

Simulación del experimento de fotones emitidos por una fuente láser

Cirino Adrian Medina Rodriguez, Gustavo Jafet Flores Lozornio,
Oscar Alejandro Ibañez Martínez, Samuel González Palao
Facultad de Ciencias

Universidad Nacional Autónoma de México

(Dated: 16 de enero de 2021)

En el presente trabajo realizamos una simulación de una fuente de luz clásica y cuántica a través de la recreación del experimento de Grangier *et al.*. Obtuvimos que el valor de la función de correlación de segundo orden $g^{(2)}(0)$ cuando se cuenta con dos detectores es de 1, lo que representa una fuente de luz clásica, y que el valor cuando se tiene tres detectores (un detector que funciona como testigo) es prácticamente cero, consiguiendo una fuente de luz cuántica. Además se aumentó la ventana de conteo del experimento, donde observamos que la fuente cuántica se vuelve clásica.

Keywords: Función de correlación, Grangier, clásica, cuántica

I. INTRODUCCIÓN

Hoy sabemos que la luz es un fenómeno que se puede entender como una dualidad onda-partícula; sin embargo, fueron siglos de debate y experimentación los que llevaron a obtener dicho resultado. Uno de estos experimentos, que comprobó que la luz, en efecto, tiene propiedades de partículas (que llamamos fotones), y que además, estas partículas exhiben un comportamiento cuántico fue el realizado por Grangier, Roger y Aspect [1].

Si bien para la década de los 80^s ya había evidencia que señalaba la posible existencia de una partícula propagadora de luz, como el efecto fotoeléctrico¹, no había una prueba fehaciente de la existencia de la misma. Pensando en esto, Grangier *et al.* diseñaron un experimento cuyo resultado dependería en el comportamiento corpuscular de la luz. Su manera de hacer esto fue la siguiente: partiendo de la suposición de que los fotones existían, era razonable pensar que estos, al pasar por un divisor de haz, solo podrían ir en una dirección, por lo que contar las coincidencias de conteo en detectores situados después de los divisores bastaría para demostrar su teoría. Aunque esta no fue un razonamiento nuevo, nadie había podido probar la existencia del fotón como partícula. Sin embargo, fue gracias a algunos resultados previos que Grangier *et al.* se dieron cuenta que la causa del fallo de anteriores experimentos se debía a la tendencia de los fotones (si es que estos existían) a viajar en paquetes, por lo que para probar su existencia tendría que usar una fuente de fotones individuales.

El método del experimento fue mediante una fuente que emite un par de fotones que viajan en direcciones diferentes, con frecuencias ν_1 y ν_2 respectivamente, de modo que en su experimento pudieron establecer una correlación de coincidencias con dos y tres detectores, ya que uno de los fotones (fotón señal) al dirigirse a un

divisor puede terminar en D_1 o D_2 , mientras que el otro fotón (fotón testigo) forzosamente termina en D_3 .

Veamos ahora, de manera analítica, lo que esto quiere decir. Desde el punto de vista clásico, pensando en la luz como una onda electromagnética, podemos describir la función de correlación entre los fotones transmitidos y los reflejados como función del tiempo de y de un tiempo de “retraso” τ :

$$g_{T,R}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_T(t+\tau)I_R(t+\tau) \rangle}{\langle I_T(t+\tau) \rangle \langle I_R(t+\tau) \rangle}. \quad (1)$$

A modo de simplificar, podemos suponer que la luz viene de una fuente estacionaria (nos deshacemos de la dependencia temporal) y como nos interesan los eventos simultáneos (coincidencias) usaremos $\tau = 0$, además, si suponemos que el divisor de haz es 50/50 tomemos $I_R(t) = I_T(t) = \frac{1}{2}I_I(t)$ con lo que podemos simplificar la 1 como:

$$g_{T,R}^{(2)}(0) = g_{I,I}^{(2)}(0) = \frac{\langle I_I(t)^2 \rangle}{\langle I_I(t) \rangle^2} = g^{(2)}(0). \quad (2)$$

De la desigualdad de Cauchy Schwarz $\langle I_I(t) \rangle^2 \geq \langle I_I(t)^2 \rangle$ Entonces obtenemos el limite clásico:

$$g^{(2)}(0) \geq 1. \quad (3)$$

De manera similar, para una luz térmica podríamos obtener

$$g^2(0) = 2.$$

Desde el punto de vista semiclásico, pensando en estadística de detección de fotones podemos definir la función de correlación de segundo orden como:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{P_{TR}(\tau)}{P_T P_R}, \quad (4)$$

donde las P^s representan la probabilidad de detección de los fotones transmitidos, reflejados y detección simultanea.

