Pitanje 1
Djelomično točno
Broj bodova: 1,00000 od 2,00000
Označi pitanje

Signal iznosa 1 doveden je na ulaz sinaptičke veze čija je početna težina jednaka 1 i čija aktivacijska funkcija je identiteta $\phi(v) = v$. Izračunajte promjenu težine nakon jednog koraka učenja pomoću:

a) (1 bod) osnovnog Hebbovog pravila sa stopom učenja $\eta = 0.1$

$\Delta\omega =$ 0.1

The correct answer is: 0.1

b) (1 bod) modificiranog Hebbovog pravila ili generaliziranog pravila produkta aktivnosti sa stopom učenja $\eta = 0.1$ i $c = \eta/\alpha = 0.1$.

$\Delta\omega =$ 0.09

The correct answer is: -0.9

Vaš odgovor je djelomično točan.

You have correctly answered 1 part(s) of this question.

Pitanje 2
Točno
Broj bodova: 1,00000 od 1,00000
Označi pitanje

Ako se težine u mreži mijenjaju na sljedeći način:

$\Delta w_{kj} = \eta(x_j - w_{kj})$

onda primjenjujemo:

Odaberite jedan odgovor:

- Kompetitivno pravilo učenja
- Hebbovo pravilo učenja
- Delta pravilo učenja

Vaš odgovor je točan.

Ispravan odgovor je: Kompetitivno pravilo učenja

Pitanje 3
Točno
Broj bodova: 3,00000 od 3,00000
Označi pitanje

Zadani su ključevi autoasocijativne matrice M: $[0,1,2]^T$, $[1,1,2]^T$ i $[2,-1,1]^T$. Koristeći pravilo vanjskog produkta, izračunajte korelacijsku matricu autoasocijativne memorije M. Odredite odziv dobivene memorije M na ključ $[1,1,2]^T$.

Napomena: Priznat će se samo potpuno točna matrica i potpuno točan odziv.

a) (2 boda) Korelacijska matrica

5	-1	4
-1	3	3
4	3	9

One possible correct answer is: 5, -1, 4, -1, 3, 3, 4, 3, 9

b) (1 bod) Odziv

12
8
25

One possible correct answer is: 12, 8, 25

Your answer is correct.

Pitanje 4
Točno
Broj bodova: 2,00000 od 2,00000
Označi pitanje

Promatramo dva razreda C_1 i C_2 koja odgovaraju realizacijama dvije nezavisne, normalno raspodijeljene slučajne varijable s istom varijancom $\sigma^2 = 4$ i različitim srednjim vrijednostima $\mu_1 = -10$ i $\mu_2 = 30$.

ML klasifikator realiziramo pomoću perceptrona (postavljen tako da ako je $l(x) > 0$, onda $x \in C_1$), tj. izrazom:

$l(x) = wx - \theta$

gdje w označava težinu, a θ prag.

Funkcija gustoće vjerojatnosti normalne razdiobe je :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$$

Odredite težinu i prag.

w= -10

One possible correct answer is: -10

θ= -100

One possible correct answer is: -100

Vaš odgovor je točan.

Pitanje 5
Točno
Broj bodova: 1,00000 od 1,00000
Označi pitanje

Odredite ima li sljedeća logička funkcija linearno separabilne ili linearno neseparabilne razrede.

Funkcija: *a* OR (NOT *b* AND *c*) OR (NOT c AND *b*)

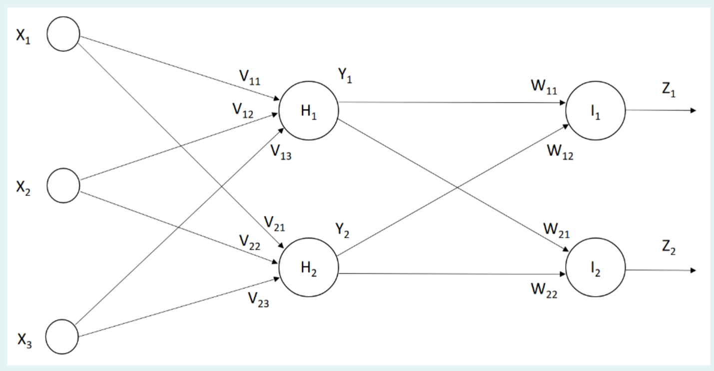
- Linearno separabilna
- Linearno neseparabilna

Vaš odgovor je točan.

Ispravan odgovor je: Linearno neseparabilna

Pitanje 6
Točno
Broj bodova: 6,00000 od 6,00000
Označi pitanje

Neka je zadana neuronska mreža kao na slici:



Pretpostavite da svi neuroni imaju sigmoidalnu aktivacijsku funkciju i prag 0. Neuronska mreža ima sljedeće vektore težina:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ -0.2 \\ 0.9 \end{bmatrix}, w_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.7 \end{bmatrix}, w_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.4 \end{bmatrix}$$

Napomena: Tijekom rješavanja zadataka zaokružujte vrijednosti na 5 decimala.

a) (1.5 bod) Izračunajte y_1, y_2 i z_2 ako na ulaz postavimo x = $[1,-1,2]^T$.

$y_1 =$ 0.86989 | $y_2 =$ 0.91683 | $z_2 =$ 0.6232

One possible correct answer is: 0.869891525637 | One possible correct answer is: 0.91682730350608 | One possible correct answer is: 0.6232017969437

b) (4.5 boda) Neka je na ulaz zadane mreže postavljen vektor x = $[-1,2,0]^T$. Očekivani izlaz iz mreže je t = $[0.3, 0.6]^T$. Stvarni izlaz iz mreže je z = $[0.2, 0.6]^T$, a izlazi iz neurona u skrivenom sloju su y_1 = 0.6 i y_2 = 0.3. Zadane su težine w_{12} = 0.5, w_{22} = 0.9 i v_{22} = 0.1. Izračunajte vrijednosti novih težina w_{12}, w_{22} i v_{22} primjenom jednog koraka generaliziranog delta pravila. Stopa učenja je 0.01.

w_{12} = 0.50006 | w_{22} = 0.9 | v_{22} = 0.10002

One possible correct answer is: 0.500048 | One possible correct answer is: 0.9 | One possible correct answer is: 0.1000336

Vaš odgovor je točan.

Pitanje 7
Točno
Broj bodova: 5,00000 od 5,00000
Označi pitanje

Razmatramo funkciju F za koju su poznate njene vrijednosti u tri točke: $F(3) = -2$, $F(1) = 1$, $F(-2) = -1$. Aproksimirajte funkciju F koristeći tri radijalne funkcije oblika $\varphi(r) = \frac{r^2}{r^3+1}$, čiji centri su u zadanim poznatim točkama. Odredite sve elemente interpolacijske matrice I za promatrani problem. Pronađite težine odgovarajuće radijalne mreže.

Napomena: Zaokružite rješenje na 5 decimala. Jedino potpuno točna matrica i vektor težina će se bodovati.

a) (2 boda) Odredite sve elemente interpolacijske matrice za promatrani problem.

0	0.44444	0.19841
0.44444	0	0.32143
0.19841	0.32143	0

One possible correct answer is: 0, 0.44444, 0.19841, 0.44444, 0, 0.32143, 0.19841, 0.32142, 0

b) (3 boda) Pronađite težine odgovarajuće radijalne mreže.

$w_1 =$ 2.25
$w_2 =$ -4.5
$w_3 =$ 0

One possible correct answer is: 2.25, -4.5, 0

Your answer is correct.

Pitanje 8
Točno
Broj bodova: 2,00000 od 2,00000
Označi pitanje

U ovom zadatku uspoređujemo radijalne mreže i višeslojni perceptron.

Označite sve tvrdnje koje su potpuno točne. Samo potpuno točno riješen zadatak će se vrednovati.

- a. Kod radijalne mreže su svi neuroni linearni dok su kod višeslojnog perceptrona svi neuroni nelinearni.
- b. Argument aktivacijske funkcije kod višeslojnog perceptrona je udaljenost između ulaznog vektora i vektora težine; kod radijalne mreže argument aktivacijske funkcije je skalarni produkt ulaznog vektora i vektora težine.
- c. Radijalna mreža ima samo jedan skriveni sloj dok višeslojni perceptron ima više skrivenih slojeva.

Vaš odgovor je točan.

Ispravan odgovor je: Radijalna mreža ima samo jedan skriveni sloj dok višeslojni perceptron ima više skrivenih slojeva.

Pitanje 9
Točno
Broj bodova: 6,00000 od 6,00000
Označi pitanje

Zadani su sljedeći uzorci (x_1, x_2) i pripadne klasne oznake:

1. (2, 3); klasa 0
2. (3, 5); klasa 0
3. (4, 3); klasa 0
4. (5, 5); klasa 1
5. (6, 4); klasa 1
6. (7, 4); klasa 1

Odredite parametre w_1, w_2 i b diskriminacijske funkcije koja se dobije primjenom SVM algoritma. Diskriminacijska funkcija mora dati pozitivne vrijednosti za uzorke klase 1.

a) (2 boda) Koji uzorci su potporni vektori? Kao odgovor upišite broj čije znamenke predstavljaju pozicije tih uzoraka na gore navedenoj listi, pri čemu su znamenke sortirane uzlazno. Npr., ako su prvi, drugi, peti i šesti uzorak potporni vektori, rješenje je 1256.

234

The correct answer is: 234

b) (3 boda) Koliko iznose parametri w_1, w_2 i b?

$w_1 =$ 1 | $w_2 =$ 0.5 | $b =$ -6.5

The correct answer is: 1 | The correct answer is: 0.5 | The correct answer is: -6.5

c) (1 bod) Koliko iznosi širina margine ρ? Zaokružite rješenje na tri decimale.

ρ = 1.789

The correct answer is: 1.789

Vaš odgovor je točan.

Pitanje 10
Točno
Broj bodova: 2,00000 od 2,00000
Označi pitanje

Označite funkcije jezgre koje zadovoljavaju Mercerov teorem.

Napomena: Priznat će se samo potpuno točni odgovori.

- a. $K(x, x') = \frac{||x||}{||x'||}$
- b. $K(x, x') = (x^T x' + 1)^3$
- c. $K(x, x') = exp(-\frac{||x-x'||^2}{2\sigma^2})$

Your answer is correct.

Ispravni odgovori su: $K(x, x') = exp(-\frac{||x-x'||^2}{2\sigma^2})$
, $K(x, x') = (x^T x' + 1)^3$

MI 2024

1. $x = 1$
$w = 1$
$\phi(v) = v$

a) $\Delta w = ?$ Hebb

$\Delta w = \eta \cdot \hat{x} \cdot y \rightarrow y = \phi(x) = \phi(1) = 1$

$\Delta w = 0.1$

b) Modificirano Hebbovo pravilo - generalizirano pravilo produkta

$\eta = 0.1,\ c = \eta / \alpha = 0.1 \Rightarrow \alpha = \frac{0.1}{0.1}$

$\Delta w = \eta y \cancel{\ } x \cancel{\ } - \alpha y w \rightarrow \boxed{\Delta w = \eta y x - \alpha y w}$

$\Delta w = 0.1 \cdot \phi(\hat{x}) \cdot 1 - 1 \cdot 1 \cdot 1$

$\Delta w = -0.9$

2. $\Delta w_{kj} = \eta (x_j - w_{kj})$ ← KOMPETITIVNO PRAVILO UČENJA

3. $a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},\ a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},\ a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

a)

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 9 \end{bmatrix}$$

b) odziv

$$M \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ -1 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \\ 25 \end{bmatrix}$$

4. C_1 i C_2

$\sigma^2 = 4$

$\mu_1 = -10$, $\mu_2 = 30$

$\ell(x) > 0$, $x \in C_1$

$\ell(x) = wx - \theta$

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\, 4}} \cdot \exp\left(-\frac{(x+10)^2}{2\cdot 4}\right)$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot 4}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-30)^2}{2\cdot 4}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} \ell_1(x) &= \ln f_1(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi 4}}\right) - \frac{(x+10)^2}{8} \\ \ell_2(x) &= \ln f_2(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi 4}}\right) - \frac{(x-30)^2}{8} \end{aligned}\right\} -$$

$$\ell(x) = \ell_1(x) - \ell_2(x) = -\frac{1}{8}\left(\cancel{x^2} + 20x + 100 - \cancel{x^2} + 60x - 900\right)$$

$$= -\frac{1}{8}\left(80x - 800\right)$$

$$= -10x + 100$$

PAZI: $\ell(x) = wx - \theta$

$\Rightarrow w = -10$

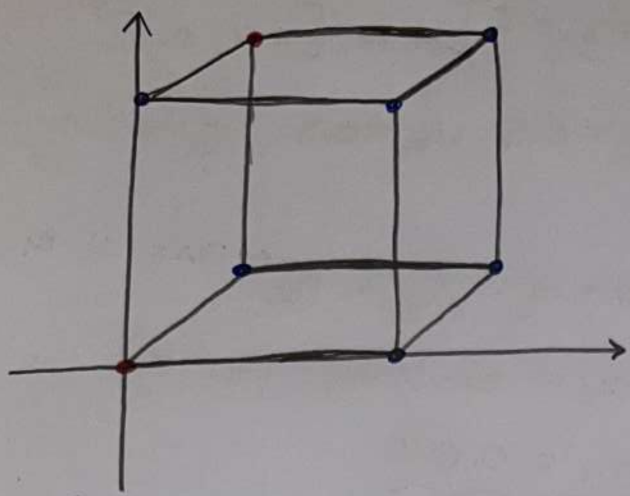
$w_0 = -100$

5.

