



**Спецкурс ОСФИ**

**Лекция 8**

**13 апреля 2011**

# Основы фотографической оптики (часть 2)

---

Алексей Игнатенко, к.ф.-м.н.

Лаборатория компьютерной графики и  
мультимедиа ВМК МГУ

# План лекции

---

- Гауссовы системы. Системы из набора линз.
- Диафрагмы и зрачки оптической системы.  
F-число
- Поле зрения. Размеры сенсоров.
- Глубина резкости. Глубина фокуса.
- Экспозиция. Закон обратимости.
- Фотографические линзы: фокус, зум
- Расчет изображения на матрице фотоаппарата

# Итог

---

- Для расчета положения сопряженных точек для оптических систем, представленных
  - 1) тонкой линзой
  - 2) параксиальными пучками

- Можно воспользоваться формулой

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

- Где
  - $a_1$  – расстояние от центра до первой точки (меньше 0, если влево от центра)
  - $a_2$  – расстояние от центра до сопряженной точки (больше 0, если вправо от центра)
  - $f$  – фокусное расстояние линзы ( $>0$  если линза собирающая,  $<0$  если рассеивающая)
- Реальные системы отличаются от идеальных наличием aberrаций

# Идеальная оптическая система

---

- Что если в системе больше, чем одна линза?
- Теория идеальных оптических систем Гаусса.
- В идеальной системе изображение объекта геометрически подобно объекту
- Всякой точке пространства объектов соответствует точка пространства изображений. Это **сопряженная точка**
- Точно так же каждой прямой и плоскости соответствует сопряженная прямая и плоскость

# Кардинальные точки и плоскости

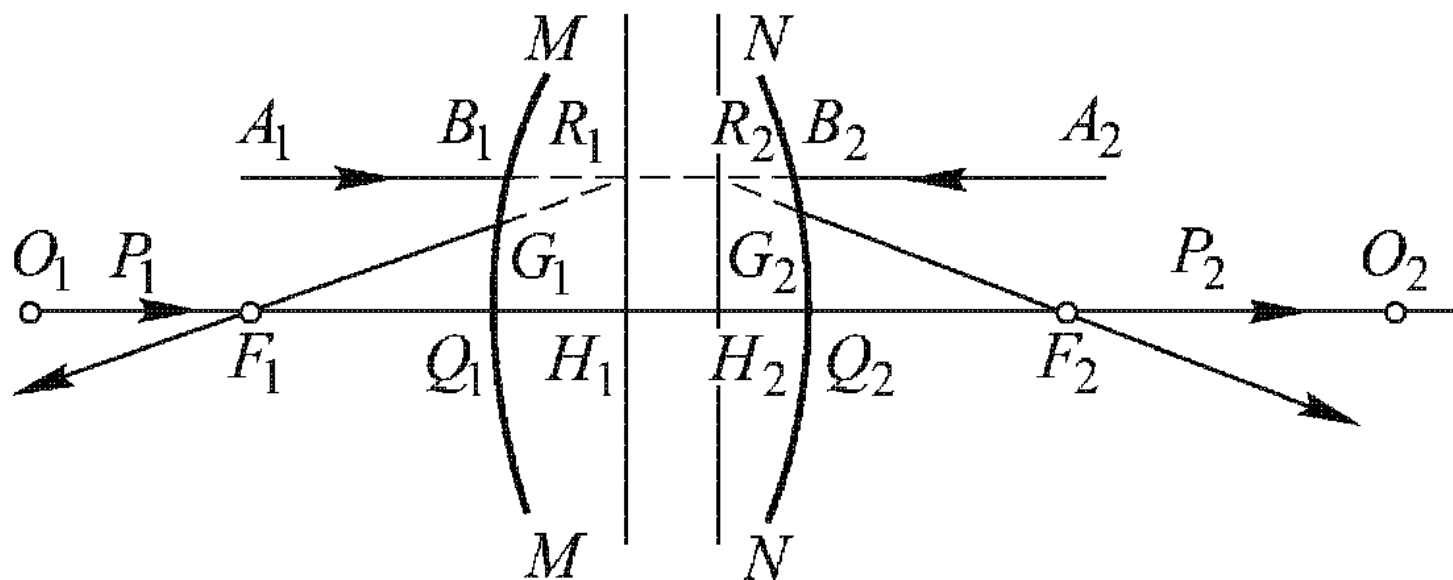
---

- Тонкую линзу можно задать ее фокусным расстоянием
- Для оптической системы нужны другие параметры. Если мы их знаем, нам не нужен реальный ход лучей в системе

# Кардинальные точки и плоскости

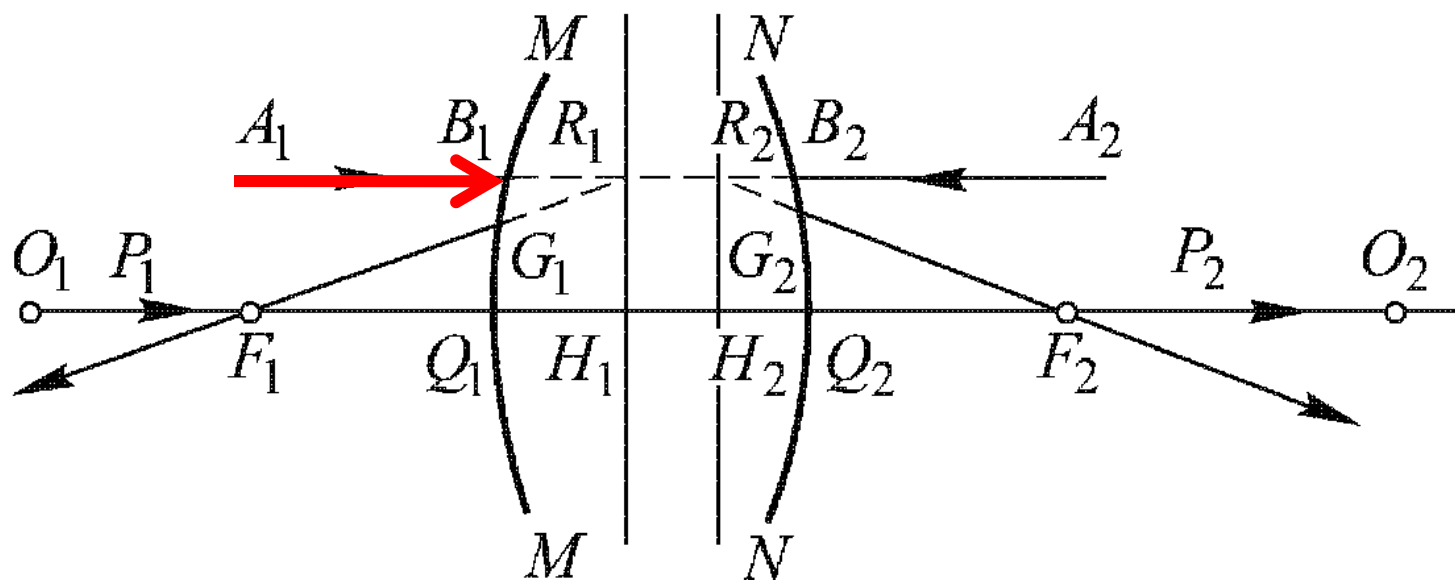
MM, NN – ограничивающие сферические поверхности

