

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

**Лабораторная работа по дисциплине Вычислительная Математика
№5 «Интерполяция функции»**

Вариант 12

Преподаватель: Машина Екатерина Алексеевна

Выполнил: Печкуров Данила Алексеевич

Группа: P3208

Санкт-Петербург, 2024г

Цель работы:

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Вычислительная часть лабораторной работы:

x_i	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
y_i	1,5320	2,5356	3,5406	4,5462	5,5504	6,5559	7,5594

$$x_1 = 0,523 \quad x_2 = 0,639$$

Таблица конечных разностей

y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
1,5320	1,0036	0,0014	-0,0008	-0,0012	0,0059	-0,0166
2,5356	1,005	0,0006	-0,002	0,0047	-0,0107	
3,5406	1,0056	-0,0014	0,0027	-0,006		
4,5462	1,0042	0,0013	-0,0033			
5,5504	1,0055	-0,002				
6,5559	1,0035					
7,5594						

Вычислим значение функции для аргумента x_1 , используя первую интерполяционную формулу Ньютона (т.к. x_1 лежит в левой части отрезка)

$$t = \frac{(x - x_0)}{h} = \frac{0,523 - 0,50}{0,05} = 0,46$$

$$\begin{aligned} N_0(x) &= y_0 + t \Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{4!} \Delta^4 y_0 + \\ &+ \dots + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)(t-5)}{6!} \Delta^6 y_0 = 1,532 + (0,46 \cdot 1,0036) + (-0,00017388) + \\ &+ (-0,0000510048) + (0,000043527072) + (0,02966 \cdot 0,0059) + (-0,0216 \cdot (-0,0166)) \approx \\ &\approx 1,994 \end{aligned}$$

Вычислим значение функции для аргумента x_2 , используя вторую интерполяционную формулу Гаусса (т.к. $x_2 < a$)

$$t = \frac{(x - a)}{0,05} = \frac{0,639 - 0,65}{0,05} = -0,22$$

$$\begin{aligned} P_6(x) &= y_0 + t \Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{-1} + \frac{t(t+1)(t-1)}{3!} \Delta^3 y_{-2} + \dots + \frac{t(t+1)(t-1)(t-2)(t-3)}{6!} \Delta^6 y_{-3} \approx \\ &\approx 4,5462 + (-0,22 \cdot 1,0055) + 0,00012012 + (-6,97 \cdot 10^{-5}) + \dots \approx 4,3251 \end{aligned}$$

Листинг программы:

```
def lagrange_interpolation(x, y, xi):
    n = len(x)
    result = 0
    for i in range(n):
        term = y[i]
        for j in range(n):
            if i != j:
                term *= (xi - x[j]) / (x[i] - x[j])
        result += term
    return result

def newton_divided_differences(x, y, xi):
    n = len(x)
    def calc_newton_divided_difference_polynomial(xs, ys):
        div_difs = []
        div_difs.append(ys[:])
        for k in range(1, n):
            new = []
            last = div_difs[-1][:]
            for i in range(n - k):
                new.append((last[i + 1] - last[i]) / (xs[i + k] -
xs[i]))
            div_difs.append(new[:])
        f = lambda x: ys[0] + sum([
            div_difs[k][0] * reduce(lambda a, b: a * b, [x - xs[j] for j
in range(k)])
            for k in range(1, n)])
        return f
    return calc_newton_divided_difference_polynomial(x, y)(xi)

def gauss_interpolation(x, y, xi):
    n = len(x)
    def calc_gauss_polynomial(xs, ys):
        alpha_ind = n // 2
        fin_difs = []
        fin_difs.append(ys[:])

        for k in range(1, n):
            last = fin_difs[-1][:]
            fin_difs.append(
                [last[i + 1] - last[i] for i in range(n - k)])

        h = xs[1] - xs[0]
        dts1 = [0, -1, 1, -2, 2, -3, 3, -4, 4]
        f1 = lambda x: ys[alpha_ind] + sum([
            reduce(lambda a, b: a * b,
                [(x - xs[alpha_ind]) / h + dts1[j] for j in
range(k)])
            * fin_difs[k][len(fin_difs[k]) // 2] / math.factorial(k)
            for k in range(1, n)])
        f2 = lambda x: ys[alpha_ind] + sum([
            reduce(lambda a, b: a * b,
                [(x - xs[alpha_ind]) / h - dts1[j] for j in
```

```

range(k) ])
        * fin_difs[k][len(fin_difs[k]) // 2 - (1 - len(fin_difs[k])
% 2)] / math.factorial(k)
    for k in range(1, n)]
    return f1 if xi > xs[alpha_ind] else f2
return calc_gauss_polynomial(x, y)(xi)

```

Пример и результаты работы программы:

```

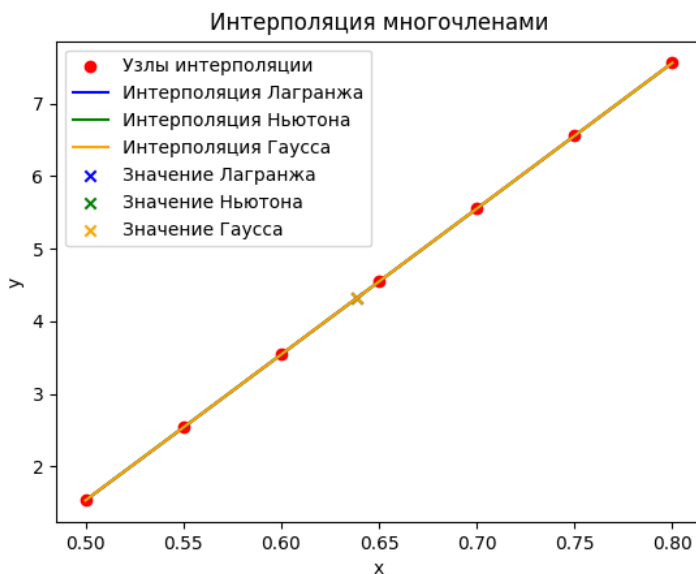
Введите номер выбора: 2
Введите имя файла: test1.txt

Таблица конечных разностей:
[1.532, 2.5356, 3.5406, 4.5462, 5.5504, 6.5559, 7.5594]
[1.0036, 1.005, 1.005599999999998, 1.0042, 1.0055000000000005, 1.003499999999998]
[0.0013999999999998458, 0.000599999999999339, -0.0013999999999998458, 0.001300000000000523, -0.002000000000000668]
[-0.000799999999999119, -0.001999999999997797, 0.0027000000000003688, -0.003300000000001191]
[-0.001199999999998678, 0.004700000000001485, -0.00600000000000156]
[0.005900000000000016, -0.010700000000001708]
[-0.016600000000001724]

Введите значение аргумента для интерполяции: 0.639

Приближенные значения функции для x = 0.639:
Многочлен Лагранжа: 4.3251
Многочлен Ньютона: 4.3251
Многочлен Гаусса: 4.3251

```



Вывод:

В ходе работы была написана программа, интерполирующая функцию по заданным точкам методами Лагранжа и Ньютона для нахождения значения функции в точке отличной от заданных