FUNKCIJA: a OR (NOT b AND c) OR (NOT c AND b) ← TO JE XOR FUNKCIJA

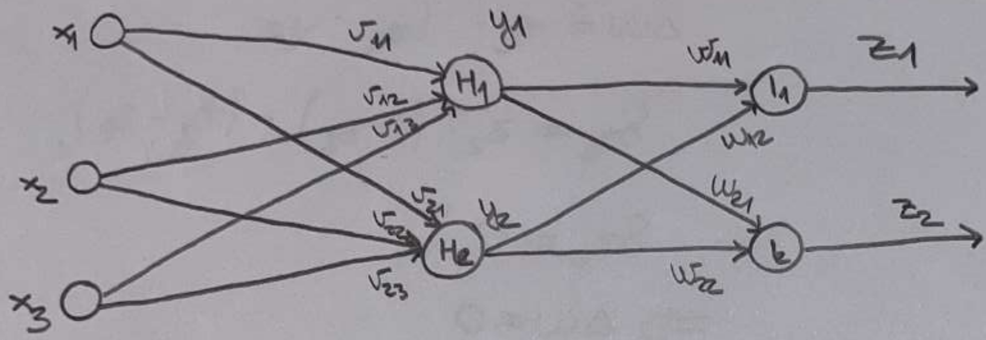
a	b	c	NOT b	NOT b AND c	a or NOT b AND c	NC AND b	f
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	1

I SAD U PROSTORU PROVJERITI JESU LI 0 ODVOJENE OD 1



← VIDIMO DA SU LINEARNO NEODVOJIVI

6.



SIGMOIDA, $w_b = 0$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ -0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ -0.2 \\ 0.9 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.4 \end{bmatrix}$$

a)

$$x = [1 \quad -1 \quad 2]^T$$

$$y_1 = \sigma(x_1 v_{11} + x_2 v_{12} + x_3 v_{13}) = \sigma(1.9) = 0.86989$$

$$y_2 = \sigma(x_1 v_{21} + x_2 v_{22} + x_3 v_{23}) = \sigma(2.4) = 0.91683$$

$$z_2 = \sigma(y_1 \cdot w_{21} + y_2 \cdot w_{22}) = \sigma(0.503) = 0.6232$$

b) $x = [-1, 2, 0]^T$, $t = [0.3, 0.6]^T$, $z = [0.2, 0.6]^T$

$y_1 = 0.6$, $y_2 = 0.3$, $w_{12} = 0.5$, $w_{22} = 0.9$, $v_{22} = 0.1$

$\eta = 0.01$

$w_{12} = w_{12} + \Delta w$

$\underline{w_{12} = 0.500048}$

$\Delta w = \eta \cdot \delta_{z1} \cdot y_2$ ← ULAZ U Z1

$\delta_{z1} = z_1 \cdot (1 - z_1) \cdot (t_1 - z_1)$

$\underline{\delta_{z1} = 0.016}$

$\Delta w = 4.8 \times 10^{-5}$

$w_{22} = w_{22} + \Delta w$

$\underline{w_{22} = 0.9}$

$\Delta w = \eta \cdot \delta_{z2} \cdot y_2$

$\delta_{z2} = z_2 \cdot (1 - z_2) \cdot (t_2 - z_2)$

$\delta_{z2} = 0$

$\Rightarrow \Delta w = 0$

$v_{22} = v_{22} + \Delta w$

$\underline{v_{22} = 0.10003}$

$\Delta w = \eta \cdot \delta_{y2} \cdot x_2$

$\delta_{y2} = y_2 \cdot (1 - y_2) \cdot [\delta_{z1} \cdot \underset{\uparrow\ \text{STARI } w_{12}}{w_{12}} + \overbrace{\delta_{z2} \cdot w_{22}}^{0}]$

$\delta_{y2} = 1.68 \times 10^{-3}$

$\Delta w = 3.36 \times 10^{-5}$

7. $F(3) = -2$, $F(1) = 1$, $F(-2) = -1$

$$f(r) = \frac{r^2}{r^3+1}$$

$\rightarrow$ $f_{ij} = f(|x_i - c_j|)$

$x_1 = 3$
$x_2 = 1$
$x_3 = -2$

c_j - centri
$c_1 = 3$
$c_2 = 1$
$c_3 = -2$

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow f_{11} = f(|x_1 - c_1|) = f(|3-3|) = f(0) = \frac{r^2}{r^3+1} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0.44444 & 0.19841 \\ 0.44444 & 0 & 0.32143 \\ 0.19841 & 0.32143 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi \cdot w = d \longrightarrow d = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.44444 & 0.19841 \\ 0.44444 & 0 & 0.32143 \\ 0.19841 & 0.32143 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow$ SAD ILI MNOŽITI PA RAČUNATI

ILI

KALKULATOR

$$w = \Phi^{-1} \cdot d$$

$$w = \begin{bmatrix} 2.25008 \\ -4.50001 \\ 0 \end{bmatrix}$$

-7.84×10^{-5}

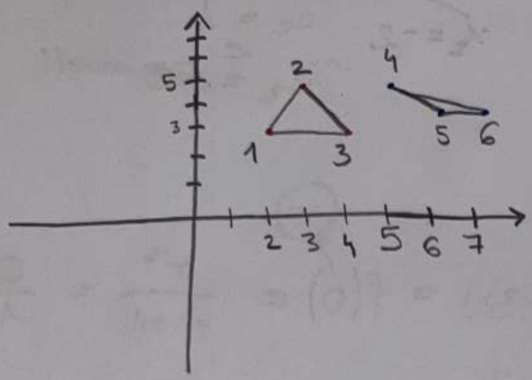
8.

a) X → SKRIVENI SLOJ JE NELINEARAN

b) X → SUPROTNO

c) TOČNO ✓

9.



a) SA SLIKE VIDIMO DA SU POTPORNI VEKTORI:

2, 3, 4

b) ZA POTPORNE VEKTORE VRIJEDI:

$$y \cdot h(x) = 1$$

za 2: $(3,5)$, $y=-1$

$$-1 \cdot (w_1 x_1 + w_2 x_2 + b) = 1$$

$$3w_1 + 5w_2 + b = -1$$

za 3: $(4,3)$, $y=-1$

$$-1 \cdot (w_1 x_1 + w_2 x_2 + b) = 1$$

$$4w_1 + 3w_2 + b = -1$$

za 4: $(5,5)$, $y=+1$

$$+1 \cdot (w_1 x_1 + w_2 x_2 + b) = 1$$

$$5x_1 + 5x_2 + b = 1$$

→ TRI JEDNADŽBE S TRI NEPOZNANICE:

ODUZMI 3,2: $(4w_1 + 3w_2 + b) - (3w_1 + 5w_2 + b) = 0$

$$\boxed{w_1 = 2w_2}$$

ODUZMI 4,3: $(5w_1 + 5w_2 + b) - (4w_1 + 3w_2 + b) = 2$

$$w_1 + 2w_2 = 1$$

$\Rightarrow w_2 = 0{,}5$, $w_1 = 1$, $b = -6.5$

c) ŠIRINA MARGINE:

$$\rho = \frac{2}{\|w\|} = 1.789$$

$$\|w\| = \sqrt{w_1^2 + w_2^2}$$

$$= 1.11803$$

10. Mercerov teorem

$\rightarrow K(x, x')$:

→ SIMETRIČAN

→ POZITIVNO SEMIDEFINITAN

a) $K(x, x') = \frac{\|x\|}{\|x'\|}$

$\Rightarrow$ TREBA ZADOVOLJITI $K(x, x') = K(x', x)$

$$K(x, x') = \frac{\|x\|}{\|x'\|}, \quad K(x', x) = \frac{\|x'\|}{\|x\|}$$

→ primjer $x = (1, 0)$, $x'(2, 0)$

$$K(x, x') = \frac{1}{2} \qquad K(x', x) = 2$$

→ NIJE SIMETRIČAN ✗

b) $K(x, x') = (x^T x' + 1)^3$

→ oblik polinomske jezgre ✓

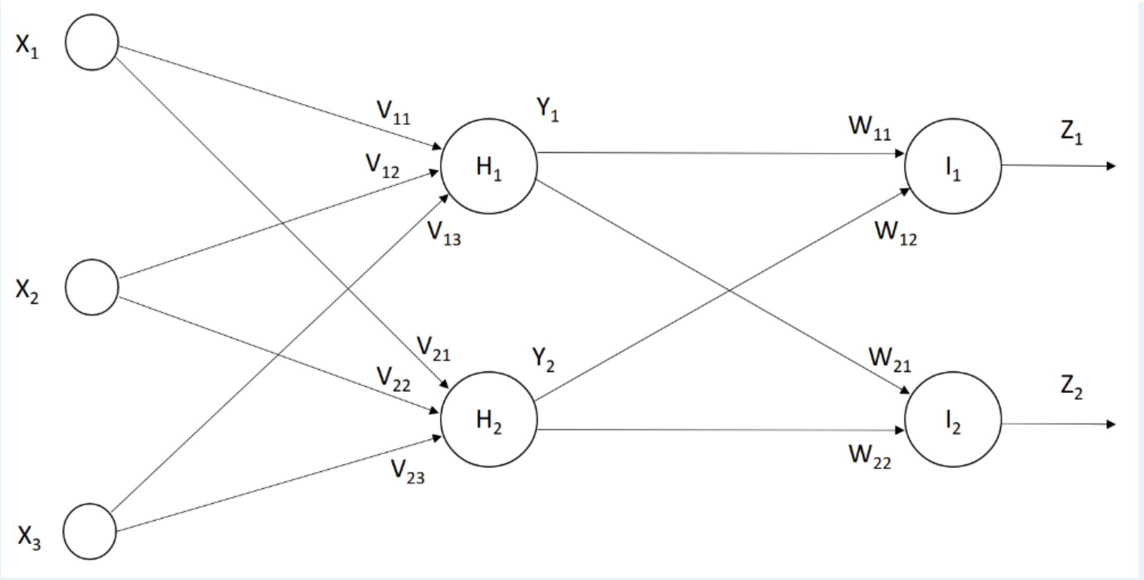
c) $K(x, x') = \exp\left(-\frac{\|x - x'\|^2}{2\sigma^2}\right)$

→ Gaussov kernel → RADIJALNA JEZGRA ✓

MI 2023/2024

Created	@November 21, 2023 4:19 PM
Class	NEUMRE
Type	Exam
Reviewed	☐

1. Neka je zadana neuronska mreža kao na slici:



Pretpostavite da svi neuroni imaju sigmoidalnu aktivacijsku funkciju i prag 0. Neuronska mreža ima sljedeće vektore težina:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.6 \end{bmatrix} \quad w_2 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

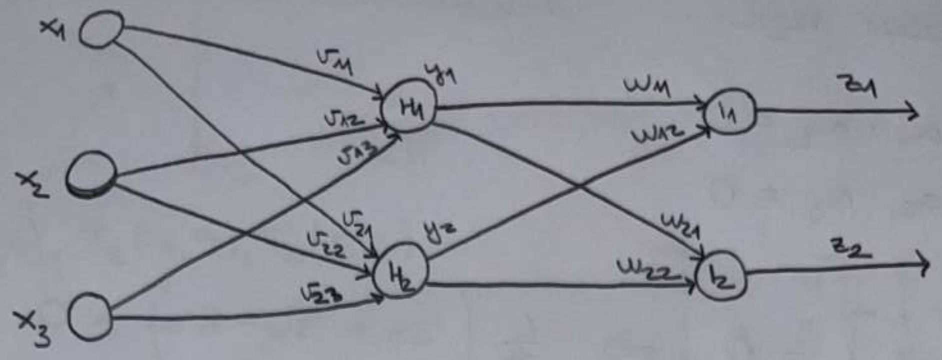
Izračunajte y_1, y_2, z_2 ako na ulaz postavimo $x = [0, 1, 2]^T$.
Neka je na ulaz zadane mreže postavljen vektor $x = [-1, 1, -1]^T$. Očekivani izlaz iz mreže je $t = [0.4, 0.5]^T$. Nakon treniranja mreže stvarni izlaz iz mreže je $z = [0.2, 0.8]^T$, izlazi iz neurona u skrivenom sloju su $y_1 = 0.1, y_2 = 0.5$, a sljedeće težine su jednake $w_{12} = 0.3, w_{22} = 0.8, v_{22} = 0.2$. izračunajte vrijednosti novih težina $w'_{12}, w'_{22}, v'_{22}$ primjenom jednog koraka generaliziranog delta pravila. Stopa učenja je 0.02.

