Strojno učenje 1 – Domaća zadaća 3

*Domaća zadaća sadrži **6 pitanja** i ukupno nosi najviše 6 bodova (skalirano na 2 boda na predmetu). Točan odgovor nosi 1 bod. Za razliku od bodovanja ispita, netočni odgovori ne nose negativne bodove. Prije nego što krenete rješavati ove zadatke preporučujemo da riješite sve zadatke iz dijela "Zadatci za učenje" za sve nastavne cjeline obuhvaćene ovom zadaćom.*

***Upozorenje:** Za svaki zadatak na koji odgovorite, morate predati i ručno ispisan postupak. Ako to ne učinite čak i za samo jedan zadatak, gubite sve bodove prikupljene kroz aktivnost na domaćim zadaćama.*

***Napomena:** Ova domaća zadaća je personalizirana. Svaki student dobiva jedinstvenu varijantu zadataka.*

8. Stroj potpornih vektora

8.1 (N) U ulaznome prostoru dimenzije $n = 3$ trenirali smo model SVM-a s linearnom jezgrom. Potporne vektore naučenog modela čine označeni primjeri $((2, -5, 15), -1)$, $((1, 8, -305), -1)$ i $((1, -6, 225), +1)$, a njima odgovarajući dualni koeficijenti su $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.8$ i $\alpha_3 = 0.9$. Treniranje smo proveli na skaliranim značajkama: svaku smo značajku x_j standardizirali primjenom transformacije $\frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j}$, gdje su μ_j i σ_j srednja vrijednost odnosno varijanca značajke x_j u skupu označenih podataka $\mathcal{D}$. Parametri skaliranja su $\boldsymbol{\mu} = (15, -2, 100)$ i $\boldsymbol{\sigma} = (4, 1, 12)$. Model SVM-a koristimo za predikciju klase primjera $\mathbf{x} = (1, -2, 15)$. **Koliko će se promijeniti izlaz modela ako kod predikcije propustimo skalirati značajke primjera x?**

[A] -739.13 [B] -373.22 [C] $+907.43$ [D] $+541.53$

9. Stroj potpornih vektora II

9.1 (P) Razmatramo sljedeći skup označenih primjera u dvodimenzijskome ulaznom prostoru:

$$\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})\}_i = \{((0,0), -1), ((-1,-1), -1), ((1,3), +1), ((2,2), +1), ((3,-1), +1)\}$$

Na ovom skupu treniramo model SVM-a, i to model s tvrdom marginom te model s mekom marginom sa $C = 1$. Kod modela s mekom marginom za dualne koeficijente vrijedi $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$, $\alpha_4 > 0$ i $\alpha_5 = 1$. Skicirajte tvrdu i meku marginu u ulaznome prostoru. **Koliko je meka margina veća od tvrde margine?**

[A] $\frac{2}{5}\sqrt{10}$ puta [B] $\frac{1}{6}\sqrt{2}$ puta [C] $\frac{4}{5}\sqrt{10}$ puta [D] $\frac{3}{5}\sqrt{10}$ puta

9.2 (N) Za klasifikacijski problem koristimo stroj potpornih vektora s linearnom jezgrom i $C = 2$. Koristimo optimizaciju u dualu. Označen skup podataka i vektor dualnih koeficijenata jesu sljedeći:

$$\mathbf{X}|\mathbf{y} = \left(\begin{array}{rrr|r} 15 & 30 & 15 & +1 \\ 6 & 12 & 6 & +1 \\ 11 & 32 & 21 & -1 \\ 5 & 11 & 6 & -1 \end{array}\right) \qquad \boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0.077 \\ 1.923 \end{pmatrix}$$

Izračunajte parametre primarnog modela. **Koliko je primjer $\mathbf{x}^{(1)}$ udaljen od margine?**

