

Nume și prenume	Nr. matricol	$S_1 = \text{suma cifrelor numărului matricol}$ $S_2 = \text{suma cifrelor impare din numărul matricol}$	$a = S_1 \bmod 7$ $b = S_2 \bmod 3$	Data completării formularului
Barsan Glad	LM612545	$S_1 = 23$ $S_2 = 11$	$a = 2$ $b = 2$	23.10.2021

TEMA DE CASĂ NR. 3

(Tema de casă se depune pe CV în săptămâna consecutivă celei în care s-a efectuat lucrarea de laborator. Formularul completat se depune în format pdf.)

- 1.1. Pentru circuitul din fig. -a- de la pag. 2 din lucrarea de laborator avem $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 420 \mu\text{F}$, $R_2 = (100+5a) \text{ k}\Omega$, $C_2 = (180+2b) \mu\text{F}$. Să se particularizeze numeric modelul operațional (10).

$R_1 = 10 \text{ k}\Omega = 10^4 \Omega$ $C_1 = 420 \mu\text{F} = 4,2 \cdot 10^{-10} \text{ F}$ $R_2 = 110 \text{ k}\Omega = 1,1 \cdot 10^5 \Omega$ $C_2 = 184 \mu\text{F} = 1,84 \cdot 10^{-10} \text{ F}$	$Y_1(s) = \frac{R_2 \cdot C_2 \cdot s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 \cdot s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \cdot s + 1} \cdot U(s)$ $= \frac{2,024 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ F} \cdot s + 1}{8,5008 \cdot 10^{-17} \Omega^2 \text{ F}^2 \cdot s^2 + (4,2 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ F} + 1,84 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ F} + 2,024 \cdot 10^{-9} \Omega \text{ F}) \cdot s + 1} U(s)$ $= \frac{2,024 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ F} \cdot s + 1}{8,5008 \cdot 10^{-17} \Omega^2 \text{ F}^2 \cdot s^2 + 10^{-6} \cdot 26,28 \Omega \text{ F} \cdot s + 1} U(s)$
--	--

- 1.2. Circuitul din figura -a- de la pag. 2 din lucrarea de laborator se consideră ca sistem orientat $u \rightarrow i_2$. Să se determine un MM-II în domeniul timp care leagă cele două semnale.

1.2)

Metoda I:

Etapă 1: Modelul primar

$$\begin{aligned} i(t) &= i_1(t) + i_2(t) \\ u(t) &= R_1 \cdot i(t) + \frac{1}{C_1} \int i_1(t) dt \\ u_{C_1}(t) &= R_2 \cdot i_2(t) + \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \end{aligned} \quad \left| \quad \begin{aligned} u_{R_2}(t) &= R_2 \cdot i_2(t) \\ u_{C_2}(t) &= \frac{1}{C_2} \int i_2(t) dt \\ u_{C_1}(t) &= \frac{1}{C_1} \int i_1(t) dt \end{aligned} \right.$$

Etapă 2: Semnalele interne în rap. cu semnalele intrare/ieșire

$$i(t) = \frac{u(t) - R_2 i_2(t) - \frac{1}{C_1} \int i_2(t) dt}{R_1}$$

$$i_1(t) = C_1 R_2 i_2'(t) + \frac{C_1}{C_2} i_2(t)$$

Etapa 3

$$i_2(t) = i(t) - i_1(t)$$

Înlocuim

$$i_2(t) = \frac{1}{R_1} u(t) - \frac{R_2}{R_1} i_2(t) - \frac{1}{R_1 C_2} \int i_2(t) dt - C_1 R_2 i_2'(t) - \frac{C_1}{C_2} i_2(t)$$

derivăm relația

$$i_2'(t) = \frac{1}{R_1} u'(t) - \frac{R_2}{R_1} i_2'(t) - \frac{1}{R_1 C_2} i_2(t) - C_1 R_2 i_2''(t) - \frac{C_1}{C_2} i_2'(t)$$

$$i_2'(t) + \frac{R_2}{R_1} i_2'(t) + \frac{1}{R_1 C_2} i_2(t) + C_1 R_2 i_2''(t) + \frac{C_1}{C_2} i_2'(t) = \frac{1}{R_1} u'(t)$$

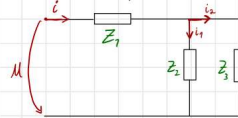
$$\underbrace{R_1 R_2 C_1 C_2}_{a_2} i_2''(t) + \underbrace{(R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1)}_{a_1} i_2'(t) + \underbrace{i_2(t)}_{y(t)} = \underbrace{\frac{C_2}{R_1} u'(t)}_{u'(t)} \rightarrow \text{Forma canonică}$$

$$\text{FDT: } H(s) = \frac{b_1 s}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$H(s) = \frac{C_2 R_1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_2 + R_2 C_2 + R_1 C_1) s + 1}$$

