Cambio Estructural

Fundamentos de Econometría

Juan Palomino[1]

[1]Magister en Economía Aplicada con Mención Estudios Regionales
juan.palominoh@pucp.pe

Departamento de Economía

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test $Cusum$ y $Cusum^2$

Definición

- ¿Qué ocurriría si en realidad los parámetros β del modelo no fueran válidos para todas las observaciones?
- Evidencia de alteración significativa de los parámetros del modelo a lo largo de la muestra utilizada.

¿Por qué se produce?

- Existe alteración exógena de la estructura analítica a lo largo del periodo (cambios políticos, económicos, fiscales, monetarios, etc).
- Error de especificación (omisión de variables, inadecuada forma funcional).

¿Cómo se detecta?

- Dos grupos:
  - Test basado en la comparación de modelos restringidos y no restringidos: Test Chow
  - Test basado en estimaciones recursivas: CUSUM y CUSUM cuadrado.

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test *Cusum* y *Cusum*^{2}

Test de Chow

- No busca cambios estructurales en la muestra, sino que confirma o desmiente una sospecha previa de cambio estructural.
- Debe conocerse el punto o los puntos de cambio de estructura.
- Conviene que el punto de quiebre no se encuentre muy cerca del principio o final de la muestra.

Procedimientos

- Se divide la muestra total de tamaño n en las dos submuestras que determina el punto de corte (n_1 y n_2).
- Aparte del modelo inicialmente estimado se estiman dos modelos más, uno de cada submuestra.
- Utilizando los errores de la estimación original y de las dos estimaciones parciales se elabora un contraste, cuya hipótesis nula será que los dos conjuntos de parámetros son iguales (no hay cambio estructural).

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test $Cusum$ y $Cusum^2$

Modelo

- La prueba de Chow construye los siguientes modelos de regresión:
  - Modelo 1 ($n = n_1 + n_2$ observaciones):

$$y_t = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \ldots + \varepsilon_t$$

  - Modelo 2 (n_1 observaciones):

$$y_t = \alpha_1 + \beta_{1,1} X_1 + \beta_{2,1} X_2 + \ldots + \varepsilon_t$$

  - Modelo 3 (n_2 observaciones):

$$y_t = \alpha_2 + \beta_{1,2} X_1 + \beta_{2,2} X_2 + \ldots + \varepsilon_t$$

Hipótesis

- La hipótesis de la prueba Chow:

$$H_0 : \left\{ \begin{array}{c} \alpha = \alpha_1 = \alpha_2 \\ \beta_1 = \beta_{1,1} = \beta_{1,2} \\ \beta_2 = \beta_{2,1} = \beta_{2,2} \end{array} \right\}$$

$$H_1 : \alpha \neq \alpha_i ;\ \beta \neq \beta_{i,j}$$

- Donde $\beta_{i,j}$ es el coeficiente $i-th$ en el modelo de regresión $j-th$ $(j = 1,2,3)$.

La Prueba Estadística de Chow

- La prueba estadística Chow se define como:

$$F = \frac{(SCR_R - SCR_{NR})/k}{(SCR_{NR})/(n_1 + n_2 - 2k)}$$

- Donde:
  - SCR es la suma de los cuadrados de los residuos.
  - k es el número de variables explicatorias
  - n_1 es el número de las observaciones de la primera muestra
  - n_2 es el número de las observaciones de la segunda muestra
- Las estadísticas de la prueba Chow sigue una distribución F con k, y $n_1 + n_2 - 2k$ grados de libertad en el numerador y denominador respectivamente.

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test *Cusum* y $Cusum^2$

Ejercicio

- Ejercicio en Colab. (Ver Gujarati: Tabla 8.9)

Ejercicio

- Datos corresponden al ahorro (Y) y al ingreso personal disponible (X) en miles de millones de dólares para US en el periodo 1970-1995.
- Se sabe que en este periodo de tiempo se presento a partir de 1982 la recesión de la economía de US en periodo de paz.
- Determine si este hecho pudo haber generado un cambio en la función de ahorro.

