

İstatistik: T-İstatistiği ile Hipotez Testi

Atıl Samancıoğlu

1 T-İstatistiği Nedir?

T-istatistiği, popülasyonun standart sapması bilinmediğinde ve örneklem büyüklüğü küçük ($n < 30$) olduğunda kullanılan bir test istatistiğidir. Z-testine benzer şekilde çalışır ancak t-dağılımı kullanılır.

Matematiksel formülü:

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Burada:

- $\bar{X} \rightarrow$ Örneklem ortalaması
- $\mu \rightarrow$ Popülasyon ortalaması
- $s \rightarrow$ Örneklem standart sapması
- $n \rightarrow$ Örneklem büyüklüğü

2 Tek Kuyruklu (One-Tailed) ve Çift Kuyruklu (Two-Tailed) Testler

Hipotez testlerinde, yönlü hipotezleri test etmek için **tek kuyruklu** veya **çift kuyruklu** testler kullanılır.

Tek Kuyruklu Test (One-Tailed Test):

- Hipotez, belirli bir yönde değişiklik olup olmadığını test eder.
- Örnek: "Yeni eğitim modeli eskiye göre **daha iyidir**" hipotezi.

Çift Kuyruklu Test (Two-Tailed Test):

- Hipotez, herhangi bir yönde anlamlı bir fark olup olmadığını test eder.
- Örnek: "Yeni eğitim modeli eskiye göre **farklıdır**" hipotezi.

3 Örnek 1: Tek Örneklem T-Testi (Öğrenci Başarı Analizi)

Bir okul, öğrencilerinin matematik sınavından aldığı notların önceki yıllardaki ortalamadan daha iyi olup olmadığını test etmek istiyor.

Veriler:

- Önceki yıllardaki ortalama puan: $\mu = 70$
- Yeni öğrencilerin örneklem ortalaması: $\bar{X} = 74$
- Standart sapma: $s = 8$
- Örneklem büyüklüğü: $n = 15$

Hesaplama:

$$t = \frac{74 - 70}{8/\sqrt{15}} = \frac{4}{2.065} = 1.94$$

Serbestlik derecesi:

$$df = 15 - 1 = 14$$

Tablodan:

$$p = P(t \geq 1.94) = 0.036$$

Sonuç: $p < 0.05$ olduğundan H_0 reddedilir ve yeni öğrencilerin başarısının önceki yıllardan daha iyi olduğu sonucuna varılır.

4 Örnek 2: Bağımsız İki Örneklem T-Testi (İki Eğitim Modeli Karşılaştırması)

İki farklı eğitim modeli uygulayan okullardan alınan öğrencilerin başarılarını karşılaştırmak istiyoruz.

Veriler:

- Geleneksel yöntemin ortalaması: $\bar{X}_1 = 72$, $s_1 = 10$, $n_1 = 20$
- Yeni yöntemin ortalaması: $\bar{X}_2 = 78$, $s_2 = 9$, $n_2 = 18$

Bağımsız iki örneklem t-testi formülü:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Hesaplama:

$$t = \frac{72 - 78}{\sqrt{\frac{10^2}{20} + \frac{9^2}{18}}} = \frac{-6}{3.92} = -1.53$$

Serbestlik derecesi:

$$df \approx \min(n_1 - 1, n_2 - 1) = \min(19, 17) = 17$$

Tablodan:

$$p = 0.14$$

Sonuç: $p > 0.05$ olduğu için H_0 reddedilemez. İki eğitim modeli arasında anlamlı bir fark yoktur.

—

5 Örnek 3: Eşleştirilmiş Örneklem T-Testi (Diyet Programı Etkisi)

Bir grup birey, yeni bir diyet programını test etmek için 2 ay boyunca izleniyor. Program öncesi ve sonrası kiloları kaydediliyor.

Veriler:

- Öncesi ortalama: $\bar{X}_{\text{önce}} = 80$, $s_{\text{önce}} = 5$
- Sonrası ortalama: $\bar{X}_{\text{sonra}} = 76$, $s_{\text{sonra}} = 5$
- Örneklem büyüklüğü: $n = 12$

Hesaplama:

$$t = \frac{(80 - 76)}{5/\sqrt{12}} = \frac{4}{1.44} = 2.78$$

Serbestlik derecesi:

$$df = 12 - 1 = 11$$

Tablodan:

$$p = 0.009$$

Sonuç: $p < 0.05$ olduğundan H_0 reddedilir. Diyet programı anlamlı şekilde kilo kaybına neden olmuştur.

—

6 Sonuç

- T-Testi, küçük örneklem için popülasyon ortalamalarını karşılaştırmakta kullanılır.
- $p < 0.05$ olduğunda, H_0 reddedilir ve fark anlamlı kabul edilir.
- Bağımsız iki örneklem testi, iki grup arasındaki farkları belirlemek için kullanılır.
- Eşleştirilmiş t-testi, aynı grup içinde değişimi ölçmek için kullanılır.