# Synteza obserwatora dla rozszerzonego modelu obiektu.

Do konstrukcji algorytmu obserwatora wykorzystuje się model dyskretny (liniowy) obiektu sterowania:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k \qquad (1a),$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\,\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\,\mathbf{u}_k \qquad (1b).$$

Obserwator rekonstruuje wartość wektora stanu $\mathbf{x}_{k-N}$ (na początku horyzontu obserwacji) na podstawie danych, w postaci zapamiętanych próbek $\{\mathbf{y}_i\}$ oraz $\{\mathbf{u}_i\}$,
$i=k-N, k-N+1, \dots, k$.

Równanie różnicowe obserwatora pełnego ma postać:

$$\boldsymbol{z}_{k+1} = [A-LC]\,\boldsymbol{z}_k - L\,\mathbf{y}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k \qquad (2a)$$

$$\mathbf{x}_k^E = \boldsymbol{z}_k \;, \qquad (2b)$$

gdzie wskaźnik górny $^E$ wskazuje, że jest to estymata (oszacowanie) wektora stanu.

Zdefiniujmy wektor residuum układu w następujący sposób:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{y}_k - \mathbf{y}_k^E, \quad \text{gdzie } \mathbf{y}_k^E = \mathbf{C}\mathbf{x}_k^E \qquad (3)$$

Jest to różnica pomiędzy rzeczywistą wartością na wyjściu obiektu w dyskretnej chwili k, a wartością na wyjściu modelu, obliczona na podstawie oszacowanego stanu w chwili k.

Można wykorzystać obserwator do wykrywania uszkodzeń w obiekcie, objawiających się przez wystąpienie wektora sygnałów awaryjnych $\mathbf{f}_k$ (zdarzeń) w chwili k. Skutki awarii propagują się w układzie dynamicznym:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\,\mathbf{f}_k \;, \qquad (4)$$

gdzie (4), to model dynamiki awarii. Jeżeli awaria $\mathbf{f}_k$ powoduje skutki strukturalne, to $\mathbf{F} = \mathbf{F}_k$ (model niestacjonarny).
Macierz $\mathbf{F} = [\, f_{ij} \,]$ jest macierzą o elementach 0, albo 1. $f_{ij} = 1$ oznacza, że awaria j-tego typu ma wpływ na i-tą zmienną stanu i skutkuje skokową zmianą wartości prędkości

zmian i-tej zmiennej stanu równą $f_{ij}[k]$ (przed wystąpieniem awarii $f_{ij}[0]= f_{ij}[1]= ... f_{ij}[k]= 0$). $f_j[k]$ jest ilościową miarą skutku awarii j-tego typu w chwili k-tej . Np. jeżeli awaria polega na całkowitym uszkodzeniu sensora mierzącego wartość i-tej zmiennej stanu, to wyniki pomiaru $x_i[k] = x_i[k] = ... x_i[N] = 0$ (takie wartości „trafią" do sytemu sterowania, gdy tymczasem rzeczywiste ich wartości nadal ewoluują i wynikają z równań dynamiki obiektu. $f_{ij} = 0$ oznacza, że awaria j-tego typu nie wpływa na prędkość zmian i-tej zmiennej stanu.

Jeżeli obiekt sterowania jest zaburzany przez sygnały zakłócające,, a przynajmniej część z nich jest mierzalna ($\mathbf{d}_k$ - wektor mierzalnych zakłóceń w chwili k), to mogą być one wykorzystane w procesie obserwacji na równych prawach z sygnałami sterującymi, ponieważ również stanowią pobudzenie dynamiczne obiektu, objawiające się skutkami na wyjściu.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{E}\,\mathbf{d}_k \;, \tag{5}$$

gdzie (5) jest modelem propagacji zakłóceń do zmiennych stanu obiektu. Macierz **E** jest macierzą o elementach 0, albo 1. $d_{ij} = 1$ oznacza, że j-te zaburzenie ma wpływ na i-tą zmienną stanu i skutkuje skokową zmianą wartości prędkości zmian i-tej zmiennej stanu równą $d_j[k]$ (przed wystąpieniem zaburzenia $d_j[0]= d_j[1]= ... d_j[k\text{-}1]= 0$).