¹ El efecto fotoeléctrico sugiere la existencia del fotón pero no la exige.

Nuevamente solo nos interesan los eventos simultáneos $\tau = 0$, y de acuerdo a la ecuación ?? para el caso clásico

$$g^{(2)}(0) = \frac{P_{TR}(0)}{P_T P_R} \geq 1. \quad (5)$$

Sin embargo, si P_T, P_R son independientes podemos factorizar a la probabilidad conjunta $P_{TR} = P_T P_R$ y entonces $g^{(2)}(0) = 1$

Ahora si lo tratamos desde el punto de vista cuántico, tenemos que tratar a los campos eléctricos y a sus intensidades como operadores cuánticos. En consecuencia, si el campo está cuantizado tenemos que la intensidad es proporcional al estado del fotón $\hat{I} = \hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Las correlaciones entre el número de conteos las seguimos describiendo con $g_{T,R}^{(2)}(\tau)$ y lo que buscamos son las coincidencias simultáneas ($\tau = 0$)

$$g_{T,R}^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{I}_T \hat{I}_R \rangle}{\langle \hat{I}_T \rangle \langle \hat{I}_R \rangle} = \frac{\langle \hat{n}_T \hat{n}_R \rangle}{\langle \hat{n}_T \rangle \langle \hat{n}_R \rangle}. \quad (6)$$

Luego ponemos el orden de la ecuación 6 de tal manera que los operadores de creación queden a la izquierda, mientras que los operadores de aniquilación queden a la derecha en el numerador.

$$g_{T,R}^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{a}_T^\dagger \hat{a}_R^\dagger \hat{a}_R \hat{a}_T \rangle}{\langle \hat{a}_T^\dagger \hat{a}_T \rangle \langle \hat{a}_R^\dagger \hat{a}_R \rangle}. \quad (7)$$

Los promedios en las ecuaciones 6 y 7 están dados por los valores esperados. También podemos poner a los operadores del campo transmitido y reflejado en términos de los operadores del campo inicial o de entrada y del campo vacío debido a la entrada sin usar del divisor de haz[2]

$$\hat{a}_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_I + \hat{a}_V), \hat{a}_T = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_I - \hat{a}_V). \quad (8)$$

Ahora si sustituimos los valores de la ecuación 8 en la ecuación 7 y tomando en cuenta que tenemos un estado vacío, obtenemos la siguiente relación para la coherencia de segundo orden:

$$g_{T,R}^{(2)}(0) = \frac{\langle \hat{n}_I(\hat{n}_I - 1) \rangle}{\langle \hat{n}_I \rangle^2} = g_{I,I}^{(2)}(0) = g^{(2)}(0). \quad (9)$$

Observamos que existen cierto tipo de campos que no tiene una contra parte ondulatoria en la teoría clásica, uno de estos ejemplos es un campo producido por un sólo fotón, ya que este tiene un eigenvalor igual a 1 y si lo evaluamos en la ecuación 9 obtenemos un valor de $g^{(2)}(0) = 0$, que claramente viola la desigualdad clásica $g^{(2)}(0) \geq 1$.

Retomando el experimento de Grangier, tenemos dos detectores, T y R después del divisor de haz. Por otro lado nos interesa expresar a la función de correlación de segundo orden en términos de las probabilidades de detección de fotones, por lo que podemos reescribir nuevamente a 3 como [3]

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{P_{TR}(0)}{P_T P_R}. \quad (10)$$

A su vez, las probabilidades de la ecuación 10 están determinadas por el promedio de conteo en el detector un intervalo de tiempo Δt . Asimismo el promedio de conteo es el número de detecciones dividido entre el tiempo total de conteo, digamos ΔT . De esta manera la ecuación anterior queda como

$$g_{2D}^{(2)}(0) = \frac{N_{TR}}{N_T N_R} \left(\frac{\Delta T}{\Delta t} \right), \quad (11)$$

donde cada N representa la tasa de conteo en el detector transmitido, reflejado y de conteos simultáneos.

