Progetto Matlab
Antonio Marino - Matricola 179054
viene chiesto di determinare un controllore C(s) di struttura semplice che soddisfi le seguenti specifiche:
1. Errore di inseguimento inferiore al 10% per un riferimento a rampa;
2. Picco di Risonanza $M_{r,dB} \le 3$ dB, banda passante compresa tra $7 \le \omega_{BW} \le 35$ rad/s.

La funzione di trasferimento che rappresenta il processo è:

$$G := s \to \frac{5625}{(s+25)\cdot(s^2+20\,s+225)}:$$

$G(s)$

$$\frac{5625}{(s+25)\,(s^2+20\,s+225)} \tag{1}$$

$poli := solve(denom(G(s)) = 0, s)$

$$poli := -25,\ -10+5\,\mathrm{I}\sqrt{5},\ -10-5\,\mathrm{I}\sqrt{5} \tag{2}$$

1) La prima specifica riguarda un problema legato alla precisione statica del sistema.

Per avere un errore finito alla rampa bisogna aggiungere un effetto integrale dato che la funzione di trasferimento ne è sprovvista, la funzione di anello sarà di Tipo 1. Ricordiamo che per rendere l'errore nullo bisognarebbe aggiungere un ulteriore effetto integrale con il rischio di rendere il sistema poco stabile.

Il controllore è cosi fatto:

$C_{static} := s \to \frac{k}{s}:$

$C_{static}(s)$

$$\frac{k}{s} \tag{3}$$

Calcolo la funzione di anello non compensata che è pari alla cascata tra il controllore e la funzione di trasferimento dell'impianto:

$L_{nonComp} := s \rightarrow C_{static}(s) \cdot G(s)$:

$L_{nonComp}(s)$

$$\frac{5625\, k}{s\,(s+25)\,(s^2+20\,s+225)} \tag{4}$$

Trovo il valore di k per il quale le specifiche statiche sono verificate, applico la definizione di errore di inseguimento:

$$e_{\infty,r} := \left(\frac{1}{\lim_{s\rightarrow 0} s \cdot L_{nonComp}(s)}\right)$$

$$e_{\infty,r} := \frac{1}{k} \tag{5}$$

$$solve\left(\frac{1}{k} < \frac{1}{10}, k\right)$$

$$[-\infty, 0),\ (10,\ \infty] \tag{6}$$

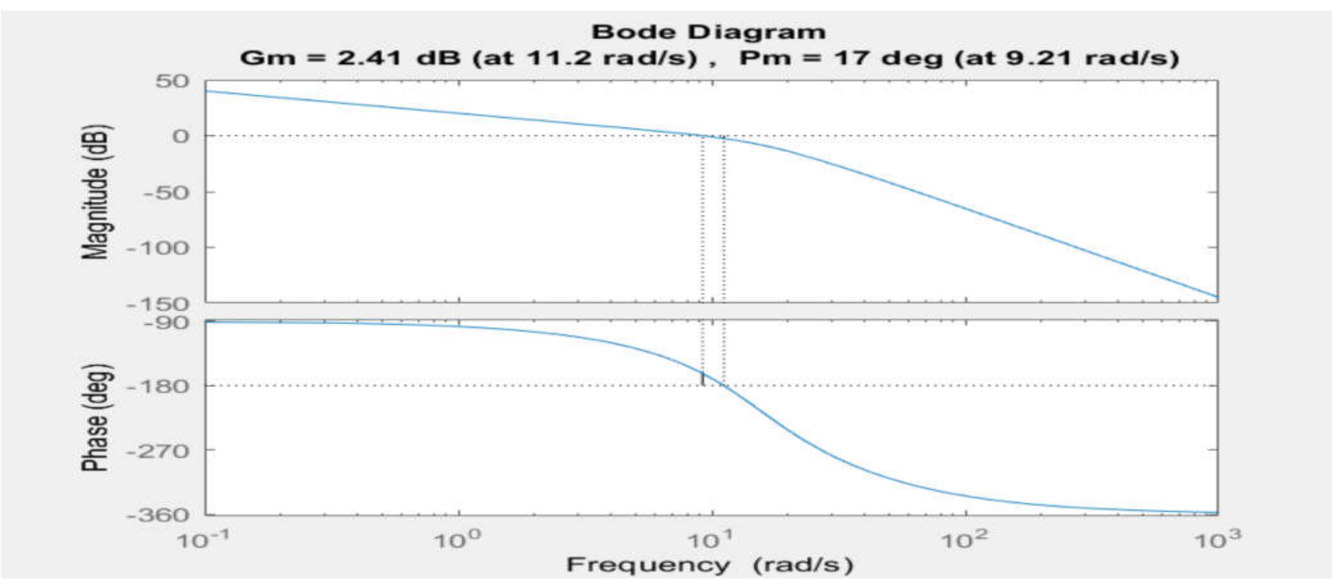
Quindi scelgo un K poco piu grande di 10 e analizzo la funzione di anello (non compensata) finora ottenuta:

