

İstatistik: Düzgün (Uniform) Dağılım

Atıl Samancıoğlu

1 Düzgün (Uniform) Dağılım

Düzgün dağılım, belirli bir aralık içindeki tüm değerlerin eşit olasılıkla gerçekleştiği bir olasılık dağılımıdır.

- Tüm değerler eşit olasılıkla meydana gelir.
- Sürekli ve kesikli türleri vardır:
- **Sürekli Düzgün Dağılım** $\rightarrow U(a, b)$ şeklinde gösterilir.
- **Kesikli Düzgün Dağılım** \rightarrow Sonlu sayıda değere sahiptir (örn: zar atışı).

Matematiksel olarak, **sürekli uniform dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) şu şekildedir:**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Burada: - $a \rightarrow$ Dağılımın alt sınırı

- $b \rightarrow$ Dağılımın üst sınırı

- $\frac{1}{b-a} \rightarrow$ Bütün değerlerin eşit olasılıkla gelmesini sağlayan sabit

1.1 Örnek: Loto Çekilişi

Bir loto çekilişinde 1 ile 50 arasında rastgele bir sayı seçildiğini düşünelim.

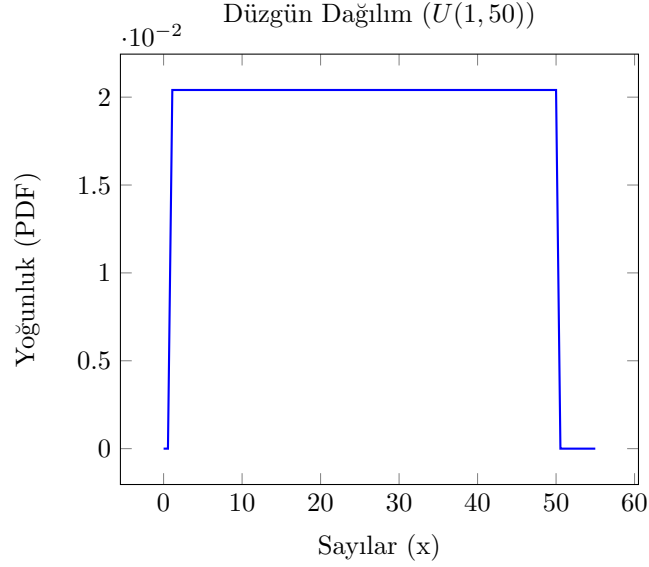
Bu durumda:

- $a = 1, b = 50$

- Her bir sayının gelme olasılığı $P(X = x) = \frac{1}{50}$

Bu dağılım, eşit olasılıklı olayları modellemek için idealdir.

1.2 Düzgün Dağılımın PDF Grafiği



Grafikten ne anlıyoruz?

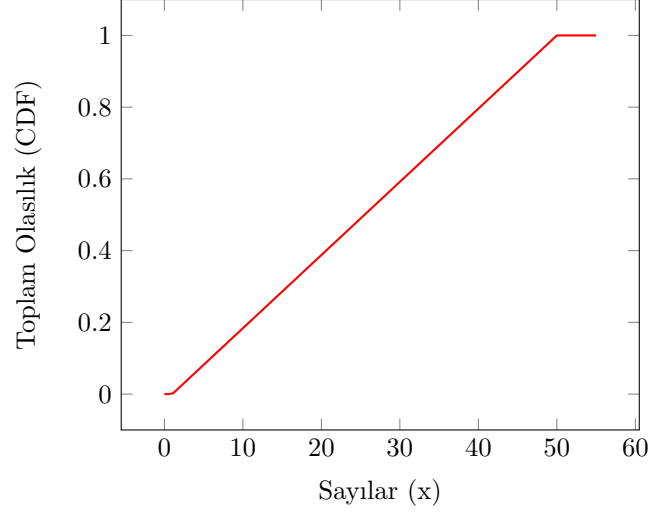
- 1 ile 50 arasındaki tüm değerlerin olasılığı eşittir.
- Olasılık yoğunluğu $\frac{1}{49} \approx 0.0204$ sabittir.
- 1 ve 50 dışındaki değerlerin olasılığı sıfırdır.

2 Düzgün Dağılım İçin Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (CDF)

Düzgün dağılım için Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (CDF) şu şekilde hesaplanır:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Düzgün Dağılımın Kümülatif Dağılım Fonksiyonu ($U(1, 50)$)



Grafikten ne anlıyoruz?

- $X < 1 \rightarrow$ Hiçbir olasılık yok, $P(X \leq 1) = 0$.
- $X = 25 \rightarrow$ Ortalama noktasına kadar olan toplam olasılık 0.5 (yüzde 50).
- $X = 50 \rightarrow$ Tüm olasılık yüzde 100'e ulaşır, çünkü maksimum değerdir.