O1, O2 – главная ось системы



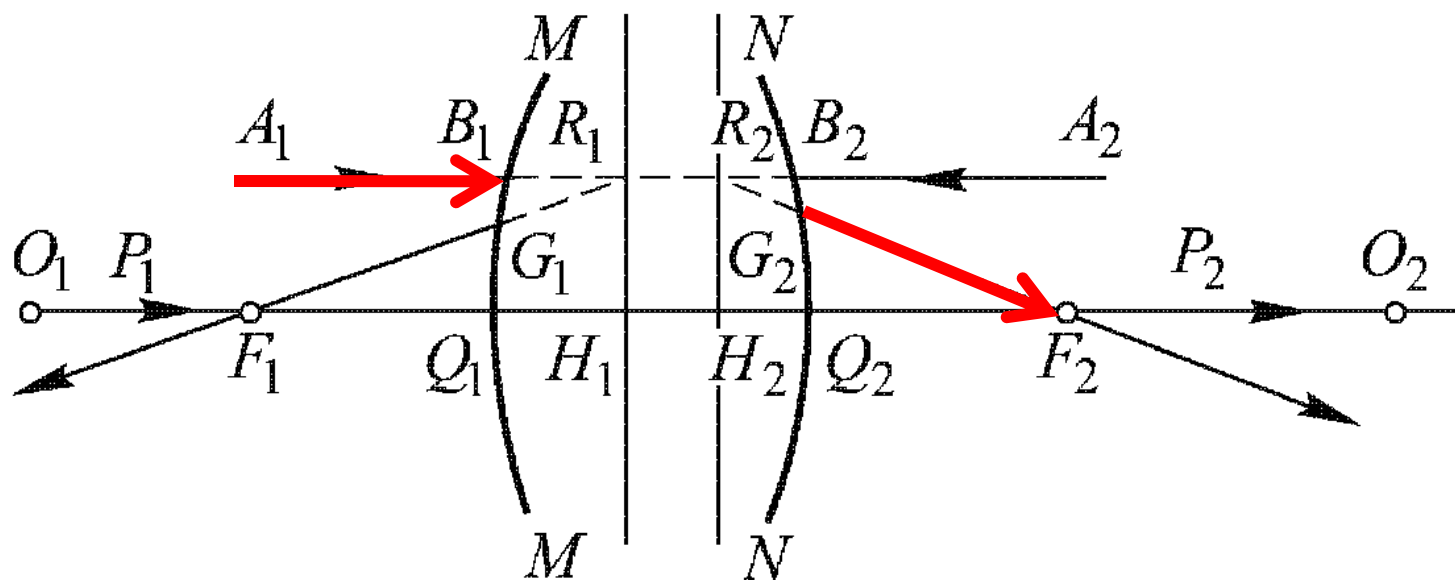
# Кардинальные точки и плоскости

---



# Кардинальные точки и плоскости

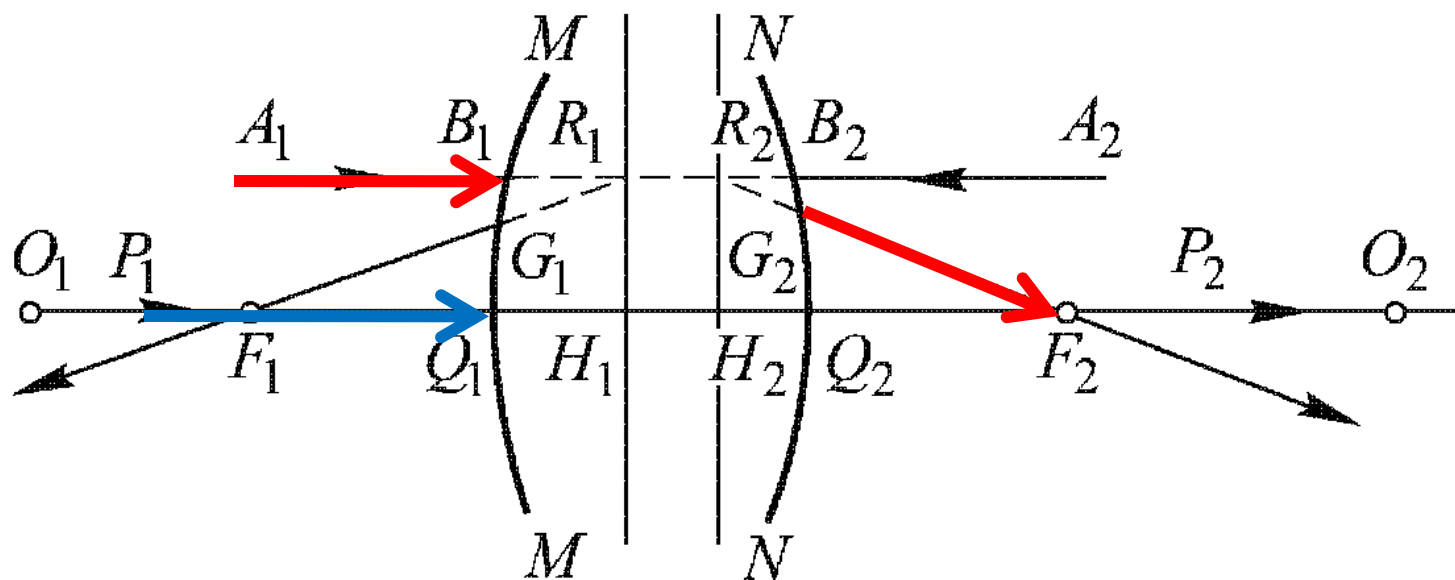
---





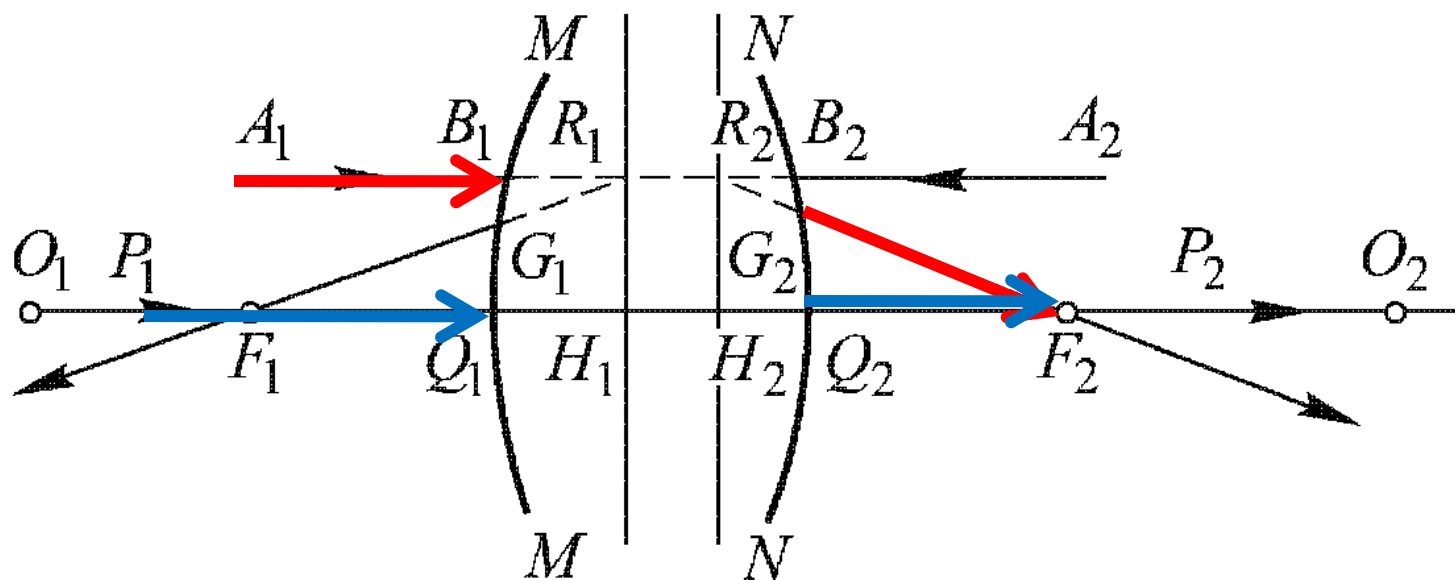
# Кардинальные точки и плоскости

---



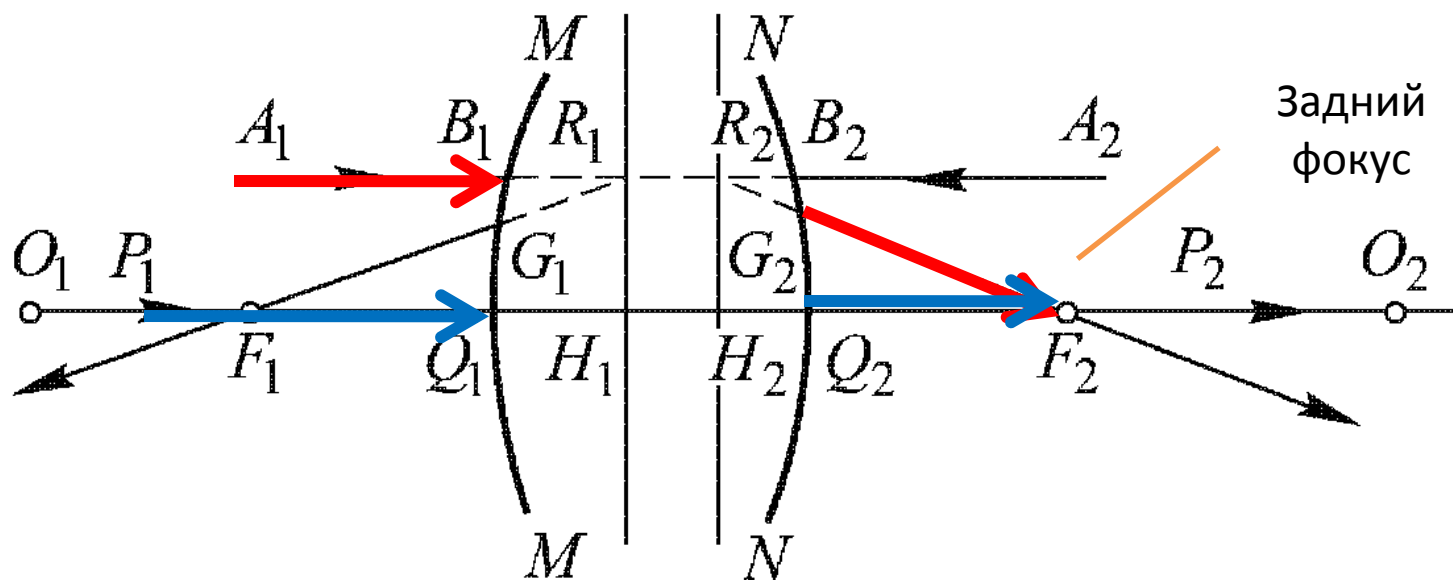
# Кардинальные точки и плоскости

---

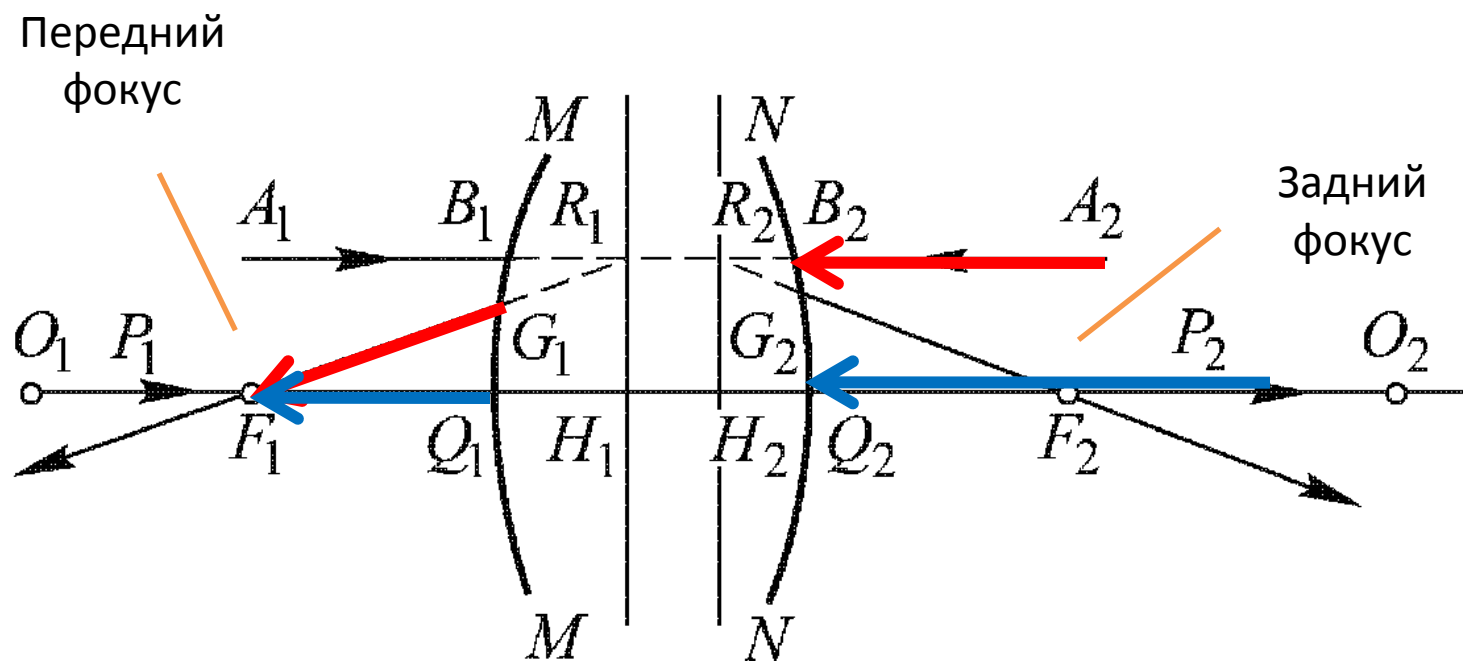


# Кардинальные точки и плоскости

---

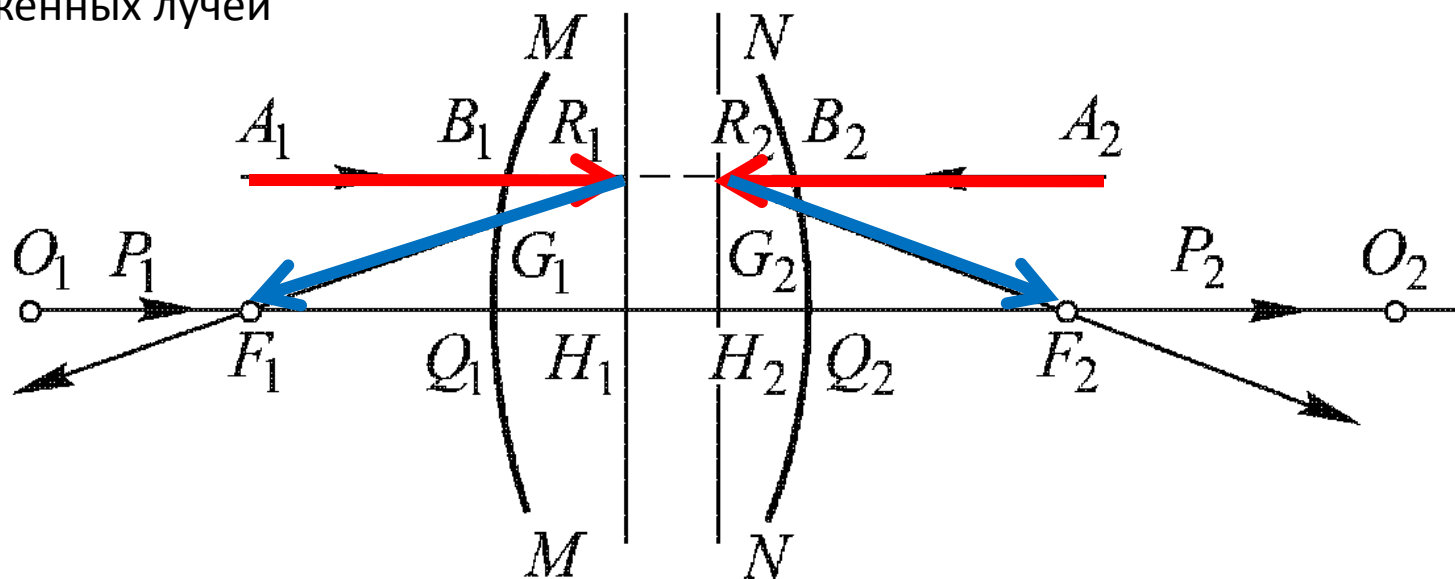


