

**Napomena: komentari koji zapocinju s "DJ" su komentari predavača :)**

## 1 PRAM

1.1 Napisati algoritam za CRCW/EREW PRAM računalo koji će za zadano polje  $P[]$  provjeriti ima li u polju elemenata jednakih vrijednosti (duplikata). Za polje od  $n$  elemenata na raspolaganju je  $n$  procesora. Rezultat mora biti zapisan u jednoj m izlaznoj varijabli. Ocijeniti složenost algoritma.

Ideja za CRCW:

U prvoj iteraciji se uspoređuje prvi član sa članovima od 2 do  $n$ -tog. U drugom koraku se uspoređuje drugi člana sa članovima od 3 do  $n$ -tog...

```
Rez = 0;
for(i=0; i < n-2; i++) {
    paralelno(j = i+1; j < n-1; j++) { // jel bi trebalo ici j <= n-1 ili j < n, isto tako i gore? Da
        if(P[j] == P[i])
            Rez = 1;
    }
}
```

Druga ideja za CRCW:

U prvom koraku se uspoređuje prvi član s drugim, drugi s trećim, treći s četvrtim... U drugom koraku se uspoređuje prvi član s trećim, drugi s četvrtim, treći s petim...

```
Rez = 0;
for(i = 1; i < n; i++) {
    paralelno(j = 0; j < n - i; j++) {
        if(P[j] == P[j+i])
            Rez = 1;
    }
}
```

Ideja za EREW:

Sa  $n$  procesa u  $O(1)$  moguće je kopirati polje  $P$  u neko polje  $K$ . Dodatno stvaramo polje DUPLIKATI. Na indexu 'i' u polju DUPLIKATI piše 1 ukoliko je element u polju  $P$  indeksiran sa 'i' duplikat. Inače piše 0.

Ostatak koda je sličan kao druga ideja za CRCW

```
paralelno(i = 0; i < n; i++) {
    K[i] = P[i];
    DUPLIKATI[i] = 0;
}
for(i = 1; i < n; i++) {
```

```
        paralelno(j = 0; j < n - i; j++) {  
            if( P[ j ] == K[ j+i ])rez          DUPLIKATI[ j ] = 1;  
        }  
    }  
    Rezultat = OR_REDUCE(DUPL[]);
```

složenost  $O(n)$

U EREW primjeru moguće je izvesti petlju tako da ima manje od  $n$  iteracija (oko  $n/2$ , za informacije pogledati video sa PRAM primjeri).

Je li bolje imati for unutar paralelno ili paralelno unutar for ili je svejedno? Super da nisam jedini kog zanima, valjda je ekvivalentno i složenost  $O(n)$  zbog petlje.

1.2 Napisati algoritam za CRCW/EREW PRAM računalo koji će za zadano polje  $P[]$  odrediti broj različitih vrijednosti elemenata polja. Npr. za polje [1, 2, 1, 3, 4, 2, 5, 1] rezultat iznosi 5. Za polje od  $n$  elemenata na raspolaganju je  $n$  procesora. Rezultat mora biti zapisan u jednoj izlaznoj varijabli. Ocijeniti složenost algoritma.

**Ideja za CRCW:** Napraviti dodatno polje UNIQUE čija je veličina jednaka polju  $P$  i gdje su svi elementi jednaki 1 ( $O(1)$ ). Nakon toga se ulazi u petlju. U prvom koraku petlje svi procesori uspoređuju neku vrijednost polja  $P$  (ovisno o dobivenom indeksu) s prvim članom. Ako su jednaki, na lokaciju  $UNIQUE[index]$  upisati 0. Konačno potrebno je napraviti  $+_reduce$ .

```
paralelno(i = 0; i < n; i++) {
    UNIQUE[ i ] = 1;
}
for(i = 0; i < n; i++) {
    paralelno( j = i + 1; j < n; j++) {

        if(P[ i ] == P [ j ])
            UNIQUE[ j ] = 0;

    }
}
Rez = +_reduce(UNIQUE []);
```

Složenost  $O(n)$ .

Ne bi li u for-u trebalo biti  $i < n-1$ ? Da. Inače u paralelno imamo index-out-of-bound? Mislim da se samo ne stvore procesi pa je okej.

**Ideja za EREW PRAM:** Polje P[] se kopira u polje K[] ( $O(1)$ ). Slično kao u CRCW mogu se raditi. usporedbe, te ako nešto nije jedinstveno zapisuje se 0 u UNIQUE[] na odgovarajućem indeksu. Konačno, napravimo `+_reduce`

```
paralelno( i = 0; i < n; i++) {  
    UNIQUE[ i ] = 1;  
    K [ i ] = P [ i ];  
}  
for( i = 0; i < n; i++) {  
    paralelno( j = 0; j < n; j++) {  
        if( P[ j ] == K [ j + i % n ] )  
            UNIQUE[ j ] = 0;  
    }  
}
```

~~} //Pogrešan kod je precrtan, a ne obrisao jer se dogodila rasprava dolje koja objašnjava zašto je pogrešan.~~

```
for ( i = 1; i < n; i++) {  
    paralelno( j = 0; j < n - i; j++) {  
        if( P [ j ] == K[ j + i ] )  
            UNIQUE[ j + i ] = 0;  
    }  
}  
Rez = +_reduce(UNIQUE []);
```

Ako netko ima rješenje za EREW koje troši manje memorije, molim vas napišite ga.

Rasprava oko krivog rješenja:

Da li bi trebalo zamijeniti vrijednosti  $\text{UNIQUE}[j] = 0 \rightarrow 1$  i  $\text{UNIQUE}[i] = 1 \rightarrow 0$ ? Kad se raspisu iteracije po ovom rjesenju, sa `+_reduceom` se dobije broj elemenata koji se samo jednom pojavljuju u nizu, a ne broj razlicitih elemenata niza?

Možeš li staviti sliku raspisa? Ne vidim to u svojem raspisu, a lako je moguće da sam krivo raspisao.

Znaci ako su elementi isti, postavis ih na nulu i nikad vise ne poprime 1. Krivi mi je R[7] u 1. i 2.iteraciji, trebao bi biti 0.

U 2 iteraciji, stavljaš  $R[0] = 0$ . Zašto? Paralelno blok kreće od  $i+1$  do  $n$  (u prvom slučaju je to od 1 do  $n$ ), pa će se 0 staviti na index 2 i index 7. Index 0 ostaje nepromijenjen.

Gledamo EREW kod (ovaj iznad)? Tu paralelno pocne od  $j=0$  zar ne?

Aha, za EREW si u pravu.

Može se uvjet promijenit u `if(j+i < n && P[j] == K[j + i])`? Cini mi se da bi onda zadnji duplikat uvijek trebao ostati na 1.

Može ili tako, ili se može zaobići ciklička usporedba korištenje modulo n operacije. U smislu da se svaki element u polju P uspoređuje samo s elementima u polju K koji su strogo većeg indeksa od tog elementa u polju P. Na taj način se osigura da od tog elementa u polju P, ako je bilo duplikata desno od njega UNIQUE je promijenjen. Za duplikate lijevo od njega sam taj element je njima desno, pa će ga oni obraditi.

DJ: moj algoritam za EREW radi ovako: (ne gledaju se elementi "iza" zadnjeg, samo do zadnjeg u nizu)

P[]	1	2	1	3	4	2	5	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

U[]	1	1	1	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=1	1	1	1	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=2	0	1	1	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=3	0	1	1	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=4	0	0	1	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=5	0	0	0	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=6	0	0	0	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

d=7	0	0	0	1	1	1	1	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

na kraju `+_reduce`

Oprostite u ovome rješenju za EREW mi nije jasno zašto i počinje s 1 i zašto je P[j] u usporedbi zar ne uspoređujemo P[i]

1.3 Napišite algoritam složenosti  $\log(n)$  za EREW PRAM računalu koji će za zadano polje  $A[]$  s  $n$  elemenata odrediti je li uzlazno sortirano. Na raspolaganju je funkcija  $+\_reduce(polje[])$  koja provodi operaciju zbrajanja.

```
paralelno( i = 0; i < n; i++) {  
    K [ i ] = A [ i ];  
    R [ i ] = 1;  
} // O (1)  
paralelno(i = 0; i < n - 1; i++) {  
    if( A [ i ] > K [ i + 1])  
        R [ i ] = 0;  
} // O (1)  
rezultat = +_reduce(R[]); // O ( log n );  
  
if( rezultat == n)  
    //Polje je sortirano
```

složenost  $O(\log n)$

Ovo rješenje koristi dodatna dva polja. Mislim da se  $R[]$  može izbaciti te svaki procesor upisuje rješenje usporedbe u  $A[]$  na svojem indeksu. Također se zahtjeva da je metoda  $A.size()$   $O(1)$ .

Ne treba  $A.size()$  kad se zna da je  $n$  elemenata u nizu.

Hvala, ispravio.

Samo komentar: ne bi li ovdje indeks  $i$  u drugom bloku trebao ići do  $n-2$ ? Tako bi zadnja usporedba bila između predzadnjeg elementa u  $A$  i zadnjeg u  $K$ . TREBAO BI.

Mislim da ne jer zadnja vrijednost koja zadovoljava  $i < n-1$  je  $n-2$ , a ne  $n-1$

1.4 Napisati algoritam za EREW PRAM računalo složenosti manje od  $O(n)$  koji će za dva ulazna niza znakova  $A[]$  i  $B[]$  duljine  $n$  odrediti koji je prvi po abecedi (program treba ispisati "A", "B" ili "jednaki"). Na raspolaganju je funkcija reduciranja koja provodi proizvoljnu binarnu operaciju nad elementima polja. Ocijeniti složenost algoritma. Proizvoljnu operaciju možete definirati programski.

```
nađi(a,b) {  
    if( a == 0) {  
        return b;  
    }else {  
        return a;  
    }  
}  
  
paralelno ( i = 0; i < n; i++) {  
    if( A[ i ] < B [ i ]) {  
        R[ i ] = - 1;  
    }else if( A [ i ] > B [ i ]) {  
        R [ i ] = 1;  
    }else{  
        R[ i ] = 0;  
    }  
}  
odg = nađi_reduciraj( R [] );  
if( odg == -1) {  
    odg = "A";  
}else if(odg == 1) {  
    odg = "B";  
}else {  
    odg = "jednak";  
}  
}
```

složenost  $O(\log n)$

Valjda se smije ovo čudo i lijepo fino riješit s Min\_reduce kako se riješilo uživo na predavanju.