Ejercicio

- El modelo es:
  - Periodo 1970-1981:

$$Y_t = \lambda_1 + \lambda_2 X_1 + e_{1t}\,(n_1 = 12)$$

  - Periodo 1982-1995:

$$Y_t = \gamma_1 + \gamma_2 X_1 + e_{2t}\,(n_2 = 14)$$

  - Periodo 1970-1995:

$$Y_t = \alpha_1 + \alpha_2 X_1 + e_{1t}\,(n_1 = 26)$$

Ejercicio

- Hipótesis de cambio estructural (Prueba de Chow)
- Para β_k:

$$H_0 : \alpha_k = \lambda_k = \beta_k$$
$$H_1 : \alpha_k \neq \lambda_k \neq \beta_k$$

Ejercicio

- Tenemos que:

$$F = \frac{(SCR_R - SCR_{NR})/k}{(SCR_{NR})/(n_1 + n_2 - 2k)} \sim F_t[k, (n_1 + n_2 - 2k)]$$

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test *Cusum* y $Cusum^2$

Método de mínimos cuadrados recursivos

- Esta técnica es adecuada cuando trabajamos con datos temporales y se desconoce el momento en que se ha producido un cambio estructural.
- La estimación recursiva consiste en la estimación secuencial del modelo especificado para distintos tamaños muestrales:
  - Empiezas los cálculos con una cantidad limitada de periodos iniciales
  - Luego se va agregando observaciones de periodos de uno en uno hasta llegar al total de datos.
- **Idea:** si no hay cambio estructural, las estimaciones de los parámetros se mantendrán contantes al ir aumentando la muestra secuencialmente y los residuos no se desviaran ampliamente de cero.

Método de mínimos cuadrados recursivos

- Sea X_t la matriz que contiene a las primeras τ filas de las matriz de datos X, desde el periodo 1 hasta el periodo τ, donde $k < \tau \leq T$
- Se define de la misma manera la variable dependiente y_τ
- Luego estimamos los parámetros del modelo por MCO:

$$\hat{\beta}_\tau = (X_t^{'} X_t)^{-1} X_t^{'} y_\tau$$

- Repetimos la estimación para $\tau = K+1, K+2, ..., T$ y graficamos las series de los parámetros estimados.

Método de mínimos cuadrados recursivos

- **Hipótesis de cambio estructural (Coeficientes recursivos)**
- Para β_τ:

$$
\begin{aligned}
H_0 :& \beta_{k+1} = \beta_{k+2} = \beta_{k+3} = \ldots = \beta_n \\
H_1 :& \beta_{k+1} \neq \beta_{k+2} \neq \beta_{k+3} \neq \ldots \neq \beta_n
\end{aligned}
$$

Método de mínimos cuadrados recursivos

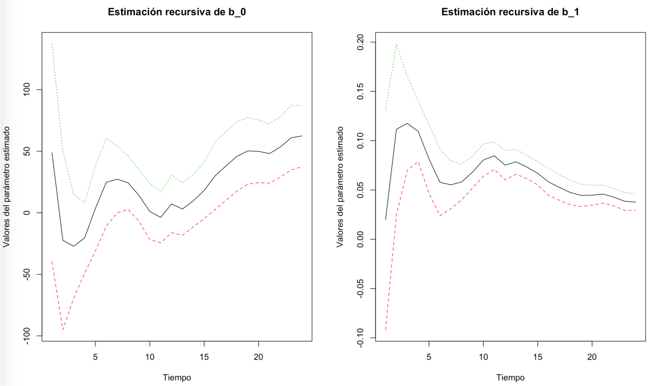


Figura: Estimación Recursiva

Índice

1 Introducción

2 Test basado en modelos restringidos y no restringidos
- Definición Test de Chow
- Modelo e Hipótesis
- Ejercicio

3 Test basado en Estimaciones Recursivas
- Método de mínimos cuadrados recursivos
- Residuos Recursivos, Test *Cusum* y *Cusum*^{2}