# Кардинальные точки и плоскости



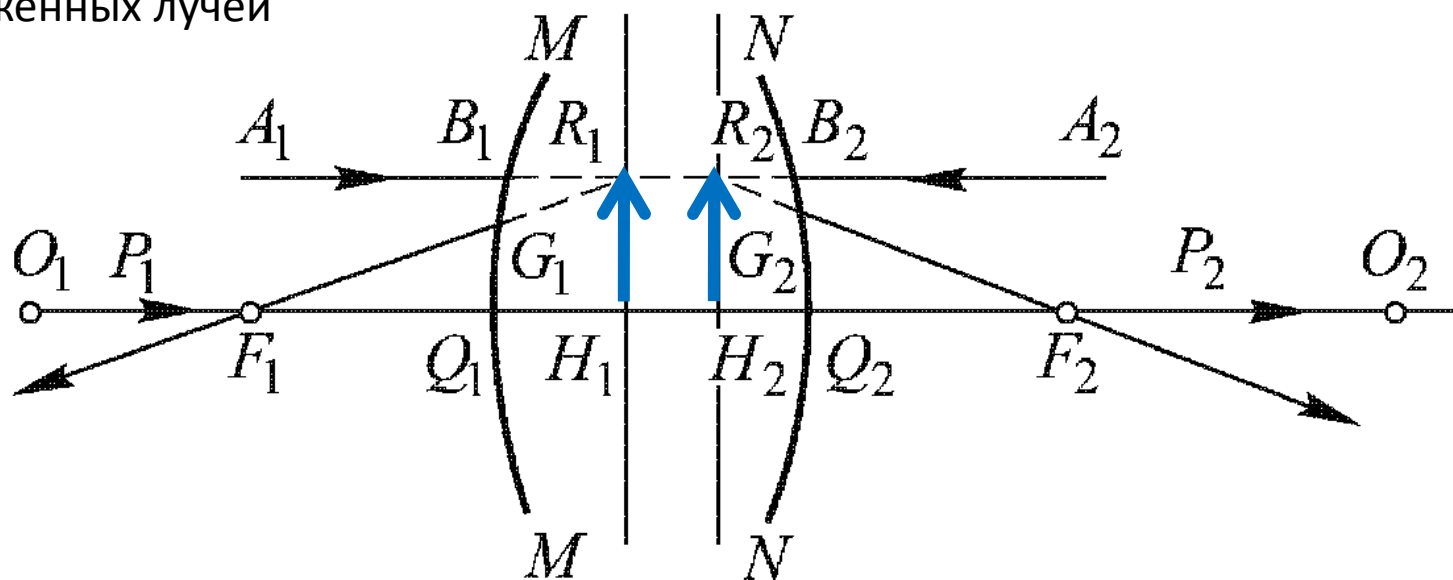
# Кардинальные точки и плоскости

$R_1, R_2$  – сопряженные точки,  
т.к. являются пересечением  
сопряженных лучей



# Кардинальные точки и плоскости

$R_1$ ,  $R_2$  – сопряженные точки,  
т.к. являются пересечением  
сопряженных лучей



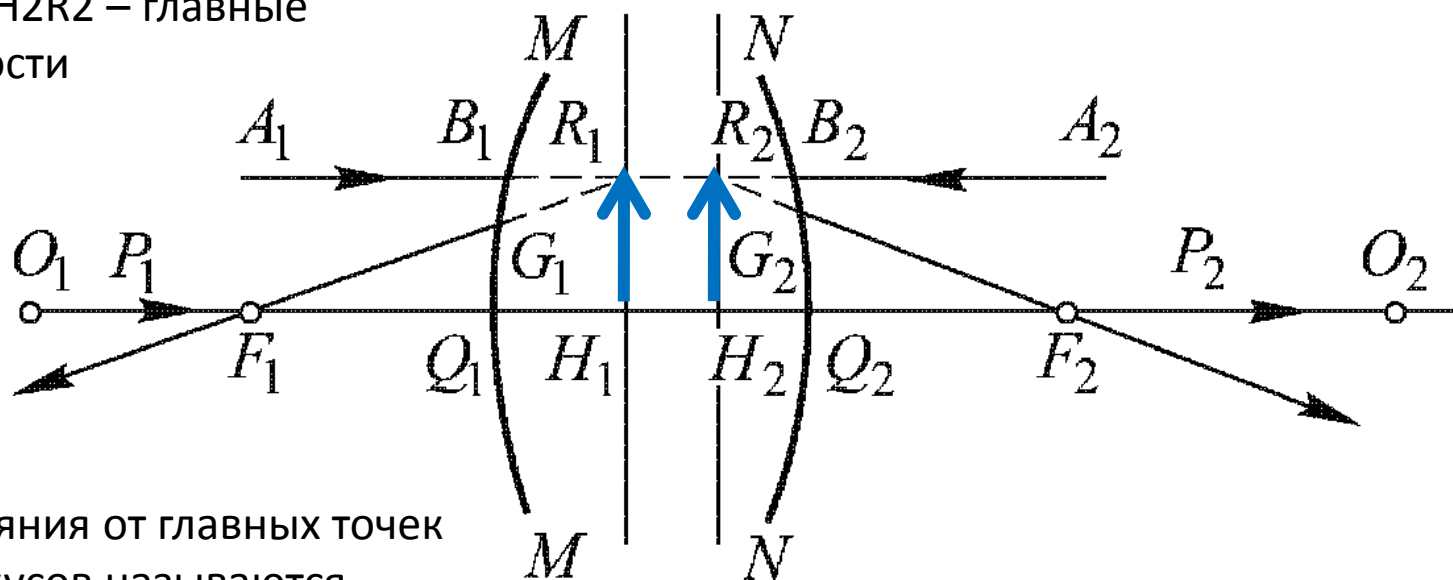
Увеличения для этих точек равно +1

Можно показать, что любая точка линии  $H_1R_1$   
сопряжена с точкой на линии  $H_2R_2$ , причем  $V=+1$