Metoda II

Etapa 1: Reproducem circuitul prin schema electrică cu impedanțe operaționale



$$\begin{aligned} Z_1(s) &= R_1 \\ Z_2(s) &= \frac{1}{C_1 s} \\ Z_3 &= R_2 + \frac{1}{C_2 s} \end{aligned}$$

Etapa 2: Calculăm impedanța echivalentă a circuitului

$$Z_e(s) = Z_1(s) + \underbrace{\frac{Z_2(s) \cdot Z_3(s)}{Z_2(s) + Z_3(s)}}_{\text{legate în paralel}}$$

$$u(s) = i(s) \cdot Z_e$$

Notăm nominalul de ieșire la cu y

$$y(s) = \frac{i(s) \cdot Z_2}{Z_3} = \frac{(i(s) - y(s)) Z_2}{Z_3}$$

$$\Rightarrow \frac{y(s)}{i(s) - y(s)} = \frac{Z_2}{Z_3}$$

$$Z_3 y(s) = Z_2 i(s) - Z_2 y(s)$$

$$(Z_3 + Z_2) y(s) = Z_2 i(s)$$

$$y(s) = \frac{Z_2 i(s)}{Z_3 + Z_2}$$

$$\Rightarrow \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{Z_2 i(s)}{(Z_3 + Z_2) i(s) Z_e} \Rightarrow y(s) = \frac{Z_2}{(Z_3 + Z_2) \cdot Z_e} \cdot u(s)$$

Etapa 3: Înlocuim

$$y(s) = \frac{1}{C_1 s} \cdot \left(\frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s}} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1 + \frac{1}{\frac{C_1 C_2 s}{R_2 + \frac{1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s}} + \frac{1}{C_1 s}}} \right) \cdot u(s)$$

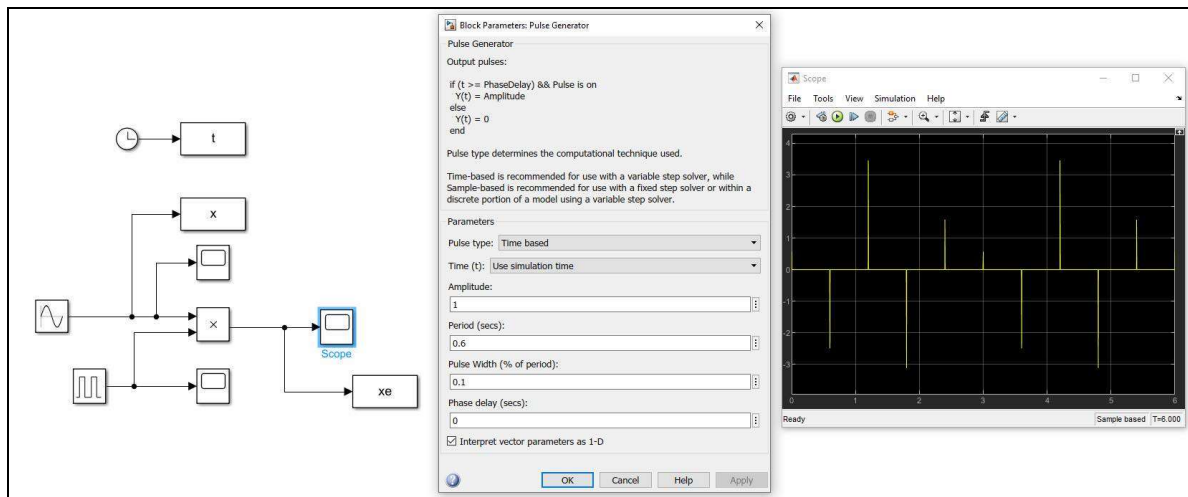
$$= \frac{1}{C_1 s} \cdot \frac{1}{R_2 R_1 + \frac{R_1}{C_2 s} + \frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C_1 C_2 s^2} + \frac{1}{C_1 s}} \cdot u(s)$$

$$= \frac{C_2 R_1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + R_1 C_1 s + R_1 C_2 s + 1 + R_2 C_2 s} \cdot u(s)$$