$d_j[k]$ jest amplitudą j-tego zaburzenia w chwili k-tej. Po wystąpieniu, zaburzenie może ewoluować w czasie, czego miarą są wyniki jego pomiaru $d_{ij}[k]$, $d_{ij}[k+1]$, $d_{ij}[k+2]$, . . .

Rozszerzony model dynamiki obiektu, uwzgledniający ewentualne awarie oraz wykorzystujący pomiary zakłóceń ma postać:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k + \mathbf{E}\,\mathbf{d}_k + \mathbf{F}\,\mathbf{f}_k \tag{6a}$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\,\mathbf{x}_k + \Delta\mathbf{y} \;, \tag{6b}$$

gdzie $\Delta\mathbf{y} = \mathbf{y}_k - \mathbf{C}\,\mathbf{x}_k$ reprezentuje (obserwowane bezpośrednio) na wyjściu obiektu skutki awarii torów pomiarowych – różnicę pomiędzy zmierzonymi na wyjściu wartościami sygnałów wyjściowych, a wartościami wynikającymi z aktualnego, rzeczywistego stanu obiektu.

Równanie obserwatora pełnego rzędu (dim **x** = n) dla modelu rozszerzonego (6a-b) przyjmuje postać:

$$\mathbf{x}^{E}_{k+1} = [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\,\mathbf{x}^{E}_{k} + \mathbf{L}\,\mathbf{y}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k + \mathbf{E}\,\mathbf{d}_k + \mathbf{F}\,\mathbf{f}_k \tag{7a}$$

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{y}_k - \mathbf{C}\,\mathbf{x}^{E}_{k} \tag{7b}$$

Warto zauważyć, że rozszerzenie modelu obiektu nie narusza jego ewentualnej wykrywalności. Nie narusza bowiem obserwowalności układu (macierze **A**, **C** nie uległy zmianie w wyniku rozszerzenia modelu) oraz nie zmienia rozkładu wartości własnych macierzy [**A - LC**].

## Obserwator diagnostyczny.

Celem obserwatora jest w tym przypadku wykrywanie uszkodzeń w systemie. Zastosowanie banku obserwatorów diagnostycznych ponadto pozwala zlokalizować uszkodzenie.
Aktualny błąd estymacji stanu $\mathbf{e}_k$ jest równy:

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^E \;. \tag{8}$$

Tym samym residuum jest równe:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{C}\,\mathbf{e}_k, - \Delta\mathbf{y} \;. \tag{9}$$

Odejmując od równania (6a) równanie (7a) otrzymujemy równanie dynamiki błędu estymacji stanu:

$$\mathbf{e}_{k+1} = [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\mathbf{e}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k + \mathbf{E}\,\mathbf{d}_k + \mathbf{F}\,\mathbf{f}_k \tag{10}$$

