

İstatistik: Ki-Kare Uygunluk Testi

Atıl Samancıoğlu

1 Ki-Kare Uygunluk Testi Nedir?

Ki-Kare Uygunluk Testi (Chi-Square Goodness of Fit Test), bir veri setinin beklenen bir dağılıma uyup uymadığını test etmek için kullanılır.

Örneğin:

- Bir zarın adil olup olmadığını test etmek
- Bir markette müşterilerin farklı ödeme yöntemleri arasındaki dağılımının beklenen değerlere uyup uymadığını test etmek

Hipotezler:

- H_0 (Null Hipotezi): Veriler beklenen dağılıma uygundur.
- H_1 (Alternatif Hipotez): Veriler beklenen dağılıma uymaz.

Genel Ki-Kare test istatistiği şu şekilde hesaplanır:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Burada:

- $O_i \rightarrow$ Gözlenen (Observed) değerler
- $E_i \rightarrow$ Beklenen (Expected) değerler

2 Örnek: Zar Atışları

Bir zarın adil olup olmadığını test etmek için 120 kez atılmış ve şu sonuçlar elde edilmiştir:

2.1 Gözlenen ve Beklenen Frekanslar

| Yüz Değeri | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|----|----|----|----|----|----|
| Gözlenen | 15 | 18 | 22 | 20 | 25 | 20 |
| Beklenen | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |

Table 1: Gözlenen ve Beklenen Frekans Tablosu

Burada beklenen değerler, zarın adil olduğu varsayımı altında hesaplanmıştır. Adil bir zar için her yüzün eşit olasılıkla gelmesi beklenir:

$$E = \frac{120}{6} = 20$$

2.2 Ki-Kare Test İstatistiğinin Hesaplanması

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Hücre bazında hesaplamalar:

$$\chi^2 = \frac{(15 - 20)^2}{20} + \frac{(18 - 20)^2}{20} + \frac{(22 - 20)^2}{20} + \frac{(20 - 20)^2}{20} + \frac{(25 - 20)^2}{20} + \frac{(20 - 20)^2}{20}$$

$$\chi^2 = \frac{(-5)^2}{20} + \frac{(-2)^2}{20} + \frac{(2)^2}{20} + \frac{(0)^2}{20} + \frac{(5)^2}{20} + \frac{(0)^2}{20}$$

$$\chi^2 = \frac{25}{20} + \frac{4}{20} + \frac{4}{20} + \frac{0}{20} + \frac{25}{20} + \frac{0}{20}$$

$$\chi^2 = 1.25 + 0.2 + 0.2 + 0 + 1.25 + 0 = 2.9$$

2.3 Hipotezin Değerlendirilmesi

Serbestlik derecesi (df) şu formülle hesaplanır:

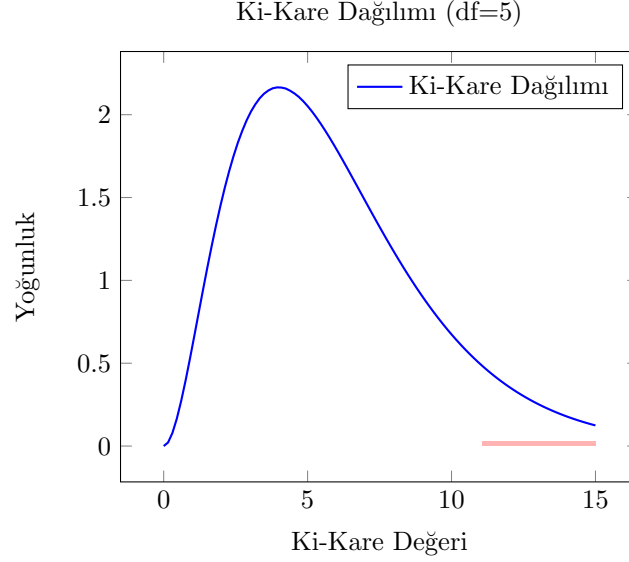
$$df = k - 1 = 6 - 1 = 5$$

Kritik Değer: Yüzde 95 güven seviyesinde Ki-Kare kritik değeri $\chi_{0.05,5}^2 = 11.07$ 'dir.

Karar:

- $\chi^2 = 2.9$ olduğundan, kritik değerden küçüktür.
- p değeri 0.05'ten büyüktür.
- H_0 reddedilemez, yani zarın adil olduğu sonucuna varılır.

3 Ki-Kare Testi Grafiđi



Grafikten ne anlıyoruz?

- Mavi eğri, Ki-Kare dağılımını gösterir.
- Kırmızı bölge, yüzde 5 hata payı için kritik bölgeyi temsil eder.
- Hesaplanan $\chi^2 = 2.9$ değeri kırmızı bölgeye düşmediği için H_0 reddedilemez.

4 Sonuç

- Ki-Kare Uygunluk Testi, bir veri setinin beklenen dağılıma uyup uymadığını test eder.
- Örnek olarak zar atışları incelenmiş, sonuçların adil bir zar ile uyumlu olduğu gösterilmiştir.
- Yüzde 95 güven seviyesinde H_0 reddedilemediği için, zarın adil olduğu sonucuna varılmıştır.