1.5 Napišite algoritam za EREW PRAM računalo složenosti manje od  $O(n^2)$  koji će za matricu  $M[n][n]$  odrediti predstavlja li permutacijsku matricu (u svakom retku i stupcu je točno jedna jedinica, a ostali elementi su nule). Program treba ispisati "da" ili "ne". Na raspolaganju je  $n$  procesora i funkcija reduciranja ( $O(\log n)$ ) koja provodi proizvoljnu binarnu operaciju nad elementima niza. Pretpostavite da su elementi matrice bilo koje cjelobrojne vrijednosti (mogu biti različiti od nula i jedan!), te da se  $i$ -ti redak odnosno stupac matrice može dobiti kao  $R[i]$  odnosno  $S[i]$ . Ocijenite složenost algoritma. Proizvoljnu operaciju možete definirati programski (u obliku funkcije). složenost  $O(n \log n) \cdot nhg$

// Profesore je li dobro ovo rješenje?

Definiramo asocijativnu binarnu operaciju ovako:

$0 \text{ i } 0 = 0;$

$0 \text{ i } 1 \text{ ili } 1 \text{ i } 0 = 1$

$1 \text{ i } X \text{ ili } X \text{ i } 1 (X \neq 0) = -1$

$0 \text{ i } X \text{ ili } X \text{ i } 0 (X \neq 0 \text{ ili } 1) = -1$

$-1 \text{ i } X \text{ ili } X \text{ i } -1 (X \in \mathbb{Z}) = -1$

ALGORITAM:

```
PARALELNO(i = 0 DO n - 1){
    REZ[2i] = op_REDUCE(R[i]);
    REZ[2i + 1] = op_REDUCE(S[i]);
}
```

Suma = +\_REDUCE(REZ[]);

AKO JE(suma == 2n){

    "DA";

}INACE{

    "NE";

}

// Djeluje mi dobro, ali nisam siguran da nisam nešto previdio - Luka M

// Nisam siguran je li u redu koristiti reduce unutar paralelno bloka?

//Jos jedno moguće rješenje

//Ideja:

//1. Pretvoriti sve brojeve u matrici u pozitivne ako su negativni

```
PARALELNO(i=0 DO n-1){
```



Za svaki element  $x$  iz  $R[i]$  { //Mijenjamo sve elemente tog retka, nisam znao kako to dobro oznacit  
ako( $x < 0$ )  $x * = -1$ ; //Naravno ovo je jedino moguće ako se smiju mijenjati elementi matrice

// Tu se također može program zaustaviti ukoliko je ( $x != 1$  &&  $x != 0$ ) i ispisati "Ne" kao  
alternativa mijenjanja same matrice

```
    }  
    Sum[i]=0;  
}
```

//2.+\_reduce svaki stupac, +\_reduce svaki redak

```
PARALELNO(i=0 DO n-1){  
    Sum[i] += +_reduce(S[i]);  
}
```

```
PARALELNO(i=0 DO n-1){  
    Sum[i] += +_reduce(R[i]);  
}
```

//3.Ako je bilo koji redak/stupac  $!= 2 \Rightarrow$  odgovor je ne, inače da

```
if(MAX_reduce(Sum[]) != 2 && MIN_reduce(Sum[])!=2){  
    ISPIŠI "Ne";  
}  
Else{  
    ISPIŠI "Da";  
} - TĐ
```

**//Jel možemo riješiti i sljedećim postupkom**

```
PARALELNO(i=0 do N-1) {  
    suma[i]=0;  
    razlicito[i]=0  
  
}
```

```
PARALELNO(i=0 do N-1) {  
    OD j=0 DO N-1 {  
        AKO JE R[i][j]==1  
            suma[i] += 1  
        INACE AKO JE R[i][j]!=0  
            RAZLICITO[i]=1  
    }  
}
```

```
AKO JE OR_REDUCE(RAZLICITO)!=0  
    Print NE  
    Izadi
```

```

PARALELNO(i=0 do N-1) {
    OD j=0 DO N-1 {
        AKO JE S[i][j]==1
            suma[i]+=1
    }
}

REZ=+_REDUCE(suma[])

AKO JE REZ==2*N{
    Print DA
}
INACE{
    Print Ne
}

```

Ideja meni izgleda ok, samo varijabla RAZLICITO nije dobra za EREW, više procesora može upisati/čitati to odjednom. I mislim da OR\_REDUCE ti vraća 0 ako su ti sve vrijednosti 0 inače vraća 1, tako da taj dio bi se trebalo malo prepraviti (naravno ako sam ja dobro skužio OR\_REDUCE).

Hvala na primjedbi! Mislim da sam ispravio

Mislim da je sad +\_REDUCE problem, on bi trebao proć kroz polje i zbrojit sve vrijednosti, ako sam dobro razumio program ti u sum[i] stavljaš broj jedinica koji je i-ti procesor vidio. Uz “+\_REDUCE == 2” ti provjeravaš da li su svi procesori pronašli skupa točno dvije jedinice (tj. matrica bi imala samo jednu jedinicu).

Potrebno je dodati samo da je REDUCE jednak 2N, zametnulo se

**//Jel možemo riješiti i sljedećim postupkom ?**

```

ABS_+ (a,b){
    if(a == -1 || b == -1 || a == N || b == N)
        Return -IntMax
    Return |a| + |b|
}

PARALELNO(i=0 do N-1) {
    Rx[i] = ABS_+_reduce(R[i])
}
PARALELNO(i=0 do N-1) {
    Sx[i] = ABS_+_reduce(S[i])
}
ResR = +_Reduce(Rx)
ResS = +_Reduce(Sx)
maxR = MAX_reduce(Rx)
if(ResR == N && ResS == N && maxR == 1)

```

```
Return "DA"  
Return "NE"
```

Tu vidim dva moguća problema, prvi je da samo u jednom polju imaš "N", tada će svi retci/stupci osim jednog imati  $Rx[i] = 0$  a taj jedan bi imao  $Rx[i] = N$ . Uvjet je tu ispunjen. Drugi problem je ako imaš nule i negativne jedinice, u zadatku je zadano da u svakom stupcu i svakom retku mora biti točno jedna 1. U ovom kodu bi prošla i matrica koja u sebi ima negativne jedinice.

Hvala na primjedbi, mislim da ovaj uvjet sad rješava ta 2 slučaja

Mislim da logika ovog rješenja nije baš na mjestu, cilj je provjeriti da li svaki redak i svaki stupac sadrži točno jednu jedinicu. Uvjet " $RessR == RessS$ " će uvijek biti točan jer u koncu on samo uspoređuje zbrojeve svih elemenata matrice, nije bitno da li zbrajaš prvo preko stupaca ili preko redaka. Moguće da sam ja krivo skužio kod ali mi izgleda kao da bi ova matrica prošla iako nije ispravna:

```
0 2 0  
1 0 0  
0 0 0
```

Vidim grešku...

```
// Ja sam smislio malo jednostavnije rješenje
```

```
PERM = 1
```

```
ZA (i=0; i<n; i++)
```

```
    AKO (MIN_reduce(R[i]) != 0 ILI MIN_reduce(S[i]) != 0)
```

```
        PERM = 0
```

```
    AKO (MAX_reduce(R[i]) != 1 ILI MAX_reduce(S[i]) != 1)
```

```
        PERM = 0
```

```
    AKO (+_reduce(R[i]) != 1 ILI +_reduce(S[i]) != 1)
```

```
        PERM = 0
```

```
AKO (PERM == 1)
```

```
    ISPIŠI "Da"
```

```
INAČE
```

```
    ISPIŠI "Ne"
```

// Čini mi se da je dovoljno provjeriti min, max i zbroj za svaki redak, a složenost je i dalje  $O(n \log(n))$

^Mislim da u EREW PRAM Ne mozes imati PERM varijablu

To je varijabla kojoj pristupa samo 1 procesor (ajmo reć master), ne vidim zašto ne  
//SLAŽEM SE, ni meni nije jasno zašto ne

//eventualno problem može biti što nema bloka paralelno?

// ㄟ( ͡ ͜ ͡ ) ㄟ // pa sta nije mozda ideja da se napisu paralelni algoritmi a ne da sekvencijalno rjesavamo? Cemu onda razlikovanje u zadatku EREW ili CRCW ako ces rijesiti s jednim "procesorom" ? // Ovo nije sekvencijalno rješavanje, funkcije x\_reduce su paralelne po svojoj prirodi. Ovaj algoritam se može izvršavat na bilo kojem računalu (EREW/CREW) s  $n \log n$  složenošću, ne znači da je loš jer koristi jedan "glavni" procesor.

- Problem ovjde je što onda nesmiješ imati negativne brojeve u matrici i moraju biti integer, ali to se da ispraviti uz dodatan prolaz po svim elementima prije početka

DJ: Daklem, par opaski: dok god nismo u bloku "paralelno", PRAM se ponasa kao jednoprocesorsko racunalo i uporaba globalnih varijabli je OK jer ih koristi samo jedan procesor. Dakle, to je u redu.

Dalje, ideja (ovog zadnjeg rjesenja) je dobra: slijedno u for petlji provjeravamo svaki redak i stupac, a provjeru jednog retka/stupca mozemo raditi paralelno - ili eksplicitno s blokom "paralelno" ili implicitno, uporabom scan/reduce. Na taj nacin dolazimo do slozenosti  $n \log(n)$ .

Ja bih prve dvije naredbe AKO zamijenio s blokom paralelno:

```
Paralelno(j = 0 do n-1)
    ako(R[i][j] != {0,1} || S[i][j] != {0,1})
        nije_perm[j] = 1;
ako(OR_reduce(nije_perm[]) == 1)
    PERM = 0;
```

14. 4. 2022.