Jeżeli macierz $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ jest stabilna (jej wartości własne leżą we wnętrzu okręgu jednostkowego na płaszczyźnie zespolonej), to oznacza to, że obserwator jest stabilny. Jego wektor stanu zmierza asymptotycznie do punktu równowagi. Po zaniknięciu przebiegów przejściowych związanych z początkową nieznajomością stanu obiektu, o ile w systemie nie wystąpiła jak dotąd awaria i nie był on zaburzany przez zakłócenia, to na podstawie (10) można stwierdzić, że błąd estymacji stanu obiektu asymptotycznie zmierza do zera. Awaria lub zakłócenie zaburzają osiągnięty przez system stan równowagi.
Stad pojawienie się niezerowych próbek błędu estymacji w stanie ustalonym, świadczy o pojawieniu się jednego lub obu czynników zaburzających. Ponieważ w modelu obiektu ujęto zakłócenia mierzalne, to tę grupę czynników można zidentyfikować na podstawie ich aktualnego pomiaru stwierdzając wystąpienie lub nie wystąpienie zaburzenia. Tym samym pozwala związać przyczynę zaburzenia z ewentualną awarią, albo z zakłóceniem niemierzalnym (wewnętrznym, którego wystąpienie można też interpretować jako swego rodzaju nienaprawialną awarię).
To spostrzeżenie jest podstawa metody detekcji awarii, opartej o zastosowanie obserwatora rozszerzonego modelu obiektu. Awaria, ze względu na swój skokowy charakter powoduje nieciągłość rzeczywistej zmiennej stanu. Jeżeli jest to zmienna mierzalna, to wykrycie takiej nieciągłości (ew. przekroczenia pewnej wartości progowej przez jej aktualną różnicę skończoną 1-go rzędu) jest dobrą przesłanką do wnioskowania o awarii, ale nie wskazuje konkretnego źródła (lokalizacji) awarii.

Zastosowanie w tym celu banku obserwatorów, z których jest każdy oparty o model obiektu rozszerzonego o model konkretnej, pojedynczej awarii pozwala daną awarię zlokalizować.
Niestety, w estymatorze stanu (obserwatorze, który rekonstruuje niemierzalne zmienne stanu), nieciągłości estymaty ujawnią się z pewnym opóźnieniem (zależnym od dynamiki obserwatora – rozkładu wartości własnych jego macierzy stanu: $\mathbf{A - LC}$). Biorąc pod uwagę szybkość współczesnych mikrokontrolerów, pomijamy znikome opóźnienie związane z czasem obliczenia kolejnej estymaty, tak więc jest to problem związany z oczekiwaniem na kolejne dane, wykorzystywane do obliczeń na bieżąco.
Często niemierzalne zmienne stanu charakteryzują się dużą dynamiką. Wówczas pewnym ułatwieniem detekcji może być użycie obserwatora zredukowanego, który powinien charakteryzować się również szybką dynamiką, co powinno skrócić czas od wystąpienia awarii do jej wykrycia poprzez estymatę. Inną możliwość detekcji daje śledzenie nieciągłości sekwencji wyjściowych.

# Synteza obserwatora zredukowanego

Obserwator zredukowany, albo obserwator niepełnego rzędu, znajduje zastosowanie w sytuacji, gdy część zmiennych stanu obiektu (zmienne wewnętrzne) nie może być zmierzona bezpośrednio, ale wymaga rekonstrukcji na podstawie znajomości modelu obiektu oraz danych we/wy.
Podzielmy wektor stanu obiektu na dwa podwektory $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2$: $\mathbf{x} = [\, \mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T]^T$, przy czym w $\mathbf{x}_1$ pogrupowano dostępne pomiarowo zmienne stanu układu, a w $\mathbf{x}_2$ - pozostałe.

$$\dim(\mathbf{x}) = n, \ \dim(\mathbf{x}_2) = l, \ \dim(\mathbf{x}_1) = n-l.$$

Przestrzeń stanu $\mathbf{X}$ można podzielić na dwie podprzestrzenie $\mathbf{X}_1$ oraz $\mathbf{X}_2$, których suma prosta jest równa $\mathbf{X}$:

$$X = X_1 \oplus X_2. \tag{11}$$

Niech rank $\mathbf{C} = l$, $l \le p$, gdzie macierz $\mathbf{C} \in M(p.\ n)$ jest macierzą wyjść układu (1a-b). Niech $\underline{\mathbf{C}}$ oznacza dowolne dopełnienie ortogonalne macierzy $\mathbf{C}$ (rzędu wierszowego równego l).

$$\operatorname{rank} \underline{\mathbf{C}} = n-l, \ \operatorname{Im}\{[\mathbf{C}\ \underline{\mathbf{C}}]^T\} = \mathbb{R}^n, \ \operatorname{Im}\{\underline{\mathbf{C}}\} = \operatorname{Ker}\{\mathbf{C}\}.$$