Si después agregamos otro detector que nombramos G, el cual va a localizar el segundo fotón del par de fotones que sale de la fuente. Entonces un haz se irá directo al detector G, mientras que el otro se dirigirá hacia alguno de los dos detectores T y R. Las detecciones de estos dos últimos están condicionadas a las detecciones en G. Entonces 10 queda como

$$g_{3D}^{(2)} = \frac{P_{GTR}}{P_{GT} P_{GR}}. \quad (12)$$

Como estas son probabilidades clásicas, como las definimos en el reporte pasado, podemos reescribirlas como:

$$P_{GTR} = \frac{N_{GTR}}{N_G},$$

$$P_{GT} = \frac{N_{GT}}{N_G},$$

$$P_{GR} = \frac{N_{GR}}{N_G},$$

donde cada N simplemente representa el numero de fotones detectados en un detector, detecciones simultaneas según el subíndice. Entonces obtenemos nuestra función de correlación de segundo orden para tres detectores como:

$$g^2(0) = \frac{N_{GTR} N_G}{N_{GT} N_{GR}}. \quad (13)$$

Con 13 Grangier pudo obtener finalmente que $g^2(0) < 1$, violando entonces el limite clásico y demostrando la

existencia de los fotones como partículas individuales.

El objetivo de esta practica es, mediante una simulación, recrear el experimento de Grangier, donde se observa la importancia de incluir el tercer detector para conseguir una fuente de luz cuántica, así como de establecer una correlación entre la función de correlación de segundo orden $g^2(0)$ y la ventana de conteo.

II. MÉTODOS

Fijémonos que en 13 la ecuación de correlación de segundo orden queda en términos del numero de cuentas de fotones reflejados y transmitidos condicionados por la detección en G, luego, para poder simular esto bastara implementar números aleatorios que hagan de detectores en R y T, y luego condicionar el conteo de dichas detecciones a otro numero aleatorio que representara a G.

Primero se declaró un ciclo `for k in range (1,81):` para poder modificar el tamaño de la ventana de coincidencias `t` en cada interacción de la forma `t= 25E7/(k*5)`, después, se definieron las probabilidades de detección de los detectores y de G como `proba_1=fot/t` y `proba_2=detect/t` respectivamente. Luego, dentro de otro `for` que corría sobre `t` se definieron tres condiciones `if`, las primeras dos con `proba_1=fot/t` que representaban la detección después del divisor de haz, y la tercera siendo los fotones testigo con `proba_2=detect/t` como condición de conteo, y se guardaron los resultados de conteo como arreglos de ceros y unos. Para el próximo paso definimos dos vectores de ceros `a` y `b` de tamaño `t` tal que con otro `if random.random()>=0.5:` condicionamos si la `i`-ésima entrada de `a`, si es cierto, o de `b`, si es falso, era igual a `testigos[i]`.

Ahora definimos la suma de arreglos y un condicional `if` para contar el total de fotones a cada lado del divisor de haz como: `suma_transmitidos=transmitidos+a` y luego dentro de un `for` corriendo sobre la longitud del vector se tiene la condición `suma_transmitidos[i]!=0:` que asegura que solo contemos las entradas del arreglo que son diferentes de cero, se hizo también para `b` y para los fotones reflejados. Después, simplemente implementamos un `for` con cuatro `if` dentro para condicionar las detecciones simultaneas como `if(suma_transmitidos[i]*suma_reflejados[i])!=0:` entonces `coincidencias_TR+=1` y se repitió lo mismo para: transmitidos, reflejados y testigos, transmitidos y testigos, y reflejados y testigos; con lo que se puede obtener la función de correlación de segundo orden como la obtuvimos en 13, finalmente solo guardamos el resultado de la función dentro de otro arreglo cuyas entradas corresponden a cada una de las iteraciones del primer `for`, esto para poder analizar la dependencia de la función 13 respecto a las ventanas de conteo

III. DISCUSIÓN Y RESULTADOS

Una vez con la implementación del código , se procedió a realizar diferentes corridas con la misma ventana de conteo τ para así lograr tener una muestra de diferentes tamaños de ventana y poder realizar estadística con estas muestras, el tamaño de estas muestras fueron de 30 elementos , lo que quiere decir que se realizaron 30 veces la simulación para un solo tamaño de ventana. Los cálculos de las muestras fueron el promedio y la desviación estándar, esto con el fin de obtener la evolución de la función de correlación y sus errores para los dos casos dado diferentes tamaños de ventana.