2. Zadani su ključevi autoasocijativne matrice $M : \frac{1}{7}[2,3,6]^T, \frac{1}{7}[-3,2,-6]^T$ .Odredite još jedan ključ s kojim će pamćenje svih ključeva (uključujući i samog sebe) uspješno funkcionirati te koji ima negativnu z koordinatu. Koristeći pravilo vanjskog produkta i prije spomenuta tri ključa, izračunajte korelacijsku matricu autoasocijativne memorije M.
3. Zadane su točke (2,4), (4,1), (3,6), (5,2), (4,5), (2,7), (6,1) te pripadajuće klasne oznake 1, 0, 1, 0, 1, 1 i 0. Pronađite jednadžbu hiperravnine koja razdvaja uzorke dvaju klasa, a dobivena je primjenom SVM algoritma. Izračunajte širinu margine razdvajanja.
4. Razmatramo funkciju F za koju su poznate njene vrijednosti u tri točke: F(-2)=2, F(0)=4, F(1)=-3. Aproksimirajte funkciju F koristeći tri radijalne funkcije oblika $\Phi(r) = \frac{r^2}{(r^3+4)}$ čiji centri su u zadanim poznatim točkama. Odredite sve elemente interpolacijske matrice I za promatrani problem. Pronađite težine odgovarajuće radijalne mreže.
5. Kod učenja korekcijom pogreške korištenje male stope učenja η ubrzava proces učenja. **T/N**
6. neuroni Boltzmannovog stroja mogu poprimiti jedon od dva stanja: -1 ili 1. **T/N**
7. Kompetetivno učenje je tip učenja pod nadzorom. **T/N**
8. Kod učenja podrškom funkcija pogreške nije poznata. **T/N**
9. Navedite i objasnite Coverov teorem.
10. Objasnite što je preslušavanje ključeva u kontekstu asocijativne memorije.
11. Navedite dvije razlike između radijalne mreže i višeslojnog perceptrona.
12. Odredite ima li sljedeća logička funkcija linearno separabilne ili linearno neseparabilne razrede. Funkcija $a \quad OR \quad NOT \quad b$. **Linearno separabilna/Linearno neseparabilna**
13. Odredite ima li sljedeća logička funkcija linearno separabilne ili linearno neseparabilne razrede. Funkcija $a \quad AND \quad b$. **Linearno separabilna/Linearno neseparabilna**
14. Odredite ima li sljedeća logička funkcija linearno separabilne ili linearno neseparabilne razrede. Funkcija $a \quad AND \quad (b \quad OR \quad c)$. **Linearno separabilna/Linearno neseparabilna**
15. ML klasifikator je linearan klasifikator, a perceptron je nelinearan klasifikator.

16. ML klasifikator je izveden uz pretpostavku da se klase preklapaju dok perceptron radi uz pretpostavku da su klase separabilne. **T/N**
17. Učenje perceptrona je složenije za realizaciju, dok je dizajn adaptivnog Gaussovog ML klasifikatora jednostavniji. **T/N**
18. Perceptron ne pretpostavlja nikakve distribucije dok za ML klasifikaciju treba pretpostaviti distribucijske funkcije ulaznih uzoraka. **T/N**

MI 2023

1.



SIGMOIDALNA, $w_0 = 0$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.6 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 1.2 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

a)

$y_1, y_2, z_2 = ?$ $\qquad x = [0, 1, 2]^T$

$$y_1 = \sigma(v_{11} \cdot x_1 + v_{12} \cdot x_2 + v_{13} \cdot x_3) = 0.5$$

$$y_2 = \sigma(v_{21} x_1 + v_{22} x_2 + v_{23} \cdot x_3) = 0.8176$$

$$z_2 = \sigma(y_1 \cdot w_{21} + y_2 \cdot w_{22}) = 0.5477$$

$$\boxed{\begin{aligned} &v_{22} = v_{22} + \Delta v = 0.1928 \\ &\Delta v = \eta \cdot \delta_{y_2} \cdot x_2 \\ &\delta_{y_2} = y_2 \cdot (1 - y_2) \cdot (\delta_{z_1} \cdot w_{12} + \delta_{z_2} \cdot w_{22}) \\ &= -7.2 * 10^{-3} \end{aligned}}$$

b) $x = [-1, 1, -1]^T$, $t = [0.4, 0.5]^T$, $z = [0.2, 0.8]^T$, $y_1 = 0.1$, $y_2 = 0.5$

$w_{12} = 0.3$, $w_{22} = 0.8$, $v_{22} = 0.2$, $\eta = 0.02$

$w_{12} = w_{12} + \Delta w$

$w_{12} = 0.300064$

$\Delta w = \eta \cdot \delta_{z_1} \cdot y_1$

$\delta_{z_1} = z_1 \cdot (1 - z_1) \cdot (t_1 - z_1)$

$\delta_{z_1} = 0.032$

$\Delta w = 6.4 * 10^{-5}$

$w_{22} = w_{22} + \Delta w$

$w_{22} = 0.79952$

$\Delta w = \eta \cdot \delta_{z_2} \cdot y_2 = -4.8 * 10^{-4}$

$\delta_{z_2} = z_2 \cdot (1 - z_2) \cdot (t_2 - z_2) = -0.048$

2.

$$M = \frac{1}{49}\begin{bmatrix} 4 & 6 & 12 \\ 6 & 9 & 18 \\ 12 & 18 & 36 \end{bmatrix} + \frac{1}{49}\begin{bmatrix} 9 & -6 & 18 \\ -6 & 4 & -12 \\ 18 & -12 & 36 \end{bmatrix} + \frac{1}{1105}\begin{bmatrix} 900 & 180 & -390 \\ 180 & 36 & -78 \\ -390 & -78 & 169 \end{bmatrix}$$

JOŠ JEDAN KLJUČ :

$$a_1 \cdot a_3 = 0$$

$$a_2 \cdot a_3 = 0$$

$$\frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{7}\left(2x + 3y + 6z\right) = 0$$

$$\underline{2x + 3y + 6z = 0}$$

$$\frac{1}{7}\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{7}\left(-3x + 2y - 6z\right) = 0$$

$$\underline{-3x + 2y - 6z = 0}$$

ZBROJI

$$-x + 5y = 0$$

$$\boxed{x = 5y}$$

$$10y + 3y = -6z$$

$$13y = -6z$$

$$\boxed{z = -\frac{13}{6}y}$$

$$a_3 = \begin{bmatrix} 5y \\ y \\ -\frac{13}{6}y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(5y)^2 + y^2 + \left(\frac{13}{6}\right)^2 y^2} = 1 \;\Big/^2$$

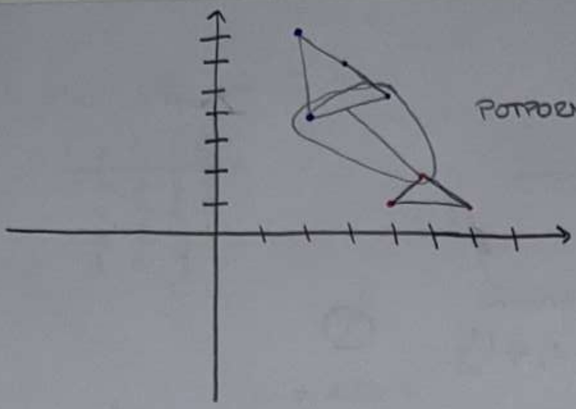
$$25y^2 + y^2 + \frac{169}{36}y^2 = 1$$

$$\frac{1105 y^2}{36} = 1$$

$$y = \sqrt{\frac{36}{1105}} = \frac{6}{\sqrt{1105}}$$

$$a_3 = \frac{1}{\sqrt{1105}}\begin{bmatrix} 30 \\ 6 \\ -13 \end{bmatrix}$$

3.



POTPORNI VEKTORI

$T_1(2,4), T_2(4,5), T_3(5,2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$y \cdot h(x) = 1$$

$$\begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$2w_1 + 4w_2 + b = 1$$
$$4w_1 + 5w_2 + b = 1$$
$$5w_1 + 2w_2 + b = -1$$

$$\begin{bmatrix} b \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/7 \\ -2/7 \\ 4/7 \end{bmatrix}$$

HIPERRAVNINA: $-2/7\, x_1 + 4/7\, x_2 - 5/7 = 0$

Širina margine: $\rho = \frac{2}{\|w\|} = \frac{2}{\sqrt{\frac{4}{49} + \frac{16}{49}}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$

4. $F(-2) = 2,\ F(0) = 4,\ F(1) = -3$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{9}{31} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{9}{31} & \frac{1}{5} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -37/30 \\ -819/62 \\ 397/18 \end{bmatrix}$$

TEORIJA

5. MALA STOPA UČENJA
→ SPORO IDE (N)

6. Boltzmanov stroj:
→ neuroni su binarni (T)
$s_i \in \{-1, +1\}$

7. Kompetitivno učenje: $\Delta w = \eta y x - \alpha y w$ (N)
→ netočno, nema ciljnih oznaka
→ neuroni se natječu tko bolje odgovara ulazu

8. Učenje podrškom
→ dobiva nekakve nagrade nakon učenja

9. Coverov teorem - vjerojatnije je da će primjeri biti odvojivi ako ih preslikamo nelinearnom funkcijom u prostor viših dimenzija

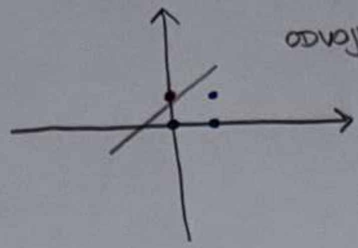
10. Preslušavanje ključeva je pojava u asocijativnoj memoriji kada drugi pohranjeni uzorci utječu na dohvat ciljanog uzorka, stvarajući šum

11. Razlika radijalne mreže i višeslojnog perceptrona:
→ RBF koriste radijalne funkcije, imaju samo jedan skriveni sloj, MLP može imati više
→ MLP koristi skalarni produkt težina, a radijalne udaljenost od centra

12.

a OR not b

a	b	f
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

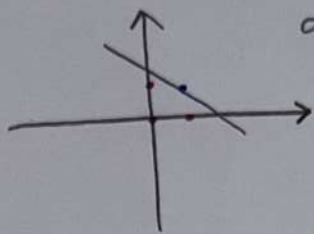


ODVOJIVI

13.

a	b	f
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a AND b

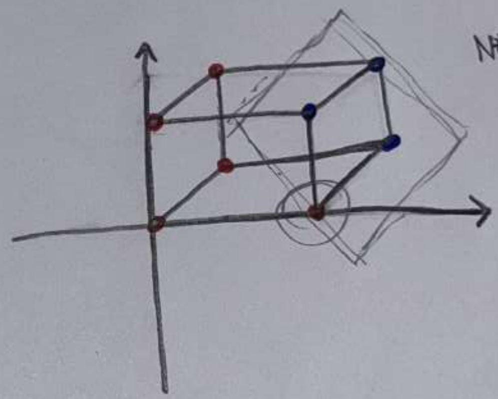


ODVOJIVI

14.

a AND (b OR c)

a	b	c	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



NEODVOJIVI

15. N Perceptron linearan

16. T

17. N Perceptron je jako jednostavan

18. T

Neuronske mreže

Međuispit – 24. studenog 2021.

