

## Strojno učenje 1 – Domaća zadaća 5

Domaća zadaća sadrži **6 pitanja** i ukupno nosi najviše 6 bodova (skalirano na 2 boda na predmet). Točan odgovor nosi 1 bod. Za razliku od bodovanja ispita, netočni odgovori ne nose negativne bodove. Prije nego što krenete rješavati ove zadatke preporučujemo da riješite sve zadatke iz dijela "Zadatci za učenje" za sve nastavne cjeline obuhvaćene ovom zadaćom.

**Upozorenje:** Za svaki zadatak na koji odgovorite, morate predati i ručno ispisani postupak. Ako to ne učinite čak i za samo jedan zadatak, gubite sve bodove prikupljene kroz aktivnost na domaćim zadaćama.

**Napomena:** Ova domaća zadaća je personalizirana. Svaki student dobiva jedinstvenu varijantu zadatka.

### 17. Probabilistički grafički modeli

- 17.1 (P) Bayesova mreža ima pet varijabli, s topološkim uređajem  $v, w, x, y, z$ . Sve varijable su binarne, osim varijabli  $v$  i  $y$ , koje su ternarne. Uz navedeni topološki uređaj, u mreži vrijede sljedeće uvjetne nezavisnosti:

$$\{v, w\} \perp y | x \quad \{v, x\} \perp z | \{w, y\}$$

Izvedite faktorizaciju zajedničke distribucije koja odgovara ovoj Bayesovoj mreži. **Koliko parametara ima dotična Bayesova mreža?**

- A 24    B 23    C 18    D 21

- 17.2 (P) Razmotrite Bayesovu mrežu sa šest čvorova koja odgovara sljedećoj faktorizaciji:

$$P(u, v, w, x, y, z) = P(u|x)P(v|x)P(w|u, x)P(x)P(y|v, x, z)P(z|u, w)$$

Upotrijebite metodu d-odvajanja da biste isptitali uvjetnu nezavisnost varijabli  $x$  i  $z$  u ovisnosti o preostale četiri varijable. Ispitajte koje varijable od preostalih četiri varijabli trebaju biti opažene a koje neopažena, a da bi varijable  $x$  i  $z$  bile d-odvojene. **Za koju od preostale četiri varijable je svejedno je li opažena, ako su varijable  $x$  i  $z$  d-odvojene?**

- A  $y$     B  $w$     C  $u$     D  $v$

- 17.3 (P) Bayesova mreža ima pet varijabli, s topološkim uređajem  $v, w, x, y, z$ . Uz takav uređaj, u mreži vrijede sljedeće uvjetne nezavisnosti:

$$\{v, w\} \perp y | x \quad \{v, x\} \perp z | \{w, y\}$$

Primjenom algoritma d-odvajanja ispitujemo zavisnosti između parova varijabli. **Koje od sljedećih tvrdnji o nezavisnosti vrijede u ovoj Bayesovoj mreži?**

- A  $w \perp y | z$     B  $v \perp z | w$     C  $v \perp z | x$     D  $w \perp y | x$

### 18. Probabilistički grafički modeli II

- 18.1 (N) Razmotrite Bayesovu mrežu koja odgovara faktorizaciji  $P(w, x, y, z) = P(w)P(x)P(y|w, x)P(z|x)$ . Sve varijable su binarne. Vrijedi  $P(w = 1) = 0.1$ ,  $P(x = 1) = 0.2$ ,  $P(z = 1|x = 0) = 0.9$  i  $P(z = 1|x = 1) = 0.7$ . Tablica uvjetnih vjerojatnosti za čvor  $y$  je sljedeća:

$w$	$x$	$p(y = 1 w, x)$
0	0	0
0	1	0.4
1	0	0.2
1	1	0.7

Postupkom uzorkovanja s odbijanjem želimo procijeniti parametar  $\mu$  uvjetne distribucije  $P(x = 0|y = 1, z = 0)$ . Uzorkovanje smo ponovili ukupno  $N = 100$  puta, od čega smo neke vektore morali odbaciti, pa je naš uzorak manji od  $N$ . Na temelju dobivenog uzorka parametar  $\mu$  procjenjujemo MAP procjeniteljem uz  $\alpha = \beta = 2$ . **Koliko iznosi očekivana MAP procjena parametra  $\mu$ ?**

- A 0.2447    B 0.0739    C 0.1765    D 0.1146

- 18.2 (N) Razmotrite jednostavnu Bayesovu mrežu koja odgovara faktorizaciji  $P(x, y, z, w) = P(z)P(w)P(y|z, w)P(x|y)$ . Sve varijable su binarne. Vrijedi  $P(z = 1) = 0.1$ ,  $P(w = 1) = 0.3$ ,  $P(x = 1|y = 0) = 0.2$  i  $P(x = 1|y = 1) = 0.6$ . Tablica uvjetne vjerojatnosti za čvor  $y$  je sljedeća:

$z$	$w$	$p(y = 1 z, w)$
0	0	0
0	1	0.4
1	0	0.2
1	1	0.7

Postupkom uzorkovanja s odbijanjem uzorkujemo iz aposteriorne distribucije  $P(w|x = 0, z = 1)$ . Uzorkovanje smo ponovili ukupno  $N = 10000$  puta, od čega smo neke vektore morali odbaciti, pa je naš konačni uzorak manji od  $N$ . **U uzorku neodbačenih vektora, koliko je očekivano više vektora sa  $w = 0$  od vektora sa  $w = 1$ ?**

- A 348    B 944    C 472    D 596

- 18.3 (N) Bayesovom mrežom s četiri varijable modeliramo konstrukte pozitivne psihologije. Koristimo binarne varijable *Ljubav* (L), *Sreća* (S), *Tjeskoba* (T), s vrijednostima 0 (nema) i 1 (ima), te ternarnu varijablu *Novac* (N), s vrijednostima 0 (nema), 1 (ima malo) i 2 (ima puno). Strukturu Bayesove mreže definirali smo tako da ona modelira sljedeće pretpostavljene kauzalne odnose: L uzrokuje S, a N uzrokuje S i T. Tako definiranu Bayesovu mrežu zatim treniramo na sljedećem skupu od  $N = 7$  primjera:

$L$	$N$	$S$	$T$	$L$	$N$	$S$	$T$
1	0	1	0	1	0	1	0
0	2	0	1	1	2	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0
0	2	1	0				

Parametre modela procjenjujemo MAP-proceniteljem sa  $\alpha = \beta = 2$  (za binarne varijable) odnosno  $\alpha_k = 2$  (za ternarnu varijablu). Na kraju nas zanima koja je vjerojatnost života uz ljubav, sreću i puno novaca. Napravite potrebne MAP-procjene parametara. **Koliko iznosi zajednička vjerojatnost  $P(L = 1, S = 1, N = 2)$ ?**

- A 0.023    B 0.074    C 0.813    D 0.148