$k := 10.1$:

$L_{nonComp}(s)$

$$\frac{56812.5}{s\,(s+25)\,(s^2+20\,s+225)} \tag{7}$$

La funzione di anello è a fase minima e compatibile con il criterio di Bode. Rappresentiamo attraverso matlab il diagramma di moduli e fase di $L_{nonComp}(s)$:



Notiamo che il diagramma dei moduli di L(s) è monotono decrescente, il guadagno di Bode è strettamente positivo e quindi, la pulsazione di attraversamento è unica.

La condizione necessaria e sufficiente per la BIBO stabilità in retroazione è verificata, secondo il Criterio di Bode $\Phi_m > 0$.

2) La seconda parte riguarda le specifiche dinamiche.

Ci viene richiesto un picco di risonanza inferiore a 3 dB, per determinare il valore dello smorzamento utilizzo una funziona di matlab *smorz_Mr:*

$\delta := 0.3832 :$

Ricavo il margine di fase garantito con questa approssimazione che è circa $\delta \cdot 100$:

$\Phi_{m\_garantito} := \delta \cdot 100$

$$\Phi_{m\_garantito} := 38.3200 \tag{8}$$

Il margine di fase richiesto sarà maggiore di 38.32°

Utilizzo l'approssimazione (in Media Frequenza) $\omega_c \leq \omega_{BW}$ e scelgo una pulsazione di attraversamento di progetto che ricade all'interno dell'intervallo della banda passante $7 \leq \omega_c \leq 35$ rad/s:

$\omega_{c\_progetto} := 11.5 :$

Attraverso matlab valuto modulo e fase della funzione $L_{nonComp}(s)$ in corrispondenza di $\omega_{c\_progetto}$:

$$Module\_progetto := 0.7239 : \text{ (non in dB)}$$
$$Phase\_progetto := -182.7401 : \text{ (in gradi)}$$

Determino il valore che il margine di fase può raggiungere se rendo $\omega_{c\_progetto}$ l'effettiva pulsazione di attraversamento: 180-|phase_progetto| = -2.7401

Il modulo risulta inferiore all'unità e la fase è inferiore al margine di fase richiesto: mi occorre una rete anticipatrice.

L'amplificazione richiesta è:

$m := \dfrac{1}{Module\_progetto}$

$$m := 1.381406272 \tag{9}$$

L'incremento in fase richiesto è dato da : (aggiungo 1 per sicurezza):

$\theta = \Phi_{m\_garantito} - (180 - |Phase\_progetto|) + 1$

$$\theta = 42.0601 \tag{10}$$

Procedo con il calcolare la rete correttrice: utilizzo matlab per ricavare le due costanti di tempo, utilizzo la funzione *generica* e gli passo la $\omega_{c\_progetto}$ l'amplificazione *m* e l'incremento in fase richiesto θ.

