Wykład 1

17 grudnia 2021

1 Analiza wielowymiarowego obiektu sterowania w przestrzeni stanu

1.1 Definicja obiektu sterowania

- Obiekt nazywamy obiektem sterowania gdy sterownik/podmiot sterujący oddziaływuje na dynamikę ewolucji stanu obiektu.
- Skutki tych działań obserwujemy przez sygnały wyjściowe
- Wielowymiarowy obiekt sterowania to taki obiekt który ma wiele wejść, oraz wiele wyjść.
- Wystarczy że liczba sygnałów sterujących, sygnałów zakłócających bądź sygnałów wyjściowych będzie większa od 1 aby była mowa o obiekcie wielowymiarowym
- Nazywamy go obiektem MIMO, czyli Multiple Input Multiple Output

1.2 Rodzaje sygnałów wejściowych

Sygnały wejściowe dzielimy na sygnały sterujące oraz sygnały zakłócające.

Sygnały sterujące to takie sygnały, które możemy modulować aby osiągnąc cel sterowania. Tym celem może być na przykład uzyskanie danego przebiegu zmiennych stanu obiektu

Pozostałe sygnały traktujemy jak sygnały zakłócające. Reprezentują one oddziaływanie czynników środowiskowych na obiekt sterowania. Nie możemy na przebieg tych sygnały wpływać, ale zazwyczaj możemy je zmierzyć

GrafMasona.png

1.3 Analiza obiektu sterowania typu MIMO

Analiza obiektów MIMO znacząco różni sie od obiektów SISO poznanych wcześniej. Wynika to z tego, że trzeba uwzględnić interakcje sygnałów pomiędzy sobą. Takie interakcje nazywamy również sprzężeniami skrośnymi w strukturze obiektu

Ta nazwa będzie mieć więcej sensu później, na razie zapamiętaj że ona się pojawiła

Każdy sygnał sterujący ma potencjał aby wpływał na pozostałe sygnały wyjściowe. Konsekwencją tego jest to że nie możemy po prostu zwiększyć liczby podproblemów typu Single Input Single Output. Dobranie regulatora do obiektu MIMO komplikuje właśnie przez to że sygnały są współzależne od siebie.

2 Sporządzanie modeli MIMO w przestrzeni stanu

2.1 Podejście eksperymentalne

Podejście eksperymentalne będzie również nazywane eksperymentem w dalszej części opracowania

Podejście eksperymentalne polega na oddzielnym pobudzaniu sygnałem harmonicznym (np sinusoidom) o znanej pulsacji wejść obiektu. Celem tego jest wyznaczenie w stanie ustalonym wzmocnień oraz przesunięć fazowych, a następnie zapisanie charakterystyk amplitudowo fazowych poszczególnych kanałów przepływu sygnału.

Podejście to sprawdza się tylko w wyjątkowych przypadkach do sporządzenia modelu wejść-wyjść obiektu. Taki przypadek następuje gdy badany obiekt jest stabilnym liniowo obiektem niskiego rzędu.

2.2 Przepływ sygnałów w systemach złożonych

Przez kanał rozumiemy scieżkę jaką przeszedł sygnał od danego wejścia do danego wyjścia obiektu. Tą ścieżkę łatwo sobie zwizualizować na Grafie Sygnałowym Masona Taki graf może pomóc nam rozrysować połączenie dowolnie obranego wejścia z dowolnie obranym wyjściem. Jak widać takie połączenie możemy opisać transmitancją. Nie dla każdego połączenia wejścia oraz wyjścia istnieje połączenie, wówczas taki kanał nie istnieje, a transmitancja jest równa zero.

2.3 Sporządzanie właściwego modelu obiektu w przestrzeni stanu

W wyniku eksperymentalnego podejścia opisanego wyżej otrzymujemy jedynie dyskretne punkty charakterystyki amplitudowo-fazowej. Przebieg charakterystyki dla wszystkich możliwych pulsacji otrzymujemy za pomocą aproksymacji np. metodą najmniejszych kwadratów.