Konceptualno opisujem  $O(n)$  rješenje. Ideja je da paralelno izračunamo broj nula i broj jedinica u svakom retku, odnosno stupcu - ovo možemo postići ZA petljom unutar PARALELNO bloka. Ukoliko postoji redak ili stupac gdje je broj nula različit od  $n-1$ , ili je broj jedinica različit od 1, to ne može biti permutacijska matrica. Jedino trebamo biti opazni kod čitanja memorije da bismo zadovoljili EREW uvjete. Dodatno, svaki procesor treba imati svoj brojač nula i jedinica za retke i stupce, pa tu u igru ulazi  $O(n)$  memorije. Ako usporedimo o vo rješenje s rješenjem iznad, vidimo da ono radi u  $O(n \log n)$  vremena, ali  $O(1)$  memorije. Ovo je još jedan klasičan primjer time-memory tradeoffa.

Evo mojeg rješenja, čini mi se nešto jednostavnije

```
provjeri (a,b) {
    if ( a==0 && b== 1 || a==1 && b==0)
        return 1;
    if ( a==0 && b==0)
        return 0;
    return 2;
}

for (i = 0; i < n; i++) {
    if ( provjeri_reduce(R[i]) & provjeri_reduce(S[i]) != 1)
        return "ne";
}
return "da";
```

// Složenost je  $O(n \log_2(n))$ , ali algoritam završava čim nađe prvi redak ili stupac koji ne zadovoljava uvjet

// funkcija provjeri se može malo drugačije iskoristiti pa se može dobiti i bolja složenost  $O(n)$  (naravno ako nam cilj nije napisati mimalistički kod koji zadovoljava zadatak)

```
paralelno ( i = 0; i < n; i++) {
    P[i] = M[ i ][ 0 ];          // P je pomoćno polje od n elementa
    for ( j = 1; j < n; j++)
        P[i] = provjeri(P[i], M[ i ] [ j ]);
}

if (AND_reduce(P) != 1) return "ne";

paralelno ( i = 0; i < n; i++) {
    P[i] = M[ 0 ][ i ];
    for ( j = 1; j < n; j++)
        P[i] = provjeri(P[i], M[ j ] [ i ]);
}

if (AND_reduce(P) == 1) return "da";
else return "ne";
```

(19.6.2024.) Ima li ovo rješenje smisla?

Paralelno (i=0 do n-1):

Perm[i] = 1

Paralelno (i=0 do n-1):

```
br_jed_R = 0; br_nula_R=0
br_jed_S = 0; br_nula_S=0
Za (j=0 do n-1):
    Ako (R[i][j] == 0):
        br_nula_R += 1
    Ako (R[i][j] == 1):
        br_jed_R += 1
    Ako (S[i][j] == 0):
        br_nula_S += 1
    Ako (S[i][j] == 1):
        br_jed_S += 1
Ako (br_nula_R != n-1 || br_jed_R != 1 || br_nula_S != n-1 || br_jed_S != 1):
    Perm[i] = 0
```

```
Rez = AND_reduce(Perm[])
```

```
Ako (Rez == 1):
    print("da")
```

```
Inače:
    print("ne")
```

1.6 Napisati algoritam za CRCW PRAM računalo koji će, ispisivanjem "DA" ili "NE", za zadano polje P[] s n elemenata odrediti predstavlja li permutacijski vektor (permutacija skupa {1, 2, ..., n}). Elementi polja mogu poprimiti samo cjelobrojne vrijednosti. Primjerice, (3, 1, 2) je permutacijski vektor dok (2, 4, 3), (1, 1, 2) i (4, 2, 1) nisu. Na raspolaganju je funkcija reduciranja koja provodi proizvoljnu binarnu operaciju nad elementima polja. Ocijeniti složenost algoritma.

//postavljanje globalne varijable

PERMUTACIJE = TRUE

//postavljanje pomoćnog polja u kojeg pišemo rezultat

PARALELNO (i = 0 do n-1)

POM[ i ] = 0

//svakom procesoru dodjelimo jedan element polja i on će uzeti vrijednost tog elementa i u pomoćno polje na mjesto te vrijednosti (umanjeno za 1 jer indeksi kreću od 0) upisati vrijednost 1

PARALELNO (i = 0 do n-1)

//ispitamo jel vrijednost 0, ako je upišemo da smo taj element našli u početnom polju

AKO (POM [ P [i] -1] ==0)

POM[ P[i]-1] = 1

//inače znači da je vrijednost 1 što znači da smo taj element već vidjeli u početnom polju i znamo da nije permutacija jer ne smije biti duplikata

INAČE

PERMUTACIJE = FALSE

AKO (PERMUTACIJE == TRUE)

//radimo AND\_REDUCE nad poljem koje bi trebalo na svakom elementu imati vrijednost 1 (znači da smo vidjeli svaki element polja)

REZ = AND\_REDUCE( POM[])

AKO (REZ==0)

return("NE")

INAČE

return("DA")

INAČE

return("NE")

Primjer izvršavanja

$P = [1\ 3\ 2\ 4]$

Proces koji je dobio indeks (i) 0 će uzeti vrijednost  $P[0]$  (1) te u pomoćno polje upisati vrijednost 1 na mjesto  $P[0] - 1 = 1 - 1 = 0$

$POM = [1\ 0\ 0\ 0]$

Proces koji je dobio indeks(i) 1 će uzeti vrijednost  $P[1]$  (3) te u pomoćno polje upisati vrijednost 1 na mjesto  $P[1] - 1 = 3 - 1 = 2$

$P = [1\ 0\ 1\ 0]$

...

$P = [1\ 1\ 1\ 0]$

....

$P = [1\ 1\ 1\ 1]$

AND\_REDUCE vrati 1 i rješenje je "DA"

$P = [2\ 3\ 3\ 1]$

$POM = [0\ 1\ 0\ 0]$

...

$POM = [0\ 1\ 1\ 0]$

....

Sad bi opet trebali upisati vrijednost 1 na mjesto  $POM[2]$ , ali pošto tamo već je upisana vrijednost 1 znači da smo taj element već vidjeli i postavljamo globalnu varijablu  $PERMUTACIJE = FALSE$

Složenost ovog algoritma bi bilo  $O(\log n)$

DJ: OK, napomene:

$POM[P[i] - 1]$  - ovo se NE BI SMJELO raditi, jer ne znamo koje vrijednosti mogu poprimiti elementi niza  $P[]$ ; dakle ne koristiti neizravno adresiranje!

jednostavnije (?) rješenje ovog problema: prvo provjeriti jesu li svi elementi niza različiti, odnosno da nema duplikata (taj primjer smo rješavali); onda samo



napravimo MIN-reduce i MAX-reduce, i ako su min i max vrijednosti 1 i n, to je permutacija...

Na zadnjim predavanjima (p7/2021) opisano je jos jednostavnije rjesenje.

Ja bih ti dodao ovdje još jednostavniji algoritam ali s istom idejom kao i kolega poviše:

```
PARALELNO(i = 0 do N-1){
    Postoji[i] = 0;
    ako(1 <= P[i] <= N){
        Postoji[P[i]-1] = 1;
    }
}
Rezultat = AND_Reduce(Postoji[]);
```

Ideja je da svaki procesor provjeri i-ti element ulaznog niza, te ga mapira na niz Postoji[] (ne smeta nam ako dva procesora mapiraju na isto polje (duplić) jer se radi o CRCW). I samo ako postoje svi elementi {1,...,N} će se na svakom elementu Postoji[] nalaziti 1, što lako otkrijemo s AND\_Reduce. U konačnici imamo  $\log(n)$  složenost.

Može li se  $POM[P[i]-1]$  koristiti ako prije toga stavimo provjeru je li broj u polju između 1 i n?

DJ: da, onda moze. Ne sviđa mi se, al moze. :)

Je li ovakvo rjesenje prihvatljivo? Slozenost je  $O(\log n)$ .

rez = 0;

err = 0; // nema greske zasad

paralelno (za i = 0 do n-1)

ako ( $P[i] > n$  ili  $P[i] < 1$ ) // vrijednost vektora ne smije izlaziti van intervala [1, n]

err = 1;

ako (err = 0) // nema elementa van intervala [1, n]

rez = +\_reduce(P[]);

ako (rez ==  $(n*(n+1))/2$ ) // zbroj vrijednosti mora biti jednak  $(n*(n+1))/2$

ispisi "DA";

inace

ispisi "NE";

inace

ispisi "NE";

složenost  $O(n)$

Mislim da ovo ne valja jer suma prvih  $n$  brojeva se može dobiti i uz drukčije brojeve (npr. 1234 i 1333)

DJ: točno, nije dovoljno provjeriti samo zbroj i  $[min, max]$

Meni se čini najjednostavnije da svaki procesor provjeri postoji li jedna vrijednost u nizu. Prvi procesor traži 1, drugi 2, itd. Unutar parallel bloka jedna for petlja po nizu. Ako ne nađu traženu vrijednost postave globalnu varijablu na false.  $O(N)$

// sviđa mi se i ovo rješenje jer bi funkcioniralo na EREW

1.7 Napisati algoritam za EREW PRAM računalu koji će za zadano polje  $P[]$  s  $n$  elemenata odrediti predstavlja li neki redak permutacijske matrice (jedan element 1, svi ostali 0). O vrijednostima elemenata polja se ništa ne pretpostavlja (mogu biti bilo koje vrijednosti). Na raspolaganju je funkcija  $*\_reduce(polje[])$  koja provodi proizvoljnu binarnu operaciju nad elementima polja. Ocijeniti složenost algoritma.

složenost  $O(\log n)$

```
NULE = [];  
JEDINICE = [];  
PARALELNO (i = 0 DO n-1)  
    AKO (P[i] == 0)  
        NULE[i] = 1;  
    INAČE  
        NULE[i] = 0;  
    AKO (P[i] == 1)  
        JEDINICE[i] = 1;  
    INAČE  
        JEDINICE[i] = 0;
```

```
R0 = +_REDUCE(NULE[]);  
R1 = +_REDUCE(JEDINICE[]);
```

```
AKO (R0 == n-1 && R1 == 1)  
    ISPIŠI "DA";  
INAČE  
    ISPIŠI "NE";
```

//u ovome gore smatram da je lista za jedinice višak iz razloga što se može obaviti  $+\_reduce(P[])$  i u uvjetu samo provjerimo jednakost s 1 neka me neko ispravi ako sam u krivu

```
// ovo gore može uz puno manje komplikacije  
min = min_reduce(P[]);  
max = max_reduce(P[]);  
sum = +_reduce(P[]);
```

```
ako(min != 0 || max != 1 || sum != 1)  
    print("NE")  
Inače  
    print("DA")
```

```
// ideja - ako najmanji element nije 0 -> sigurno nije redak permutacijske matrice (ili postoji  
element <0 ili su svi elementi >= 1)  
// ako najveći element nije 1 -> opet nije (do sad smo provjerili da su svi elementi ili 0 ili 1)  
// ako je zbroj svih elemenata različit od 1 znači da se pojavljuje više od jedne jedinice pa to  
opet nije redak permutacijske matrice
```

Ne znam je li ovo ispravno rješenje, samo zato što koristi dvije različite  $*\_reduce$  funkcije, a u zadatku je navedeno da je na raspolaganju *funkcija*. Sad znači li to samo jedna funkcija ili više njih, ne znam... čini mi se pretrivijalno ovako.