1. (3 boda) Proces učenja

a) **(2 boda)** Objasnite razliku između Hebbovog i delta pravila učenja.

b) **(1 bod)** Što je prenaučenost (engl. *overfitting*)?

2. (4 boda) Perceptron

Neka je zadan skup ulaznih uzoraka X definiran tablicom. Zadatak je da korištenjem jednog perceptrona s dva ulaza klasificirate uzorke, kako je prikazano u tablici. Kao aktivacijsku funkciju koristite step funkciju μ.

X	(0, 0)	(1, 2)	(2, 1)	(4, 4)	(7, 5)	(8, 6)
y	0	0	0	1	1	1

a) **(2 boda)** Odredite neke težine perceptrona kojim biste ostvarili takvu klasifikaciju.

b) **(1 bod)** Skicirajte dobiveni perceptron.

c) **(1 bod)** Koja je uloga praga (engl. *threshold*) u perceptronu?

3. (6 bodova) Asocijativna memorija

Neka su ključevi autoasocijativne memorije:

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix} \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{22}} \begin{bmatrix} -1 \\ -15 \\ 18 \end{bmatrix}$$

a) **(3 boda)** Koristeći pravilo vanjskog produkta, izračunajte korelacijsku matricu autoasocijativne memorije M.

b) **(1 bod)** Koji od ključeva a_i će nakon učenja ostati ispravno zapamćeni, a koji neće? Objasnite zašto i matematički dokažite!

c) **(2 boda)** Objasnite preslušavanje ključeva na primjeru dodavanja ključa $a_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ u memorijsku matricu M iz podzadatka a) ovog zadatka.

4. (6 bodova) Radijalne mreže

Razmatramo funkciju $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ za koju su poznate njene vrijednosti u tri točke: $F(-1) = 5$, $F(0) = 10$ i $F(1) = -3$.

Aproksimirajte funkciju F koristeći tri radijalne funkcije oblika $\varphi(r) = \frac{1}{1+2r^2}$ čiji centri su u zadanim poznatim točkama.

a) **(1 bod)** Objasnite Coverov teorem.

b) **(2 boda)** Odredite sve elemente interpolacijske matrice za promatrani problem.

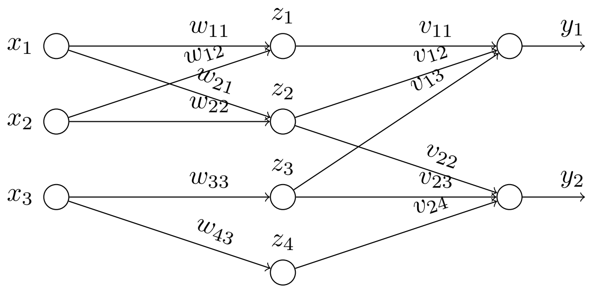
c) **(2 boda)** Pronađite težine odgovarajuće radijalne mreže.

d) **(1 bod)** Skicirajte arhitekturu tražene radijalne mreže.

Okrenite stranicu!

5. (7 bodova) Višeslojni perceptron

Neka je zadana neuronska mreža kao na slici:



Pretpostavite da svi neuroni imaju sigmoidalnu aktivacijsku funkciju i prag 0. Stopa učenja je 0.05. Nakon n-iteracija treniranja neuronske mreže imamo sljedeće vektore težina:

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad w_3 = \begin{bmatrix} 0.6 \end{bmatrix}, \quad w_4 = \begin{bmatrix} 0.8 \end{bmatrix}, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

Ako u sljedećoj iteraciji na ulaz postavimo $x = [1,\, 2,\, -1]^T$, a očekivani izlaz iz mreže je $d = \begin{bmatrix} 0.39 \\ 0.52 \end{bmatrix}$:

a) **(3 boda)** Izračunajte $z2$, $z3$, $z4$ i $y2$.

b) **(3 boda)** Izračunajte vrijednosti novih težina v_{24} i w_{43} primjenom jednog koraka generaliziranog delta pravila.

c) **(1 bod)** Općenito, opišite razliku izmedu individualnog i grupnog načina treniranja višeslojnog perceptrona pomoću algoritma povratne propagacije pogreške (engl. *backpropagation algorithm*).

6. (4 boda) Stroj potpornih vektora (SVM)

a) **(2 boda)** Objasnite ulogu potpornih vektora u određivanju optimalne ravnine razdvajanja kod klasifikacije linearno separabilnih razreda. Potkrijepite vaš odgovor formulom za udaljenost potpornih vektora od ravnine razdvajanja.

b) **(2 boda)** Navedite formule za barem dvije nelinearne jezgrene funkcije koje zadovoljavaju Mercerov teorem. Objasnite ulogu jezgrene funkcije kod SVM-a.

MI 2021

1. a) Razlika Hebbovog i delta pravila učenja

Hebbovo pravilo : $\eta x y$ (ULAZ * IZLAZ)

Delta pravilo : $\eta \cdot e x$

$e = (t - y)$

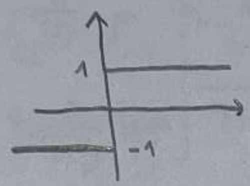
OČEKIVANI - DOBIVENI

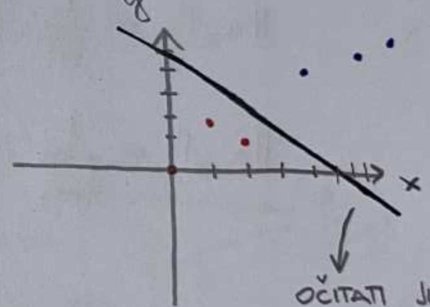
b) Prenaučenost

- mala pogreška na skupu za učenje
- velika pogreška na skupu za ispitivanje

2. Perceptron

μ - STEP FUNKCIJA





OČITATI JEDNADŽBU PRAVCA

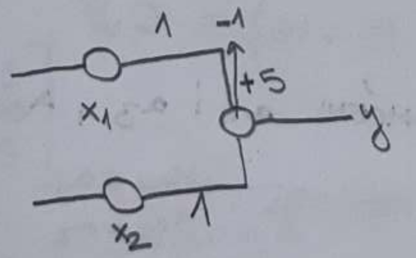
a) $y = w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_0$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} = 1 \quad / \cdot 5$$

$$x + y = 5 \Rightarrow w = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad b = -5$$

$$x + y - 5 = 0$$

b)



c) Uloga praga je pomaknuti hiperravninu koja odvaja (x i y) JER bi ona inače išla kroz ishodište

3. Asocijativna memorija

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{11}} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{22}} \begin{bmatrix} -1 \\ -15 \\ 18 \end{bmatrix}$$

AUTOASOCIJATIVNA MEMORIJA: $a \cdot a^T$

a) $M = a \cdot a^T$

$$\frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -15 & -12 \\ -15 & 25 & 20 \\ -12 & 20 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 9 & -15 & -12 \\ -15 & 25 & 20 \\ -12 & 20 & 16 \end{bmatrix} + \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 9 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 18 \\ 15 & 225 & -270 \\ -18 & -270 & 324 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{22} \begin{bmatrix} 118 & -144 & -144 \\ -144 & 502 & -48 \\ -144 & -48 & 502 \end{bmatrix}$$

b) Koji ključevi a_i će ostati ispravno zapamćeni?

MORAMO PROVJERITI ORTOGONALNOST I NORMIRANOST

$$\|a_1\|_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3^2+5^2+4^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{9+25+16} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{50} = 5 \neq 1$$

$$\|a_2\|_2 = \frac{1}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{3^2+1^2+1^2} = \frac{1}{\sqrt{11}} \cdot \sqrt{9+1+1} = 1 \checkmark$$

$$\|a_3\|_2 = \frac{1}{\sqrt{22}} \cdot \sqrt{1^2+15^2+18^2} = \frac{1}{\sqrt{22}} \cdot \sqrt{1+225+324} = \frac{\sqrt{550}}{\sqrt{22}} = 5 \neq 1$$

$$a_1 \cdot a_2 = \frac{1}{\sqrt{22}} \left(3 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1\right) = 0 \checkmark$$

$$a_1 \cdot a_3 = \frac{1}{\sqrt{44}} \cdot \left(-3 \cdot 1 + 15 \cdot 5 - 4 \cdot 18\right) = 0 \checkmark$$

$$a_2 \cdot a_3 = \frac{1}{\sqrt{242}} \cdot \left(-3 \cdot 1 - 15 + 18\right) = 0 \checkmark$$

→ NEĆE OSTATI DOBRO ZAPAMĆENI a_1 i a_3, A a_2 BUDE DOBRO ZAPAMĆEN

→ ZA ISPRAVAK $\frac{a_1}{\|a_1\|_2}$ i $\frac{a_3}{\|a_3\|_2}$

PROVJERA: $Ma_1 \neq a_1$, $Ma_2 = a_2$, $Ma_3 \neq a_3$

c) $a_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$M_2 = M + a_4 \cdot a_4^T = \ldots$$

RADIMO PROVJERU

$a_1 \cdot a_4^T \neq 0$

$a_2 \cdot a_4^T \neq 0$

$a_3 \cdot a_4^T \neq 0$

$Ma_1 \neq a_1$

$Ma_2 \neq a_2$

$Ma_3 \neq a_3$

$Ma_4 \neq a_4$

BUDUĆI DA JE KAPACITET 3, AKO KLJUČEVI NISU ORTOG., ONDA SE PREKLAPAJU

4. Radijalne mreže

$$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F(-1) = 5, \; F(0) = 10, \; F(1) = -3$$

$$\varphi(r) = \frac{1}{1+2r^2}$$

a) Coverov teorem - veća je vjerojatnost da nelinearno (neodvojivi) problemi su odvojivi u (linearni) višedimenzionalnim prostorima

b) INTERPOLACIJSKA MATRICA

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{1+2\cdot|-1-0|^2} & \frac{1}{1+2\cdot|-1-1|^2} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

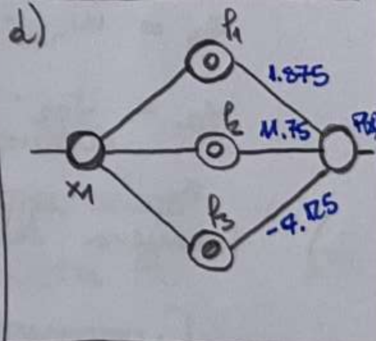
$$\varphi_{ij} = \varphi(\|x_j - x_i\|)$$

$$x = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \varphi_{31}$$

$$\Rightarrow \varphi_{ij} = \frac{1}{1+2\cdot|x_i - x_j|^2}$$

$$\varphi_i(x) = \varphi(|x - x_i|) = \frac{1}{1+2\cdot|x-x_i|^2}$$

d)

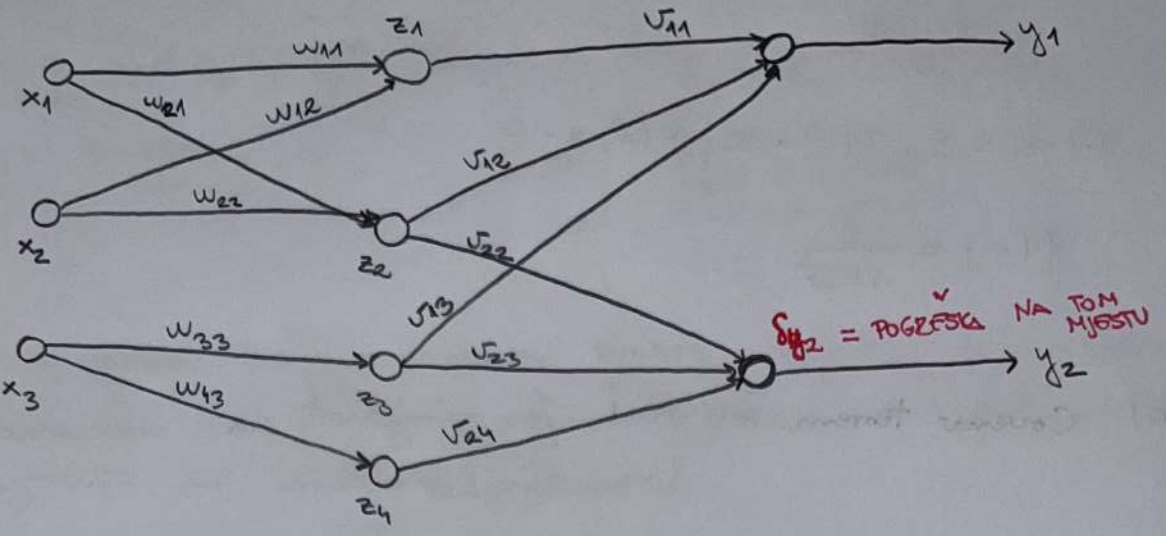


c) $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ -3 \end{bmatrix}$

$\Phi w = F \quad \rightarrow w = \Phi^{-1} F$ ← MOGU TO SVE U KALKULATOR?