En el cuadro I se muestran estos valores de promedio \bar{x} y desviación estándar σ para cuando se analiza la función de correlación de los fotones transmitidos y reflejados sin tomar a consideración los fotones testigo (ecuación 10) ,mientras que caso contrario en el cuadro II se muestran los valores de promedio y desviación estándar para cuando la función de correlación toma en cuenta los fotones testigo (ecuación 13).

Para los datos del cuadro I notamos que en los valores de promedio se mantienen muy cercanos al valor de 1 $\bar{x} \approx 1$ y sus desviaciones decrecen cuando el tamaño de τ aumenta , es decir para cuando $\tau = 3.3 \times 10^{-8}$ el valor de $\sigma \approx 0,01$ es el valor mayor que alcanza σ , que es el mayor valor alcanzado por σ , y cuando $\tau = 2.5 \times 10^{-6}$, $\sigma = 0$, entonces se asume que existe una ganancia en el conteo de fotones a razón del aumento de tamaño de τ . Como el valor de el promedio siempre es uno o muy aproximado entonces se tiene que están completamente correlacionados, es decir se tiene un caso clásico.

Para los datos del cuadro II los valores del promedio varían de manera significativa es decir para valores de τ pequeños el promedio también es pequeño y muy lejano a uno, esto es $\tau = 3.3 \times 10^{-8}$, $\bar{x} \approx 0,06$ mientras que cuando $\tau = 2.5 \times 10^{-6}$, $\bar{x} = 1,0$ por tanto se tiene un cambio gradual en los valores de la función de correlación. Para los valores de la desviación estándar no existe una relación lineal con el incremento del tamaño de τ pero es de notar los valores para $\tau = 2 \times 10^{-6}$, $\tau = 2.5 \times 10^{-6}$ los valores de $\sigma \approx 10^{-17}$ que a comparación con los valores anteriores existe mucha diferencia en cuanto a las cifras significativas. Por tanto, tomando en cuenta el cambio de los valores del promedio pasamos de una función anticorrelacionada a uno con correlación 1 lo cual en estos términos pasamos de un caso cuántico a un caso clásico.

$g^2(0)_2$		
τ	\bar{x}	σ
3.3×10^{-8}	1.00017904	0.01353478
1×10^{-7}	1.00209933	0.0068697
2×10^{-7}	0.99928267	0.00385068
2.5×10^{-7}	0.99946395	0.0028636
3.3×10^{-7}	0.99998613	0.00337401
5×10^{-7}	0.99999403	0.00192536
1×10^{-6}	1.00004382	0.00092585
2×10^{-6}	1.0	0.0
2.5×10^{-6}	1.0	0.0

Cuadro I. Valores de promedio y desviación estándar para la función de correlación sin el fotón testigo.

$g^2(0)_3$		
τ	\bar{x}	σ
3.3×10^{-8}	0.06486831	0.00847699
1×10^{-7}	0.18108329	0.0091085
2×10^{-7}	0.32953994	0.01002301
2.5×10^{-7}	0.39443264	0.00973139
3.3×10^{-7}	0.48980452	0.01325738
5×10^{-7}	0.64040931	0.00935205
1×10^{-6}	0.88701926	0.00346355
2×10^{-6}	1.0	4.9×10^{-17}
2.5×10^{-6}	1.0	2×10^{-17}

Cuadro II. Valores de promedio y desviación estándar para la función de correlación con el fotón testigo.

En la figura 1 representamos gráficamente estos valores tanto para la función de correlación sin fotones testigo y con fotones testigos, de esta manera es comprensible visualizar el cambio de la correlación con fotones testigo de pasar de un estado cuántico a un estado clásico con el aumento de tamaño de τ mientras que para la correlación sin fotones testigos es constante en uno. Se muestran las desviaciones estándar para cada muestra y se aprecia de mejor manera que para la función de correlación clásica los valores para τ pequeña las desviaciones son más grandes.

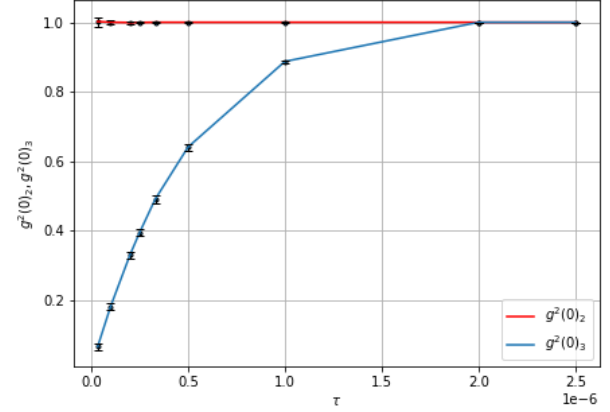


Figura 1. evolución de la función de correlación para diferentes tamaños de ventana τ junto con sus errores.