// još jedan prijedlog:

```
provjeri (a,b) {  
    if ( a==0 && b== 1 || a==1 && b==0)  
        return 1;  
    if ( a==0 && b==0)  
        return 0;  
    return 2;  
}
```

```
if (provjeri_reduce(P) == 1) return "DA";
```

```
else return "NE";
```

1.8 U ostvarenju igre 4 u nizu prazni elementi ploče su označeni nulom, a pozicije s igračevim žetonom jedinicom (ne postoje elementi drugih vrijednosti). Napišite algoritam za EREW PRAM računalo koji za zadani (jednodimenzijski) niz elemenata ploče  $P[]$  duljine  $n$  otkriva postoji li u njemu 4 igračeva žetona u nizu (ispisuje DA ili NE). Na raspolaganju su scan i reduce funkcije za proizvoljne operacije. Netrivijalne operacije (npr. one koje uključuju grananja) potrebno je definirati algoritamski.

složenost  $O(\log n)$

U videu je navedeno kako je  $X\_scan$  funkcija kriva jer nije asocijativna. Ako definiramo  $X$  na sljedeći način:

$X(a,b)$ :

```
Ako b == 0:
    Vрати a // ovdje se u videu vraćala 0
Inače:
    Vрати a+b
```

Tada je bi  $X\_scan$  bio asocijativan i mogao bi se jednostavno riješiti zadatak.??

```
R[] = X_scan(P[])
Max = MAX_reduce(R[])
Ako Max >= 4: "DA"
Inače: "NE"
```

Mislim da ti ovo nije dobro, jer za  $n$  iz "1 0 1" ti dobivaš uvijek 2. Što nije točno, najduži niz jedinica bi trebao uvijek vraćati 1 za taj slučaj. Edit: Neka ostane, možda sam i ja nešto fulao

Istina da, možeš izbrisati sve da ne bunimo ostale. Tnx

-----

Može li se provesti npr. 4 prolaza kroz polje. U prvom prolazu kopiramo polje u novo. U svakom idućem gledamo prvo jedno desno, pa 2 desno, pa 3 desno. Kad naiđemo na 0 na mjestu koje gledamo, u početnom mjestu stavimo 0, inače ako je tamo 1, ne diramo. Na kraju imamo 1 na mjestima na kojima počinje rješenje od 4 u nizu. Kasnije provedemo max reduce ili sum i vidimo dobijemo li  $> 0$ . To je  $\log(n)$ , samo zbog tog reduce na kraju.

```
c = []
```

```
par(i: 0 -> n-1) // rađe od 0 do n - 4 jer ovo dolje
```

```
    c[i] = 0
```

```
    for(j: 0 -> 3)
```

```
        if  $P[(i + j) \bmod n] == 1$  // mod n je loš jer možeš imati 2 na početku i 2 na kraju = 4
```

```

        c[i] += 1

if max_reduce(c) >= 4
    print(da)
else
    print(ne)

```

### Zasto ne bi ovako nesto jednostavnije?

paralelno(i=0, i<n-4, i++)//petlja ide do n-4 pa se A,B,C polja neće popuniti do kraja

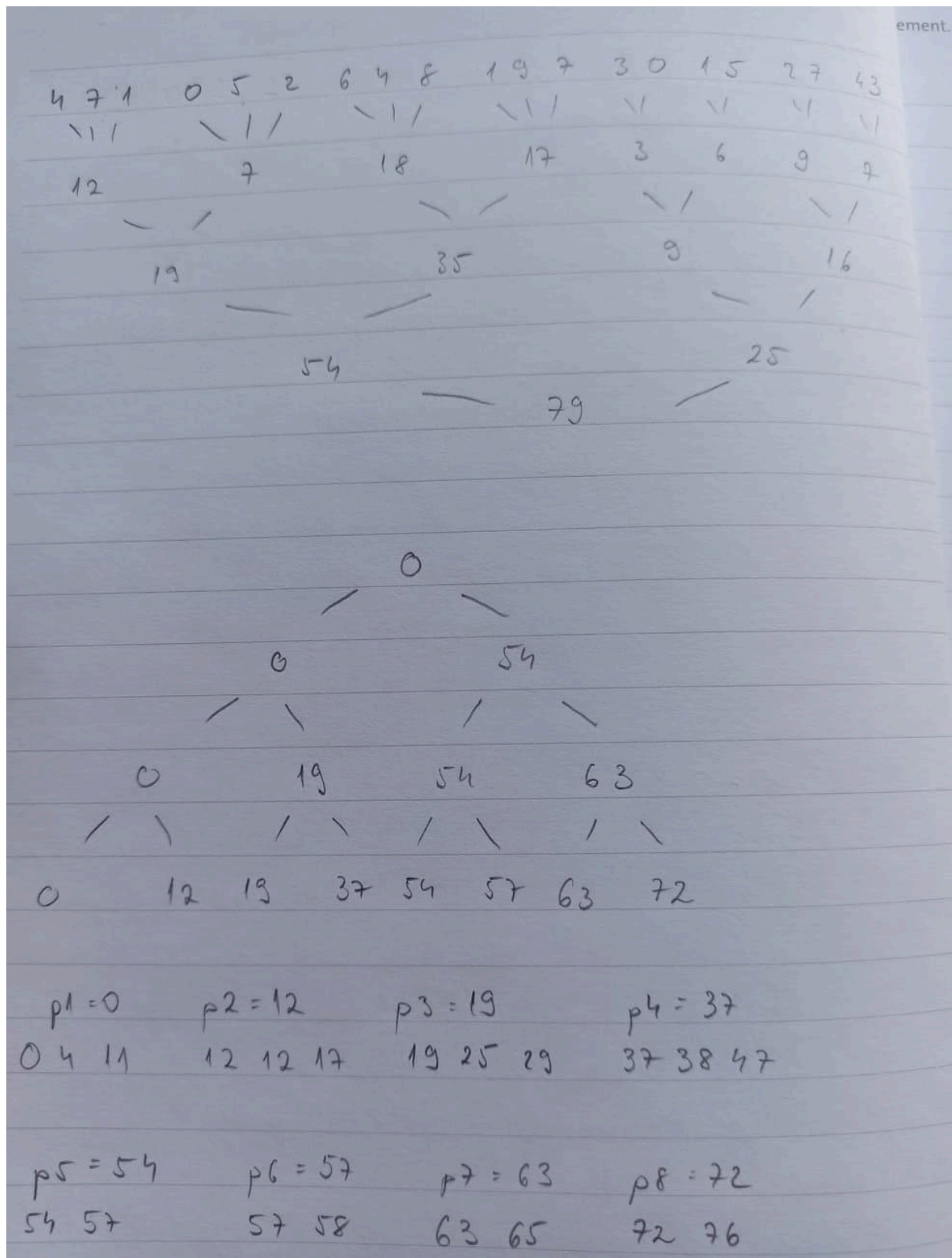
A[i] = B[i] = C[i] = P[i] //staviti u zaseban paralelni blok koji ide od 0 do n-1

if(A[i] == B[i+1] == C[i+2] == P[i+3] == 1)

return "DA" //ovo bi značilo da će i-ti procesor završiti s izvođenjem dok će ostali nastaviti raditi pa je problem kako to rješenje na kraju prikazati, jedino da imamo jednog coordinatora kojemu će worker poslati "DA" ukoliko je uvjet zadovoljen pa će onda coordinator znati da postoji 4 u nizu, ovako ostali procesori ne znaju da smo našli 4 u nizu

//stoga ja predlažem da dodaš još jedno polje, npr R[] u koje će se zapisati 1 na indeksu i pa bi umjesto return "DA" pisalo R[i] = 1, potom ako(OR\_REDUCE(R[]) == 1) return "DA", sada možemo staviti return "DA" budući da smo izvan bloka paralelno pa onda pretpostavljamo da radimo s jednoprocesorskim računalom

1.9 Provesti +\_prescan algoritam na zadanom polju duljine  $n = 20$  elemenata i na  $p = 8$  procesora. Označiti podjelu elemenata po procesorima i tablično napisati izvedbu algoritma. Ulazno polje je  $A[] = [4\ 7\ 1\ 0\ 5\ 2\ 6\ 4\ 8\ 19\ 7\ 3\ 0\ 15\ 27\ 43]$ .



f 1.10 Napišite algoritam za EREW PRAM računalo koji za zadani niz cjelobrojnih vrijednosti duljine  $n$  uz najviše  $n$  procesora otkriva duljinu najduljeg neprekinutog podniza elemenata s jednakom vrijednošću (ispisati duljinu podniza). Na raspolaganju su scan i reduce funkcije za proizvoljne operacije. Netrivijalne operacije (npr. one koje uključuju grananja) potrebno je definirati algoritamski. Ocijenite složenost algoritma. složenost  $O(\log n)$

**Ima li itko postupak za ovo? Hvala :)**

Paralelno  $i = 0$  do  $n-1$

$K[i] = P[i]$

$R[i] = 1$  // zasto ovo ide u 1? //zato sta se svaki element pojavi bar jednom ako postoji

// kaj u slucaju ovakvog niza 1,2,2,2,3,4? Ti postavis R od 0 do 5 sve na 1

// mozda krivi niz haha kaj ako je 3,3,3,1,5?