Mając daną $\mathbf{C}$ można wyznaczyć jej dopełnienie ortogonalne dekomponując ją wg wartości osobliwych:

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\, \boldsymbol{\Sigma}\, [\mathbf{V}\ \underline{\mathbf{V}}], \tag{12}$$

gdzie $\mathbf{U}$ oraz $[\mathbf{V}\ \underline{\mathbf{V}}]$ są macierzami ortonormalnymi odpowiednio o wymiarach $p \times p$, $n \times p$,

$\mathbf{V} \in \mathrm{M}(n, p)$, $\underline{\mathbf{V}} \in \mathrm{M}(n, n\text{-}p)$, macierz $\mathbf{\Sigma}$ o wymiarach $p \times n$ ma strukturę blokową. Jej pierwszy blok $p \times p$ jest diagonalny, z wartościami osobliwymi macierzy $\mathbf{C}$ na diagonali, drugi blok jest zerowy.

Przyjmijmy że $\underline{\mathbf{C}} = \underline{\mathbf{V}}^T$.

Macierz pseudo-odwrotna do $\mathbf{C}$ , oznaczona $\mathbf{C}^+$ jest równa:

$$\mathbf{C}^+ \equiv \mathbf{C}^T [\mathbf{C}\,\mathbf{C}^T]^{-1} \qquad \mathbf{C}^+ \in \mathrm{M}(n, p), \qquad (13).$$

$\underline{\mathbf{C}}^+$ jest pseudo-odwrotną do dopełnienia ortogonalnego $\underline{\mathbf{C}}$ macierzy $\mathbf{C}$ wyjścia obiektu.

$\underline{\mathbf{C}}^+ \in \mathrm{M}(n, n\text{-}p)$.

$$\mathrm{Im}\,\{\mathbf{C}^T\} \oplus \mathrm{Im}\,\{\underline{\mathbf{C}}^T\} = \mathbb{R}^n ,$$

a więc wektor stanu $\mathbf{x}[k]$ można jednoznacznie zdekomponować na sumę prostą podwektorów przynależnych do obrazów odpowiednich podmacierzy:

$$\mathbf{x}_1[k] \in \mathrm{Im}\,\{\mathbf{C}^T\}, \qquad \mathbf{x}_2[k] \in \mathrm{Im}\,\{\underline{\mathbf{C}}^T\}\,. \qquad (14)$$

Macierze $\mathbf{P}_1 \in \mathrm{M}(n\text{-}l,n)$ $\mathbf{P}_2 \in \mathrm{M}(l,n)$ oznaczają macierze rzutowania wektora $\mathbf{x}$ odpowiednio w podprzestrzenie $\mathbf{X}_1$ oraz $\mathbf{X}_2$ .

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{C}^+\mathbf{C}, \ \ \mathbf{P}_2 = \underline{\mathbf{C}}^+\underline{\mathbf{C}} \qquad (15)$$

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{C}^+\mathbf{y}[k] + \mathbf{x}_2[k] \qquad (16)$$

Drugi składnik w równaniu (16) nie ujawnia się w sygnałach wyjściowych. Dlatego należy go zrekonstruować przy użyciu obserwatora.

Wprowadźmy pomocniczy sygnał $\underline{\mathbf{y}}[k] = \underline{\mathbf{C}}\,\mathbf{x}_2[k]$.

$$\mathbf{x}_2[k] = \underline{\mathbf{C}}^+\,\underline{\mathbf{y}}[k] \qquad (17)$$

$$[\mathbf{y}[k]\ \underline{\mathbf{y}}[k]]^T = [\mathbf{C}\ \ \underline{\mathbf{C}}\,]^T\mathbf{x}[k] \qquad \text{albo}$$

$$\mathbf{x}[k] = [\mathbf{C}^+\ \ \underline{\mathbf{C}}^+\,][\mathbf{y}[k]\ \underline{\mathbf{y}}[k]]^T\ . \qquad (18)$$