Residuos Recursivos

- Sea $\hat{\beta}_\tau$ el vector de parámetros estimados utilizando las τ primeras observaciones:

$$\hat{\beta}_\tau = (X_t^{'} X_t)^{-1} X_t^{'} y_\tau$$

- Entonces el error de predicción "un paso adelante":

$$\hat{e}_{\tau+1} = y_{\tau+1} - x_{\tau+1}^{'} \hat{\beta}_\tau$$

- donde $x_{\tau+1}^{'} = \begin{pmatrix} 1 & x_{\tau 2} & x_{\tau 3} & & x_{\tau k+1} \end{pmatrix}$, vector de datos de las exógenas en el periodo $\tau + 1$.

Residuos Recursivos

- Se tiene que el valor esperado y la varianza del error de predicción en $\tau+1$ vienen dados por:

$$E(\hat{e}_{\tau+1}) = E(y_{\tau+1}) - x'_{\tau+1}E(\hat{\beta}_\tau) = x'_{\tau+1}\hat{\beta}_\tau - x'_{\tau+1}\hat{\beta}_\tau = 0$$

$$Var(\hat{e}_{\tau+1}) = \sigma^2 + x'_{\tau+1}Var(\hat{\beta}_\tau)x'_{\tau+1} = \sigma^2(1 + x'_{\tau+1}(X'_\tau X_\tau)^{-1}x'_{\tau+1})$$

Residuos Recursivos

- Por lo tanto, el residuo normalizado viene a ser:

$$w_{\tau+1} = \frac{\hat{e}_{\tau+1}}{\sqrt{1 + x'_{\tau+1}(X'_\tau X_\tau)^{-1} x'_{\tau+1}}} \sim N(0, \sigma^2)$$

- Si los valores de $w_{\tau+1}$ cambian de manera sistemática, se tomará como evidencia de inestabilidad en los parámetros del modelo.

Test de *Cusum*

- El test de *Cusum* se basa en la suma acumulada de:

$$W_\tau = \frac{w_{k+1}}{\hat{\sigma}} + \frac{w_{k+2}}{\hat{\sigma}} + \ldots + \frac{w_t}{\hat{\sigma}} = \sum_{\tau=K+1}^{\tau=t} \frac{w_\tau}{\hat{\sigma}}$$

- donde $\tau = k+1, ..., T$ y

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{T-(K+1)} \sum_{\tau=K+1}^{T} (w_\tau - \bar{w})^2}$$

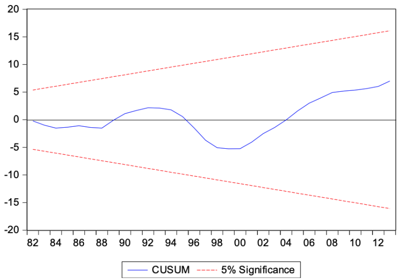
$$\bar{w} = \frac{1}{T-K} \sum_{\tau=K+1}^{T} w_j$$

- Cuando no hay cambio estructural en los parámetros, deberíamos esperar que los w_t sean valores alrededor de cero.

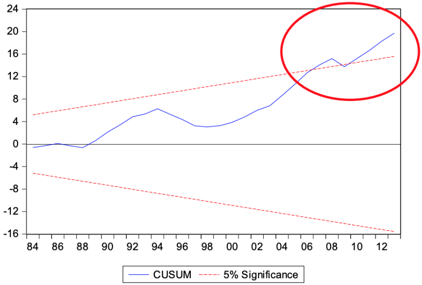
Test de *Cusum*

- Se definen un límite inferior y un límite superior para la trayectoria de la suma acumulada de los errores recursivo:
- Limites de no rechazo: $[K, \pm a\sqrt{T-k}; T, \pm 3a\sqrt{T-k}]$ donde $a = 0{,}948$ y $a = 1{,}143$ para un 95 % y 99 %, respectivamente
- El gráfico de la suma acumulada de los residuos recursivos ($Cusum$) respecto al tiempo permite verificar desviaciones sistemáticas de éstos desde su línea de cero que es el valor esperado.

