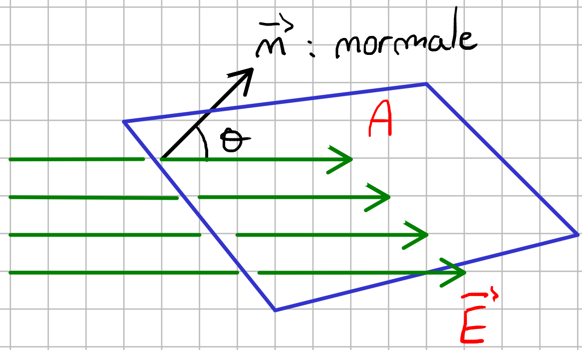
LEZIONE 19/05/2023

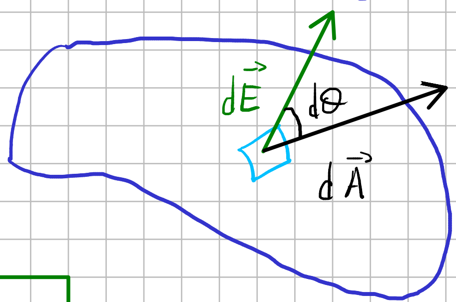
Flusso elettrico

"Quanto campo elettrico attraversa una superficie"

$$\phi_A(\vec{E}) = \phi_{\vec{E}} = \vec{E}\cdot A\hat{n} \Rightarrow |\phi_{\vec{E}}| = EA\cos\theta$$



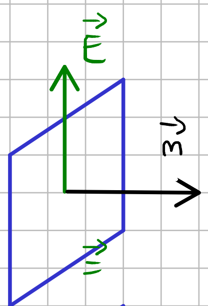
In generale per una superficie generica



$$\boxed{\phi_E = \int_{superficie} \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$ flusso elettrico

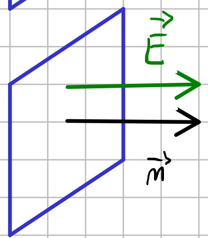
$\vec{E} = cost$

- $\vec{E} \perp d\vec{\Sigma}$:



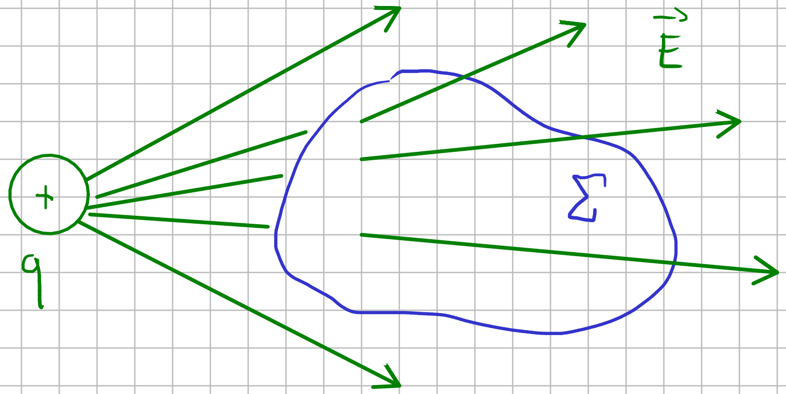
$\phi_E = 0$, perché $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$ o $\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 0$

- $\vec{E} \parallel d\vec{\Sigma}$:



$\phi_E = E\cdot\Sigma$, perché $\cos(\pi) = 1$

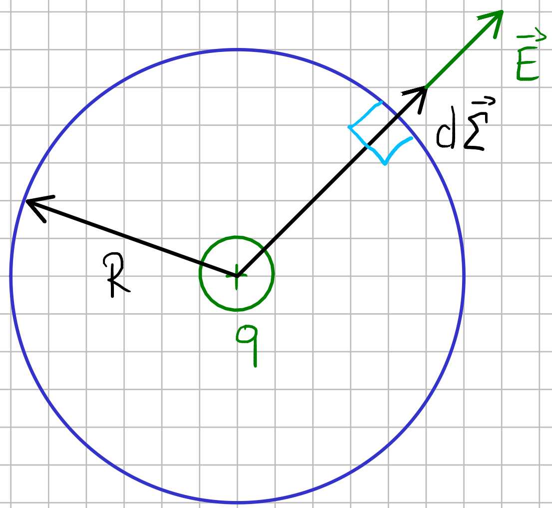
superficie



Il numero di linee di campo che entrano nella superficie è uguale a quelle che escono