//ne kuzim zasto je to problem napisat cu dolje primjer

Za  $j=1$  do  $n-1$

Paralelno( $i=0$  do  $n-2$ )

Ako( $R[i] == j$ )

Ako( $P[i] == K[i+j]$ ) // mislim da ne mozes ovo raditi ako je EREW

//usporeduju se dva niza i s obzirom da se paralelno izvrsava i a j je fiksiran nebi trebalo bit problema

$R[i] ++;$

$M = \text{MAX\_Reduce}(R[])$

Složenost :  $O(n)$

**Može netko ovo provjeriti?**



$P[] = 3\ 3\ 3\ 1\ 5$

$R[] = 1\ 1\ 1\ 1\ 1$

$J = 1$        $2\ 2\ 1\ 1\ 1$

$J = 2$        $3\ 2\ 1\ 1\ 1$

Na kraju se uzme max to je 3 i to je to.

Neće li ako imamo  $P[] = 3\ 3\ 3\ 1\ 5\ 3\ 3$

Rezultat biti 5 što je krivo

Neće jer imas uvjet  $R[i] = j$

Mislim da je uvjet u “paralelno ( $i = 0$  do  $n-2$ )” krivi, da bi trebalo ici do  $(n-j-1)$  jer iskace van polja?

Probao sam sad sa PRAM simulatorom ovo, za CRCW radi, no za EREW izbacuje grešku o memory reading constrain violation

Mozda jer svaki proces cita istu varijablu (  $j$  ) pa onda baca violation? (Yes)

Ja sam to ovako:

Paralelno  $i = 0$  do  $n - 1$

$K[i] = P[i]$

$R[i] = 0$

Za  $j = 0$  do  $n - 1$

Index =  $K[i]$

R[index] = 1 // npr imamo niz 1 2 2 2 3 4 5, j=0, index = K[0] = 1 R[1] = 1

Paralelno (z = j +1 do n -1)

Ako index == K[z]

R[index]++

Ali mi se sad to ne cini dobro jer bi mozda moglo duplo brojati

Mozda bi samo trebalo pogledati sljedeceg i ako su isti onda zbrojiti

Možda:

paralelno (i=0 do n-1)

K[i] = P[i];

flag[i] = 1;

zbroj[i] = 1;

paralelno (i=0 do n-1)

za (j=1 do n-1-i)

ako (K[i+j] != P[i])

flag[i] = 0;

ako (flag[i] == 1)

zbroj[i] += 1;

rez = max\_reduce(zbroj[]);

?

?Jel moguće ovo sa scan ?

Bilo bi mi teško napisati cijeli pseudokod, ali ideja je ova:

U nizu držimo strukturu koja pamti duljinu segmenta, prvu vrijednost u segmentu, duljinu neprekinutog podniza prve vrijednosti, zadnju vrijednost, duljinu neprekinutog podniza zadnje vrijednosti, vrijednost elemenata u najduljem neprekinutom podnizu, duljinu najduljeg neprekinutog podniza. Ukratko: veličinu, prefiks, sufiks i maksimum. Takve strukture je moguće kombinirati asocijativno. Inicijaliziramo niz struktura koje predstavljaju singleton za svaki element, i nad tim nizom provedemo redukciju. Iz rezultata redukcije izčitamo duljinu najduljeg neprekinutog podniza. Složenost  $O(\log N)$

Skica operacije kombinacije: Veličine se zbrajaju, lijevi prefiks se produljuje za desni prefiks ako prolazi cijelim segmentom i istog je elementa kao desni prefiks, desni sufiks se produljuje za lijevi sufiks ako prolazi cijelim segmentom i istog je elementa kao lijevi sufiks, maksimum je maksimum između tri vrijednosti: lijevi maksimum, desni maksimum, lijevi sufiks+desni prefiks (ako su istog elementa).

Struktura se može simulirati cijelim brojem magnitude do  $(n+1)^7$  uz operacije cijelobrojnog dijeljenja s ostatkom.

Slična ideja kao iznad; prvi napravimo niz nula i jedinica gdje jedinica znači da su susjedni elementi jednaki. Onda napravimo niz pocetak i niz kraj, u kojem zapisujemo na kojem mjestu je početak niza jedinica, a na kojem mjestu je kraj - sve se ovo može paralelno u  $O(1)$ . Sad radimo `+_scan` nad nizovima pocetak i kraj. Stvorimo novi niz rez, koji je razlika nizova `scan_pocetak` i `scan_kraj`. Uzimamo maksimalnu vrijednost, i dodajemo jedan.

U pseudokodu (za CRCW, prilagodna za EREW je jednostavna):

```
// P[n] ulazno polje
```

```
isti[N-1] = {}
```

```
pocetak[N-1] = {}
```

```
kraj[N-1] = {}
```

```
PARALELNO(i=0 DO n-2)
```

```
    isti[i] = 0
```

```
    pocetak[i] = 0
```

```
    kraj[i] = 0
```

```
PARALELNO(i=1 DO n-1)
```

```
    AKO(P[i-1] == P[i])
```

```
        isti[i-1] = 1
```

```
PARALLENO(i=0 DO n-2)
```

```
    AKO(isti[i] == 1 && (i == 0 || isti[i-1] == 0))
```

```
        pocetak[i] = i
```

```
    AKO(isti[i] == 1 && (i == n - 2 || isti[i+1] == 0))
```

```
        kraj[i] = i
```

```
sc_pocetak = +_scan(pocetak[])
```

```
sc_kraj = +_scan(kraj[])
```

```
rez[N-1] = {}
```

```
PARALELNO(i=0 DO n-2) suma prefiksa uvijek bude jednaka dul
```

```
    rez[i] = sc_kraj[i] - sc_pocetak[i]
```

```
najdulji = 1 + max_reduce(rez[])
```

Mala napomena: formalno ovaj kod nije točan, kvari se u slučaju kad postoji podniz od 2 elementa, tada je rezultat kriv. Možda netko zna kako to **popraviti**.

Imam ja rješenje

Počne se od niza isti kao gore, ali na kraj podniza istih vrijednosti dodamo negativnu vrijednost tako da jini trenutnog podniza.

```
// P[n] ulazno polje
```

```
isti[N-1] = {}
```

```
PARALELNO(i=0 DO n-2)
```

```
    isti[i] = 0
```

```
PARALELNO(i=1 DO n-1)
```

```
    AKO(P[i-1] == P[i])
```

```
        isti[i-1] = 1
```

```
duljina = +_scan(isti[])
```

```
PARALLENO(i=0 DO n-2)
```

```
    AKO(isti[i] == 1)
```

```
        duljina[i] = 0
```

```
duljina = max_scan(duljina[])
```

```
PARALLENO(i=1 DO n-2)
```

```
    AKO(isti[i] == 0)
```

```
        isti[i] = duljina[i-1] - duljina[i]
```

```
duljina = +_scan(isti[])
```

```
najdulji = 1 + max_reduce(duljina[])
```

Zar nije ovo loše za EREW? S obzirom da imamo  $P[i-1] == P[i]$ .

Napraviš u dva koraka, posebno parne i neparne.

Ne razumijem. Zar bi to riješilo problem eksklusivnog pisanja i citanja?

Pa da. Svaki proces treba pristup dvama uzatopnim elementima, dakle pokreneš prvo svaki parni proces jer si oni ne smetaju i onda svaki neparni.

0 traži element 0 i 1, 2 traži 2 i 3, 4 traži 4 i 5, itd.  
Zatim 1 traži 1 i 2, 3 traži 3 i 4, 5 traži 5 i 6, itd.  
Nema sukoba.

**Komentari su dobrodosli za sljedeće rješenje:**

```
paralelno (i=0 , i<n,i++)
```

```
    K[i] = P[i]
```

```
    POM[i] = 1
```

```
    STOP[i] = 0
```

```
paralelno (i=0 , i<n,i++)
```

```
    za(j=1, j<n-i, j++)
```

```
        ako(P[i] != K[i+j])
```

```
            STOP[i] = 1
```

```
        inače ako(STOP[i] == 0 && P[i] == K[i+j])
```

```
            POM[i]++
```

```
Rezultat = max_reduce(POM)
```

## 2 MPI

2.1 Korištenjem MPI funkcija Send i Recv (skraćena sintaksa) napišite niz instrukcija koji će sve elemente zadane kružne liste postaviti na srednju vrijednost toga i dvaju susjednih elemenata (indeksi i, i+1, i-1; posljednji element povezan je s prvim i obrnuto). !

Rješenje: Svaki proces treba izvršiti iduće:

- Poslati svoju vrijednost lijevom susjedu
- Poslati svoju vrijednost desnom susjedu
- Primi vrijednost lijevog susjeda
- Primi vrijednost desnog susjeda
- Izračunaj srednju vrijednost

Osim što svaki proces u svojoj lokalnoj memoriji ima svoj element liste, ID i N, također treba imati jednu varijablu (buffer) u koju će primati vrijednosti od susjeda. Ta varijabla se dodaje vlastitom elementu liste te se u konačnici taj element dijeli sa 3 (srednja vrijednost).