I valori tau1 e tau2 sono entrambe positivi e posso procedere con la sintesi finale

$\tau_1 := 0.0829 :$

$\tau_2 := 0.0024 :$

La Rete Anticipatrice ottenuta è:

$C_{reteAnticipatrice} := s \rightarrow \frac{1 + s \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_2} :$

$C_{reteAnticipatrice}(s)$

$$\frac{1 + 0.0829\, s}{1 + 0.0024\, s} \tag{11}$$

Metto in serie $C_{reteAnticipatrice}(s)$ e $C_{static}(s)$

$C := s \rightarrow C_{static}(s) \cdot C_{reteAnticipatrice}(s) :$

$C(s)$

$$\frac{10.1\,(1 + 0.0829\, s)}{s\,(1 + 0.0024\, s)} \tag{12}$$

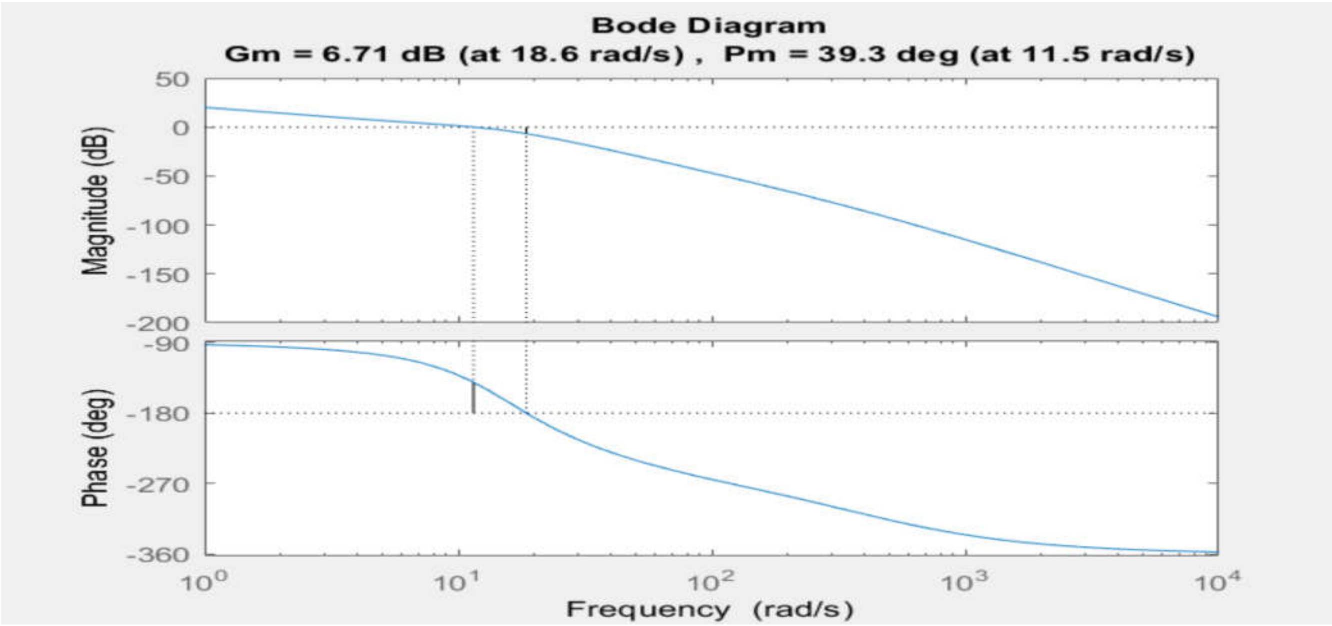
Determino la L(s) compensata:

$L := s \rightarrow C(s) \cdot G(s) :$

$L(s)$

$$\frac{56812.5\,(1 + 0.0829\, s)}{s\,(1 + 0.0024\, s)\,(s + 25)\,\left(s^2 + 20\, s + 225\right)} \tag{13}$$

Valuto, in modo grafico, che gli obiettivi di progetto siano stati raggiunti:



Il margine di fase è maggiore di $\Phi_{m\_garantito}$ e vale 39.3,quindi la stabilità in retroazione è garantita.