# Кардинальные точки и плоскости

$H_1, H_2$  – главные точки  
системы

$H_1R_1, H_2R_2$  – главные  
плоскости



Расстояния от главных точек  
до фокусов называются  
**фокусными расстояниями**  
**( $f_1, f_2$ )**

Для гауссовой системы справедлива формула тонкой линзы, только из другого места идет отсчет

---

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$



# Положение главных плоскостей

---

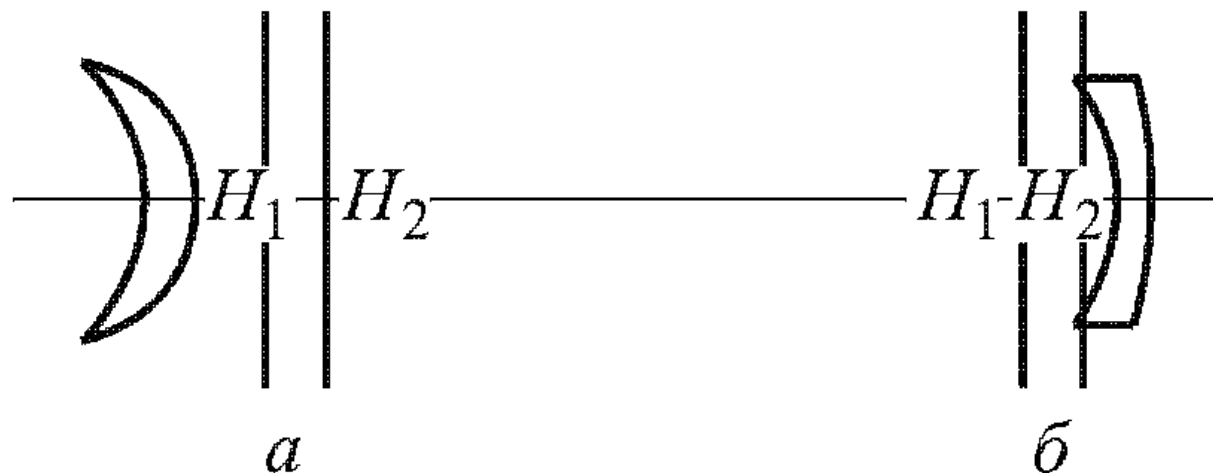
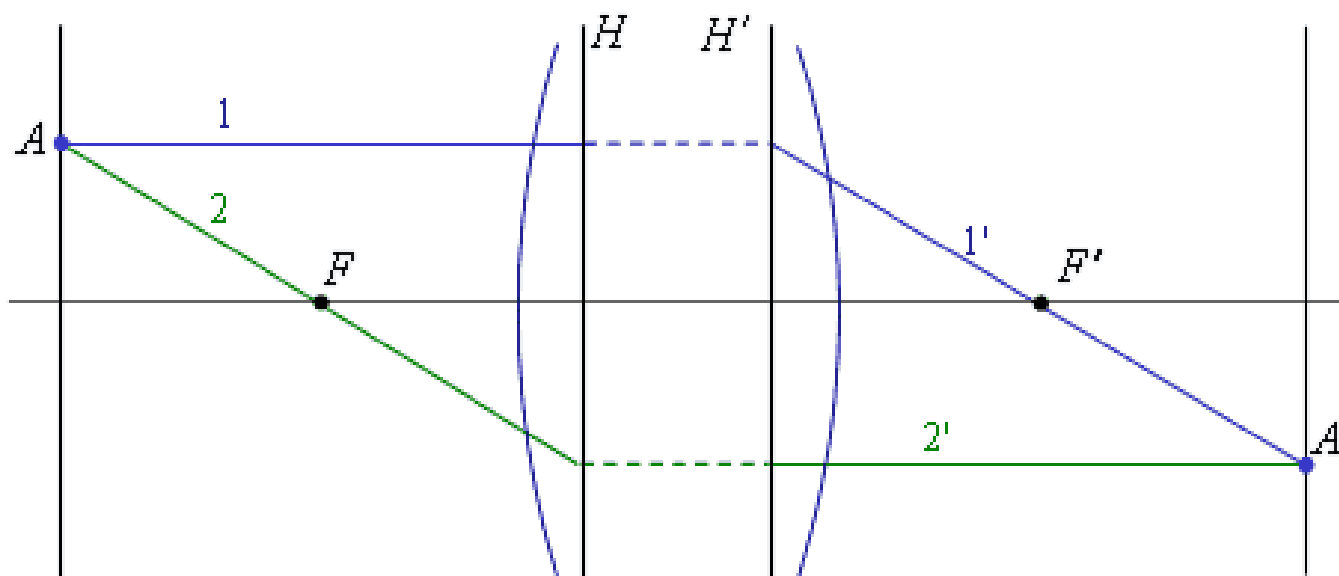


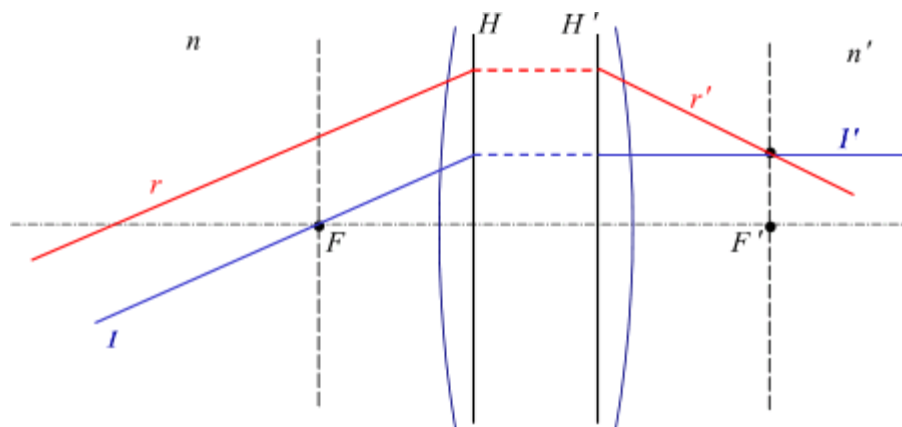
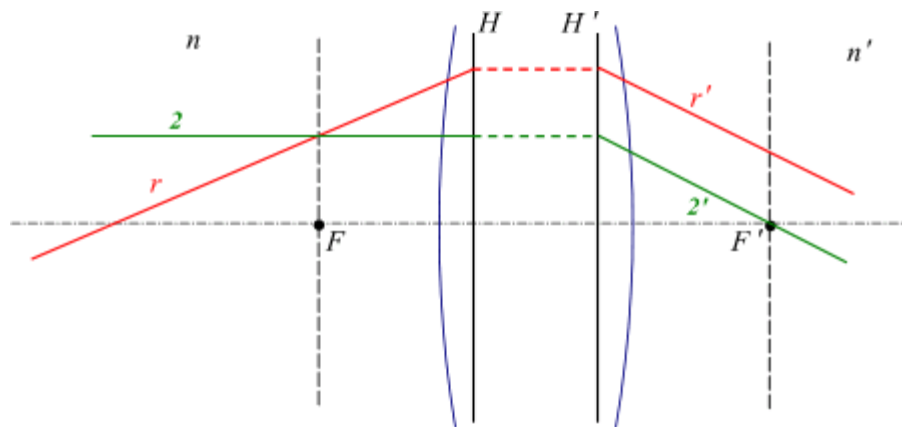
Рис. 12.23. Расположение главных плоскостей в собирающей (*a*) и рассеивающей (*б*) линзах-менисках