Isječak koda (C++):

```
// .....

double my_val_copy = my_val;

MPI_Send(&my_val,1,MPI_DOUBLE,(m_rank+w_size-1)%w_size,0,MPI_COMM_WORLD);

MPI_Recv(&m_buff,1,MPI_DOUBLE,(m_rank+w_size-1)%w_size,0,MPI_COMM_WORLD,&ls);

my_val_copy += m_buff;

MPI_Send(&my_val,1,MPI_DOUBLE,(m_rank+1)%w_size,0,MPI_COMM_WORLD);

MPI_Recv(&m_buff,1,MPI_DOUBLE,(m_rank+1)%w_size,0,MPI_COMM_WORLD,&ls);

my_val_copy += m_buff;

my_val_copy /= 3.0;
```

Author's note: Ako netko zna ili vidi kako bi ovaj program mogao izazvati potpuni zastoj ili neke ostale probleme neka napiše.

Ovo je više pitanje, jer nisam sigurna, ali zar neće ovo uzrokovati potpuni zastoj u slučaju da funkcija SEND radi u synchronous modeu, dakle ako čeka da primatelj pozove RECV, onda će svi procesi zapeti nakon prve SEND naredbe?

U pravu si, napravio sam reordering da ide SEND,RECV,SEND,RECV

DJ 28.6.: potrebno je osigurati da barem jedan proces na pocetku radi RECV; ne smiju svi procesi imati SEND na pocetku, to je vec dovoljno za zastoj (u teoriji, zbog blokirajuce komunikacije)

*Kako da to osiguramo?*

:) ima vise nacina: recimo neparni prvo salju, parni prvo primaju? uglavnom treba ih podijeliti na barem dvije razlicite uloge

IF ID % 2 == 0 // parni

Send (moj\_podatak, ID+1)

Send(moj\_podatak, ID-1)

Recv (pod\_desno, ID+1)

Recv (pod\_lijevo, ID-1)

IF ID % 2 == 1 // neparni

Recv (pod\_lijevo, ID-1)

Recv (pod\_desno, ID+1)

Send (moj\_podatak, ID-1)

Send (moj\_podatak, ID+1)

moj\_podatak = (pod\_lijevo + moj\_podatak + pod\_desno) / 3

Nek netko javi je li ovo okej :)

Samo stavis da ti npr proces 0 prvo recv pa send --- tada ce se kruzno izvorsavati send pa recv naredbe i uvijek ce jedan proces imati uspješan send pa aktivirani recv

Znači ovo gore se treba prepraviti tako da samo za id=0 radi prvo recv ili može i ovako?

I da stavimo da 0 i parni prvo primaju, imamo potpuni zastoj za N=3. Znaci taj kod radi samo za N>3. Ne znam je li to dovoljno. Taj izolirani slučaj kad N=3 se moze posebno obradit.

Moraju neparni prvo slati jer za N=4 bismo inace imali potpuni zastoj.



```
If ID % 2 == 0 // parni
```

```
    Send (ID + 1)
```

```
    Recv (ID - 1)
```

```
    Send (ID - 1)
```

```
    Recv (ID + 1)
```

```
If ID % 2 == 1 // neparni
```

```
    Recv (ID - 1)
```

```
    Send (ID + 1)
```

```
    Recv (ID + 1)
```

```
    Send (ID - 1)
```

Isprobao sad ovaj kod za N=3 i N=4 i nema deadlocka.

Je li prihvatljivo riješiti ovaj zadatak s neblokirajućom MPI\_Isend() funkcijom? Čini mi se da u tom slučaju svaki proces može prvo poslati lijevo i desno pa onda čekati odgovore.

Valjda da, ali onda treba prije računanja prosjeka pogledat jesu li poruke dostavljene.

2.2 U jednom trenutku rada paralelnog programa u  $n$  procesora se nalaze neki podaci. Potrebno je odrediti najveći element od svih  $n$  podataka i tu informaciju (vrijednost najvećega) proslijediti svim procesorima. Napisati algoritam koji će obaviti taj zadatak pomoću MPI funkcija MPI\_Send i MPI\_Recv. Uputa: slanje i primanje poruka obaviti u obliku lanca u dva prolaza (s lijeva na desno te potom s desna na lijevo po svim procesorima). Kod poziva MPI funkcija navesti samo 'bitne' parametre (npr. MPI\_Send(&varijabla, \_\_, \_\_, odrediste, \_\_, \_\_); ).

```
If (my_rank == 0)
```

```
    MPI_Send(&my_number, __, __, 1, __, __); // proces 0 šalje procesu 1
```

```
else if(my_rank > 0 && my_rank < world_size - 1) {
```

```
    MPI_Recv(&rec_buff, __, __, my_rank-1, __, __); // prvo primi od procesa lijevo od sebe
```

```
    my_number = rec_buff >= my_number ? rec_buff : my_number;
```

```
    MPI_Send(&my_number, __, __, my_rank+1, __, __); //šalji jednom desno od sebe.
```

```
}
```

```
else
```

```
    MPI_Recv(&rec_buff, __, __, my_rank-1, __, __);
```

```
    my_number = rec_buff >= my_number ? rec_buff : my_number;
```

```
if(my_rank == world_size - 1)
```

```
    MPI_Send(&my_number, __, __, my_rank-1, __, __);
```

```
else if(my_rank > 0 && my_rank < world_size - 1) {
```

```
    MPI_Recv(&rec_buff, __, __, my_rank+1, __, __); // Prvo primi od procesa desno od sebe.
```

```
    my_number = rec_buff >= my_number ? rec_buff : my_number;
```

```
    MPI_Send(&my_number, __, __, my_rank-1, __, __);
```

```
}
```

```
else {
```

```
    MPI_Recv(&rec_buff, __, __, my_rank+1, __, __);
```

```
    my_number = rec_buff >= my_number ? rec_buff : my_number;
```

```
}
```

DJ: ovo je dobro, samo nije potrebna puna sintaksa vec samo SEND/RECV(<podatak>, <PID>)

Je li potrebno u drugom prolazu provjeravati (s desna na lijevo) je li primljeni podatak veci?  
Zar se neće otkriti najveći broj u prvom prolazu pa jednostavno samo uzeti taj primljeni podatak ko rjesenje?

DJ: točno, u povratku se ne bi trebalo nista provjeravati

2.3 Korištenjem MPI funkcija *Send* i *Recv* (skraćena sintaksa) napisati odsječak programa (proizvoljne složenosti) koji će za  $N$  procesa ostvariti funkciju `MPI_Barrier`, tj. postići da svi procesi moraju doći do istog odsječka prije nego bilo koji proces može nastaviti s izvođenjem. (U svakom procesu varijabla  $ID$  je indeks, a varijabla  $N$  ukupni broj procesa.)

1. Kada se dođe do trenutka gdje se želi ostvariti barijera potrebno je svim ostalim procesima poslati porijere. ( $n - 1$  poruka)
2. Svaki proces treba primiti ( $n - 1$  poruku) od ruku da se došlo do badrugih procesa da su stigli do barijere. To se ponavlja  $n$  puta, pa se ukupno prima  $n * (n - 1)$  poruka. var

Sveukupno je ovo  $(n + 1) * (n - 1)$  poruka. Otprilike  $n^2$  poruka.

DJ: moguće, ali nije potrebno da svaki javi svakome; mogu svi javiti *jednome* pa taj jedan svima javi povratnu informaciju (tek kad dobije poruke od svih), ukupno  $2(n - 1)$  poruka

I naravno moguće je uz hiperkocku, ali nije potrebno ako nije navedena složenost.

Može li se ovo riješiti s lancem u dva prolaza (tj. prihvaća li se i to kao rješenje zadatka)?

## 2.4

2.4 Zadan je MPI program (na slici desno). Svi procesi imaju lokalne varijable  $a$ ,  $b$  i  $c$ , a  $ID$  je indeks pojedinog procesa. Koje vrijednosti će imati varijabla  $c$  za svaki proces na kraju izvođenja? Navedite sve mogućnosti i skicirajte redoslijed izvođenja MPI operacija za svaki proces.

```
// Proces 1, ID = 1
MPI_Send(&ID, 1, MPI_INT, 2, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Recv(&a, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Send(&a, 1, MPI_INT, 3, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Recv(&b, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
c = 2*a + b;

// Proces 2, ID = 2
MPI_Recv(&a, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Recv(&b, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
c = 2*a + b;
MPI_Send(&c, 1, MPI_INT, 1, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Send(&ID, 1, MPI_INT, 3, MPI_ANY_SOURCE);

// Proces 3, ID = 3
MPI_Send(&ID, 1, MPI_INT, 2, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Recv(&a, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Recv(&b, 1, MPI_INT, MPI_ANY_SOURCE, MPI_ANY_SOURCE);
MPI_Send(&a, 1, MPI_INT, 1, MPI_ANY_SOURCE);
c = 2*a + b;
```

Ovdje 4 mogućnosti ? Send procesa 1 dode prvi do procesa 2 ili Send procesa 3 dode prvi do procesa 2. I za svaki od ta dva slučaja ili Send broj 2 u procesu 1 dode prvi do procesa 3 ili Send broj 2 procesa 2 dode prvi do procesa 3.

DJ: da, 4 mogućnosti. Konkretno: vrijednosti varijabli su manje bitne

2.5 U MPI programu svaki proces ima lokalnu vrijednost u varijabli  $x$ . Korištenjem MPI funkcija *Send* i *Recv* (skraćena sintaksa) napisati odsječak programa logaritamske složenosti (po pitanju broja poslanih poruka) koji će za  $N$  procesa izračunati minimum svih lokalnih vrijednosti, tako da svi procesi znaju rezultat. (U svakom procesu varijabla  $ID$  je indeks, a varijabla  $N$  ukupni broj procesa.)

Koristi se struktura hiperkocke

```
for (i = 0; i < logN; ++i) {
    DEST_ID = ID XOR 2^i;
    SEND(x, DEST_ID);
    RECV(njegov_x, DEST_ID);
    if (njegov_x < x) {
        x = njegov_x;
    }
}
```

} x

Može li se ovaj a i sljedeća dva zadatka riješiti putem principa binarnog stabla? Ukoliko broj elemenata nije potencija broja dva, prilagodimo elemente na način da ih slijedno pridružimo zadnjem elementu na potenciji broja dva (primjerice ako imamo 9 elemenata, odradimo slijedno operaciju na 8. i 9.) te onda provesti SEND i RECV?

