

Университет ИТМО

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Направление подготовки 09.03.04 Программная инженерия

Дисциплина «Вычислительная математика»

Отчёт

Лабораторная работа №2

Вариант 9

Выполнил:

Прокофьев Арсений Александрович

P3213

Преподаватель:

Машина Екатерина Алексеевна

Санкт-Петербург, 2024 г.

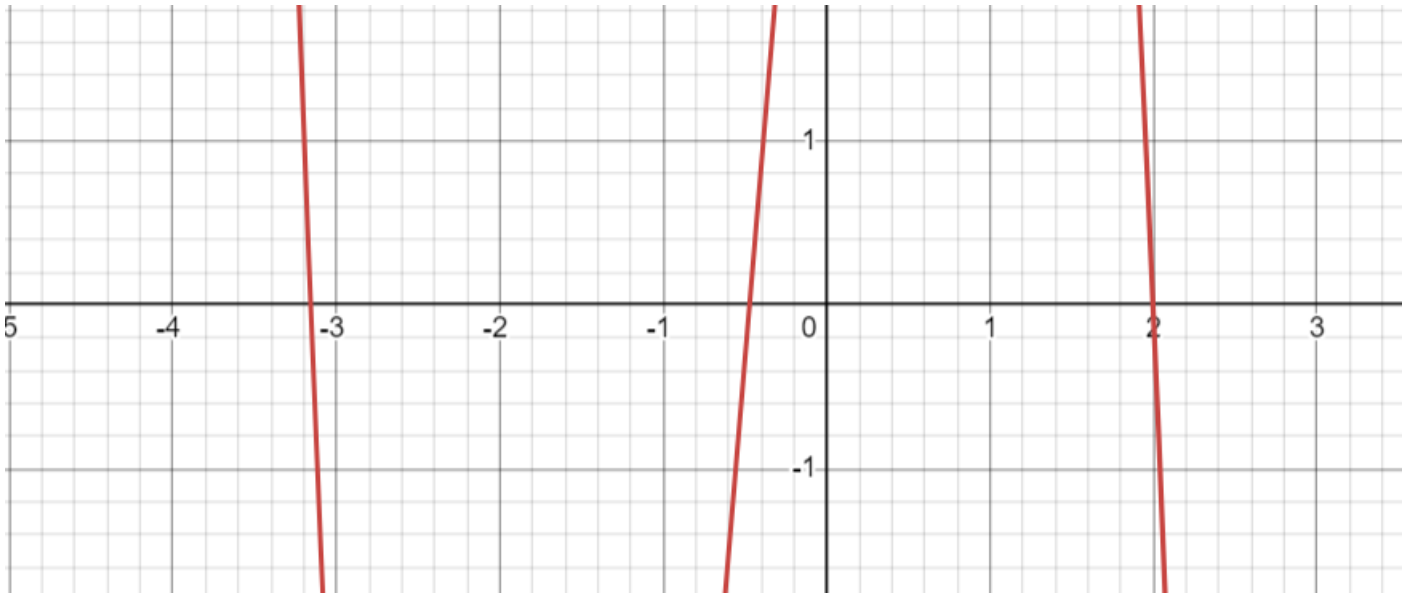
Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов

1 вычислительная часть. Решение нелинейного уравнения

$$f(x) = -1.8 * x^3 - 2.94 * x^2 + 10.37 * x + 5.38$$

1) Графически:



2) Интервалы изоляции корня:

Для левого корня: $[-3.2, -3]$

Для центрального корня: $[-0.6, -0.4]$

Для правого корня: $[1.8, 2.0]$

3) Уточнение корней с точность $\text{eps} = 10^{-2} = 0.01$

Метод половинного деления - крайний правый корень

Метод простой итерации - крайний левый корень

Метод секущих - центральный корень

Уточнение корня уравнения методом половинного деления

№ шага	a	b	x	f(a)	f(b)	f(x)	a-b
1	1.8	2.0	1.9	4.023	-0.04	2.123	0.2
2	1.9	2.0	1.95	2.123	-0.04	1.075	0.1
3	1.95	2.0	1.975	1.075	-0.04	0.526	0.05
4	1.975	2.0	1.988	0.526	-0.04	0.245	0.025
5	1.988	2.0	1.994	0.245	-0.04	0.103	0.012
6	1.994	2.0	1.9975	0.103	-0.04	0.032	0.006 < eps

$$-1.8 * x^3 - 2.94 * x^2 + 10.37 * x + 5.38 = 0$$

$$x = (1.8x^3 + 2.94x^2 - 5.38) / 10.37$$

$$f_1(x) = (1.8x^3 + 2.94x^2 - 5.38) / 10.37$$

$$f_1'(x) = (5.4x^2 + 5.88x) / 10.37$$

На отрезке $[-3.2, -3]$ условие сходимости не выполняется.