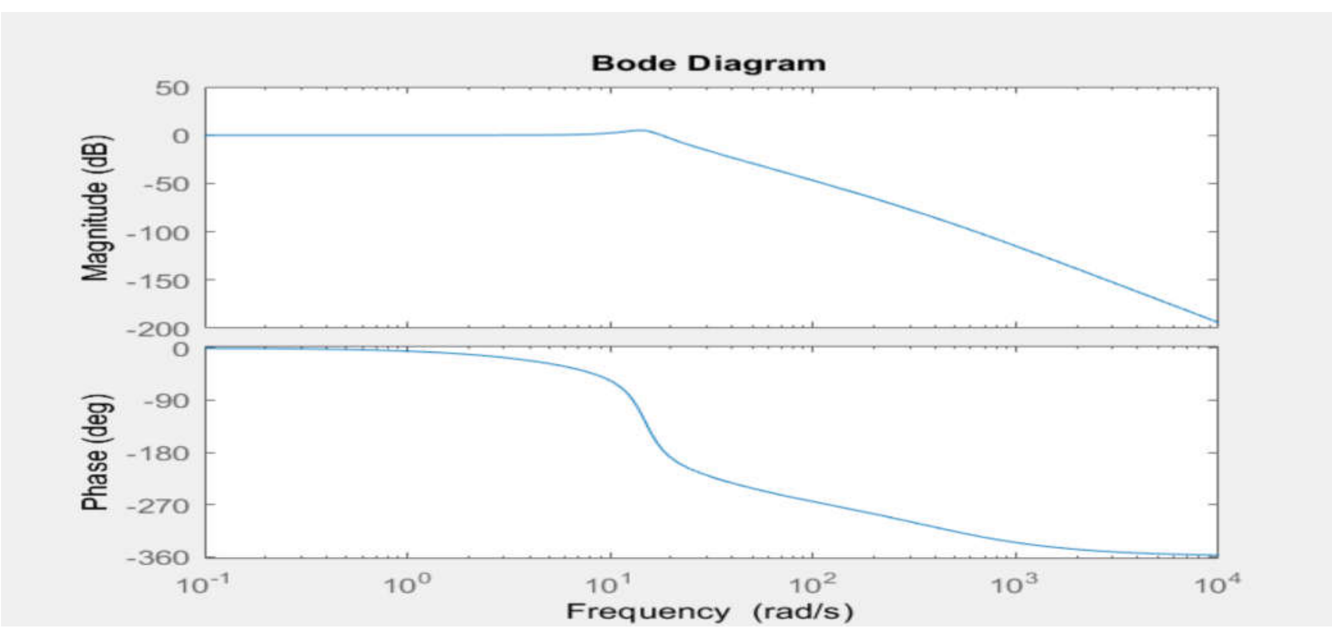
Costruisco la funzione Sensitività Complementare:

$$T := s \rightarrow \frac{L(s)}{1 + L(s)}:$$

$normal(T(s))$

$$(56812.5\ (1. + 0.08290000000\ s)) / (1.108000000\ s^4 + 46.74000000\ s^3 + 738.5000000\ s^2 + 10334.75625\ s + 0.002400000000\ s^5 + 56812.50000) \quad \textbf{(14)}$$

Attraverso matlab verifiche che le specifiche date siano rispettate:



Infatti abbiamo un picco di risonanza M_r è pari a 1.7868dB, la pulsazione di banda passante ω_{BW} è pari a 19.5116 rad/s, e l'errore di inseguimento è inferiore al 10%

Graficamente verifico che l'errore di inseguimento alla rampa risulti finito: infatti dopo un piccolo periodo il coefficiente angolare è uguale tra la risposta alla rampa e la rampa unitaria.

$with(inttrans):$

$Y := s \rightarrow \frac{L(s)}{1 + L(s)} \cdot \frac{1}{s^2}:$

$y := t \rightarrow invlaplace(Y(s), s, t):$

$plot([y(t), t], t = 0..1, legend = [Risposta\ alla\ Rampa, Rampa\ unitaria])$