# Построение изображений

---



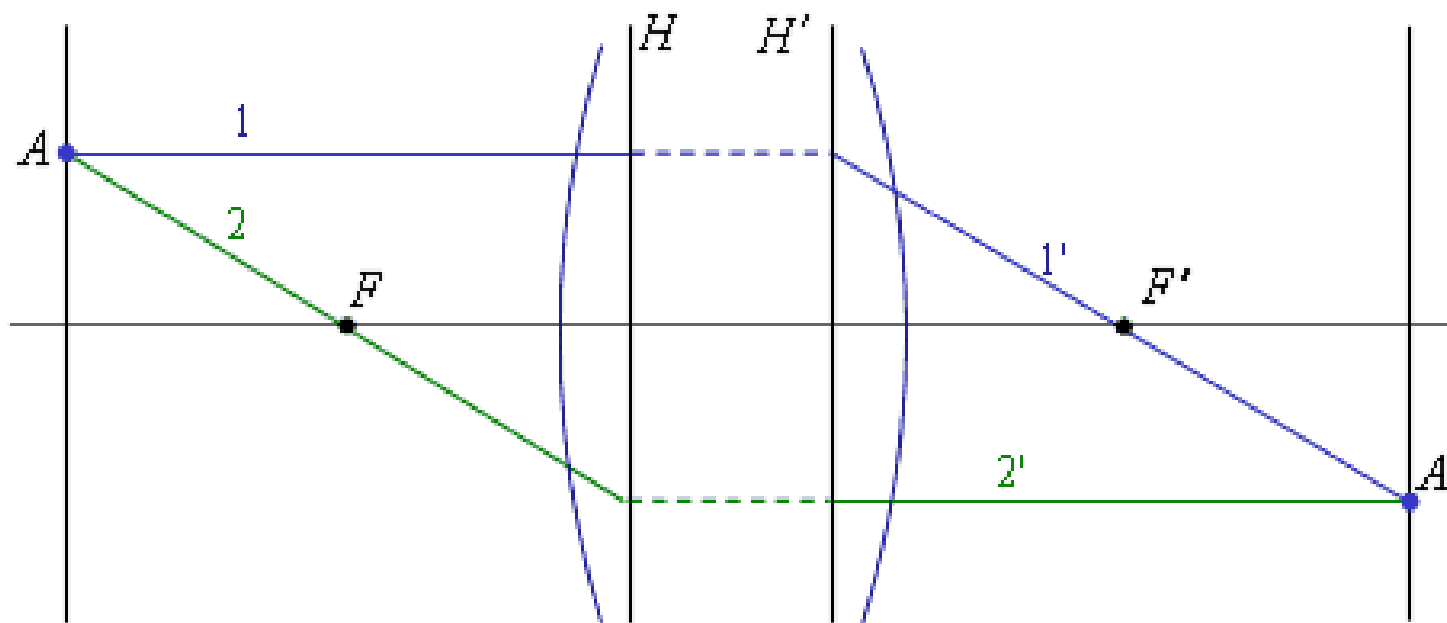
# Построение хода луча



# Расчет проекции

---

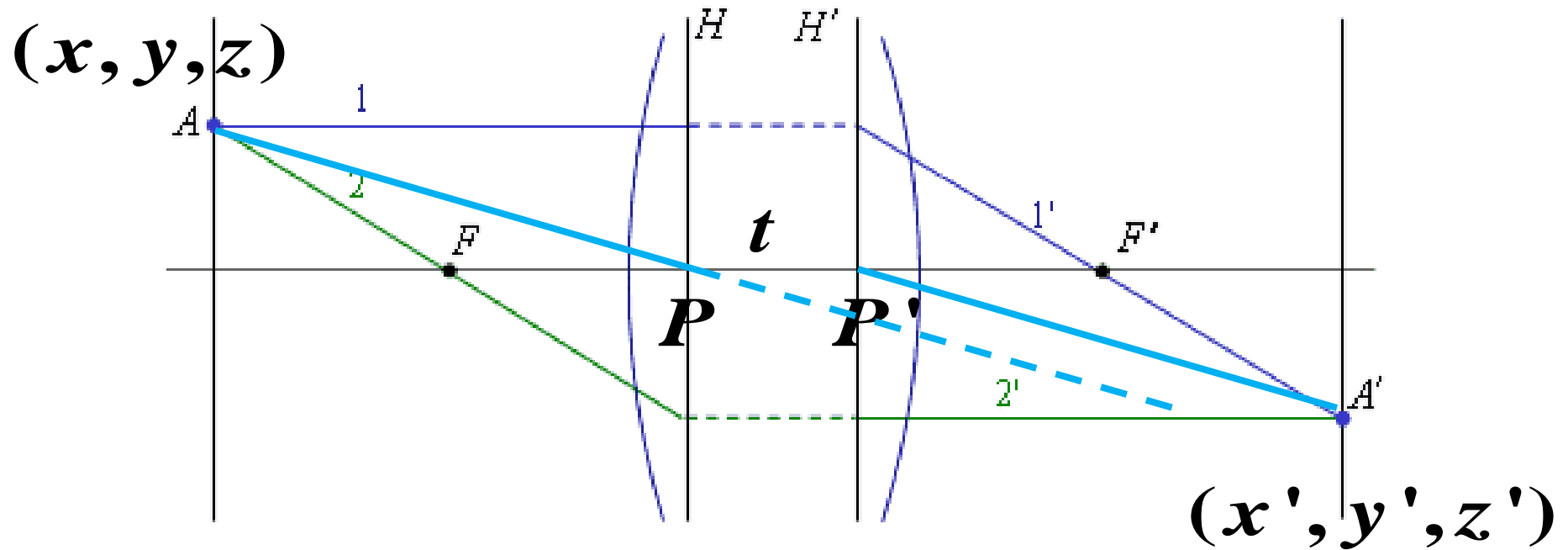
Проекция толстой линзы может быть рассчитана как простая перспективная проекция с центром на передней главной точке (не для всех линз!). Результирующая картинка сдвигается на толщину линзы



# Расчет проекции

Из точки  $P$

$$z' = \frac{fz}{z+f} + t \quad x' = \frac{z'-t}{z} x \quad y' = \frac{z'-t}{z} y$$



# Назад к тонкой линзе

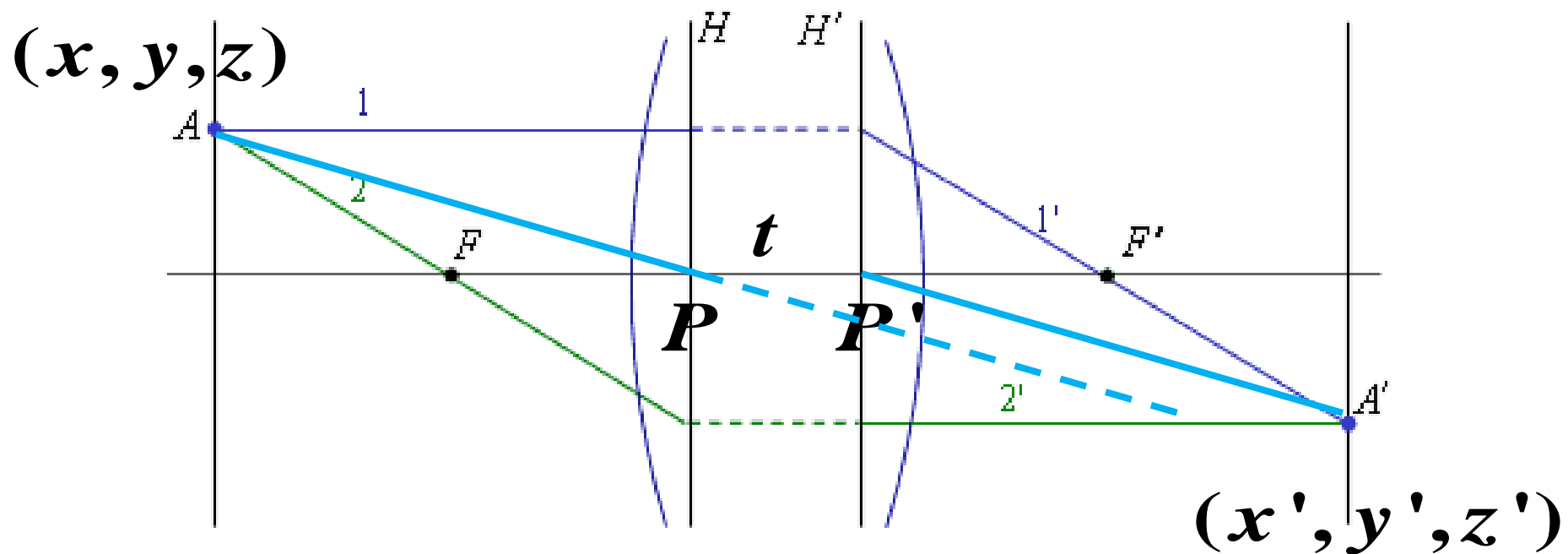
---

Тонкая линза – частный случай теории идеальных оптических систем ( $H_1 = H_2$ )

# Назад к тонкой линзе

Из точки  $P = P', t = 0$

$$z' = \frac{fz}{z + f} \quad x' = \frac{z'}{z} x \quad y' = \frac{z'}{z} y$$



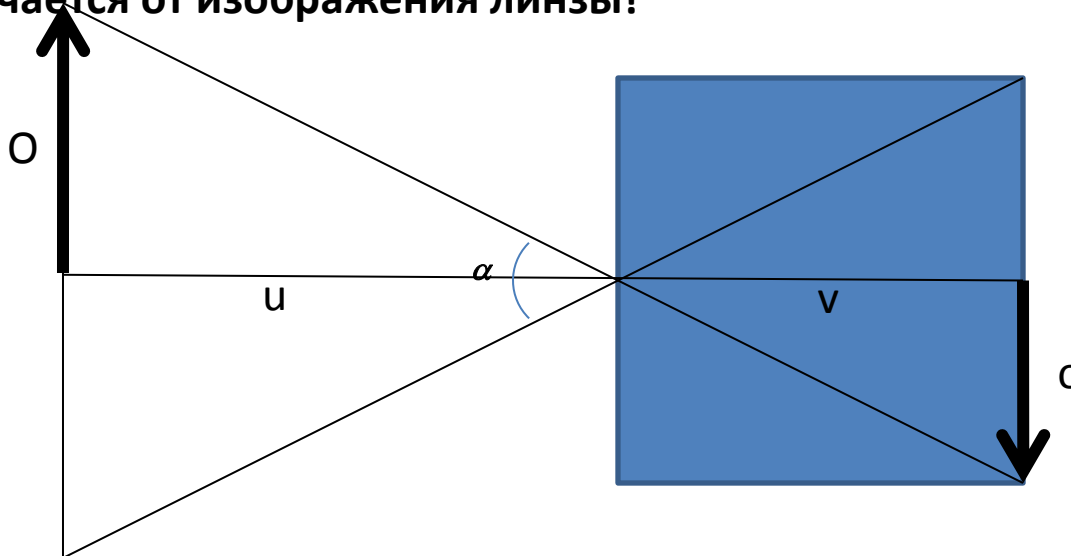
# Назад к pinhole-камере

Проекцию оптической системы с заданным фокусным расстоянием можно смоделировать с помощью установки  $u, v$