DJ: da, a u zadacima nije potrebno gledati konkretni broj procesa (uzimamo da jest potencija broja 2)

2.6 U MPI programu u nekom trenutku pojavio se promatrani događaj unutar jednog MPI procesa. Svi procesi znaju da se događaj pojavio, ali nijedan proces (osim dotičnog, izvorišnog procesa) ne zna unutar kojeg procesa se pojavio događaj (tj. koji je proces izvorišni). Korištenjem MPI funkcija *Send* i *Recv* (skraćena sintaksa) napisati odsječak programa logaritamske složenosti (po pitanju broja poslanih poruka) koji će za  $N$  procesa omogućiti da svi procesi saznaju indeks izvorišnog procesa. (U svakom procesu varijabla  $ID$  je indeks, a varijabla  $N$  ukupni broj procesa)

Je li ovo dobro rješenje?

```
izvor = -1;
if (događaj) izvor = ID;

ZA (i = 0; i < logN; ++i) {
    DEST_ID = ID XOR 2^i;
    SEND(izvor, DEST_ID);
    RECV(njegov_izvor, DEST_ID);
    if (njegov_izvor > -1) {
        izvor = njegov_izvor;
    }
}
```

DJ: yup

Kako ovo ne blokira? Jer svaki prvo radi Send? Treba li opet uvesti uloge ili?

Mislim da ako done pise da ne smije ci do potpunog zastoja nista ne radimo po tom pitanju.

Zanimljivo.

DJ: u slucaju MPI-ja to se lako rijesi, recimo da podijelimo uloge na one s parnim i neparnim indeksima. Ali ovdje je rijec o univerzalnom algoritmu, koji se ne mora izvoditi samo s MPI, pa nisam htio zagadjivati originalni algoritam hiperkocke s "popravci" za MPI.

U zakljucku: u zadacima ne morate brinuti o tome - jedino ako se eksplicitno trazi.

2.7 U MPI programu u nekom trenutku svih N procesa treba obaviti kritični odsječak. Svaki proces zna svoj redni broj ulaska u K.O., ali ne zna redne brojeve ostalih procesa. Korištenjem MPI funkcija Send i Recv (skraćena sintaksa) napisati odsječak programa logaritamske složenosti (**po pitanju broja poslanih poruka**) koji će omogućiti da svaki proces sazna indeks svog neposrednog prethodnika i sljedbenika (pozivanje K.O. nije potrebno prikazati). U svakom procesu varijabla ID je indeks procesa, a varijabla RBR redni broj ulaska u K.O.

```
left,right=-1,-1
```

```
for(i=0;i<log(N);i++) {  
    dest=ID XOR 2**i;  
    SEND(RBR,dest);  
    RECV(value,dest);  
    if(value==RBR-1 || value=N-1 && RBR=0) {  
        left=dest;  
    } else if(value==RBR+1 || RBR==N-1 && value=0) {  
        right=dest;  
    }  
}
```

DJ: nazalost ne radi jer u hiperkocki nemamo komunikaciju svaki sa svakim

Kolko sam shvatio iz zadatka, svaki proces mora znati svog sljedbenika i prethodnika, a to nigdje u ovom kodu nije napravljeno, a i nisu mi jasni ovi uvjeti u if-u. U prvom ifu ako jer  $RBR = 0$  zar ne bi trebali provjeravati onda dal je  $value == N-1$ , a ne  $value == RBR - 1$  (jer ako  $RBR$  mora biti 0 i  $value$  mora biti  $RBR - 1$ , to bi znacilo da je  $value = -1$  kaj nema smisla?), a u drugom ifu zar nebi trebalo provjeravat dal je onda  $value == 0$ , a ne  $RBR + 1$ , ako je nas  $RBR == n-1$ ? Vodio sam se pretpostavkom da  $RBR$  moze biti od 0 do  $N-1$ .

Što se tiče if uvjeta, treba samo pisati da je različito od nula odnosno  $N-1$ , što sam sada izmijenio. Ja sam shvatio da treba zapamtiti ID procesa koji imaju susjedne  $RBR$ . EDIT: Mislim da sam skužio što si htio još reći, tako da sam izmjenioop

Moja ideja: Hiperkockom iz svakog procesa saljemo dictionary [ID:RBR]. Primanjem tog dictionarya svaki proces updatea svoju vlastitu mapu. Na kraju izvedbe algoritma svaki proces ima potpunu mapu sa svim ID-evima i pripadajucim rednim brojevima i onda iz te strukture gleda koji je sljedeci i koji je prethodni element.

Tom sam logikom i ja išao. Samo što sam spremao samo prvi manji odnosno veći (u left i right), jer nam drugi ne trebaju.

DJ: "saljemo dictionary" - joj... ne saljite dictionary, saljite niz fiksne velicine. Nije python los, ali ovo je uzelo maha...

----- 2.7. -----

```
lista = int[N]

za(i = 0 do n-1):

    lista[i] = -1

lista[RBR-1] = ID

za(i = 0 do log n):

    dest_ID = ID XOR 2^i

    send(lista, dest_ID)

    recv(druga_lista, dest_ID)

    za(i = 0 do n-1):
```



```
ako(druga_lista[i] != -1 && lista[i] == -1):  
    lista[i] = druga_lista[i]
```

```
prethodnik = RBR != 1 ? lista[RBR-1-1] : -1
```

```
sljedbenik = RBR != N ? lista[RBR-1+1] : -1
```

DJ: tako nekako. Inace je \*moguće\* riješiti i bez slanja cijele liste, ali zaboravio sam kako ide to rjesenje ;)

Ovo je pre kul algoritam.

Kakti uzeo python maha zbog dictionarya ali lista se moze mhm.  
DJ: lis1ta ne moze, niz (array) moze.

## P3 Analiza

3.1 Paralelni algoritam iterativno računa elemente matrice. Nova vrijednost elementa računa se pomoću vrijednosti neposrednih elemenata gore i lijevo, s tim da matrica ima 'spojene' sve vanjske bridove (npr. vrijednost elementa  $A[1,1]$  računa se pomoću  $A[N,1]$  i  $A[1,N]$ ). Pretpostavite da trenutno stanje matrice omogućuje istovremeno računanje novih vrijednosti u jednoj iteraciji za sve elemente. Trošak računanja jednog elementa iznosi  $t_c$ . Izrazite trajanje izvođenja jedne iteracije na  $P$  procesora te učinkovitost i izoučinkovitost algoritma ako je matrica na procesore podijeljena

- a) po stupcima (svaki procesor ima jednak broj stupaca),
- b) po podmatricama jednake veličine.

izoučinkovitost a)  $O(P^2)$ , b)  $O(P)$

[OBJ:OBJ]

Kopirano s materijala\*

Pod b) u nazivniku treba biti  $\dots 2\sqrt{N} \cdot (p)^{1/2}$ , inače je dobro

Zašto se u a) dijelu zadatka u izrazu komunikacije uzima  $N$  kao duljina poruke ?

Zato jer su ti potrebne prilikom izračuna samo lijeve točke(kojih ima  $N$ , da su trebale dvije lijeve, veličina poruke bi bila  $2N$ ). Gornje točke već imamo jer radimo sa stupcima

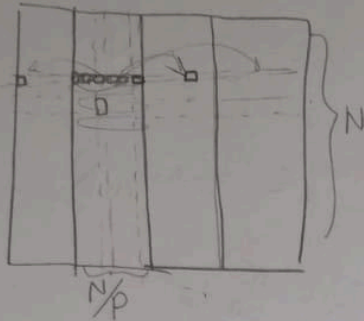
Kako se dobije izoučinkovitost ?

Ok ja sam tako nekvalificiran za to ali vidim da nitko drugi ne piše pa evo quick tutorial za glupane kao ja. Želimo u formuli za efikasnost  $N$  izraziti pomoću  $P$ , da si maknemo  $N$ . Također želimo dobiti izraz koji možemo dijeliti s nekim  $P$  ili  $P^2$  ili tako nešto da maknemo i  $P$  iz izraza, ili barem da ostane neki  $P^{-1}$ . Ako svaki  $N$  u izrazu zamijenimo nekom funkcijom od  $P$ , biramo tako da nam se poklopi da svaki pribrojnik ima  $P$  na jednaku potenciju kao faktor. Izraz kojim zamijenimo  $N$  je izoučinkovitost.

3.2 Paralelni algoritam iterativno računa elemente kvadratne matrice veličine  $n \times n$ . Nova vrijednost svakog elementa računa se pomoću vrijednosti svih elemenata u istom retku i istom stupcu. Pretpostavite da stanje matrice omogućuje istovremeno računanje novih vrijednosti u jednoj iteraciji za sve elemente. Trošak računanja jednog elementa iznosi  $t_c$ . Izrazite trajanje izvođenja jedne iteracije na  $P$  procesora te učinkovitost algoritma ako je matrica na procesore podijeljena:

- a) po stupcima (svaki procesor ima jednak broj stupaca):
- b) po kvadratnim podmatricama jednake veličine:

a)  $n \times n$



$p-1$  poruka

$\frac{N^2}{p}$  veličina poruke

$$T_k^i = (p-1) \left( t_s + t_w \frac{N^2}{p} \right)$$

$$T_R^i = \frac{N^2}{p} t_c$$

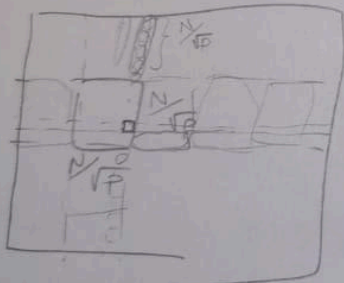
$$E = \frac{t_c N^2}{t_c N^2 + \underbrace{(p-1)}_{\approx p} (t_s p + t_w N^2)}$$

$$N = p$$

$$t_c p^2 = E \left( t_c p^2 + p^2 t_s + p^3 t_w \right)$$

$$T_R \sim N^2 \sim p^2 \quad O(p^2)$$

b)



$2 \cdot (\sqrt{p}-1)$  poruka  $\frac{N^2}{p}$  veličina poruke

$$T_k^i = 2(\sqrt{p}-1) \cdot \left( t_s + t_w \frac{N^2}{p} \right)$$

$$T_R^i = \frac{N^2}{p} t_c$$

$$E = \frac{N^2 t_c}{N^2 t_c + 2(\sqrt{p}-1) (t_s p + t_w N^2)}$$

$$N = f(p) = \sqrt{p} \quad t_c p = E \left( t_c p + \sqrt{p} (t_s p + t_w p) \right)$$

$$T_R \sim N^2 \sim p \quad O(p)$$

OBJ 1

OBJ

### Zašto ovdje nije veličina poruke $n^2/p^2$ ? ( pod a)

Profesore, mozete li provjeriti postupak? Sto ako nam ostane p u izrazu kod izoučinkovitosti?