Введем параметр h.

$$(-1.8 * x^3 - 2.94 * x^2 + 10.37 * x + 5.38) * h = 0$$

$$x = (-1.8x^3 - 2.94x^2 + 10.37 * x + 5.38) * h + x$$

$$f_i(x) = (-1.8x^3 - 2.94x^2 + 10.37 * x + 5.38) * h + x$$

$$f_i'(x) = 1 + h * (-5.4x^2 - 5.88x + 10.37)$$

$$h = 1/(\max[a,b](f'(x))) = 1/26.11 = 0.0383$$

На отрезке $[-3.2, -3]$ выполняется условие с $h = 0.0383 - |f_i'(x)| < 0.5 < 1$

$$f_i(x) = (1.8x^3 + 2.94x^2 + 10.37 * x + 5.38) * 0.0383 + x$$

Уточнение корня уравнения методом простой итерации

№ итерации	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$ x_{k+1} - x_k $
1	-3.2	-3.1589	0.024	0.041 > eps
2	-3.1589	-3.15798	0.001	0.0092 < eps

Уточнение корня уравнения методом секущих

№ итерации	x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$ x_{k+1} - x_k $
1	0	-0.4	-0.477	-0.04	0.077 > eps
2	-0.4	-0.477	-0.48	-0.07591	0.003 < eps

2 часть. Решение системы нелинейных уравнений

Задание:

1. Отделить корни заданной системы нелинейных уравнений графически (вид системы представлен в табл. 8).
2. Используя указанный метод, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,01.
3. Для метода простой итерации проверить условие сходимости метода.
4. Подробные вычисления привести в отчете.

9	$\begin{cases} \sin(x + y) = 1,5x - 0,1 \\ x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$	Метод Ньютона
---	--	---------------

2.1.2 Решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона

А далее вычислять на каждой итерации:

$$x_{i+1} = x_i + \Delta x_i \text{ и } y_{i+1} = y_i + \Delta y_i,$$

где x_i, y_i - текущее приближение к корню,

x_{i+1}, y_{i+1} - последующее приближение,

$\Delta x_i, \Delta y_i$ - приращения к очередным приближениям.

Процесс вычисления заканчивается при выполнении следующих условий:

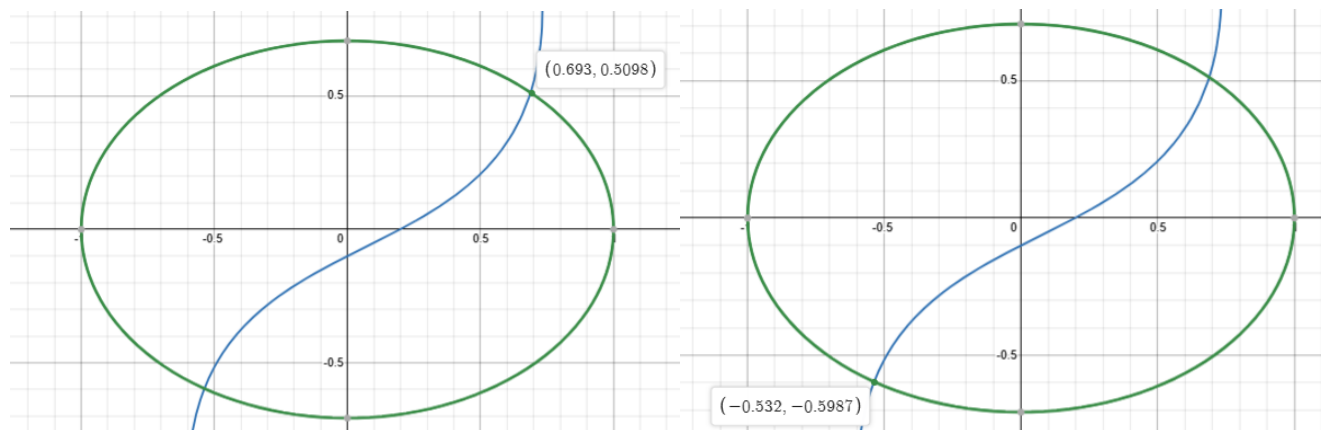
$$|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon, \quad |y_{i+1} - y_i| \leq \varepsilon$$

$$\begin{cases} \sin(x + y) = 1,5x - 0,1 \\ x^2 + 2y^2 = 1 \end{cases}$$

Якобиан

$$\begin{vmatrix} \cos(x + y) - \frac{3}{2} & \cos(x + y) \\ 2x & 4y \end{vmatrix}$$

Начальные приближения: $x_0=0,5$; $y_0=0,5$; Точность: 0.01



x	y	X(i)-X(i+1)	Y(i)-Y(i+1)
0,5	0,5	0,5	0,5
0,711	0,52	0,211	0,02
0,6886	0,51297	0,0224	0,00703
0,6883	0,51293	0,0003<eps	0,00004<eps

Программная реализация задачи:

https://github.com/MakeCheerfulInstall/Computational-Math-2024/tree/main/P3213/Prokofiev_367502/lab2

Вывод

В результате выполнения данной лабораторной работы были изучены численные методы решения нелинейных уравнений и их систем. У каждого из них есть свои достоинства и недостатки.