$$u = z$$

$$v = z' = \frac{fz}{z + f}$$

**Для идеальной оптической системы изображение pinhole-камеры не отличается от изображения линзы!**

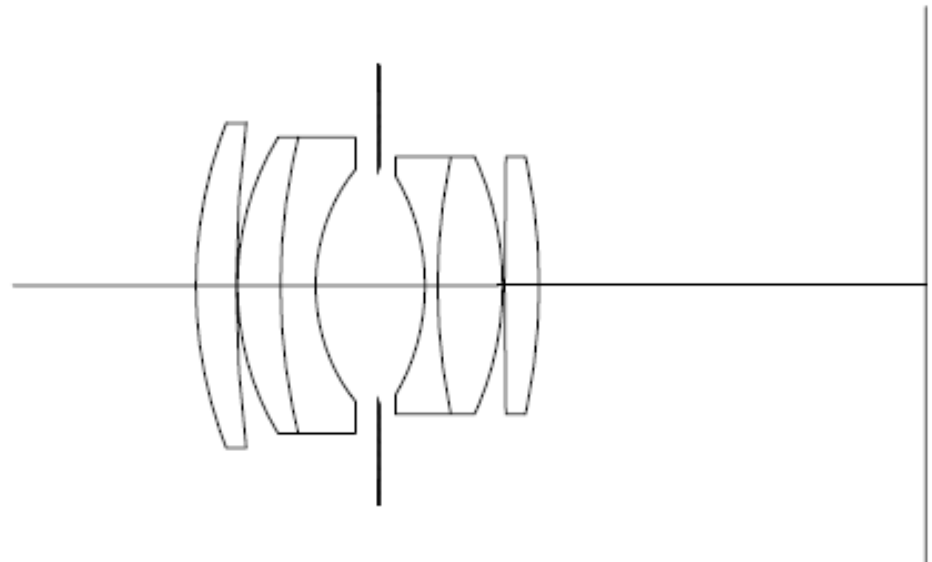




# Системы из набора линз

- Для компенсации отличий реальной системы от идеальной (абберация) типичные оптические системы состоят из набора линз
- Их принципиальные точки могут быть рассчитаны

radius	thick	$n_d$	V-no	ap
58.950	7.520	1.670	47.1	50.4
169.660	0.240			50.4
38.550	8.050	1.670	47.1	46.0
81.540	6.550	1.699	30.1	46.0
25.500	11.410			36.0
	9.000			34.2
-28.990	2.360	1.603	38.0	34.0
81.540	12.130	1.658	57.3	40.0
-40.770	0.380			40.0
874.130	6.440	1.717	48.0	40.0
-79.460	72.228			40.0



# Checkpoint

---

- Линзы:
  - Pinhole
  - Тонкая линза (для задания нужно знать  $f$ )
  - Толстая линза (идеальная оптическая система, нужно знать  $f$ ,  $p$ ,  $p'$ )
- За исключением некоторых aberrаций реальную оптическую систему можно описать толстой линзой.
- Параметры реальной системы можно высчитать, зная принципиальные точки каждой линзы. Или измерить
- Можно построить изображение, даваемое толстой линзой, с помощью перспективной проекции (аналогично тонкая линза и pinhole)

# Роль диафрагм

---

- Любая оптическая система рисует изображение практически на плоскости
- Объекты трехмерны!
- Поэтому даже идеальная система, не будучи ограниченной, не даст резкого изображения
- Т.к. каждой точке объекта соответствует только одна точка, где свет от этой точки сфокусирован

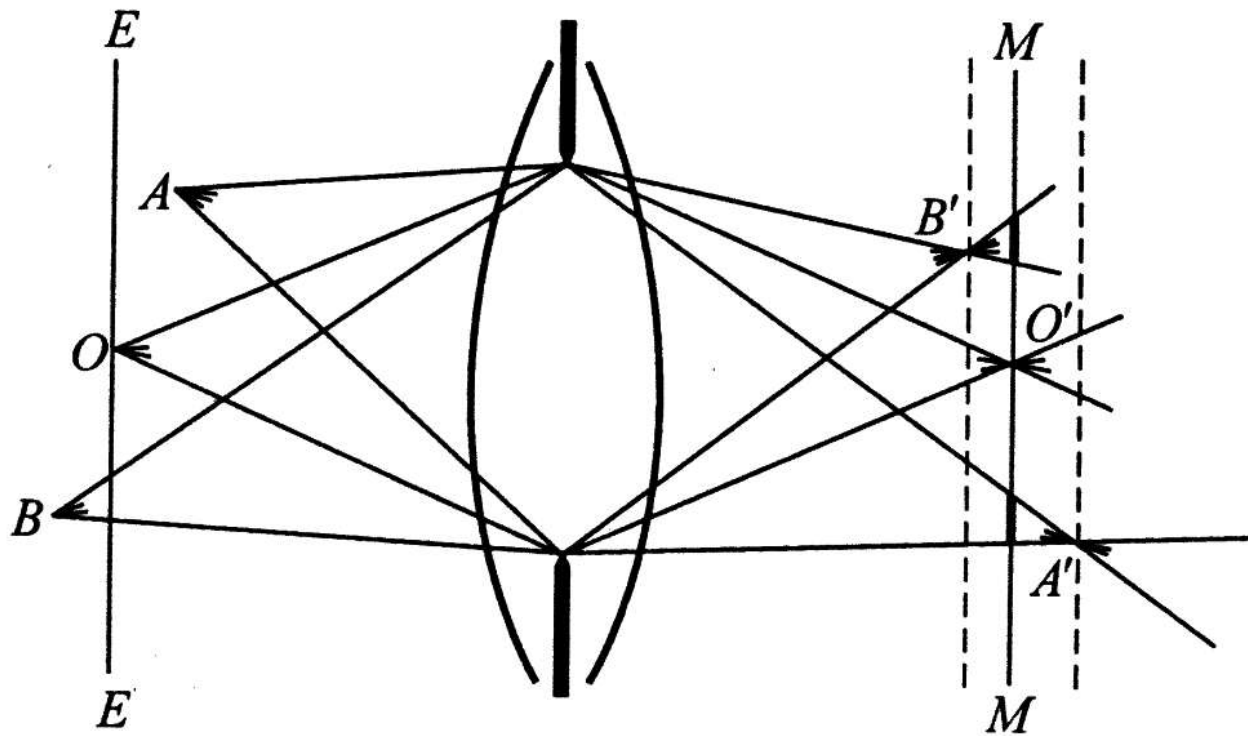
# Диафрагма

---

- **Диафрагма** - это экран с круглым отверстием
- Роль диафрагмы может выполнять оправа линзы или отдельно стоящие элементы оптических систем

# Роль диафрагм

---



Если бы система была ничем не ограничена, то пучки от  $A$  и  $B$  освещали бы плоскость  $M$  равномерно и не создавали бы никакого изображения

# Роль диафрагм

---

- От наличия диафрагм зависит отчетливость изображения, правильность рисунка и светосила инструмента

# Апертурная диафрагма

---

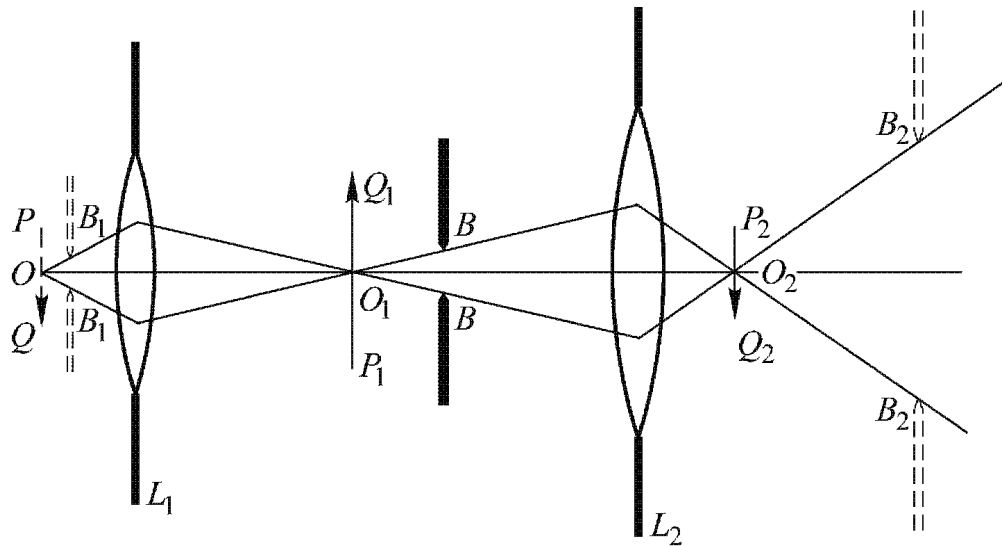
Ограничение размера пучков – результат совместного действия всех имеющихся в оптической системе диафрагм.

Можно выделить одну (наименьшую) диафрагму, и считать, что остальные не ограничивают ход лучей.