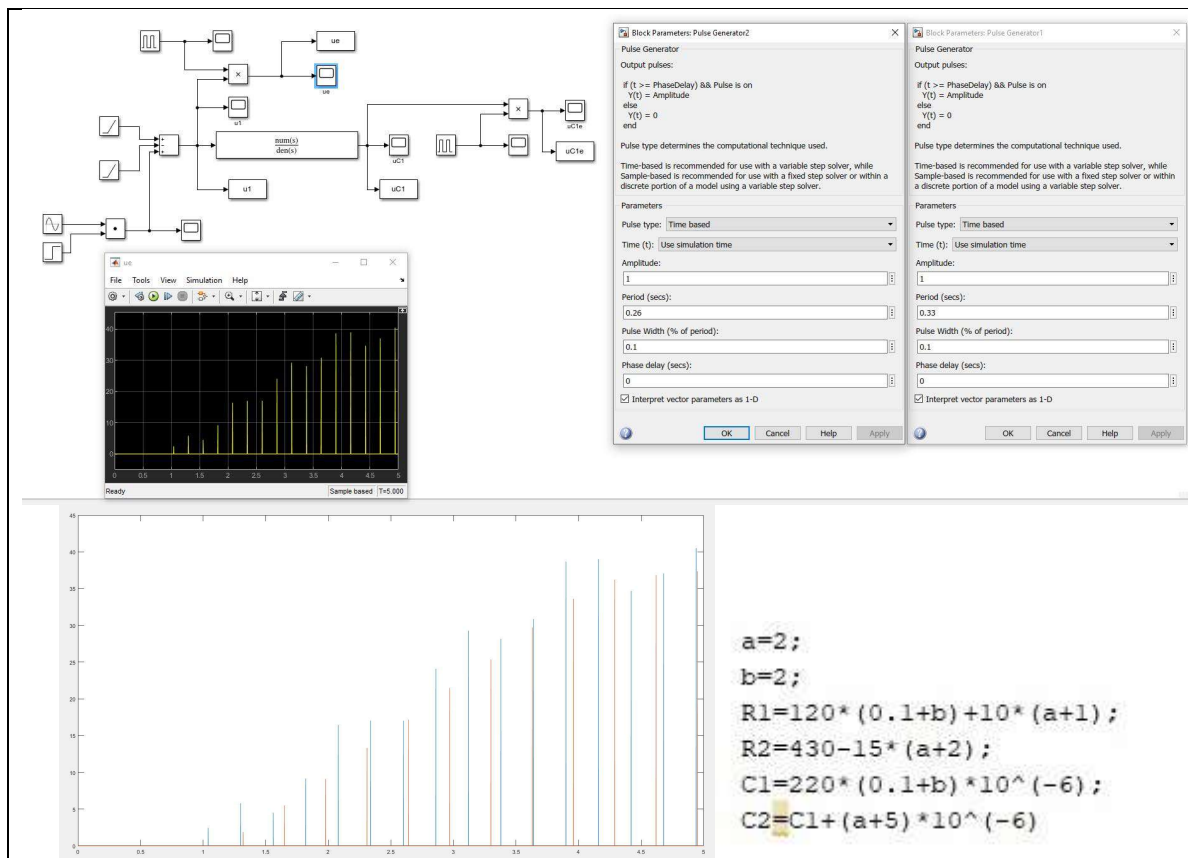
$$y(s) = \frac{C_2 R_1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1} \cdot u(s)$$

$$\Rightarrow R_1 R_2 C_1 C_2 y''(t) + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) y'(t) + y(t) = C_2 R_1 u'(t) \rightarrow \text{Forma canonică}$$

1.3. Se consideră modelul Simulink de la pag. 4 din lucrarea de laborator. Să se eșantioneze semnalul (12) cu pasul $h = 0.2 \cdot (1+b)$ secunde pentru un interval de timp de 6 secunde.



1.4. Reluați simularea cu modelul Simulink de la pag. 5 din lucrarea de laborator pentru valorile a și b personalizate.



2.1 Soluțiile exemplurilor A), B) și C) de la pag. 8 nu depind de pasul de discretizare h . Comentați acest fapt.

Timpul discret este reprezentat de numărul de pași, și nu de durată dintre pași (Se obține prin împărțirea domeniului discret de timp la h , h simplificându-se). De asemenea, nu are nici unitate de măsură.

Cum avem un număr finit de valori diferite de 0, folosim definiția transformatei Z. Cum calculele se fac în funcție de timpul discret/normat (numărul esanțioanelor), soluțiile nu vor depinde de h .

2.2 Semnalul $x(t) = 3.5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot t + 0.16)$, $t \geq 0$ se eșantionează cu pasul $h = (0.1 + S_1 + S_2)$. Scrieți termenul general $x[t]$ al semnalului $\{x[t]\}_{t \in \mathbb{N}}$ și calculați transformata z a semnalului discretizat.

$$x(t) = 3.5 \sin(2\pi t + 0.16) \quad : t \geq 0$$

$$h = 3.1$$

$$x[t] = 3.5 \cdot \sin(62.2\pi t + 0.16) \quad \leftarrow \text{Termenul general}$$

$$x(t) = 3.5 \left(\sin(2\pi t) \cdot \cos(0.17) + \cos(2\pi t) \sin(0.16) \right)$$

$$\Rightarrow X(z) = 3.5 \left(\cos(0.17) \cdot \frac{z \cdot \sin(2\pi h)}{z^2 - 2z \cos(2\pi h) + 1} + \sin(0.16) \cdot \frac{z(2 - \cos(2\pi h))}{z^2 - 2z \cos(2\pi h) + 1} \right)$$

\hookrightarrow Transformata z