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 10 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow w = \begin{bmatrix} 1.875 \\ 11.75 \\ -7.125 \end{bmatrix}$$

5.



→ SIGMOIDALNA AKTIVACIJSKA FUNKCIJA , PRAG 0

$$\eta = 0.05$$

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} -0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad w_3 = [0.6], \quad w_4 = [0.8], \quad v_1 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ 0.2 \\ 0.4 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.7 \\ -0.3 \end{bmatrix}$$

$$x = [1 \quad 2 \quad -1]^T \quad , d = \begin{bmatrix} 0.39 \\ 0.52 \end{bmatrix}$$

a) $z_2 = w_{21} \cdot x_1 + w_{22} \cdot x_2 + w_0 = \sigma\left(\frac{1}{2}\right) = 0.622$

$z_3 = w_{33} \cdot x_3 = \sigma(-0.6) = 0.354$

$z_4 = w_{43} \cdot x_3 = \sigma(-0.8) = 0.310$

$y_2 = v_{22} \cdot z_2 + v_{23} \cdot z_3 + v_{24} \cdot z_4 = \sigma(0.652) = 0.6577$

b) Primjena delta pravila

$[w = w + \eta x y]$

$v_{24} = v_{24} + \Delta v_{24}$

$v_{24} = -0.3 + (-0.00048)$

$v_{24} = -0.30048$

$\varphi'(x) = \varphi(x) \cdot (1 - \varphi(x))$

$\Delta v_{24} = \eta \cdot y_2 \cdot (1 - y_2) \cdot (d_2 - y_2) \cdot z_4$

FORMULA: (GRADIJENT POGREŠKE)

$\Delta v = \eta \cdot \delta \cdot$ ulaz

$\Rightarrow \delta_2 = y_2 \cdot (1 - y_2) \cdot (d_2 - y_2)$

$\boxed{\Delta v_{24} = -0.00048}$

$w_{43} = w_{43} + \Delta w_{43}$ $\Delta w_{43} = \eta \cdot \delta_4 \cdot x_3$

$w_{43} = w_{43} + \eta \cdot 0.001989 \cdot (-1)$ $\delta_4 = z_4 \cdot (1 - z_4) \cdot (\delta_{y_2} \cdot v_{24}^{STARI})$

$w_{43} = 0.7999$ $\delta_4 = 0.001989$

c) INDIVIDUALAN NAČIN – nakon svakog prolaska unaprijed mijenjamo težine s backpropagation algoritmom

GRUPNI NAČIN – nakon k prolazaka (primjera) unaprijed mijenjamo težine → KORISTIMO PROSJEČNU/UKUPNU GREŠKU

6. a) akko je xj potporni vektor, onda je odgovarajući koeficijent $\alpha_j \neq 0$, samo oni podupiru razinu razdvajanja

$$|w^T \underbrace{x}_{\text{POTPORNI VEKTOR}} + b| = 1$$

b) $K(x_1, x_2) = (1 + x_1^T x_2)^T$

$K(x_1, x_2) = e^{\left(-\frac{x_1^T x_2}{2\sigma}\right)^2}$

JEZGRENA FUNKCIJA PREDSTAVLJA PRESLIKAVANJE SKALARNOG PRODUKTA U VIŠEDIMENZIJSKI PROSTOR

Neuronske mreže

Međuispit – 27. studenog 2019.

1. (4 boda) Proces učenja

Zadan je neuron s jednim ulazom x i jednim izlazom $y(n) = w(n)x(n)$. Signal iznosa 1 stalno se dovodi na ulaz sinaptičke veze neurona. Početna vrijednost sinaptičke težine je 1, a prag je 0.

a) **(2 boda)** Izvedite analitički izraz kojim se opisuje vrijednost na izlazu neurona $y(n)$ u ovisnosti o broju iteracija za učenje n. U izračunu koristite pravilo produkta aktivnosti sa stopom učenja $\eta = 0.05$.

b) **(2 boda)** Što je nedostatak načina učenja težina iz a) dijela zadatka? Napišite izraz kojim bi se umanjio taj negativni efekt. Objasnite komponente izraza.

2. (4 boda) Perceptron

a) Pretpostavimo da imamo 8 ulaznih dvodimenzionalnih vektora $(x_1, x_2)_{10}$ definiranih tablicom. Zadatak je da korištenjem neuronske mreže sastavljene od dva perceptrona klasificirate uzorke u četiri linearno separabilne klase $C_2 = \{00, 01, 10, 11\}_2$. Napomena: 2D ulazi u mrežu su u dekadskom, dok su 2D izlazi iz mreže u binarnom zapisu.

(x_1, x_2)	(4, 1)	(4, 2)	(5, 3)	(6, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(1, 3)	(2, 3)
C	00	00	01	01	11	11	10	10

(a) **(2 boda)** Odredite težine mreže kojom biste ostvarili takvu klasifikaciju.

(b) **(1 bod)** Skicirajte dobivenu mrežu.

b) **(1 bod)** Navedite dvije razlike između perceptrona i klasifikatora maksimalne izglednosti (*engl.* ML classifier).

3. (3 boda) Asocijativna memorija

Neka je zadana korelacijska matrica asocijativne memorije M:

$$M = [-0.6340,\ 1.7271,\ -2.6923,\ 4.4008]$$

a) **(1 bod)** Provjerite hoće li par $\{a_1, b_1\} = \{\frac{1}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}3\\-1\\-1\\1\end{bmatrix}, 1\}$ biti ispravno zapamćen u memoriji definiranoj zadanom matricom M. Napomena: Zanemarite odstupanje koje je manje od 0.0001.

b) **(2 boda)** Objasnite preslušavanje ključa a_1 na primjeru dodavanja proizvoljnog ključa a_2 u zadanu memorijsku matricu M.

4. (6 bodova) Radijalne mreže

U ovom zadatku rješavamo XOR problem korištenjem radijalnih mreža s dva neurona u skrivenom sloju. Sljedeći su ulazi u mrežu: $\{0, 0\}, \{0, 1\}, \{1, 0\}, \{1, 1\}$:

a) **(1 bod)** Objasnite Coverov teorem.

b) **(2 boda)** Ako je prijenosna funkcija u skrivenom sloju $\varphi_i(x) = \exp(\|x - t_i\|)$, odredite parametre t_1 i t_2.

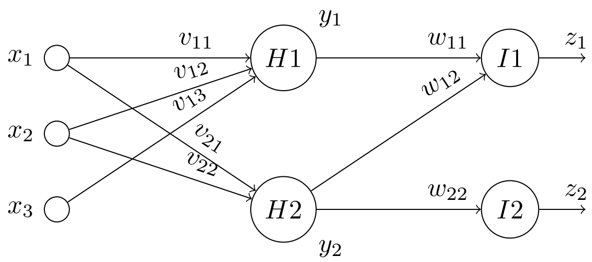
c) **(2 boda)** Postavite sustav jednadžbi za određivanje težina w i praga b izlaznog sloja. (Napomena: Nije potrebno izračunavati rješenja sustava.)

d) **(1 bod)** Skicirajte dobivenu radijalnu mrežu.

Okrenite stranicu!

5. (6 bodova) Višeslojni perceptron

Neka je zadana neuronska mreža kao na slici:



Pretpostavite da svi neuroni imaju sigmoidalnu aktivacijsku funkciju i prag 0. Stopa učenja je 0.05. Nakon n-iteracije treniranja neuronske mreže imamo sljedeće vektore težina:

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.75 \\ 0.15 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.45 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 0.35 \end{bmatrix}$$

Ako u sljedećoj iteraciji na ulaz postavimo $x = [2,\ 0,\ 1]^T$, a očekivani izlaz iz mreže je $d = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.45 \end{bmatrix}$:

a) **(2 boda)** Izračunajte $y1$, $y2$ i $z1$.

b) **(3 boda)** Izračunajte vrijednosti novih težina w_{11} i v_{11} primjenom jednog koraka generaliziranog delta pravila.

c) **(1 bod)** Općenito, opišite razliku izmedu individualnog i grupnog načina treniranja višeslojnog perceptrona pomoću algoritma povratne propagacije pogreške ili BP algoritma.

6. (4 boda) U ovom zadatku razmatramo obilježja stroja potpornih vektora (SVM).

a) **(2 boda)** Objasnite ulogu potpornih vektora u određivanju optimalne ravnine razdvajanja kod klasifikacije linearno separabilnih razreda. Potkrijepite odgovor matematičkim izrazom za udaljenost potpornih vektora od ravnine razdvajanja.

b) **(2 boda)** Napišite matematičke izraze za dvije nelinearne funkcije jezgre koje zadovoljavaju Mercerov teorem. Objasnite ulogu funkcija jezgre kod SVM-a.

7. (3 boda) Napišite detaljan pseudokod AdaBoost algoritma koji koristi dva slaba učenika.

1. Proces učenja

ulaz (x) izlaz $y(n) = w(n)\, x(n)$

$x = 1,\ w = 1,\ w_0 = 0$

a) $\eta = 0.05$

$w = w + \Delta w$, $\Delta w = \eta \cdot x \cdot \hat{y} = \eta \cdot x \cdot w(n) \cdot x(n)$

$$w(n+1) = w(n) + \eta \cdot \underset{1}{\underset{\downarrow}{x}} \cdot w(n) \cdot \underset{1}{\underset{\downarrow}{x(n)}}$$

$$w(n+1) = w(n) + \eta \cdot w(n)$$

$$w(n+1) = w(n) \cdot (1+\eta)^n$$

$$w(n+1) = w(1) + (1+\eta)^n$$

$$w(n) = (1+\eta)^n$$

$$y = (1+\eta)^n \cdot 1$$

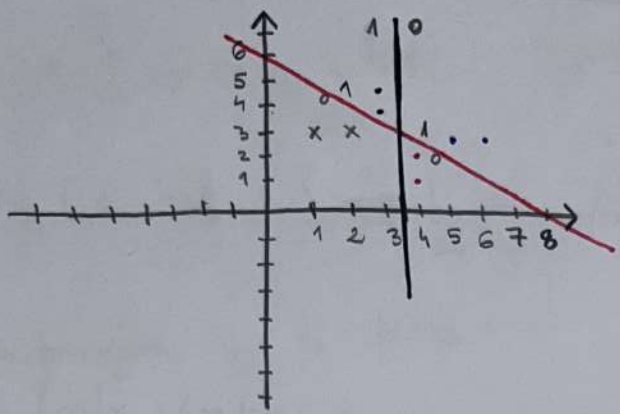
$$y = (1+\eta)^n$$

b) Nedostatak: Hebbovo pravilo s konstantnim pozitivnim ulazom dovodi do nekontroliranog rasta težina ⇒ y ide u beskonačnost

Umanjite efekt:

$$w(n+1) = w(n) + \eta \cdot y(n) \cdot (x(n) - y(n) \cdot w(n))$$

2.