Такая диафрагма называется апертурной

# Входной и выходной зрачок

- Входной и выходной зрачки – действительные или мнимые изображения диафрагмы в передней и задней частях системы
- Лучи, прошедшие через ВВ, пройдут через  $B_1B_1$  и через  $B_2B_2$





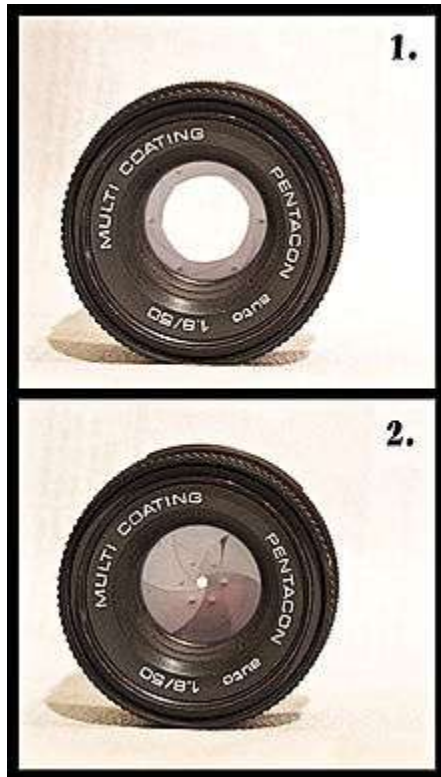
# Диафрагма и тонкая линза

---

- Для тонкой линзы можно считать диафрагму стоящей в центре
- Зрачки совпадают с диафрагмой

# Пример: входной и выходной зрачок для фотографической линзы

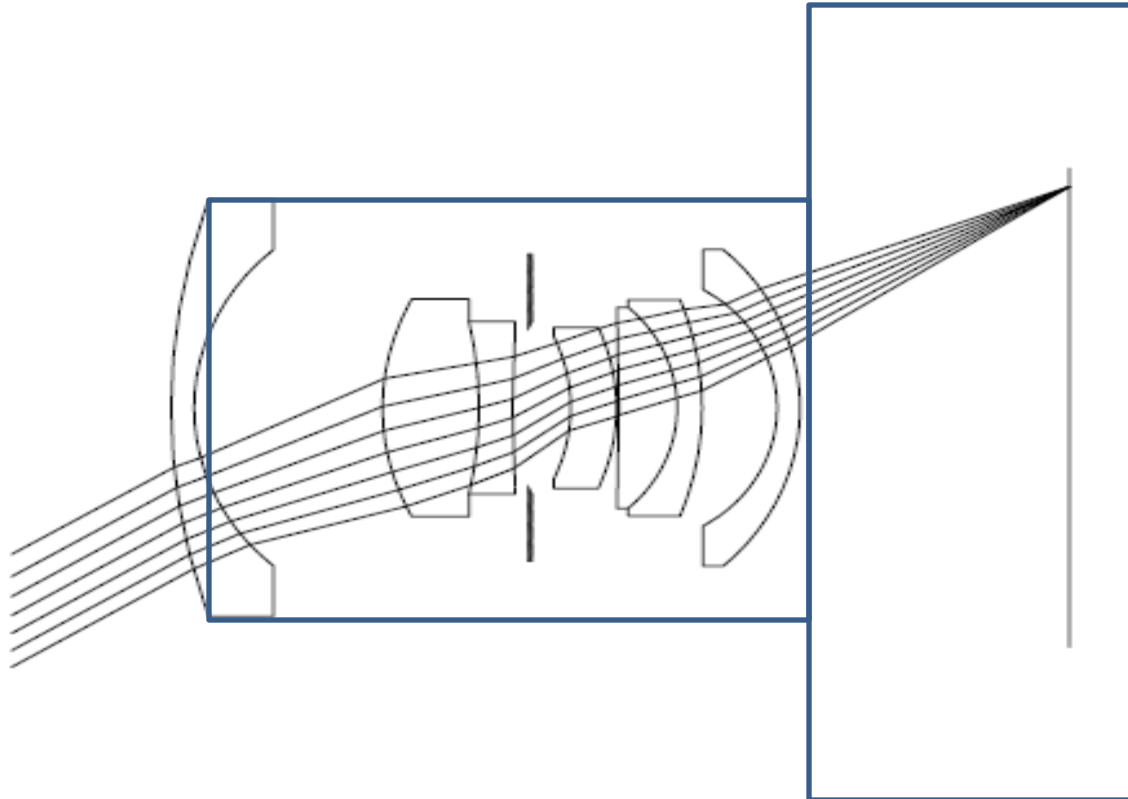
---



# Фотоаппарат с точки зрения оптической системы

---

- 1) объектив (набор линз + диафрагма)
- 2) картинная плоскость (матрица, пленка)

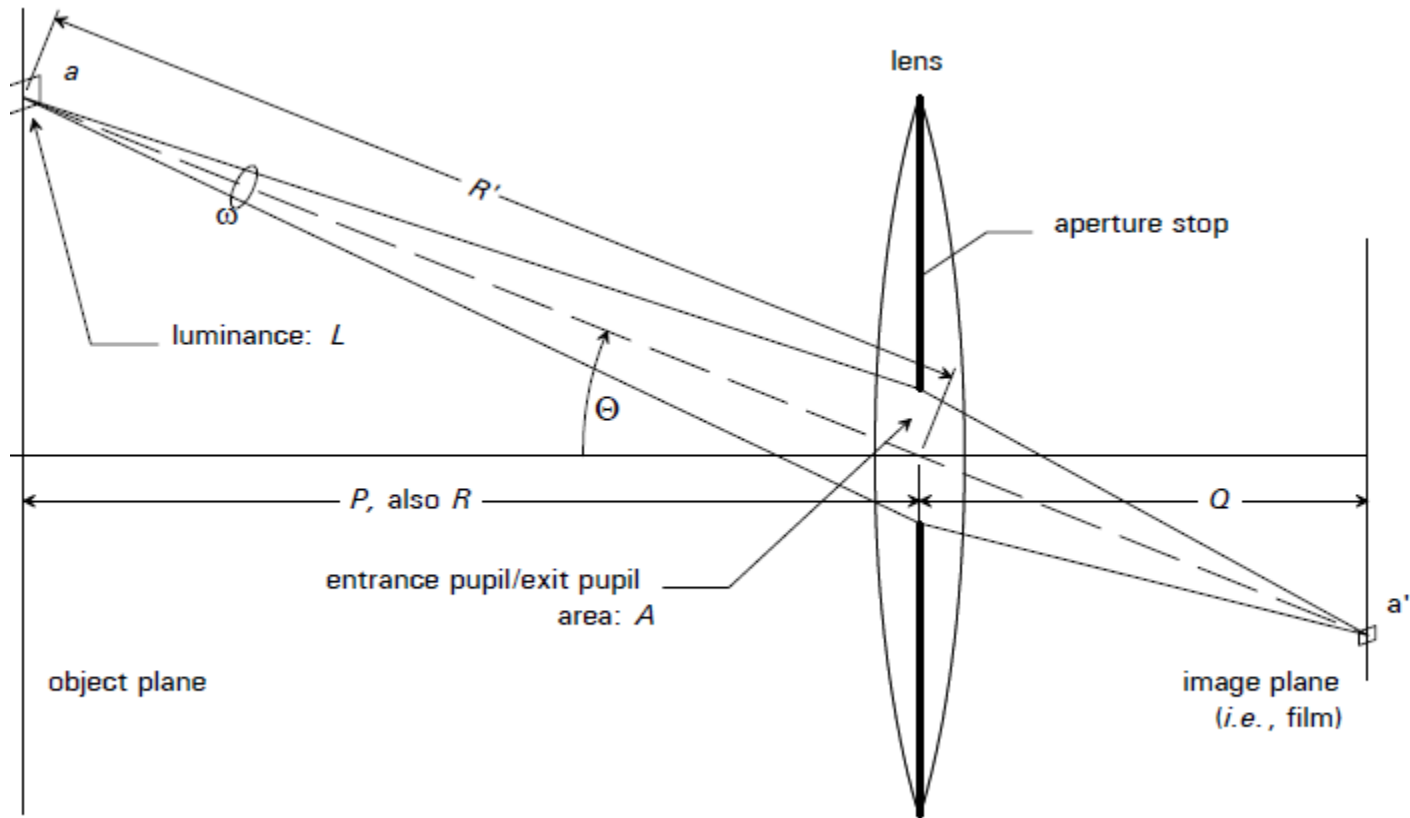


# Модель геометрии оптической системы с помощью толстой/тонкой линзы

---

- Знаем фокусное расстояние  $F$  в mm  
– (обычно 15mm, 50mm, ..., 300mm,...)
- Этого достаточно, чтобы построить модель тонкой линзы
- Для толстой линзы нужно знать  $P, P'$  – их можно померить (не для всех объективов)
- Но мы не знаем расстояния до картинной плоскости!
- Для линз, сфокусированных на бесконечность, это расстояние равно заднему фокусному расстоянию

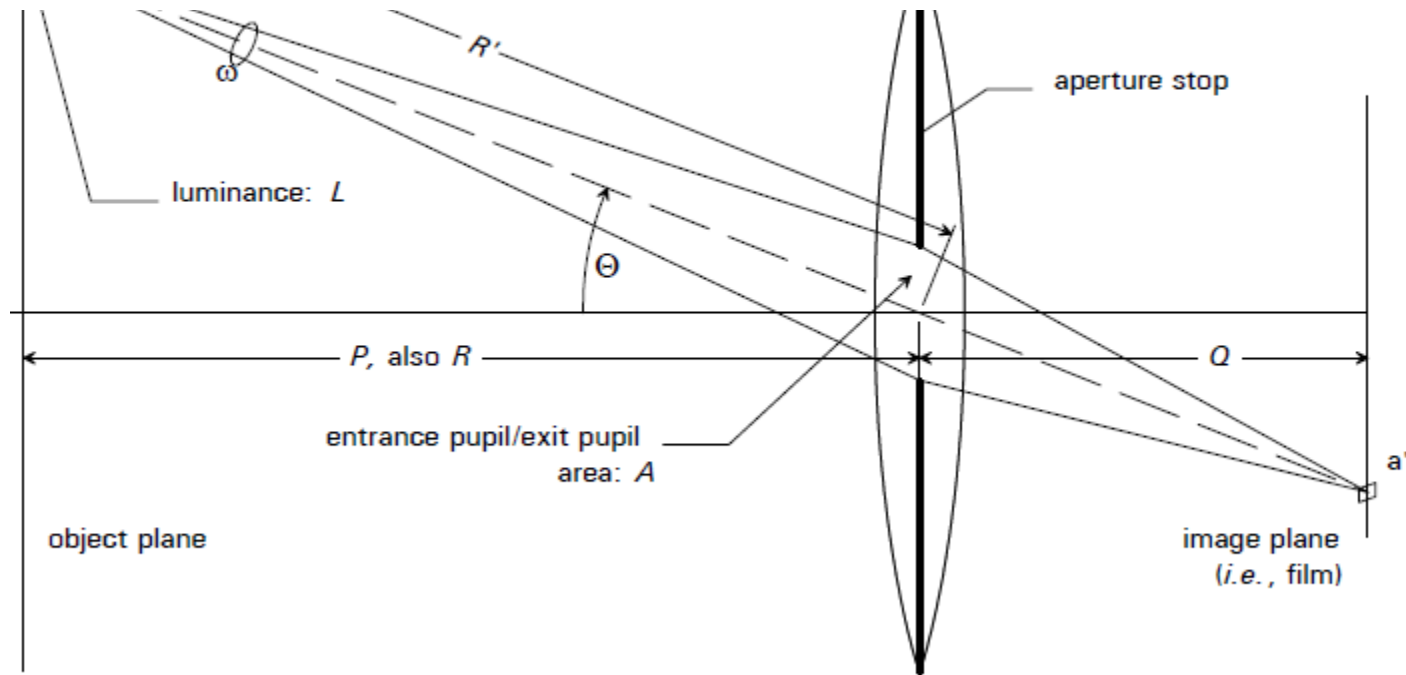
# Расчет освещенности картинной плоскости



