PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ
CIENCIAS SOCIALES
CICLO 2022-2

Fundamentos de Econometría
Práctica Dirigida 3

Profesor:	Juan Palomino	juan.palominoh@pucp.pe
Jefes de Práctica:	Tania Paredes	tania.paredes@pucp.edu.pe

Fecha: 10 – 09 – 2022

Modelo Multivariado

1. Mínimos Cuadrados Ordinarios con 3 variables

$$Y_i = \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$

Se tiene una muestra de 33 observaciones. Además, se sabe que:

$$\sum_{i=1}^{33} Y_i = 35, \sum_{i=1}^{33} X_{1i}^2 = 2 , \sum_{i=1}^{33} X_{2i}^2 = 10 , \sum_{i=1}^{33} X_{3i}^2 = 1$$

$$\sum_{i=1}^{33} X_{1i} X_{2i} = 1 , \sum_{i=1}^{33} X_{2i} X_{3i} = 0 , \sum_{i=1}^{33} X_{1i} X_{3i} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{33} X_{1i} Y_i = 5 , \sum_{i=1}^{33} X_{2i} Y_i = 5 , \sum_{i=1}^{33} X_{3i} Y_i = 4$$

a. Calcular por MCO los coeficientes estimados $\widehat{\beta_1}$, $\widehat{\beta_2}$ y $\widehat{\beta_3}$.
b. Halle el estimador $\hat{\sigma}^2$.
c. Encontrar la varianza estimada de $\widehat{\beta_2}$ y $\widehat{\beta_3}$ y la covarianza estimada entre estos estimadores.
d. Hacer una prueba de hipótesis al 95% de confianza donde la hipótesis nula es:

$$H_0: \beta_2 = 0$$

(Nota: $t_{0.975}(30) = t_{0.025}(30) = 2.0423$)

2. **Regresión Particionada**
    a. A partir de los errores estimados, obtenga la matriz generadora de residuos **M**
    b. Interprete dicha matriz
    c. ¿Esta matriz es simétrica? ¿Cuál es el resultado de esta matriz multiplicada por sí misma?
    d. Desarrolle el Teorema de Frisch-Waugh y explique por qué es importante al momento de realizar regresiones particionadas.

3. **Problema de variables omitidas**

    a. ¿Qué es lo que puede causar que los estimadores MCO sean sesgados?
        i. Heterocedasticidad
        ii. La omisión de una variable importante
        iii. Un coeficiente de correlación muestral de 0.95 entre dos variables independientes incluidas en el modelo

    b. Suponga que la productividad promedio de los trabajadores de una empresa manufacturera (*avgprod*) depende de dos factores, el promedio de horas de capacitación (*avgtrain*) y la habilidad promedio del trabajador (*avgabil*):

    $$avgprod = \beta_0 + \beta_1 avgtrain + \beta_2 avgabil + \varepsilon$$

    Asuma que esta ecuación satisface los supuestos de Gauss-Markov. Si se han otorgado subvenciones a las empresas cuyos trabajadores tienen habilidades inferiores al promedio, de manera que avgtrain y avgabil están correlacionadas de forma negativa, ¿cuál es el sesgo probable en $\tilde{\beta}_1$que se obtiene de la regresión simple entre $avgprod$ sobre $avgtrain$?

    c. La siguiente ecuación describe la media del precio de la vivienda en una comunidad en términos de cantidad de contaminación (nox) y del número promedio de habitaciones en las casas de la comunidad (rooms)

    $$log(price) = \beta_0 + \beta_1 log(nox) + \beta_2 rooms + \varepsilon$$

        i. ¿Cuáles son los signos probables de β_1 y β_2?
        ii. ¿Por qué podría *log(nox)* y *rooms* estar correlacionad de manera negativa? Si es ese el caso, ¿produce la regresión simple de *log(price)* sobre *log(nox)* un estimador de β_1 con sesgo positivo o negativo?

4. **Problema de inclusión de variable irrelevante**

Supongamos que el modelo verdadero que explica el comportamiento de la variable *y* en función de la variable *x* es

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \varepsilon_i$$

pero, por error, añadimos una variable irrelevante (X_{2i}) al modelo (irrelevante en el sentido que el verdadero coeficiente β_2 de la variable X2 es cero), y estimamos

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$$

Conteste verdadero o falso a las siguientes afirmaciones, justificando detalladamente su respuesta:

i. El R2 del modelo (2) es mayor que el del modelo (1).
ii. Las estimaciones de β_0 y de β_1 obtenidas de (2) son insesgadas
iii. La inclusión de la variable irrelevante (X2) no afecta a la varianza de $\hat{\beta}_0$ y de $\hat{\beta}_1$.