

CLASSI COMPLEMENTO

RELAZIONI

$$CO P = \{L : L^c \in P\} = P$$

$$CO PSPACE = \{L : L^c \in PSPACE\} = PSPACE$$

$$CONP = \{L : L^c \in NP\}$$

↳ A PARTIRE DA CONP NON POSSIAMO DIRE NULLA SU NP

↳ NP E CONP NON DECIDONO L, IN QUANTO ACCETTANO SOLTANTO

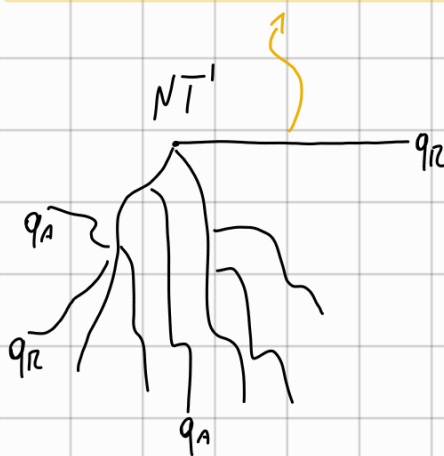
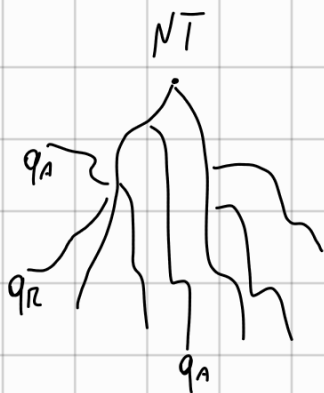
DIM → A PARTIRE DA CONP NON POSSIAMO DIRE NULLA SU NP

$$L \in NP \Rightarrow \exists \bar{N}T : \forall x \in L [NT(x) = q_A \wedge \text{TIME}(\bar{N}T, x) \in O(|x|^k)]$$
$$\forall x \notin L [NT(x) \neq q_A]$$

↳ DEF DI ACCETTAZIONE

$$NT' = \bar{N}T \cup \{ \langle q_0, 0, 0, q_R, F \rangle, \langle q_0, 1, 1, q_R, F \rangle, \langle q_0, \square, \square, q_R, F \rangle \}$$

↳ QUINTUPLE CHE PORTANO OGNI INPUT AD AVERE SICURAMENTE
UNA COMPUTAZIONE RIGETTANTE



$N\bar{T}'$ ACCETTA L ?

$$x \in L \Rightarrow N\bar{T}(x) = q_A \Rightarrow N\bar{T}' = q_A$$

$$x \notin L \Rightarrow N\bar{T}(x) \neq q_A \Rightarrow N\bar{T}' \neq q_A$$

DEF DI ACCETTAZIONE

CREO $\overline{N\bar{T}} = N\bar{T}'$ CON q_A E q_R INVERTITI

$\overline{N\bar{T}}$ ACCETTA L ?

$$\forall x \in L^c \Rightarrow \overline{N\bar{T}}(x) = q_A$$

$$\forall x \notin L^c \Rightarrow \overline{N\bar{T}}(x) = q_A$$

$\overline{N\bar{T}}$ ACCETTA SEMPRE

A CAUSA DELLE QUINTUPLE AGGIUNTE

CONGETTURE FONDAMENTALI

1^a CONGETTURA

$$P \neq NP$$

2^a CONGETTURA

$$NP \neq CoNP$$

TEOREMA

$$SC \quad NP \neq CoNP \Rightarrow P \neq NP$$

→ DIMOSTRIAMO CHE $P = NP \rightarrow CoNP = NP$

DIM → CONTROINVERSA $\Rightarrow A \rightarrow B$ SI PUO' DIMOSTRARE CON $\bar{B} \rightarrow \bar{A}$

$$SC \quad P = NP \Rightarrow CoP = CoNP$$

$$MA \quad P = CoP \rightarrow \text{TEOREMA}$$

$$\Rightarrow NP = P = CoP = CoNP$$

ESERCIZIO

NP È CHIUSA RISPETTO A \leq_p

ALLORA COMP È CHIUSA RISPETTO A \leq_p

TEOREMA

COMP È CHIUSA RISPETTO A \leq_p

DIM

POICHÉ NP È CHIUSA RISPETTO A \leq_p

$$\forall L_1 \in NP, \forall L_2: L_2 \leq_p L_1 [L_2 \in NP] \text{ QUINDI}$$

$$\forall L_1^c \in COMP, \forall L_2^c \leq_p L_1^c [L_2^c \in COMP]$$

REMINDER

$L \in \text{COMP-COMPLETO}$ SE

1) $L \in \text{COMP}$

2) $\forall L' \in \text{COMP} [L' \leq_p L]$

TEOREMA

$$L \in \text{NP-COMPLETO} \iff L^c \in \text{COMP-COMPLETO}$$

DIM \Rightarrow

SIA $L \in \text{NP-COMPLETO}$

1) $L \in \text{NP}$  $L^c \in \text{COMP}$

2) $\forall L_0 \in \text{NP} [L_0 \leq_p L]$

$$\text{SIA } L_1 \in \text{COMP} \Rightarrow L_1^c \in \text{NP} \Rightarrow L_1^c \leq_p L$$

