

Ce texte est largement inspiré d'un TP proposé par monsieur Jean-François Bercher.

OBJECTIFS DU TDM

Le but de ces Travaux Dirigés sur Machine est d'illustrer et d'appliquer des notions vues en cours sur les signaux aléatoires.

Nous espérons qu'à l'issue de cette séance, vous saurez correctement manipuler ces notions et aurez compris l'intérêt et l'apport de ces dernières pour le traitement et l'interprétation des signaux, dont les domaines d'application sont très variés.

CONSIGNES

Les programmes Matlab vous sont fournis. Vous devez les comprendre, les exécuter, et éventuellement modifier des paramètres. Les résultats obtenus devront être analysés, interprétés et expliqués par la « théorie ».

Pour la troisième partie, les résultats obtenus lors de la résolution de l'exercice 3 du TD vous seront utiles.

EXERCICE 1 (~ 30 minutes)

ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS DES SIGNAUX ALÉATOIRES SUR DES EXEMPLES

Partie a

On considère une sinusoïde bruitée : $X(n, \omega) = A \sin(2\pi f_0 n T_e) + B(n, \omega)$.

La fonction *plot_rea* permet d'afficher quelques-unes de ses réalisations ainsi que les moyennes d'ensemble (statistiques) et temporelles. Examinez le script *exo1a.m*, regardez l'aide de *plot_rea.m*, exécutez, analysez, modifiez les paramètres (par exemple : amplitude, nombre de points, nombre de réalisations totales...).

Le signal est-il stationnaire, ergodique, à quel ordre ?

Partie b

On examine maintenant les histogrammes de deux bruits, respectivement Gaussien et uniforme, à l'aide du script *exo1b.m*. Examinez plusieurs réalisations (pour cela, relancez le programme). Modifiez le nombre de points. Interprétez les courbes et comparez la moyenne dans chaque cas.

Activez les commandes pour calculer et tracer les autocorrélations des deux cas. Interprétez. Que pensez-vous de la relation entre blancheur et caractère Gaussien/uniforme ?

EXERCICE 2 (< 1h30)

FILTRAGE

On étudie à présent l'effet d'un filtrage. On prend ici la réponse impulsionnelle classique $h(n) = a^n$ et l'entrée $x(n)$ est un bruit blanc uniforme de moyenne non nulle. La sortie est notée $y(n)$.

Partie a : Effet du filtrage

Parcourez le script *exo2a.m* puis exécutez-le.

Comparez les signaux d'entrée et de sortie, notamment leur rapidité de variation. De quel type de filtre s'agit-il ?

Comparez les histogrammes de l'entrée et de la sortie. Interprétez.

Examinez l'allure de la TF du signal de sortie. Expliquez.

Comparez les différentes fonctions de corrélation et expliquez leur allure.

Expérimentez en changeant le nombre de points N et la valeur/signe de a .

Partie b : Identification d'un système

Parcourez le script *exo2b.m* puis exécutez-le.

Comparez la réponse impulsionnelle h à l'inter-corrélation $R_{yx}(k)$ (figure 6). Expliquez.

On considère la même méthode d'indentification par inter-corrélation, mais dans le cas où la sortie est corrompue par un bruit additif. Etudiez la deuxième partie du script, exécutez, observez, expliquez. Lancez le script plusieurs fois (= différentes réalisations du bruit).

EXERCICE 3 (< 1h30)

MAXIMISATION DU RAPPORT SIGNAL A BRUIT (FILTRAGE ADAPTE)

Rappel du contexte de l'exercice 3 du TD.

On simule maintenant un problème de sismique réflexion (ou de sonar ou de radar), où il s'agit de détecter la position d'interfaces renvoyant des échos en réponse à une stimulation. Le retard avec lequel est enregistré l'écho correspond au temps de propagation, relié de manière simple à la distance des objets d'intérêts. A une stimulation $s(t)$ correspond alors

une observation : $r(t) = \sum A_i s(t - t_i) + b(t)$, où les t_i sont les retards et les A_i les coefficients de réflexion. Pour localiser les interfaces, on utilise un filtre adapté, qui maximise le rapport signal-à-bruit.

Partie a

En utilisant le script *exo3a.m*, examinez les différents signaux. Peut-on détecter les positions des interfaces sur les signaux temporels ? Sur les fonctions de corrélation bruitées et non bruitées ? Quel est l'intérêt de choisir un signal de stimulation dont l'autocorrélation est très « piquée » ?

Partie b

Editez le script *exo3b.m*, cherchez à comprendre puis exécutez. Comparez la sortie du filtre adapté et l'inter-corrélation. A quoi correspond le seuillage ? Conclusions. Modifiez le niveau de bruit, le nombre de points, etc...