Podstawmy za $\mathbf{x}[k+1\,]$, dla k+1, zależność (18) – po prawej stronie należy zmienić nr próbki na k+1. A następnie podstawmy wynik do prawej strony równania stanu (1a). Otrzymamy

$$\mathbf{C}^+\mathbf{y}[k+1] + \underline{\mathbf{C}}^+\,\underline{\mathbf{y}}[k+1] = \mathbf{A}\,\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\,\mathbf{u}_k \qquad (19)$$

Pomnóżmy prawostronnie obie strony równania (19) przez macierz $\underline{\mathbf{C}}$.
Ponieważ $\underline{\mathbf{C}}\mathbf{C}^{+} = \mathbf{0}$, $\mathbf{0} \in M(n\text{-}l, l)$, a $\underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{C}}^{+} = \mathbf{I} \in M(n\text{-}l, n\text{-}l)$, otrzymujemy:

$$\underline{\mathbf{y}}[k+1] = \underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{A}\, \mathbf{x}_k + \underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{B}\, \mathbf{u}_k \tag{20}$$

podstawiając na podstawie (18) za $\mathbf{x}[k]$, wyrażenie $[\mathbf{C}^{+}\underline{\mathbf{C}}^{+}][\mathbf{y}[k]\underline{\mathbf{y}}[k]]^{T}$ otrzymujemy równanie stanu obserwatora zredukowanego:

$$\underline{\mathbf{y}}[k+1] = \underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{A}\, \underline{\mathbf{C}}^{+}\, \underline{\mathbf{y}}[k] + \underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{A}\, \mathbf{C}^{+}\mathbf{y}[k] + \underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{B}\, \mathbf{u}[k] \tag{21}$$

z warunkiem początkowym $\underline{\mathbf{y}}[0] = \underline{\mathbf{C}}\mathbf{x}^{E}[0]$.

Aby obserwator był stabilny, macierz $\underline{\mathbf{C}}\, \mathbf{A}\underline{\mathbf{C}}^{+}$ jednak musi być stabilna.

Zdefiniujmy sygnał pomocniczy $\mathbf{w}$ (wektor, o wymiarze n-l):

$$\mathbf{w}[k] = \underline{\mathbf{y}}[k] - \mathbf{K}\mathbf{C}\, \mathbf{x}[k] \tag{22}$$

Macierz $\mathbf{K}$ jest macierzą projektową obserwatora. Na podstawie (22) otrzymujemy, że

$$\mathbf{w}[k] = [\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{K}\mathbf{C}]\, \mathbf{x}[k] \tag{23}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_k \\ \mathbf{w}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ -\mathbf{K} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ C_{ort} \end{pmatrix} \boldsymbol{x}_k \tag{24}$$

Lewa macierz po prawej stronie równania jest blokowa, przy czym lewy górny blok, to macierz jednostkowa $\mathbf{I} \in \mathbf{M}(l, l)$, prawy górny blok to macierz zerowa $\mathbf{O} \in \mathbf{M}(l, n\text{-}l)$, lewy dolny blok, to macierz projektowa $-\mathbf{K}$, prawy dolny blok to macierz jednostkowa $\mathbf{I} \in \mathbf{M}(n\text{-}l, n\text{-}l)$. Macierz blokowa jest w sposób oczywisty odwracalna. W macierz odwrotna jest niemal identyczna, zmieni się jedynie znak w lewym, dolnym bloku. Zatem:

$$\mathbf{x_k} = [\boldsymbol{C}^{+}\ \boldsymbol{C}^{+}_{\mathrm{ort}}] \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ -\mathbf{K} & \mathbf{I} \end{pmatrix}^{-1} [\mathbf{y}_k\ \mathbf{w}_k]^{T} = \boldsymbol{C}^{+}\boldsymbol{C}^{+}_{\mathrm{ort}}\mathbf{K}\, \mathbf{y}_k + \boldsymbol{C}^{+}_{\mathrm{ort}}\mathbf{w}_k \tag{25}$$

