec{a}_c = m\vec{g} + \vec{N}_B \,,$$ e quindi per le componenti x dei vettori risulta:

$$m\, a_{c,x} = (m\vec{g})_x + N_{B,x}$$, cioè:

$$m\frac{|\vec{v}_B|^2}{R} = mg + N_B,$$ e quindi

$$N_B = m\frac{|\vec{v}_B|^2}{R} - mg = m\left(\frac{|\vec{v}_B|^2}{R} - g\right)$$

Affinché il blocco si trovi a contatto con la guida nel punto B, deve risultare:

$N_B \geq 0$, cioè $\frac{|\vec{v}_B|^2}{R} - g \geq 0$, da cui $\frac{|\vec{v}_B|^2}{R} \geq g$,

e quindi $|\vec{v}_B|^2 \geq gR$, cioè $|\vec{v}_B| \geq \sqrt{gR} = 3{,}1321\ \frac{m}{s}$

Poiché $v_{B,lim} = \sqrt{gR} = 3{,}1321\ \frac{m}{s}$ risulta minore del valore di $|\vec{v}_B|$ ottenuto nel calcolo svolto al punto b) del problema, possiamo quindi concludere che, in questo caso, il blocco riuscirà a raggiungere la sommità della guida senza staccarsi da questa durante la salita.

Serway, pr. 7.61

Due forze costanti sono applicate a un corpo avente massa $m = 5$ kg libero di muoversi nel piano xy.
Le due forze $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ hanno modulo rispettivamente 25 N e 42 N e formano un angolo con il semiasse x positivo rispettivamente di 35° e 150° (disegnare i vettori nel piano cartesiano).
Nell'istante $t = 0$ il corpo si trova nell'origine con velocità $\vec{V}_0 = (4\hat{i} + 2{,}5\hat{j})$ m/s.

a) Si esprimano le due forze in termini dei versori, e si usi tale notazione anche per le risposte successive.

b) Si calcoli la forza risultante agente sul corpo.

c) Si calcoli l'accelerazione del corpo.

Inoltre, all'istante $t = 3$ s, si calcolino

d) la velocità del corpo,

e) la sua posizione,

f) la sua energia cinetica usando l'espressione $\frac{1}{2} m |\vec{V}_f|^2$,

g) la sua energia cinetica usando l'espressione
$\frac{1}{2} m |\vec{V}_i|^2 + \sum_K \vec{F}_k \cdot \Delta\vec{r}$

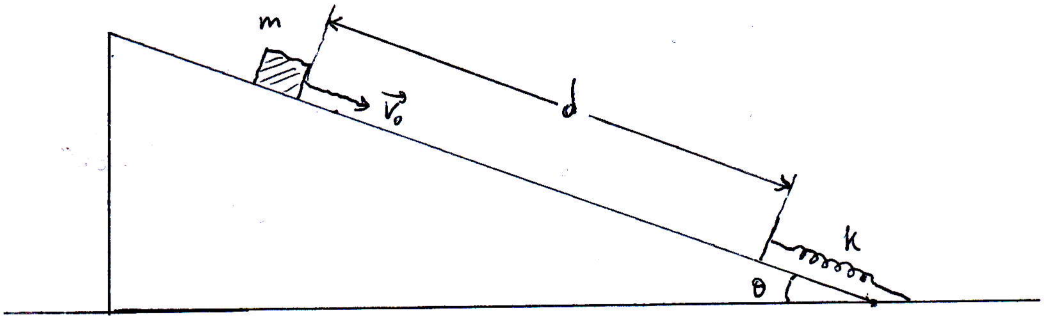
h) Quale conclusione si trae dal confronto delle risposte alle domande f) e g)?

Serway, pr. 7.63

Un piano inclinato di un angolo $\theta = 20°$ rispetto al piano orizzontale ha una molla con costante elastica $k = 500$ N/m fissata all'estremità inferiore del piano inclinato in modo che la molla sia disposta parallelamente alla superficie del piano inclinato (vedi figura).

Un blocco avente massa $m = 2{,}5$ kg è posto nel piano inclinato a una distanza $d = 0{,}3$ m dall'estremità libera della molla. Da questa posizione, il blocco inizia a muoversi verso la molla con velocità iniziale di modulo $v_0 = 0{,}75 \frac{m}{s}$.

Calcolare la compressione della molla nell'istante in cui il blocco si ferma.



Serway, pr. 7.65

a) In un sistema, si assume che l'energia potenziale $U(x)$ valga 5 J per $x = 0$. La forza agente sul punto materiale è $\vec{F} = (8e^{-2x})\hat{i}$. Si calcoli la funzione $U(x)$.

b) Si dica se la forza è conservativa o non conservativa e si spieghi come si fa a verificarlo.

Serway, pr. 8.46

Un filo inestensibile e di massa trascurabile passa sul bordo di un tavolo e, da orizzontale che era, diviene verticale. Il filo collega un blocco avente massa $m_1 = 3,5$ kg, inizialmente in quiete sopra il piano orizzontale a 1,2 m di altezza, con un secondo blocco avente massa $m_2 = 1,9$ kg, che pende in verticale e che si trova inizialmente a una quota di 0,9 m al di sopra del pavimento. Né la superficie del tavolo né il suo bordo presentano attriti. I blocchi iniziano a muoversi con velocità iniziale nulla. Il blocco di massa m_1, una volta raggiunto il bordo del tavolo, viene proiettato orizzontalmente. Il blocco appeso di massa m_2 si ferma senza rimbalzare una volta colpito il pavimento. Si consideri il sistema blocchi - Terra.

a) Si calcoli la velocità con cui il blocco di massa m_1 scivola fuori dal bordo del tavolo.

