

Olasılık Kuralları

Atil Samancioglu

1 Karşılıklı Dışlayan (Mutually Exclusive) Olaylar İçin Toplama Kuralı

Açıklama: Eğer iki olay aynı anda gerçekleşemezse (örneğin bir zar atıldığında hem 2 hem de 5 gelmez), bu olaylara **karşılıklı dışlayan** olaylar denir. Böyle durumlarda toplam olasılık, bireysel olasılıkların toplamına eşittir.

Formül:

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) \quad (1)$$

Örnek: Adil bir zar attığımızı düşünelim.

- Olay A : Zarın 2 gelmesi $P(A) = \frac{1}{6}$
- Olay B : Zarın 5 gelmesi $P(B) = \frac{1}{6}$

Bu olaylar karşılıklı dışlayan olaylardır, bu yüzden:

$$P(A \vee B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

2 Karşılıklı Dışlamayan (Non-Mutually Exclusive) Olaylar İçin Toplama Kuralı

Açıklama: Eğer iki olay aynı anda gerçekleşebiliyorsa, toplam olasılığı hesaplarken kesişim (ortak gerçekleşme) ihtimalini çıkarmamız gerekir.

Formül:

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B) \quad (3)$$

Örnek: Bir desteden rastgele bir kart çektiğimizi düşünelim.

- Olay A : Kupa çekmek $P(A) = \frac{13}{52}$
- Olay B : Resimli kart çekmek $P(B) = \frac{12}{52}$
- Olay $A \cap B$: Kupa olan resimli kartlar ($K\heartsuit, Q\heartsuit, J\heartsuit$) $P(A \wedge B) = \frac{3}{52}$

Bu durumda toplam olasılık:

$$P(A \vee B) = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52} = \frac{11}{26} \quad (4)$$

3 Bağımsız ve Bağımlı Olaylar İçin Çarpma Kuralı

3.1 Bağımsız Olaylar (Independent Events)

Açıklama: Eğer iki olay birbirini etkilemiyorsa, yani biri gerçekleştiğinde diğerrinin olasılığı değişmiyorsa, bu olaylar bağımsızdır. Bu durumda, iki olayın birlikte gerçekleşme olasılığı çarpılarak bulunur.

Formül:

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P(B) \quad (5)$$

Örnek: Bir madeni para atıp bir zar attığımızı düşünelim.

- Olay A : Paranın yazı gelmesi $P(A) = \frac{1}{2}$
- Olay B : Zarın 3 gelmesi $P(B) = \frac{1}{6}$

Bu olaylar bağımsızdır, dolayısıyla birlikte gerçekleşme olasılığı:

$$P(A \wedge B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} \quad (6)$$

3.2 Bağımlı Olaylar (Dependent Events)

Açıklama: Eğer bir olayın gerçekleşmesi, diğer olayın olasılığını değiştiriyorsa, olaylar bağımlıdır. Bağımlı olaylarda, ikinci olayın olasılığı birinci olayın gerçekleşmesine bağlıdır.

Formül:

$$P(A \wedge B) = P(A) \times P(B|A) \quad (7)$$

Örnek: Bir desteden iki kart çekme işlemini (geri koymadan) düşünelim.

- Olay A : İlk çekilen kartın As olması $P(A) = \frac{4}{52}$
- Olay B : İlk kart As ise, ikinci çekilen kartın As olması $P(B|A) = \frac{3}{51}$

Bu durumda:

$$P(A \wedge B) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{1}{221} \quad (8)$$

4 Özet Tablosu

Kural	Formül	Örnek
Toplama Kuralı (Karşılıklı Dışlayan)	$P(A \vee B) = P(A) + P(B)$	Zar atıp 2 veya 5 gelmesi
Toplama Kuralı (Karşılıklı Dışlamayan)	$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$	Kart destesinden kupa veya resimli kart çekme
Çarpma Kuralı (Bağımsız Olaylar)	$P(A \wedge B) = P(A) \times P(B)$	Para atıp zar atma
Çarpma Kuralı (Bağımlı Olaylar)	$P(A \wedge B) = P(A) \times P(B A)$	Bir desteden iki As çekme (geri koymadan)