# İstatistik: Log-Normal Dağılım

Atil Samancioglu

## 1 Log-Normal Dağılım

Log-Normal dağılım, bir değişkenin logaritmasının normal dağıldığı bir sürekli olasılık dağılımıdır.

Eğer $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ise, $X = e^Y \sim LogN(\mu, \sigma^2)$ olur.

Sıfırdan büyük değerler için uygundur (negatif değerler alamaz).

**Sağa çarpık (right-skewed) bir dağılımdır.**

Pozitif büyüklüklere sahip verileri modellemek için idealdir (**Örn: gelir dağılımı, borsa fiyatları**).

Matematiksel olarak, Log-Normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (PDF) şu şekildedir:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x > 0$$

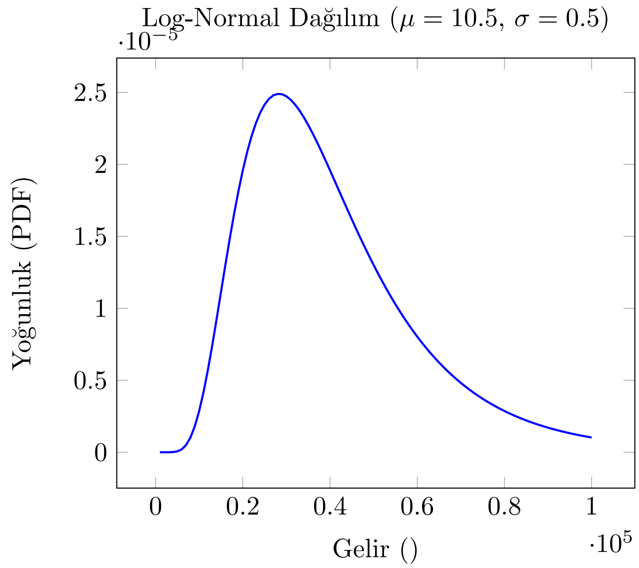
Burada:
- $\mu \rightarrow$ Logaritması alınan normal dağılımın ortalaması
- $\sigma \rightarrow$ Standart sapma
- $x > 0$ olmalıdır.

### 1.1 Örnek: Gelir Dağılımı

**Çoğu ülkede insanların gelir dağılımı log-normal bir dağılıma uyar.** - Çoğu insanın geliri ortalamaya yakındır.
- Bazı insanlar aşırı yüksek gelir elde eder.
- Negatif gelir mümkün değildir!

Örneğin, Türkiye'de bireylerin gelirleri yaklaşık $LogN(\mu = 10.5, \sigma = 0.5)$ olsun:

### 1.2 Log-Normal Dağılımın PDF Grafiği




**Grafikten ne anlıyoruz?**

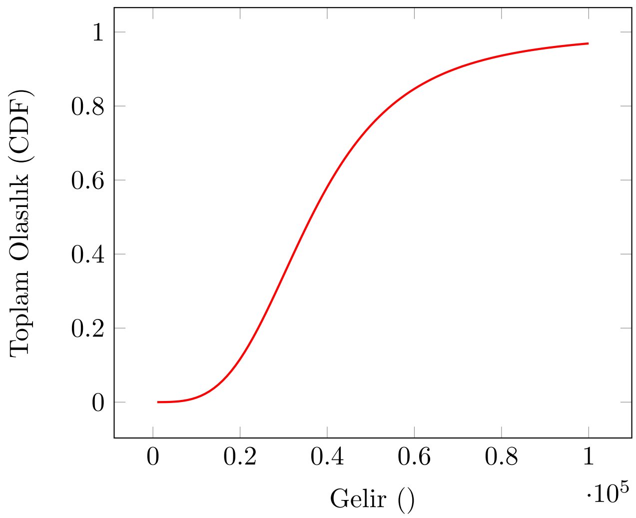
- Düşük gelir gruplarında yoğunluk fazladır.
- Gelir arttıkça olasılık azalır ancak sıfıra ulaşmaz.
- Çok yüksek gelirli kişiler nadirdir ancak mümkündür.

# 2 Log-Normal Dağılım İçin Kümülatif Dağılım Fonksiyonu (CDF)

Log-Normal CDF, belirli bir değerden düşük olma olasılığını gösterir:

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{2}\left(1 + \text{erf}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma\sqrt{2}}\right)\right)$$

Log-Normal Dağılımın Kümülatif Dağılım Fonksiyonu




**Grafikten ne anlıyoruz?**

- Düşük gelir seviyelerinde toplam olasılık hızla artar.
- Belirli bir gelirin üzerinde olma olasılığı düşer.
- CDF, verilerin nasıl dağıldığını anlamak için kritik öneme sahiptir.