Aproksymacja ta jest zadaniem stosunkowo prostym jedynie dla kanałów charakteryzujących się dynamika niskiego rzędu. Czyli takich gdzie mianownik transmitancji widmowej jest niskiego rzędu, a licznik jest rzędu nie większego od rzędu mianownika. Najprościej jest gdy licznik nigdy się nie zeruje. Można również się posłużyć krzywikiem lub matlabem. (przyp. tł. nie wiem czym jest krzywik i szczerze mówiąc chuj mnie to obchodzi)

Dla dynamiki niskiego rzędu mniejszych od 4 istnieją stabelaryzowane charakterystyki modelowe, które porównujemy z rezultatem aproksymacji na zasadzie graficznego podobieństwa. Takie stwierdzenie podobieństwa upoważnia nas do podporządkowania charakterystyki do jednej z klas modelowych. Klasy te mają określoną ogólną postać parametryczną $G(s)$ oraz $G(\omega j)$. Dane transmitancje z tabeli mają posiadają sparametryzowane niektóre parametry. Tymi parametrami mogą być

- współczynnik wzmocnienia
- stałe czasowe
- tłumienność
- okres drgań własnych

Dysponując konkretnym przebiegiem charakterystyki amplitudowo-fazowej możemy przystąpić do wyznaczania nieznanych parametrów. Parametry można wyznaczyć

- graficznie. Jednak każda modelowa charakterystyka posiada specyficzny sposób wyznaczania tych parametrów
- analitycznie, rozwiązując układ równań. Po lewej stronie równania wpisujemy wyznaczone z eksperymentu moduły i fazy, natomiast po prawej stronie wstawiamy sparametryzowane wartości z transmitancji z tabelki. Za ωj wstawiamy konkretne wartości dla których był przeprowadzany eksperyment.

2.4 Konsekwencje otrzymanego modelu stanu

Sukces powyższej metody w dużej mierze zależy od możliwie najmniejszej ilości szumów w układzie oraz szumów pomiarowych. Rezultatem żmudnego eksperymentu jest niesparametryzowana postać obiektu sterowania w postaci dyskretnych tablic próbek charakterystyk amplitudowo-fazowych poszczególnych kanałów wejścia-wyjścia. Tablice te są w postaci pary modułu oraz przesunięcia fazowego, dla danej pulsacji pobudzenia.

Otrzymane transmitancje dla poszczególnych wejść oraz wyjść następnie możemy wsadzić do macierzy dumnie nazywającą się transmitancją macierzową wielowymiarowego obiektu sterowania

Elementy na przekątnej reprezentują transmitancje własne kanałów wejścia-wyjścia, natomiast elementy poza diagonalą to są wcześniej wspomniane transmitancje skrośne. Jeśli dany kanał wejścia nie jest połączony z innym kanałem wyjścia to w tym miejscu gdzie powinna być transmitancja danego wejścia wyjścia macierz posiada wartość zero.

Ta macierz może być punktem wyjścia do wyprowadzenia równań w dziedzinie czasu, wiążących poszczególne sygnały wyjściowe z poszczególnymi sygnałami wejściowymi albowiem:

$$M_{ij}(s) \cdot Y_j(s) = L_{ij}(s) \cdot U_i(s) \tag{1}$$

Gdzie M jest mianownikiem transmitancji a L jest licznikiem. i oraz j oznaczają kolejno numer wejścia oraz numer wyjścia.

Stosując odwrotną transformatę Laplace'a otrzymujemy równania różniczkowe w dziedzinie czasu.

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + ... + a_0y(t) = b_{(m)}u(t) + ... + b_0u(t) \tag{2}$$

Najczęściej mamy do czynienia z przypadkami, gdy w poszczególnych transmitancjach G$_{ij}(s)niewystpujzera.Wtedytakikanamastatycznywspczynnikwzmocnieniak_{ij} = b_{0ij}$

Postać ogólną równania otrzymujemy rozwiązaując równanie jednorodne

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + ... + a_0y(t) = 0 \tag{3}$$

Ponieważ jest to równanie liniowe n-tego rzędu, to jego rozwiązanie wymaga znajomości n warunków początkowych

Dla każdego z sygnałów wyjściowych należy ustalić maksymalny rząd jego pochodnej względem czasu. Pochodne te znajdujemy przeglądając wierszami transmitancje macierzową. (przyp. tł. ostatni paragraf jest zlepkiem informacji bez wniosków bo te są zawarte w następnej prezentacji)