$\phi_E = 0$, Quando il campo elettrico è generato esternamente alla superficie

Teorema di Gauss



Una carica puntiforme positiva q al centro di una sfera di raggi R genera un campo elettrico con linee di campo radiali e uscenti. Dunque ogni vettore $d\vec{\Sigma}$ è parallelo e concorde al corrispondente campo elettrico $d\vec{E}$.

Quindi il flusso uscente da una superficie chiusa in cui compare una carica q è:

$$\phi_E = \oint E \cdot d\Sigma = \oint E \cdot d\Sigma \overset{1}{\cos(\theta = 0)} = E \oint d\Sigma \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \phi_E = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} \frac{q}{\cancel{R^2}} \cancel{4\pi R^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$ (indipendente dal raggio)

dove $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$ e $4\pi R^2$ è l'area della sfera.

$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Applicazione teorema di Gauss

Una sfera isolante solida avente raggio R e possiede una densità volumica ρ e una carica totale Q_{TOT}

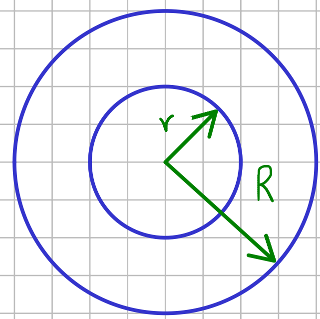
a) Calcolare il modulo del campo elettrico in un punto interno della sfera $(r < R)$

b) Calcolare il modulo del campo elettrico in un punto esterno della sfera $(r' \geq R)$

$$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}, \quad \phi_E = \int \vec{E}\, d\vec{\Sigma} = E \int d\vec{\Sigma} = E \cdot \Sigma, \quad Q_{TOT} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3,$$

$$\rho = \frac{Q_{TOT}}{V_S}$$

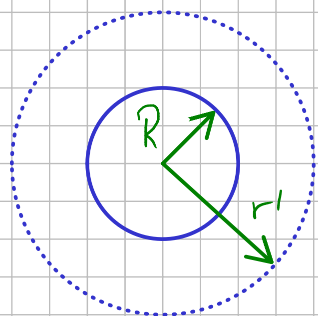
a) $r < R$



$$\Sigma = 4\pi r^2, \quad q = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$E\Sigma = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{\varepsilon_0 \Sigma} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{\cancel{4}}{3} \frac{\rho \cancel{\pi} r^{\cancel{3}}}{\cancel{4\pi} \varepsilon_0 \cancel{r^2}} = \frac{1}{3\varepsilon_0} \rho r$$

b) $r' \geq R$



$$\Sigma = 4\pi r^2, \quad q = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = Q_{TOT}$$

$$E\Sigma = \frac{Q_{TOT}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_{TOT}}{4\pi \varepsilon_0 r^2} = \frac{\cancel{4}}{3} \frac{\rho \cancel{\pi} R^3}{\cancel{4\pi} \varepsilon_0 r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

Conduttori in equilibrio elettrostatico

Un conduttore è in equilibrio elettrostatico quando non c'è moto di cariche nel conduttore. Valgono le seguenti proprietà:

a) Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo.

b) Le cariche vanno a localizzarsi sulla superficie esterna.

c) Il campo elettrico in un punto appena esterno a un conduttore carico è diretto perpendicolarmente alla superficie del conduttore, e il suo modulo è σ / ε_0, essendo σ la densità superficiale di carica.

d) La densità superficiale di carica su un conduttore è maggiore nei punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minore.