Ponieważ próbki { $\mathbf{y}_k$ } są dostępne poprzez pomiary, wystarczy zbudować obserwator sekwencji pomocniczej { $\mathbf{w}_k$}, aby uzyskać estymatę $\mathbf{x}_2$ . Różnica w stosunku do obserwatora niepełnego rzędu opisanego równaniem (21) polega na tym, że nie miał on gwarantowanej zbieżności (o czy decydowały macierze **A**, **C** modelu obiektu). Obecnie mamy wpływ na zbieżność projektowanego obserwatora zredukowanego poprzez właściwy dobór macierzy projektowej **K**.

$$\mathbf{w}_{k+1} = [\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{K}\mathbf{C}]\, \mathbf{x}_{k+1} = [\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{K}\mathbf{C}]\, [\mathbf{A}\, \mathbf{x}_k + \mathbf{B}\, \mathbf{u}_k] = [\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{K}\mathbf{C}]\{\mathbf{A}\, \underline{\mathbf{C}}^{+}\mathbf{w}_k + \mathbf{B}\, \mathbf{u}_k + \mathbf{A}[\, \boldsymbol{C}^{+} + \underline{\mathbf{C}}^{+}\mathbf{K}]\, \mathbf{y}_k\}$$

Równanie to jest równaniem stanu obserwatora zredukowanego. Jego macierz stanu jest równa:

$$[\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{KC}]\mathbf{A}\,\underline{\mathbf{C}}^{+} \in \mathbf{M}(\text{n-l,n-l}).$$

Macierz sprzężeń od wyjść:

$$[\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{KC}]\ \mathrm{A}[\ \boldsymbol{C}^{+} + \underline{\mathbf{C}}^{+}\mathrm{K}] \in \mathbf{M}(\text{n-l, l}).$$

Macierz sprzężeń od wejść:

$$[\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{KC}]\mathrm{B} \in \mathbf{M}(\text{n-l, m}).$$

Równanie dynamiki błędu śledzenia $\mathbf{e}_k = \mathbf{w}_k - \mathbf{w}_k^E$

$$\mathrm{e}_{k+1} = [\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{KC}]\mathbf{A}\,\underline{\mathbf{C}}^{+}\,\mathbf{e}_k\,.$$

Estymata wektora stanu układu jest równa:

$$\mathbf{x}^E[k] = [\ \boldsymbol{C}^{+} + \underline{\mathbf{C}}^{+}\mathrm{K}\ |\ \underline{\boldsymbol{C}}^{+}\ ]\begin{bmatrix}\mathbf{y}[k]\\ \mathbf{w}[k]\end{bmatrix}$$

Analiza macierzy $[\underline{\mathbf{C}} - \mathbf{KC}]\mathrm{A}\,\underline{\mathbf{C}}^{+}$ prowadzi do wniosku, że warunkiem koniecznym i wystarczającym ustabilizowania się sekwencji $\{\mathbf{w}_k\}$ jest wykrywalność pary macierzy: $(\underline{\mathbf{C}}\ \mathbf{A}\ \underline{\mathbf{C}}^{+}, \mathbf{CA}\ \underline{\mathbf{C}}^{+})$.

## Twierdzenie.

Układ o parze macierzy stanu i wyjścia postaci $(\underline{\mathbf{C}}\ \mathbf{A}\ \underline{\mathbf{C}}^{+}, \mathbf{CA}\ \underline{\mathbf{C}}^{+})$ jest wykrywalny wtedy i tylko wtedy, gdy wykrywalna jest para $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ modelu obiektu obserwowanego.

Innymi słowy, obserwator zredukowany obiektu wykrywalnego jest również wykrywalny (niezależnie od rzędu l).