IV. CONCLUSIONES.

Logramos simular una fuente de luz semi clásica y una fuente de luz cuántica, tal y como se observa en la figura 1. Cuando empezamos con una ventana de tiempo muy pequeña, obtuvimos que para 3 detectores la función de correlación es prácticamente cero, mientras que para dos detectores su valor es de uno. Además al aumentar la ventana de conteo, la función de correlación $g^2(0)_3$ tiende poco a poco hacia 1, lo que indica que el experimento va perdiendo su carácter cuántico, y se convierte en un experimento semi clásico, lo cual esperábamos debido a que perdemos la capacidad de detectar solamente un solo fotón. En el caso de dos detectores, el valor de $g^2(0)_2$ siempre está alrededor de 1.

Aun con el objetivo cumplido es de notar que el tamaño de las muestras no son las suficientes para tener una afirmación certera sobre la simulación, es decir se requieren de un mayor numero de elementos para las muestras para que la estadística sea mas confiable, esto sin mencionar el problema de los números pseudo aleatorios ya mencionados con anterioridad.

Dado los resultados y la construcción del código sería sencillo inferir que con un valor de τ mas pequeño del aquí expuesto en la función de correlación para cuando no se consideran los fotones testigos la desviación estándar σ sería mayor pero se requieren mas pruebas para esta afirmación.

Esta simulación se puede mejorar aumentando el numero de elementos de la muestra y también considerando pasos mas pequeños de τ . Dado el lenguaje de programación usado para esta practica (Python) el tiempo de computo es muy grande, fue tomada la decisión de correr únicamente 30 veces el código, se podría tratar de

sintetizar el código para los parámetros del lenguaje de programación pero también se debe considerar el tiempo intrínseco para ciertos cálculos y decidir que programa conviene usar.

Apéndice A: Código en python para la simulación del experimento

```
import random
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def correlacion(t,fot,detect):
    proba_1=fot/t
    proba_2=detect/t
    transmitidos,reflejados,testigos=np.empty(
        (int(t)),np.empty(int(t)),np.empty(int(t)))
    conteo_test=0

    for i in range(int(t)):
        if random.random()<=proba_1:
            transmitidos[i]=1
        else:
            transmitidos[i]=0
        if random.random()<=proba_1:
            reflejados[i]=1
        else:
            reflejados[i]=0
        if random.random()<=proba_2:
            testigos[i]=1
            conteo_test+=1
        else:
            testigos[i]=0

    #-----
    a=np.zeros(len(transmitidos))
    b=np.zeros(len(reflejados))

    for i in range(int(t)):
        if random.random()>=0.5:
            a[i]=testigos[i]
            else:
                b[i]=testigos[i]

    #-----
    suma_transmitidos=transmitidos+a
    suma_reflejados=reflejados+b
    total_tr=0
    total_ref=0
    for i in range(int(t)):
        if suma_transmitidos[i]!=0:
            total_tr+=1
        if suma_reflejados[i]!=0:
            total_ref+=1

    #-----
    coincidencias_TR=0
    coincidencias_TRT=0
    coincidencias_TT=0
    coincidencias_RT=0
    for i in range(int(t)):
        if (suma_transmitidos[i]
            *suma_reflejados[i])!=0:
            coincidencias_TR+=1
        if (suma_transmitidos[i]
            *suma_reflejados[i]*testigos[i])!=0:
            coincidencias_TRT+=1
        if (suma_transmitidos[i]
            *testigos[i])!=0:
            coincidencias_TT+=1
        if (suma_reflejados[i]
            *testigos[i])!=0:
            coincidencias_RT+=1

    #-----
    g_2=(coincidencias_TR/
        (total_ref*total_tr))*(t*1)
    g_3=(coincidencias_TRT/
        (coincidencias_TT*coincidencias_RT))
        *(conteo_test)

    print([g_2,g_3])
```

-
- [1] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, EPL (Europhysics Letters) **1**, 173 (1986).
 [2] J. Thorn, M. Neel, V. Donato, G. Bergreen, R. Davies, and

- M. Beck, American journal of physics **72**, 1210 (2004).
 [3] M. Beck, JOSA B **24**, 2972 (2007).