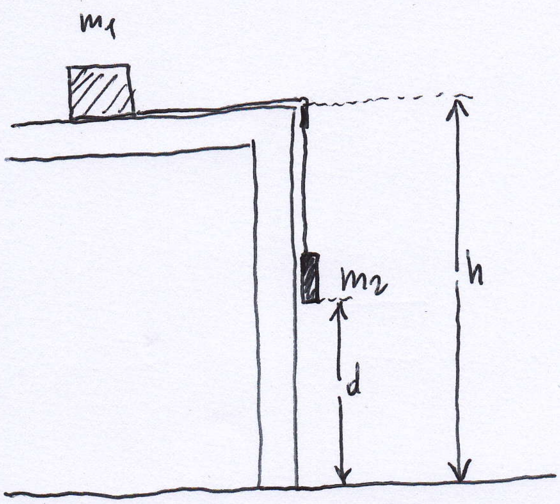
b) Si trovi il modulo della velocità d'impatto con il pavimento del blocco di massa m_1.

c) Quale lunghezza minima deve avere il filo per non tendersi durante la caduta del blocco?

d) L'energia del sistema nella configurazione iniziale e in quella un attimo prima che il corpo di massa m_1 tocchi il pavimento è la stessa?

e) Motivare la risposta.

N.B. il corpo di massa m_2 tocca il pavimento prima che m_1 lasci il tavolo.

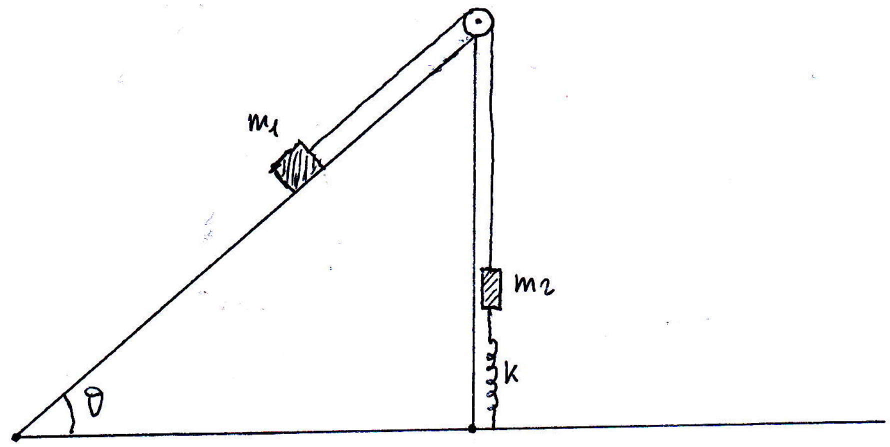


m_1
m_2
h
d

Serway, pr. 8.64

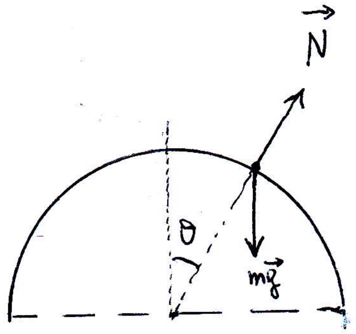
Un blocco avente massa $m_1 = 20$ kg è collegato a un altro blocco avente massa $m_2 = 30$ kg tramite una corda avente massa trascurabile che passa attorno a una puleggia priva di attrito. Il blocco di massa m_2 è attaccato a una molla, pure questa di massa trascurabile, avente costante elastica $K = 250$ N/m.

Quando il sistema si trova nelle condizioni indicate nella figura, la molla si trova nella posizione di riposo; il piano inclinato è liscio. Inizialmente il blocco di massa m_1 viene tirato verso il basso di un tratto $d = 0,2$ m lungo il piano inclinato, che forma un angolo $\vartheta = 40°$ con il piano orizzontale, e quindi viene lasciato libero di muoversi dalla quiete.
Si calcoli il modulo della velocità di ciascun blocco quando la molla si trova nuovamente nella posizione di riposo.



Serway, pr. 8.66

Il silo di una fattoria ha una copertura di forma semisferica che, quando è bagnata, non presenta attrito. Qualcuno ha depositato una zucca nel punto più alto del tetto e lì la zucca sta in equilibrio. In questa situazione la semiretta che parte dal centro di curvatura della semisfera e passa per la posizione della zucca forma un angolo $\theta_i = 0°$ con la direzione verticale. In una notte di pioggia un soffio di vento smuove appena la zucca dalla sua posizione di equilibrio, e questa inizia a scivolare lungo la copertura. Si osserva che la zucca perde contatto con la superficie sferica quando la semiretta che parte dal centro di curvatura della semisfera e passa per la posizione della zucca forma un certo angolo con la direzione verticale. Qual è il valore θ^* di questo angolo?



(schema per l'impostazione della risoluzione del problema)