

Fundamentos de Econometría
Práctica Dirigida 7

Profesor: Juan Palomino juan.palominoh@pucp.pe
Jefes de Práctica: Tania Paredes tania.paredes@pucp.edu.pe

Fecha: 29 – 10 – 2022

1. Testear exogeneidad débil

Variables instrumentales parte de no cumplir con el supuesto de exogeneidad. A partir de ello:

- a. Discuta por qué no podemos testear de forma directa el supuesto de exogeneidad

Solución: No podemos testear de forma directa porque al ser u_i una variable no observable, no puedo hallar la covarianza entre u_i y x_i . Ante ello, Durbin, Wu y Hausman proponen un test que puede analizar de forma indirecta la hipótesis de exogeneidad.

- b. Explique la modalidad utilizada para analizar esta hipótesis a través del Test de Hausman (también llamado Test de Durbin-Wu-Hausman)

Solución: Dichos autores plantean un método indirecto para poder determinar ello. Si estamos bajo el supuesto de exogeneidad, el estimado de VI debe ser igual al estimador de MCO; por lo tanto, la resta de ambos es igual a cero. En cambio, si no se cumple el supuesto de exogeneidad, ambos estimadores deben de ser distintos y su diferencia es distinta a cero.

Ante ello, la hipótesis nula de este test es la siguiente: $H_0: \hat{\beta}_{IV} - \hat{\beta}_{OLS} = 0$, y la alternativa que dicha resta es distinta a cero. El estadístico de este test es:

$$H = (\hat{\beta}_{IV} - \hat{\beta}_{OLS})' [Var(\hat{\beta}_{IV} - \hat{\beta}_{OLS})]^{-1} (\hat{\beta}_{IV} - \hat{\beta}_{OLS})$$

Donde Hausman (1978) demuestra que:

$$Var(\hat{\beta}_{IV} - \hat{\beta}_{OLS}) = Var(\hat{\beta}_{IV}) - Var(\hat{\beta}_{OLS})$$

Dicho estadístico se distribuye como una $\chi^2(rango[Var(\hat{\beta}_{IV}) - Var(\hat{\beta}_{OLS})])$. Si el estadístico es mayor a la hipótesis nula, se rechaza hipótesis de exogeneidad y evidenciamos presencia de endogeneidad.

2. Mínimos Cuadrados en Dos Etapas

- a. Asuma que el número de instrumentos es mayor por una unidad al número de variables exógenas. Demuestre que en ese caso no es posible estimar el modelo por variables instrumentales.

Z aumenta su dimensión

$$X_{N \times K} \text{ y } Z_{N \times (K+1)}$$

$$\therefore \hat{\beta}_{IV} = \underbrace{\begin{pmatrix} Z' & X \end{pmatrix}^{-1}}_{(K+1) \times K} \underbrace{Z' Y}_{(K+1) \times N}$$

→ No es una matriz cuadrada, no tiene inversa

- b. A través de Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E o en inglés 2SLS) solucione el problema presentado en a.

Etapas 1 Regresión Z sobre X

$$X_{N \times K} = Z_{N \times (K+1)} \gamma_{(K+1) \times K} + V_{N \times K} \quad // \text{ Encontramos el estimador } \hat{\gamma} \text{ en el primer paso}$$

$$\hat{\gamma}_{(K+1) \times K} = \underbrace{(Z'Z)^{-1}}_{(K+1) \times (K+1)} \underbrace{Z'X}_{(K+1) \times K}$$

$$\therefore \hat{X}_{N \times K} = Z_{N \times (K+1)} \hat{\gamma}_{(K+1) \times K} = Z(Z'Z)^{-1}Z'X$$

Etapas 2 Regresión X sobre Y pero usando como instrumento \hat{X}

$$Y = X\beta + u \rightarrow \hat{X}'Y = \hat{X}'X\beta + \hat{X}'u$$

$$\hat{\beta}_{MC2E} = (\hat{X}'X)^{-1}\hat{X}'Y$$

$$\boxed{\hat{\beta}_{MC2E} = \left(X'Z(Z'Z)^{-1}Z'X \right)^{-1} X'Z(Z'Z)^{-1}Z'Y}$$

MC2E es una generalización de IV

Donde se puede encontrar la matriz de proyección simétrica

$$P_Z = Z(Z'Z)^{-1}Z'$$

$$\hat{\beta}_{MC2E} = (X'P_ZX)^{-1}X'P_ZY$$

3. Laboratorio R-Studio y Stata

Considere el siguiente modelo de regresión lineal simple que describe la relación entre el ingreso per cápita Y_i y el nivel de institucionalidad, X_i , de $i = 1; 2; \dots; N$ países:

$$Y_i = \beta_1 + X_i\beta_2 + \varepsilon_i$$

donde ε_i es un término de perturbación. Y_i está representado por el logaritmo del PBI real per cápita del país i y que X_i es el índice de institucionalidad del país i utilizado por Acemoglu, Johnson y Robinson (2001). Además, asuma que X_i es un regresor endógeno y que Z_i es un instrumento válido (relevante y exógeno), representado por el logaritmo de la tasa de mortalidad de los colonos registrada entre los siglos XVII y XIX.

A partir de la base de datos de Acemoglu, Johnson y Robinson (2001), realice el siguiente análisis en Stata:

- Importar la base de datos.
- Estimar el modelo (1) usando el estimador OLS. Utilice errores estándar robustos.
- Estimar el modelo (1) usando el estimador de variables instrumentales (IV), también conocido como estimador de mínimos cuadrados en dos etapas (TSLS o 2SLS). Utilice errores estándar robustos.
- Calcule el efecto marginal de X_i sobre Y_i usando los estimados IV. ¿Por qué es diferente al efecto marginal obtenido con los estimados OLS?
- Evalúe la relevancia del instrumento. ¿Se puede decir que el instrumento es débil?
- Evalúe la exogeneidad del regresor X_i .
- Incluya en el modelo 1 la variable “lat_abst”, “Asia”, “Africa” y “malfal94”; además, utilice como instrumento adicional “euro1900”. Analice la validez de los instrumentos con el test de Hausman. ¿Cómo cambia el efecto marginal de las instituciones?
- Redacte un script en R-Studio que le permita responder la pregunta (Tarea de 2 puntos para PC2).