Université du Québec à Trois-Rivières

Décanat des études

EXERCICE

Département de chimie, biochimie et physique

Gabriel Antonius
gabriel.antonius@uqtr.ca

PMO1008 **Exercice 1** **Automne 2022**

Problème 1 : Particule en 1D

Considérez deux fonctions d'onde réelles pour une particule en une dimension

$$\psi_1(x) = C_1 e^{-x^2} \tag{1}$$

$$\psi_2(x) = C_2 x e^{-x^2} \tag{2}$$

a) Sachant que ces fonctions d'onde doivent être normalisées, que valent les constantes C_1 et C_2?

b) Considérez maintenant l'opérateur

$$W = aX + bX^2 \tag{3}$$

Quelle est la représentation matricielle de W dans la base des ψ_1 et ψ_2 ? Autrement dit, construisez la matrice

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle\psi_1|W|\psi_1\rangle & \langle\psi_1|W|\psi_2\rangle \\ \langle\psi_2|W|\psi_1\rangle & \langle\psi_2|W|\psi_2\rangle \end{bmatrix} \tag{4}$$

Problème 2 : Vecteurs propres d'un opérateur

La représentation matricielle d'un opérateur A est

$$A = \begin{pmatrix} 0 & i/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} & 1 & 1 \\ i/\sqrt{2} & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{5}$$

a) Trouvez les valeurs propres λ_i et les vecteurs propres orthonormaux $|\phi_i\rangle$ de A.

b) À l'aide de la correspondance ket $\leftrightarrow$ matrice-colonne et bra $\leftrightarrow$ matrice-vecteur, vérifiez que

$$I = \sum_i |\phi_i\rangle \langle\phi_i| \tag{6}$$

et

$$A = \sum_i \lambda_i |\phi_i\rangle \langle\phi_i| \tag{7}$$

Problème 3 : Mesure d'un opérateur

L'opérateur A du problème précédent est donné sous cette forme matricielle dans une certaine base $|u_i\rangle$. Supposons qu'à un certain moment, une particule se trouve dans l'état $|\psi\rangle = |u_3\rangle$.

a) Quels sont les résultats possibles d'une mesure de A et quelles sont les probabilités correspondantes?

b) Quelle est la valeur moyenne de A pour l'état $|\psi\rangle$ et quelle est la déviation standard ΔA dans cet état?