Test de *Cusum*



(a) No hay cambio estructural



(b) Hay cambio estructural

Figura: Test *Cusum*

Test de *Cusum*^{2}

- Trabaja con el cuadrado de los residuos reescalados. Esta se define como:

$$S_t = \frac{1}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}(w_{k+1}^2 + w_{k+2}^2 + \cdots + w_t^2) = \frac{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=t} w_\tau^2}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}$$

- donde $\tau = k+1, ...T$ y $E[S_t] = (t-K)/(t-T)$.

Test de *Cusum*^{2}

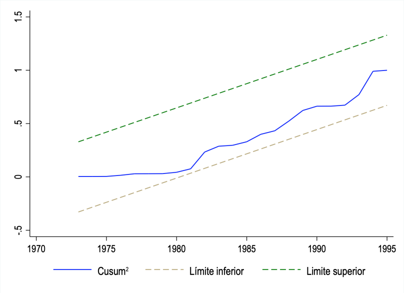
- Esta serie está compuesta por:

$$S_{k+1} = \frac{1}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}(w_{K+1}^2)$$
$$S_{k+2} = \frac{1}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}(w_{K+1}^2 + w_{K+2}^2)$$
$$S_{k+3} = \frac{1}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}(w_{K+1}^2 + w_{K+2}^2 + w_{K+3}^2)$$
$$\vdots$$
$$S_T = \frac{1}{\sum_{\tau=K+1}^{\tau=T} w_\tau^2}(w_{K+1}^2 + w_{K+2}^2 + \cdots + w_T^2) = 1$$

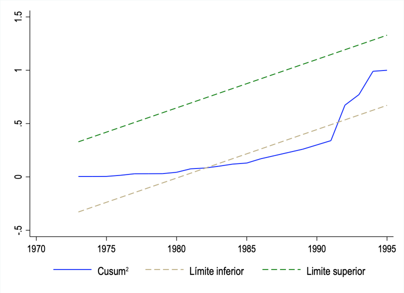
Test de *Cusum*^{2}

- A diferencia de la serie *Cusum*, en *Cusum*^{2} la suma acumulada siempre va a aumentar hasta llegar a 1.
- Se suele graficar con sus bandas de confianza $E[S_t]+c_0$, donde $E[S_t]\approx(t-K)/(T-K)$ y c_0 depende de $(T-K)$ y del nivel de significancia deseado.
- Revisar para más detalle Brown, Durbin y Evans (1975); Harvey (1990) y Johnston (1984).

Test de $Cusum^2$



(a) No hay cambio estructural



(b) Hay cambio estructural

Figura: Test $Cusum^2$

Referencias

- **Capítulo 8.7 y 13.10.** Gujarati, D., & Porter, D. (2010). Econometría (Quinta edición ed.). & P. Carril Villareal, Trad.) México: Mc Graw Hill educación.
- **Capítulo 7.6 y 7.8.** Greene, W. (2000). Análisis econométrico. Tercera edición. Madrid. Prentice Hall.

Lecturas

- Briceño, J. D. L., & Muñoz, M. Á. R. (2009). Análisis del Intercambio entre el Producto y la Inflación en la Economía Mexicana. *Revista Nicolaita de Estudios Económicos*, 4(1), 85-110.
- Brid, J. C. M. (2002). Liberalización comercial y la demanda de importaciones en México. *Investigación económica*, 13-50.
- Melo, L. F., & Rincón, H. (2013). Choques externos y precios de los activos en Latinoamérica antes y después de la quiebra de Lehman Brothers. *Ensayos sobre política económica*, 31(71), 1-35.
- Morales León, N., & Vélez Molano, J. R. (2020). Cambios estructurales en índices bursátiles del mercado MILA entre los años 2008 y 2018. *Semestre Económico*, 23(54), 21-44.
- Sung Kim & Thomas D. Willett (2000)Is the negative correlation between inflation and growth real? An analysis of the effects of the oil supply shocks, *Applied Economics Letters*, 7:3, 141-147.