DVA PERCEPTRONA

→ prvi rješava lijevi bit

→ drugi rješava desni bit

a)

Perceptron 1 (lijevi bit)

0: (4,1), (4,2), (5,3), (6,3) : $x_1 = \{4,4,5,6\}$ → granica $x = 3.5$

1: (3,4), (3,5), (1,3), (2,3) : $x_2 = \{3,3,1,2\}$ ⇒ $w_{11} = -1$

$w_{12} = 0$

$b = 3.5$

Perceptron 2 (desni bit)

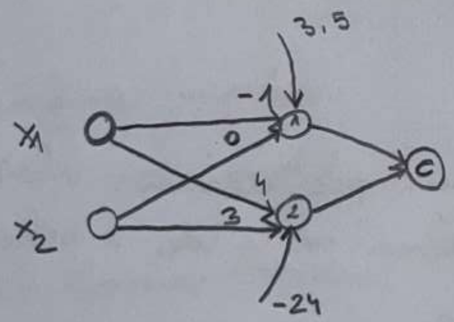
0: (4,1), (4,2), (1,3), (2,3) :

1: (3,4), (3,5), (5,3), (6,3) :

⇒ granica: $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \,/\cdot 24$

$4x + 3y = 24$

$w_{21} = 4,\ w_{22} = 3,\ b = -24$



b) Razlike Perceptron VS ML klasifikator:

→ perceptron je deterministički koji traži linearnu granicu, ML klasifikator je probabilistički i modelira najvjerojatniju klasu - statistička distribucija

→ perceptron minimizira pogrešku klasifikacije, ML procjenjuje parametre koji maksimiziraju vjerojatnost

3.

$$M = [-0.6340,\ 1.7271,\ -2.6923,\ 4.4008]$$

a) $\{a_1, b_1\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, 1 \right\}$

→ provjera je li $M \cdot a_1 = b_1$

$$[-0.6340 \quad 1.7271 \quad -2.6923 \quad 4.4008] \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.99997$$

(UZ ODSTUPANJE) ✓

b) Preslušavanje ključa a_1, dodavanjem a_2

→ ako u matricu M dodamo novi par (a_2, b_2)

$$\Rightarrow M_{NOVI} = M + b_2 a_2^T$$

$$y = M_{NOVI} \cdot a = (M + b_2 a_2^T) \cdot a_1 = \underbrace{M \cdot a_1}_{\text{signal}} + \underbrace{b_2 (a_2^T \cdot a_1)}_{\text{šum preslušavanja}}$$

(ako su ortogonalni → šum je 0 i nema preslušavanja)

4. Radijalne mreže

XOR problem → $\{0,0\}, \{0,1\}, \{1,0\}, \{1,1\}$

a) Coverov teorem

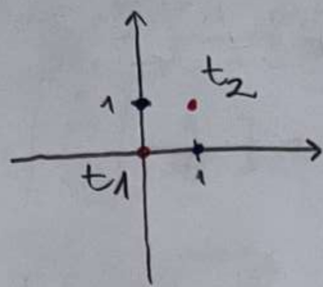
→ primjer koji nije linearno odvojiv u prostoru niže dimenzije, vrlo vjerojatno će biti linearno odvojiv nelinearnim preslikavanjem u prostor više dimenzije

b) $\varphi_i(x) = \exp(\|x - t_i\|)$ ← PRIJENOSNA FUNKCIJA

$t_1, t_2 = ?$

0 : $\{0,0\}, \{1,1\}$

1 : $\{0,1\}, \{1,0\}$



→ najbolje postaviti centre kod podataka JEDNE klase

(x bliže centru veća vrijednost)

$\Longrightarrow t_1 = (0,0), \; t_2 = (1,1)$

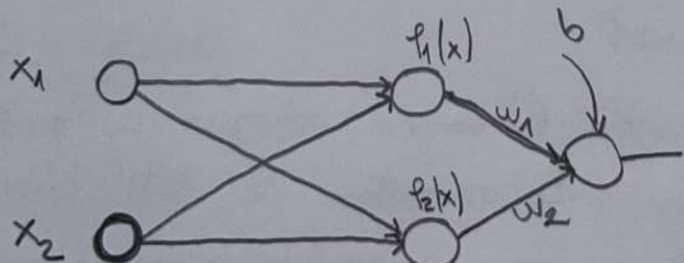
c) SUSTAV JEDNADŽBI

$$y = w_1 \varphi_1(x) + w_2 \varphi_2(x) + b \quad , \quad \underset{\text{CILJNA KLASA}}{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

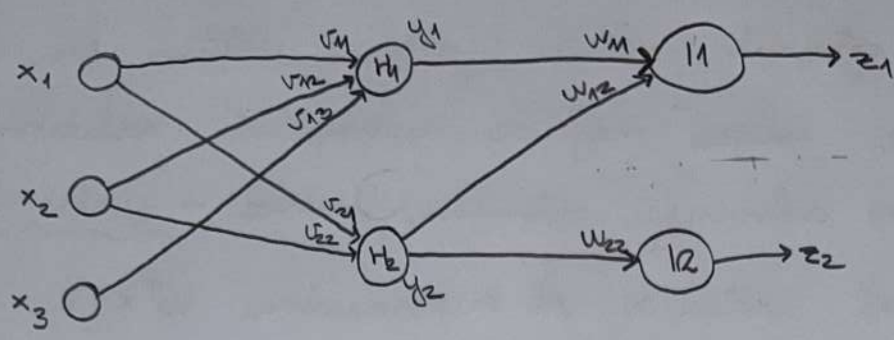
$$\left.\begin{aligned}
w_1 \cdot e^{-\|(0,0) - t_1\|} + w_2 e^{-\|(0,0) - t_2\|} + b &= 0 \\
w_1 \cdot e^{-\|(0,1) - t_1\|} + w_2 e^{-\|(0,1) - t_2\|} + b &= 1 \\
w_1 \cdot e^{-\|(1,0) - t_1\|} + w_2 e^{-\|(1,0) - t_2\|} + b &= 1 \\
w_1 \cdot e^{-\|(1,1) - t_1\|} + w_2 \cdot e^{-\|(1,1) - t_2\|} + b &= 0
\end{aligned}\right\}$$

t_1, t_2 npr. $(0,0), (1,1)$

d)



5.



SIGMOIDA, $w_0 = 0$, $\eta = 0.5$

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.75 \\ 0.15 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.45 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 0.35 \end{bmatrix}$$

$$x = [2, 0, 1]^T, \quad d = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

a)

$$y_1 = \sigma(v_{11} x_1 + v_{12} x_2 + v_{13} x_3) = \sigma(0.55) = 0.6341$$

$$y_2 = \sigma(v_{21} x_1 + v_{22} x_2) = \sigma(0.2) = 0.5498$$

$$z_1 = \sigma(y_1 \cdot w_{11} + y_2 \cdot w_{12}) = \sigma(0.374) = 0.5923$$

b)

$$w_{11} = w_{11} + \Delta w$$

$$\underline{w_{11} = 0.2021}$$

$$\Delta w = \eta \cdot \delta_{z_1} \cdot y_1$$

$$\delta_{z_1} = z_1 \cdot (1 - z_1) \cdot (d_1 - z_1)$$

$$\delta_{z_1} = 6.689 * 10^{-3}$$

$$\Delta w = 2.121 * 10^{-3}$$

$$v_{11} = v_{11} + \Delta v$$

$$\underline{v_{11} = 0.2003}$$

$$\Delta v = \eta \cdot \delta_{y_1} \cdot x_1$$

STARI

$$\delta_{y_1} = y_1 \cdot (1 - y_1) \cdot (\delta_{z_1} \cdot w_{11})$$

$$\delta_{y_1} = 3.104 \times 10^{-4}$$

$$\Delta v = 3.1 * 10^{-4}$$

c) INDIVIDUALNO - težine se ažuriraju nakon svakog prolaska uzorka

GRUPNO - greške se akumuliraju za cijelu epohu, a težine ažuriraju na kraju

6. SVM

a) Uloga potpornih vektora: potporni vektori su vektori koji se nalaze najbliže hiperravnini razdvajanja

→ oni definiraju optimalne granice → $y \cdot h(x) = 1$

Udaljenost vektora x od hiperravnine $w^T x + b = 0$:

$$d = \frac{1}{\|w\|}$$

→ ukupna širina margine: $\frac{2}{\|w\|}$

b) Mercerov teorem

1. Polinomska jezgra: $k(x_i, x_j) = (x_i^T x_j + 1)^d$
2. Gaussova jezgra: $k(x_i, x_j) = \exp(-\gamma \|x_i - x_j\|^2)$

Uloga funkcije jezgre:

→ Funkcije jezgre omogućuju jezgreni trik:

→ implicitno preslikavaju ulazne podatke iz nižih dimenzija u više

→ to rade računanjem skalarnog produkta bez potrebe da eksplicitno preslikavamo primjere

Neuronske mreže

Međuispit – 21.11.2018.

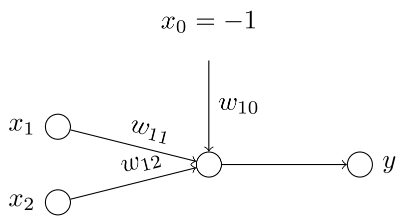
1. (5 bodova) Proces učenja

a) Objasnite Hebbovo učenje. Objasnite izraz prema kojem se mijenjaju težine te zašto i kako se uvodi modifikacija.

b) Navedite nazive i skicirajte barem dva tipa aktivacijskih funkcija.

2. (5 bodova) Perceptron

a) Logička funkcija ILI je implementirana koristeći jedan neuron s dva ulaza i pragom. Step funkcija je aktivacijska funkcija neurona. Neka su početne vrijednosti težina $w_{10} = 0.5$, $w_{11} = 0$ i $w_{12} = 1$, a stopa učenja je 0.05. Uzorci za treniranje su: $[0, 0]$, $[0, 1]$, $[1, 0]$ i $[1, 1]$. Izračunajte nove težine w_{10}, w_{11} i w_{12} nakon prve epohe primjene Least Mean Squares (LMS) algoritma. Napomena: Promjena težina se izvodi jednom za sve uzorke.



b) Promatramo dva razreda C_1 i C_2 koja odgovaraju realizacijama dvije nezavisne, normalno raspodijeljene slučajne varijable s istom varijancom $\sigma^2 = 1$ i različitim srednjim vrijednostima $\mu_1 = -10$ i $\mu_2 = +10$. Funkcija gustoće vjerojatnosti normalne razdiobe je:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Izvedite izraz na temelju kojeg možete klasificirati uzorke iz klasa C_1 i C_2 ML klasifikatorom.

3. (6 bodova) Asocijativna memorija

Neka su ključevi autoasocijativne memorije:

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{54}} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

a) Koristeći pravilo vanjskog produkta, izračunajte korelacijsku matricu asocijativne memorije M.

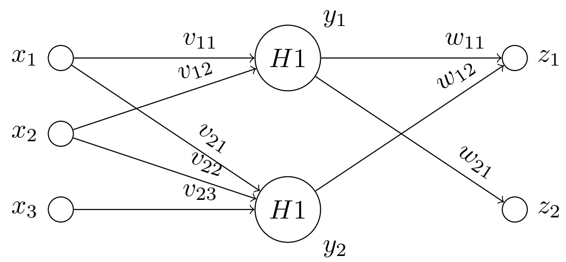
b) Koji od ključeva a_i će nakon učenja ostati ispravno zapamćeni, a koji neće? Objasnite zašto i matematički dokažite!

c) Objasnite preslušavanje ključeva na primjeru dodavanja ključa $a_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ u memorijsku matricu M iz podzadatka 3.a).

Okrenite stranicu!

4. (8 bodova) Višeslojni perceptron

Neka je zadana neuronska mreža kao na slici:



Pretpostavite da svi neuroni imaju sigmoidalnu aktivacijsku funkciju i prag 0.

a) Nakon treniranja neuronske mreže imamo sljedeće vektore težina.

$$v_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix} \quad w_2 = 2$$

Izračunajte $y1$, $y2$ i $z1$ ako na ulaz postavimo $x = [1, 0, 2]^T$.

b) Neka je na ulaz zadane mreže postavljen vektor $x = [1, 1, -1]^T$. Očekivani izlaz iz mreže je $t = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.45 \end{bmatrix}$. Nakon treniranja mreže stvarni izlaz iz mreže je $z = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.45 \end{bmatrix}$, izlazi iz neurona u skrivenom sloju su $y_1 = 0.6$ i $y_2 = 0.4$, a sljedeće težine su jednake $w_{11} = 0.2$, $w_{21} = 0.3$ i $v_{11} = 0.15$. Izračunajte vrijednosti novih težina w_{11},w_{21} i v_{11} primjenom jednog koraka generaliziranog delta pravila. Stopa učenja je 0.05.

c) Objasnite generalizaciju i kros-validaciju u kontekstu treniranja višeslojnog perceptrona.