SCRIVIAMO LA NEGAZIONE

$$\Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \in L_1^c \Leftrightarrow f(x) \in L] \Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \notin L_1^c \Leftrightarrow f(x) \notin L] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L^c] \Rightarrow \forall L_1 \in \text{COMP} [L_1 \leq_p L^c]$$

f TOTALE, CALCOLABILE E POLINOMIALE

DIM \Leftarrow

$$\text{SIA } L^c \in \text{COMP-COMPLETO}$$

$$1) L^c \in \text{COMP}$$

$$2) \forall L_0^c \in \text{COMP} [L_0^c \leq_p L^c]$$

$$\text{SIA } L_1 \in \text{NP} \Rightarrow L_1^c \in \text{COMP} \Rightarrow L_1^c \leq_p L^c$$

SCRIVIAMO LA NEGAZIONE

$$\Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \in L_1^c \Leftrightarrow f(x) \in L^c] \Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \notin L_1^c \Leftrightarrow f(x) \notin L^c] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists f \in \text{FP}: \forall x [x \in L_1 \Leftrightarrow f(x) \in L] \Rightarrow \forall L_1 \in \text{NP} [L_1 \leq_p L]$$

TEOREMA

$$\forall L \in \text{NP-COMPLETO}$$

$$[\text{SE } L \in \text{COMP} \Rightarrow \text{NP} = \text{COMP}]$$

Dim

i) $L \in \text{NP-COMPLETO}$

1) $L \in \text{NP}$

2) $\forall L' \in \text{NP} [L' \leq_p L]$

$L \in \text{COMP} \Rightarrow \text{PER } 2) \forall L_1 \in \text{NP} [L_1 \leq_p L]$

$\Rightarrow \text{MA COMP È CHIUSO RISPETTO A } \leq_p$

$\Rightarrow \forall L_1 \in \text{NP} [L_1 \in \text{COMP}] \Rightarrow \text{NP} \subseteq \text{COMP}$

ii) $L \in \text{COMP} \Rightarrow L^c \in \text{NP}$

PER IL TEOREMA PRECEDENTE

POICHÉ $L \in \text{NP-COMPLETO} \Rightarrow L^c \in \text{COMP-COMPLETO}$

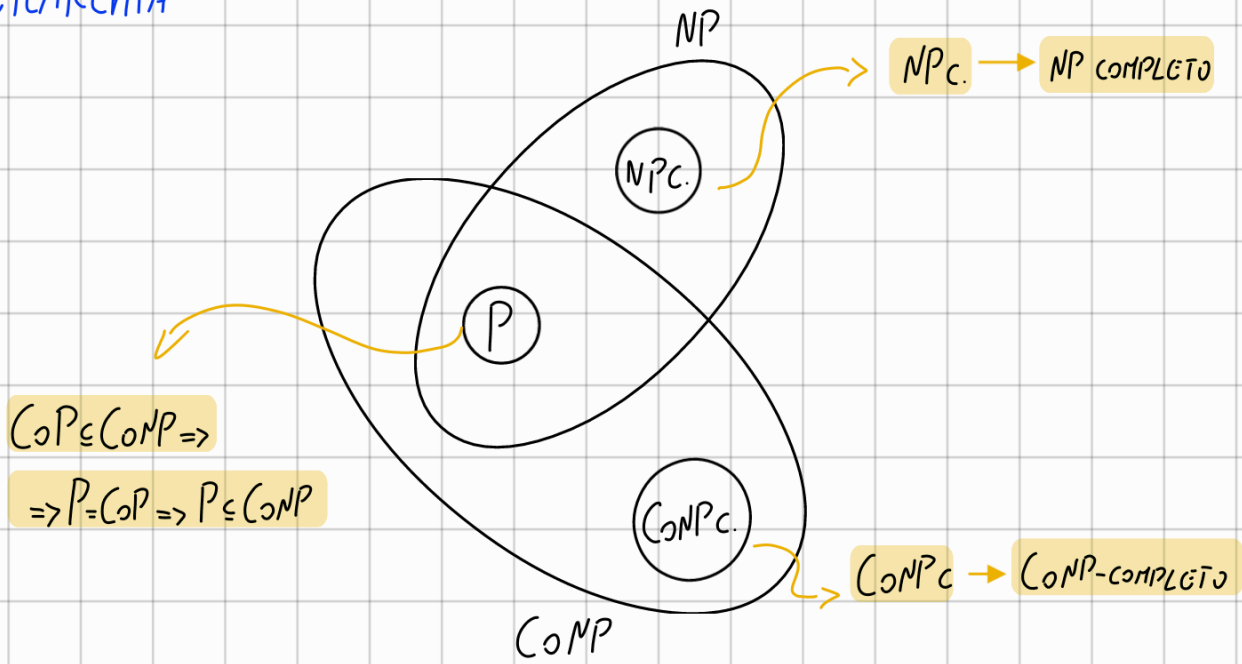
$\Rightarrow \forall L_1^c \in \text{COMP} [L_1^c \leq_p L^c]$

$\Rightarrow \text{MA } L^c \in \text{NP} \in \text{NP È CHIUSA RISPETTO A } \leq_p$

$\Rightarrow \forall L_1^c \in \text{COMP} [L_1^c \in \text{NP}] \Rightarrow \text{COMP} \subseteq \text{NP}$

iii) $\text{NP} = \text{COMP}$

GERARCHIA



$CoP \subseteq CoNP \Rightarrow$

$\Rightarrow P = CoP \Rightarrow P \subseteq CoNP$

Se $L \in NP$ -COMPLETO, $P \subseteq NP$, P CHIUSO RISPETTO A \leq_p

$L \in P \Leftrightarrow P = NP$