//mislim da je važno da bude približno ostvaren uvjet ,  $E \rightarrow \text{konst}$

DJ: u ovom se zadatku namjerno ne trazi izoučinkovitost; mora se uzeti jos veca potencija uz P kako bi nakon dijeljenja P ostao samo u nazivniku (samo s negativnim potencijama, kao primjer 1D atm modela u skripti), pa se onda moze priblizno uzeti. ali ovdje ispada ruzno (dobijemo i P i  $P^2$  u nazivniku), sto je znak da se funkcija izouc. ne moze "lijepo" (jednostavno) izraziti. U zadacima ce uvijek biti moguće svesti na oblik kakav smo radili u zadacima.

//ali koliko god velik p uzmemo neće biti dobro jer će uvijek uz tw biti  $p^*$  više(a npr), što bi značilo da je ovo rješenje ok il?

trebali bi uzeti vecu potenciju n za  $N = P^n$ , onda se nakon dijeljenja dobiju P s negativnim potencijama. ali to samo pokazuje da je izouc zapravo puno veca od recimo kvadratneje

Po meni je veličina poruke samo  $N/p$  jer treba slat samo jedan redak koji je dugačak  $N/p$ . Može netko to potvrdit?

DJ: pa ne, i redak i stupac su velicine N, a u slucaju a) trebaju se slat i svi podaci jednog zadatka

Jednostavno, izoefikasnost ne postoji jer povećanje posla ne poboljšava efikasnost.

3.3 Paralelni algoritam iterativno računa elemente matrice. Nova vrijednost elementa računa se pomoću vrijednosti 2 neposredna susjedna elementa u svakom od 4 smjera, s tim da matrica ima 'spojene' sve bridove (npr. vrijednost elementa  $A[1,1]$  računa se pomoću  $A[1,2]$ ,  $A[1,3]$ ,  $A[1,N-1]$ ,  $A[1,N]$ ,  $A[N-1,1]$ ,  $A[N,1]$ ,  $A[2,1]$  i  $A[3,1]$ ). Trošak računanja jednog elementa iznosi  $t_c$ . Izrazite trajanje izvođenja jedne iteracije na P procesora te učinkovitost i izoučinkovitost algoritma ako je matrica na procesore podijeljena:

- a) po retcima (svaki procesor ima jednak broj redaka),OBJ OBJ
- b) po podmatricama jednake veličine.

a)  $T_R = t_c \cdot \frac{N^2}{P}$

$T_R = 2(t_s + 2t_w N)$

$E = \frac{t_c N^2}{t_c N^2 + 2t_s P + 2t_w NP}$

$t_c P^2 = E(t_c P^2 + 2t_s P + 2t_w P^2) / : P^2$

$t_c = E(t_c + 2 \frac{t_s}{P} + 2t_w) \rightarrow T \sim N \sim P^2 \sim O(P^2)$

b)  $T_R = t_c \cdot \frac{N^2}{P}$   $T_R = 4(t_s + 2t_w \frac{N}{\sqrt{P}})$

$E = \frac{t_c N^2}{t_c N^2 + t_s P + 2t_w N \sqrt{P}}$   $f(P) = \sqrt{P}$

$= \frac{t_c P}{t_c P + t_s P + 2t_w P} / : P$   $O(P)$

<3 <3 <3

3.4 Paralelno računalo plaća se 2 kn po satu po procesoru. Trajanje izvođenja slijednog programa je dva tjedna. Učinkovitost paralelnog programa koji obavlja isti

$$E_p = 3 / (2 + P)$$

posao dan je izrazom

- a) Koliko ćemo platiti rad paralelnog računala ako program želimo obaviti za 5 dana? 6720 kn? DJ: točno pretpostavimo učinkovitost 1

- b) Na koliko procesora se program mora izvoditi? 28? DJ: točno

- c) Koje je minimalno trajanje paralelnog programa (uz proizvoljni broj procesora)? 14/3 dana? -> w Može netko napisati kako se do ovoga dode DJ: točno  $T_1 = 14$  dana

$$E_p = 3 / (2 + p)$$

$$E_p = T_1 / (x * T_p) \rightarrow T_p = T_1 / (E_p * P) = 14 / (3 P / (2 + P))$$

Riješiš dvojni razlomak

$$T_p = (28 + 14P) / 3P = 28/3P + 14P/3P = 14/3 + 28/3P$$

Za dovoljno veliki P član 28/3P teži u 0 pa ti ostane 14/3 što je minimalno vrijeme

3.5 Paralelno računalo plaća se 1 kn po satu po procesoru. Na raspolaganju nam je paralelni program čije se trajanje izvođenja može izraziti kao  $T_P = 50 + 150/P$  (u satima). Dobit od rezultata izvođenja programa ovisi o trenutku dobivanja rezultata i opisana je izrazom  $D = \max(0, 18 \cdot (T_1 - T_P))$  (u kunama). Koje trajanje izvođenja nam donosi najveću moguću zaradu (dobit – troškovi) i na koliko procesora?

Neko je obrisao rj, al prof je riješio na linku

[Paralelno programiranje 2021, predavanje 11 \(2/2\)](#)

DJ: jest!

/////Da je rezultat bio 7.5 jel bi onda zaokruži li na 8 procesora???

3.5  $1\text{€}/h$  po proc. ...

$$T_p = 50 + \frac{150}{P} \text{ (u h)}$$

$$D = \max(0, 18 \cdot (T_1 - T_p)) \text{ (u €)}$$

ovo je ili, a ne decimalna točka

$$Z = D - C$$

$$Z = \underbrace{18 T_1 - 18 T_p}_D - \underbrace{P \cdot T_p \cdot (1\text{€})}_C$$

uvrstiti

$$Z = 18 T_1 - 18 \left( 50 + \frac{150}{P} \right) - P \cdot (1\text{€}) \cdot \left( 50 + \frac{150}{P} \right)$$

$$Z = 18 T_1 - \left( 900 + \frac{2700}{P} \right) - (50P + 150) =$$

$$Z = 18 T_1 - 1050 - \frac{2700}{P} - 50P \quad /' P = P$$

$$\frac{dZ}{dP} = -50 + \frac{2700}{P^2} = 0$$

Hodnotíme sa 0

$$50 P^2 = 2700$$

$$P^2 = 54 \rightarrow \begin{cases} P_1 = +7,348 \\ P_2 = -7,348 \end{cases} \rightarrow \text{Zaokružíme na 7}$$

$$T_p = 50 + \frac{150}{7} = 71,43h$$

$$C = 1\text{€} \cdot P \cdot T_p \approx 500\text{€}$$

$$E = \frac{T_1}{P \cdot T_p} = \frac{200}{500} \approx 0,4$$

$$T_1 = 50 + \frac{150}{1} = 200h$$

$$D = 18 \cdot (200 - 71,43) = 2314,26$$

$$Z = D - C = 1814,26$$



DJ: matematički gledano, da; u ispitu bi priznali obje varijante, ali zato u ispitu neće biti .5; no ako je recimo 7.6 onda ide na 8

$P = 7$

3.6 Paralelni program računa nove vrijednosti matrice veličine  $n \times n$  tako da transponira matricu, a zatim računa novu vrijednost svakog elementa (računanje vrijednosti jednog elementa traje  $t_c$ ). Izrazite trajanje izvođenja ove operacije na  $P$  procesora te učinkovitost i izoučinkovitost algoritma ako je matrica na procesore podijeljena:

a) po stupcima (svaki procesor ima jednak broj stupaca)

b) po podmatricama jednake veličine.

Anybody ?

a)  $T_c = t_c \cdot \frac{N^2}{P}$

$T_k = P(t_s + t_w \frac{N^2}{P^2})$

$E = \frac{t_c N^2}{t_c N^2 + P^2 t_s + t_w N^2}$

$= \frac{t_c}{t_c P^2 + t_s P^2 + t_w P^2} \cdot P^2$

$N = \frac{P}{\sqrt{P}} = \sqrt{P}$

$T \sim N^2 \sim P^2$

$O(P^2)$

b)  $T_c = t_c \frac{N^2}{P}$

$T_k = t_s + t_w \frac{N^2}{P}$

$E = \frac{t_c N^2}{t_c N^2 + t_s P + t_w N^2} \cdot N = \sqrt{P}$

$= \frac{t_c}{t_c P + t_s P + t_w P} \cdot P$

$T \sim N^2 \sim P \quad O(P)$

$T_0 = t_c \frac{N^2}{1} \cdot N = N^3 t_c$

izoučinkovitost a)  $O(P^2)$ , b)  $O(P)$



3.7 Paralelni program kvadrira matricu  $n \times n$  uz primjenu standardnog algoritma za množenje matrica (za jedan element umnoška, zbrajaju se umnošci parova elemenata u odgovarajućem retku i stupcu). Matrica je na podijeljena na  $P$  procesora po podmatricama iste veličine. Složenost jedne operacije množenja je  $t_c$  (zbrajanje se zanemaruje). Odredite trajanje operacije kvadriranja te izoučinkovitost algo ritma.

izoučinkovitost  $O(P^{3/2})$

Rjesenje:

[\(Paralelno programiranje\) Poglavlje 6, treći dio \(primjeri, provjera\)](#)