5. (6 bodova) Radijalne mreže

a) Objasnite ulogu skrivenog i izlaznog sloja u radijalnim mrežama.

b) Neka je funkcija F zadana u točkama -2, 0, 2: $F(-2) = 0.5$, $F(0) = 0.8$ i $F(2) = -0.5$. Pronađite težine radijalne mreže s tri neurona u skrivenom sloju koja interpolira zadanu funkciju F. Pripadajuća radijalna bazna funkcija je $\varphi(r) = \frac{1}{4+r^2}$.
Skicirajte dobivenu radijalnu mrežu.

c) Objasnite generalizirane radijalne mreže.

MI 2018

1. Proces učenja

a) Hebbovo učenje

→ ako su ulaz neurona x i izlaz neurona istog predznaka → težina w se povećava

→ ako su suprotni → smanjuje se

$$\Delta w = \eta x y$$

ZAŠTO I KAKO SE UVODI MODIFIKACIJA?

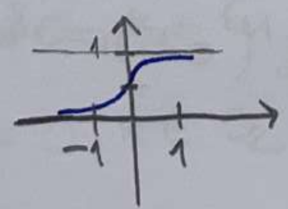
→ težine mogu rasti u beskonačnost jer se samo povećavaju što dovodi do nestabilnosti

→ modifikacije se uvode kako bi se ograničio rast težina

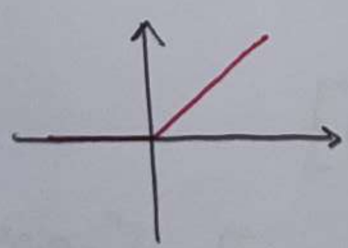
• npr. množenje s pogreškom

b) TIPOVI AKTIVACIJSKIH FUNKCIJA

• Sigmoidalna funkcija



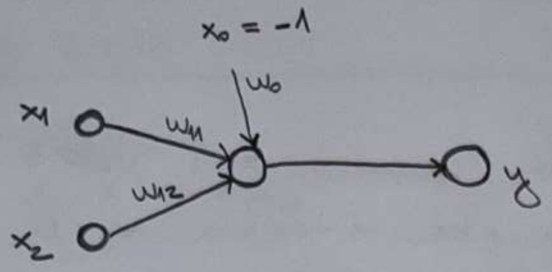
• ReLU (Recitified Linear Unit)



$f(x) = max(0, x)$

2. PERCEPTRON

→ funkcija ILI



$w_0 = 0.5$

$w_{11} = 0$

$w_{12} = 1$

$\eta = 0.05$

STEP FUNKCIJA:

LMS Algoritam

→ promjena se događa jednom za sve uzorke

$$\Delta w = \eta \times (d-y) x$$

$$w = w + \Delta w$$

1. $[0,0]$

$$f(0 \cdot w_{11} + 0 \cdot w_{12} - 1 \cdot w_0) = f(-0.5) = 0 \checkmark$$

2. $[0,1]$

$$f(0 \cdot w_{11} + 1 \cdot w_{12} - 1 \cdot w_0) = f(0.5) = 1 \checkmark$$

3. $[1,0]$

$$f(1 \cdot w_{11} + 0 \cdot w_{12} - 1 \cdot w_0) = f(-0.5) = 0 \times$$

4. $[1,1]$

$$f(1 \cdot w_{11} + 1 \cdot w_{12} - 1 \cdot w_0) = f(0.5) = 1 \checkmark$$

PROMJENA:

$$\Delta w = \eta \cdot \overset{(d-y)}{e} \cdot x = 0.05 \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} x_0 & x_1 & x_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\Delta w = \begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad w = w + \Delta w = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.05 & 0.05 & 0 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.05 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Asocijativna memorija – AUTOASOCIJATIVNA

a)

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad a_2 = \frac{1}{\sqrt{54}} \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad a_3 = \frac{1}{\sqrt{12}} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$M = a \cdot a^T$$

$$= \frac{1}{18} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & 0 \\ -9 & 0 & 9 \end{bmatrix} + \frac{1}{54} \begin{bmatrix} 9 & 18 & 9 \\ 18 & 36 & 18 \\ 9 & 18 & 9 \end{bmatrix} + \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & -4 & 4 \\ -4 & 4 & -4 \\ 4 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Pošto je matrica jedinična, svi vektori će biti ispravno zapamćeni. To možemo ispitati $M \cdot a_1 = a_1$ ili gledati ortogonalnost i normiranost.

c) $a_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\left.\begin{aligned} a_1 \cdot a_4 &= 0 \\ a_2 \cdot a_4 &= \frac{6}{\sqrt{54}} \\ a_3 \cdot a_4 &= -\frac{2}{\sqrt{12}} \end{aligned}\right\} \text{VEKTORI NISU ORTOGONALNI}$$

$$M_- = a_1 \cdot a_1^T + a_2 \cdot a_2^T + a_3 \cdot a_3^T + a_4 \cdot a_4^T$$

$$M_- \cdot a_4 = \underbrace{a_1 \cdot a_1^T \cdot a_4}_{0} + \underbrace{a_2 \cdot a_2^T \cdot a_4}_{\frac{6}{\sqrt{54}} a_2} + \underbrace{a_3 \cdot a_3^T \cdot a_4}_{-\frac{2}{\sqrt{12}} a_3} + a_4 \cdot \overbrace{a_4^T \cdot a^4}^{1}$$

$$M_- \cdot a_4 = a_4 + \underbrace{\frac{6}{\sqrt{54}} a_2 - \frac{2}{\sqrt{12}} a_3}_{\text{PRESLUŠAVANJE KLJUČEVA}}$$

b) c_1 i c_2

$\sigma^2 = 1$

$\mu_1 = -10$

$\mu_2 = +10$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{(x+10)^2}{2}}$$

$$f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{(x-10)^2}{2}}$$

$$\left.\begin{aligned} e_1(x) &= \ln f_1(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) - \frac{(x+10)^2}{2} \\ e_2(x) &= \ln f_2(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right) - \frac{(x-10)^2}{2} \end{aligned}\right\} -$$

$$e(x) = -\frac{(x+10)^2}{2} + \frac{(x-10)^2}{2} = -\frac{1}{2}\cdot\left(\cancel{x^2} + 20x + \cancel{100} - \cancel{x^2} + 20x - \cancel{1}\right.$$

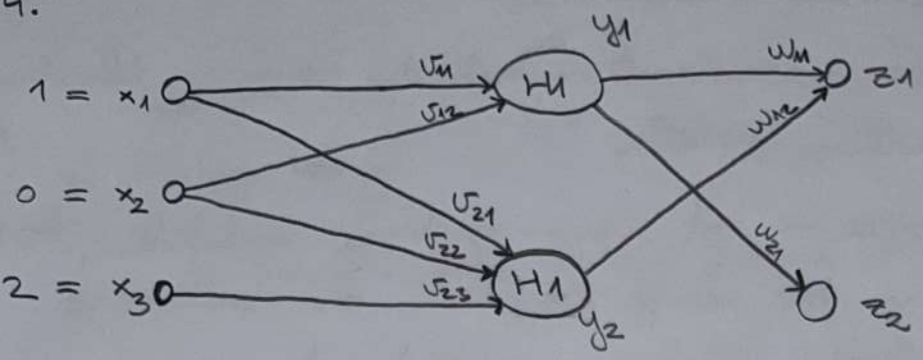
$$e(x) = -\frac{1}{2}\cdot 40x = -20x$$

$$\Longrightarrow w = -20 \quad , \quad w_0 = 0$$

$e(x) \geq 0 \ , x \in C_1$

$e(x) < 0 \ , x \in C_2$

4.



→ SIGMOIDALNA FUNKCIJA, $w_0 = 0$

a) $v_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.3 \end{bmatrix}$ $\quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ $\quad w_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix}$ $\quad w_2 = 2$

$x = [1 \ 0 \ 2]^T$

$y_1 = f(x_1 \cdot v_{11} + x_2 \cdot v_{12}) = f(0.5 + 0) = \overset{\sigma}{f}(0.5) = 0.622$

$y_2 = \sigma(x_1 \cdot v_{21} + x_2 \cdot v_{22} + x_3 \cdot v_{33}) = \sigma(5) = 0.993$

$z_1 = \sigma(y_1 \cdot w_{11} + y_2 \cdot w_{12}) = \sigma(0.9188) = 0.715$

b) $x = [1 \ 1 \ -1]^T$, $t = \begin{bmatrix} 0.35 \\ 0.45 \end{bmatrix}$, $z = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.45 \end{bmatrix}$, $y_1 = 0.6$, $y_2 = 0.4$

$w_{11} = 0.2$, $w_{21} = 0.3$, $v_{11} = 0.15$

$w_{11}, w_{12}, v_{11} = ?$, $\eta = 0.05$

$w_{11} = w_{11} + \Delta w \quad ; \quad \Delta w = \eta \cdot \delta_{z1} \cdot y_1 = \eta \cdot \overbrace{z_1 \cdot (1-z_1) \cdot (t_1 - z_1)}^{\delta z_1 = 0.024} \cdot y_1$

$\underline{w_{11} = 0.20072}$ $\qquad \Delta w = 7.2 * 10^{-4}$

$w_{12} = w_{12} + \Delta w \quad ; \quad \delta z_2 = z_2 \cdot (1 - z_2) \cdot \underbrace{(t_2 - z_2)}_{0}$

$\Rightarrow \Delta w = 0$

$\underline{w_{12} = |S\Pi = 0.3}$

$v_{11} = v_{11} + \Delta v \quad ; \Delta v = \eta \cdot \delta y_1 \cdot x_1$ $\qquad \delta y_1 = y_1 \cdot (1 - y_1) \cdot (\delta_{z1} \cdot w_{11} + \delta_{z2} \cdot w_{21})$

$\underline{v_{11} = 0.1500576}$ $\qquad \Delta v = 5.76 \times 10^{-5}$

$\delta y_1 = 1.152 \times 10^{-3}$

c) Generalizacija i kros - validacija

GENERALIZACIJA → sposobnost mreže da ispravno klasificira nove neviđene podatke

KROS-VALIDACIJA → od ukupnog broja podataka, 70% uzmemo za učenje te 30% za ispitivanje
→ služi da spriječimo pretreniranost.

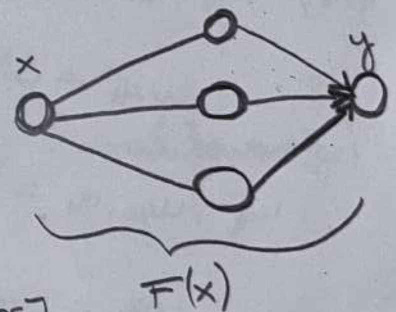
5. Radijalne mreže

a) SKRIVENI SLOJ : - obavlja nelinearno preslikavanje ulaznih vektora u visokodim. prostor koristeći radijalne bazne funkcije

IZLAZNI SLOJ : - obavlja linearnu kombinaciju skrivenog sloja i težina
→ važan za klasifikaciju

b) $F(-2) = 0.5,\ F(0) = 0.8,\ F(2) = -0.5$

$\varphi(r) = \frac{1}{4+r^2},\ r = |x-c|$ $\quad c_1 = -2,\ c_2 = 0,\ c_2 = 2$



$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix}$$

$x_i - c_j$

$\varphi_{11} = \varphi(|x_1 - c_1|)$

$\varphi_{12} = \varphi(|x_1 - c_2|)$

$\varphi_{13} = \varphi(|x_1 - c_3|)$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.125 & 0.05 \\ 0.125 & 0.25 & 0.125 \\ 0.05 & 0.125 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$\Phi \cdot w = d \Rightarrow \Phi \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.8 \\ -0.5 \end{bmatrix} \quad \text{ILI} \quad w = \Phi^{-1} \cdot d$$

$$w = \begin{bmatrix} 0.214 \\ 5.486 \\ -4.786 \end{bmatrix}$$

c) GENERALIZIRANE RBF - broj neurona manji od broja uzoraka : N > M
→ RADIMO APROKSIMACIJU FUNKCIJE
→ PSEUDOINVERZ [VELIKI BROJ UZORAKA]

Neuronske mreže

Međuispit – 20. studenog 2017.