[A] 6.25 [B] 5.25 [C] 3.23 [D] 1.82

10. Jezgrene metode

10.1 (N) Raspolažemo sljedećim skupom označenih primjera iz trodimenzijskoga ulaznog prostora:

$$\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})\}_i = \big\{((-3,1,8),-1),((-2,-4,2),+1),((5,2,-1),-1)\big\}$$

Na ovom skupu trenirali smo SVM s polinomijalnom jezgrenom funkcijom $\kappa(\mathbf{x},\mathbf{z}) = (\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{z}+2)^2$ i hiperparametrom $C = 10$. Dobiveni Lagrangeovi koeficijenti su $\boldsymbol{\alpha} = (2.528\cdot 10^{-4}, 2.078\cdot 10^{-3}, 1.825\cdot 10^{-3})$. Zanima nas klasifikacija primjera $\mathbf{x} = (1,2,1)$. Primijenite jezgreni trik i izračunajte $h(\mathbf{x})$. **Koliko iznosi $h(\mathbf{x})$?**

A 0.159 B 0.480 C 0.369 D 0.242

10.2 (N) Pomoću SVM-a rješavamo problem binarne klasifikacije grafova. Budući da su primjeri $\mathbf{x}$ grafovi, koristimo SVM s jezgrenom funkcijom nad grafovima. Model treniramo na skupu od $N = 5$ označenih primjera, s vektorom oznaka jednakim $\mathbf{y} = (+1,+1,-1,-1,+1)$ i sa sljedećom jezgrenom matricom:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.97 & -0.949 & -0.555 & -0.986 \\ 0.97 & 1.0 & -0.844 & -0.336 & -0.917 \\ -0.949 & -0.844 & 1.0 & 0.789 & 0.988 \\ -0.555 & -0.336 & 0.789 & 1.0 & 0.684 \\ -0.986 & -0.917 & 0.988 & 0.684 & 1.0 \end{pmatrix}$$

Treniranjem uz $C = 1$ za vektor dualnih parametara dobili smo $\boldsymbol{\alpha} = (0, 0.754, 0.754, 1, 1)$. **Koliko iznosi gubitak zglobnice ovako naučenog modela SVM za četvrti primjer, $L(y^{(4)}, h(\mathbf{x}^{(4)}))$?**

A 0.143 B 0.027 C 2.063 D 1.596

11. Neparametarske metode

11.1 (N) Algoritam k-NN koristimo za višeklasnu klasifikaciju riječi prema jeziku kojemu pripadaju. Skup za učenje sastoji se od sljedećih riječi i oznaka klasa:

$$\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}^{(i)}, y^{(i)})\} = \{(\text{“water”}, 0), (\text{“voda”}, 1), (\text{“zrak”}, 1), (\text{“luft”}, 2), (\text{“feuer”}, 2)\}$$

Kao mjeru sličnosti između primjera koristimo jezgrenu funkciju nad znakovnim nizovima, definiranu kao $\kappa(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = |\mathbf{x}_1 \cap \mathbf{x}_2|/|\mathbf{x}_1 \cup \mathbf{x}_2|$, gdje su operacije unije i presjeka definirane nad skupovima slova od kojih se riječi sastoje. Npr., $\kappa(\text{“water”}, \text{“voda”}) = 1/8 = 0.125$. Razmatramo dvije varijante algoritma: 3-NN i težinski k-NN. Kod potonjeg u obzir uzimamo sve primjere, tj. $k = N$. Odredite klasifikaciju primjera $\mathbf{x} =$ “zemlja” pomoću ova dva algoritma. U slučaju jednake sličnosti između dva primjera, kao susjed se uzima onaj koji je u skupu $\mathcal{D}$ naveden prvi. U slučaju izjednačenja glasova između klasa, prednost se daje klasi s numerički manjom oznakom y. **U koju će klasu biti klasificiran primjer x algoritmom 3-NN, a u koju algoritmom težinski k-NN?**

A $y = 0$ i $y = 1$ B $y = 0$ i $y = 2$ C $y = 1$ i $y = 1$ D $y = 0$ i $y = 0$