1. (18 bodova) Odgovorite na sljedeća kratka pitanja:

1. **(2 boda)** Objasnite Hebbovo učenje.
2. **(2 boda)** Objasnite Coverov teorem.
3. **(2 boda)** Objasnite ideju ML-klasifikatora.
4. **(2 boda)** Koje su sličnosti i razlike perceptrona i ML-klasifikatora?
5. **(2 boda)** Objasnite glavnu ideju LMS algoritma.
6. **(2 boda)** Nacrtajte strukturu RBF mreže i označite glavne dijelove.
7. **(2 boda)** Opišite ideju interpolacije RBF mrežama.
8. **(2 boda)** Koje uvjete mora zadovoljavati funkcija $f : X \mapsto Y$ da bi njezina rekonstrukcija postala dobro postavljen problem? U kojem slučaju je rekonstrukcija funkcije $f(x) = \cos(x)$ dobro postavljen problem?
9. **(2 boda)** Kako glasi jednadžba hiperravnine u četverodimenzionalnom prostoru?

2. (5 bodova) U ovom zadatku razmatramo proces učenja jednog neurona.

1. **(2 boda)** Zadan je neuron s jednim ulazom x i jednim izlazom $y = w \cdot x$. Početna vrijednost sinaptičke težine je $w(1) = 1$. Ulaz neurona u n-tom koraku je $x(n) = (-1)^{n-1}$. Težine se mijenjanju prema pravilu $\Delta w(n) = \eta y(n)x(n)$, gdje je $\eta = 0.1$ koeficijent učenja. Odredite izraz koji opisuje vrijednost izlaza y ovisno o broju iteracija učenja n.
2. **(3 boda)** Riješite isti problem ako je pravilo učenja $\Delta w(n) = \eta y(n)x(n)^2$.

3. (5 bodova) U ovom zadatku razmatramo problem klasifikacije.

1. **(2 boda)** Dana su dva razreda C_1 i C_2 koja odgovaraju realizacijama dvije nezavisne normalno-raspodijeljene slučajne varijable s istom varijancom $\sqrt{5}$-2 i s različtim srednjim vrijednostima, $\mu_1 = -\frac{1}{6}$ i $\mu_2 = \frac{2}{3}$. Konstruirajte ML-klasifikator koji razdvaja zadane razrede.
2. **(3 boda)** Dana su dva razreda C_1 i C_2 koja odgovaraju realizacijama dvije nezavisne slučajne varijable na intervalu $[-3, 4]$ čije funkcije gustoće vjerojatnosti su $f_1(x)$ i $f_2(x)$. Konstruirajte ML-klasifikator koji razdvaja zadane razrede.

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{za } 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \tag{1}$$

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{3-|x|}{3}, & \text{za } -3 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \tag{2}$$

4. (2 boda) Dva ključa neke asocijativne matrice su $(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3})^T$ i $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})^T$. Pronađite još jedan ključ jedinične duljine koji ne utječe na pamćenje zadanih ključeva.

MI 2017

1.
a) Hebbovo učenje:

"Neuroni koji okidaju zajedno povezuju se"

→ ako su ulaz neurona (x) i izlaz neurona (y) istovremeno aktivni (isti predznak), težina te veze w se povećava

→ ako su suprotni → težina se smanjuje

$$\Delta w_{ij} = \eta \cdot x \cdot y$$

b) Coverov teorem:

→ problem klasifikacije uzoraka, koji nije linearno odvojiv u niskodimenzionalnom prostoru, vjerojatnije je linearno odvojiv u visokodimenzionalnom prostoru

(RBF mreže - skriveni sloj - preslikavanje)

c) ML - klasifikator:

→ klasifikator maksimalne vjerojatnosti

→ temelji se na vjerojatnosti

→ za ulaz x, računa klasifikator pripadnosti svakom razredu $P(x \mid z_i)$

→ Dodijeli x razredu z_i^* koji MAKSIMIZIRA VJEROJATNOST

d) Sličnosti i razlike perceptrona i ML- klasifikatora

sličnosti : → oba su binarni klasifikatori

i oba definiraju granicu odluke u prostoru

Razlike :

→ perceptron : DETERMINISTIČKI MODEL, uči iterativno (kroz epohe) ispravljajući greške (NEMA DISTRIBUCIJE PODATAKA)

→ ML- klasifikator : PROBABILISTIČKI MODEL

→ zahtjeva poznavanje funkcije gustoće vjerojatnosti

e) LMS algoritam

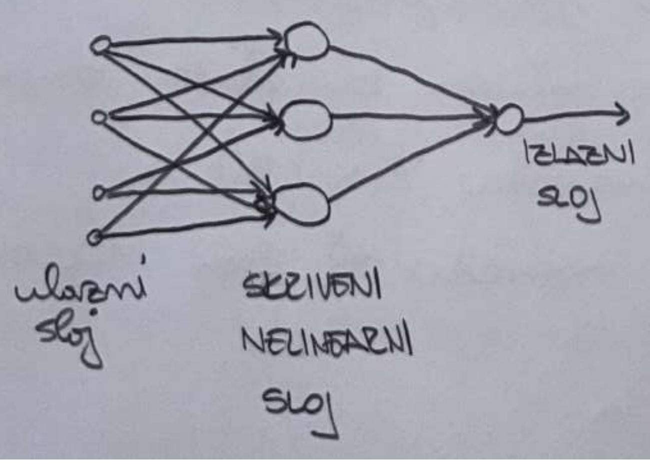
→ least mean squares ili Delta pravilo učenja

MINIMIZIRAJU TRENUTNE KVADRATE POGREŠKE IZLAZA

→ prilagođava težinu nakon svakog koraka (U SMJERU NEGATIVNOG GRADIJENTA POGREŠKE)

$$w(n+1) = w(n) + \eta \cdot e(n) \cdot x(n) \quad , \; e(n) = d(n) - y(n)$$

f) RBF MREŽA



g) IDEJA INTERPOLACIJE MREŽAMA RBF:

→ cilj je da funkcija mreže $F(x)$ točno prolazi kroz sve zadane točke učenja

→ POSTAVI SE BROJ SKRIVENIH NEURONA JEDNAK BROJU UZORAKA ZA UČENJE

→ CENTRI RBF SE POSTAVLJAJU TOČNO NA ULAZNE TOČKE x_i

→ proračunamo težine izlaznog sloja koje garantiraju nultu pogrešku na tim točkama

h) UVJETI $f: X \mapsto Y$ → DOBRO POSTAVLJEN PROBLEM? $f(x) = \cos(x)$ DOBRO P. P.?

DOBRO P. P. ako postoji:

1. Egzistencija - POSTOJI RJEŠENJE
2. Jedinstvenost - rješenje je jedinstveno
3. Stabilnost - mala promjena na ulazu rezultira malom promjenom na izlazu

$f(x) = \cos(x)$

→ DOVOLJNO UZORAKA

ILI

→ PROSTOR FUNKCIJA OGRANIČEN NA GLATKE FJE

i) HIPERRAVNINA u 4-D:

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + w_4 x_4 + w_0 = 0$$

2. PROCES UČENJA JEDNOG NEURONA

a) x i $y = wx$

$w(1) = 1$ $\qquad \Delta w(n) = \eta\, y(n)\, x(n)$

$x(n) = (-1)^{n-1}$ $\qquad \eta = 0{,}01$

$y = f(n) = ?$

$y(n) = w(n) \cdot x(n)$

$$\boxed{y(n) = w(n) \cdot (-1)^{n-1}}$$

$$\Delta w(n) = \eta\, y(n)\, x(n) = \eta\, w(n) \underbrace{(-1)^{2n-2}}_{1}$$

$$\Delta w(n) = \eta\, w(n)$$

$$w(n+1) - w(n) = \eta \cdot w(n)$$

$$w(n+1) = w(1)(1+\eta)^n$$

$$w(n) = w(1)(1+\eta)^{n-1}$$

$$w(n) = (1+\eta)^{n-1}$$

$$y(n) = (1+\eta)^{n-1} \cdot (-1)^{n-1}$$

b) ISTI PROBLEM SAMO Δw drugačiji:

$$\Delta w(n) = \eta\, y(n)\, x(n)^2$$

$$y(n) = w(n)\cdot(-1)^{n-1}$$

$$w(n+1) - w(n) = \eta \cdot w(n)\cdot(-1)^{n-1} \cdot \underbrace{\left((-1)^{n-1}\right)^2}_{1}$$

$$w(n+1) = \eta\, w(n)\left(1 + \eta(-1)^{n-1}\right)$$

$$w(n+1) = \underbrace{w(1)}_{1} \prod_{i=0}^{n-1}\left(1+\eta(-1)^i\right)$$

$$w(n) = \prod_{i=0}^{n-2}\left(1+\eta(-1)^i\right)$$

$$y(n) = (-1)^{n-1}\prod_{i=0}^{n-2}\left(1+\eta(-1)^i\right), \quad n>1$$

3. PROBLEM KLASIFIKACIJE

$$C_1, C_2 - \mathcal{N}(\mu, \sqrt{5}-2), \quad \mu_1 = -\frac{1}{6},\ \mu_2 = \frac{2}{3}$$

ML KLASIFIKATOR:

$$f(x|C_1) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sqrt{5}-2)}}}_{C} e^{-\frac{\left(x+\frac{1}{6}\right)^2}{2(\sqrt{5}-2)}}$$

$$f(x|C_2) = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi(\sqrt{5}-2)}}}_{C} e^{-\frac{\left(x-\frac{2}{3}\right)^2}{2(\sqrt{5}-2)}}$$

$$e(x) = \ln(f(x|C_1)) - \ln(f(x|C_2))$$

$$= \cancel{\ln C} - \frac{1}{2(\sqrt{5}-2)}\left(\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \left(x-\frac{2}{3}\right)^2\right) - \cancel{\ln C}$$

$$e(x) = -\frac{1}{2(\sqrt{5}-2)}\left(x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{9}\right)$$

$$e(x) = -\frac{1}{2(\sqrt{5}-2)}\left(\frac{5}{3}x - \frac{15}{36}\right)$$

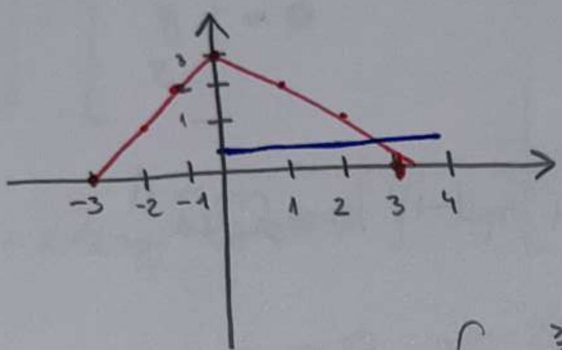
$$\boxed{w = -\frac{5}{6(\sqrt{5}-2)}, \quad w_0 = -\frac{15}{36}\cdot \ldots \quad \Rightarrow e(x) \geq 0 \Rightarrow x \in C_1,\ <0\ x \in C_2}$$

3. $C_1 : C_2 \rightarrow [-3, 4]$

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \qquad C_1$$

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{3-|x|}{3}, & \text{za } -3 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases} \qquad C_2$$

ML - klasifikator



$$e(x) = f_2(x) - f_1(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 & x \in [-3, 0\rangle \\ -\frac{x}{3} + \frac{3}{4} & x \in [0, 3\rangle \\ -\frac{1}{4} & x \in [3, 4] \end{cases}$$

$e(x) \geq 0, \ x \in C_2$

$e(x) < 0, \ x \in C_1$

4.

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \qquad a_2 = \begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}$$

→ pronaći ključ koji je ortogonalan s njima te normiran

$$a_1 \cdot a_3 = 0 \qquad a_2 \cdot a_3 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 2/3 \\ -2/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0 \qquad \begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = 0$$

$$2/3x - 2/3y + 1/3z = 0 \} + \{ 1/3x + 2/3y + 2/3z = 0$$

$$x + z = 0 \Rightarrow \boxed{z = -x}$$

$$2/3x - 2/3y - 1/3x = 0$$

$$1/3x = 2/3y \,/\cdot 3$$

$$\boxed{x = 2y}$$

Imamo vektor a_3: $\begin{bmatrix} x \\ \frac{x}{2} \\ -x \end{bmatrix} \Rightarrow a_3 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

2° uvjet:

$$\sqrt{x^2 + \frac{x^2}{4} + x^2} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 + \frac{x^2}{4}} = 1 \,/^2 \qquad \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \,/\sqrt{\ }$$

$$2x^2 + \frac{x^2}{4} = 1 \,/\cdot 4 \qquad x = +\frac{2}{3}, \quad x = -\frac{2}{3}$$

$$9x^2 - 4 = 0$$