# Расчет освещенности картинной плоскости

The projected area of the differential area toward the lens,  $a_p$ , is:

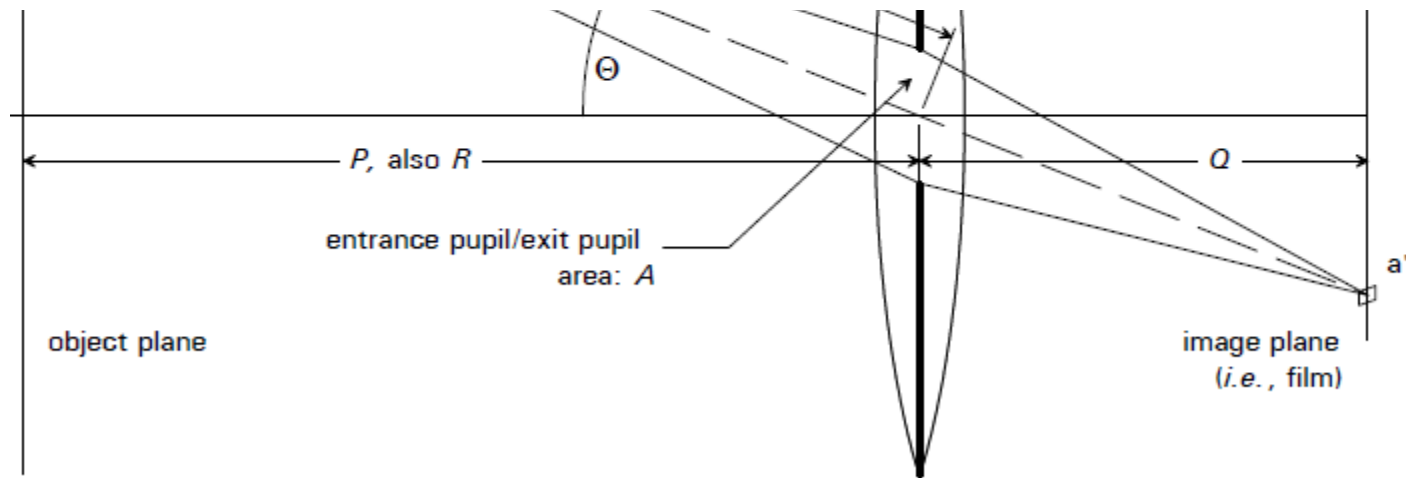
$$a_p = a \cos \Theta \quad [1]$$



# Расчет освещенности картинной плоскости

We assume that the object surface is a diffuse Lambertian reflector, and thus exhibits its luminance from any angle of observation. Thus the luminous intensity,  $I$ , emitted from the differential area<sup>2</sup>, in the direction toward the center of the entrance pupil, is given by:

$$I = La_p \quad [2]$$

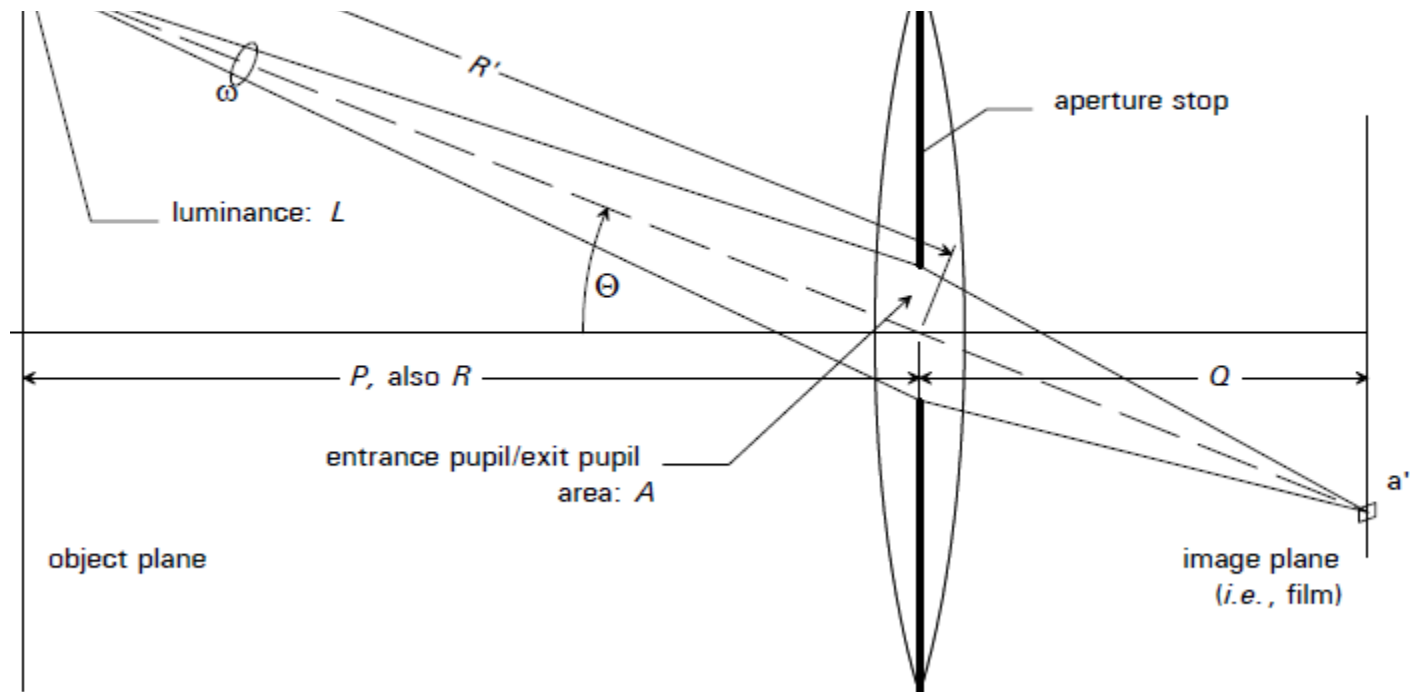


# Расчет освещенности картинной плоскости

Substituting from equation 1:

$$I = La \cos \Theta$$

[3]



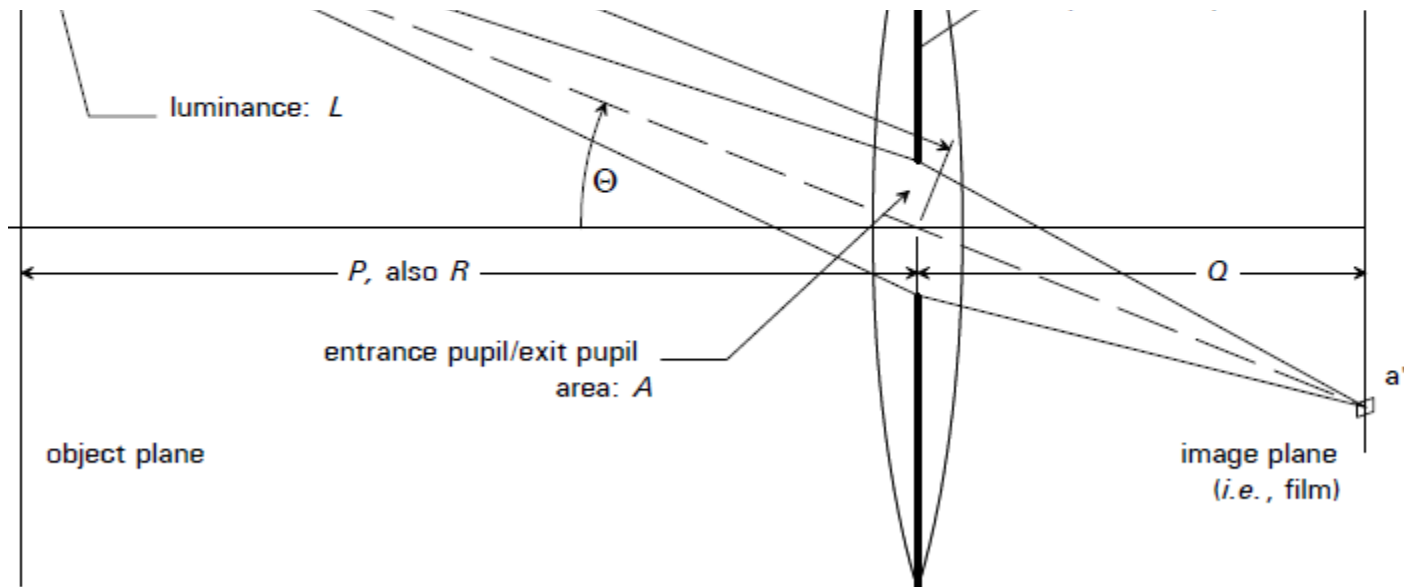


# Расчет освещенности картинной плоскости

Let the area of the entrance pupil be  $A$ . The projected area of the entrance pupil as seen from the differential object area,  $A_p$ , is given by:

$$A_p = A \cos \Theta$$

[4]

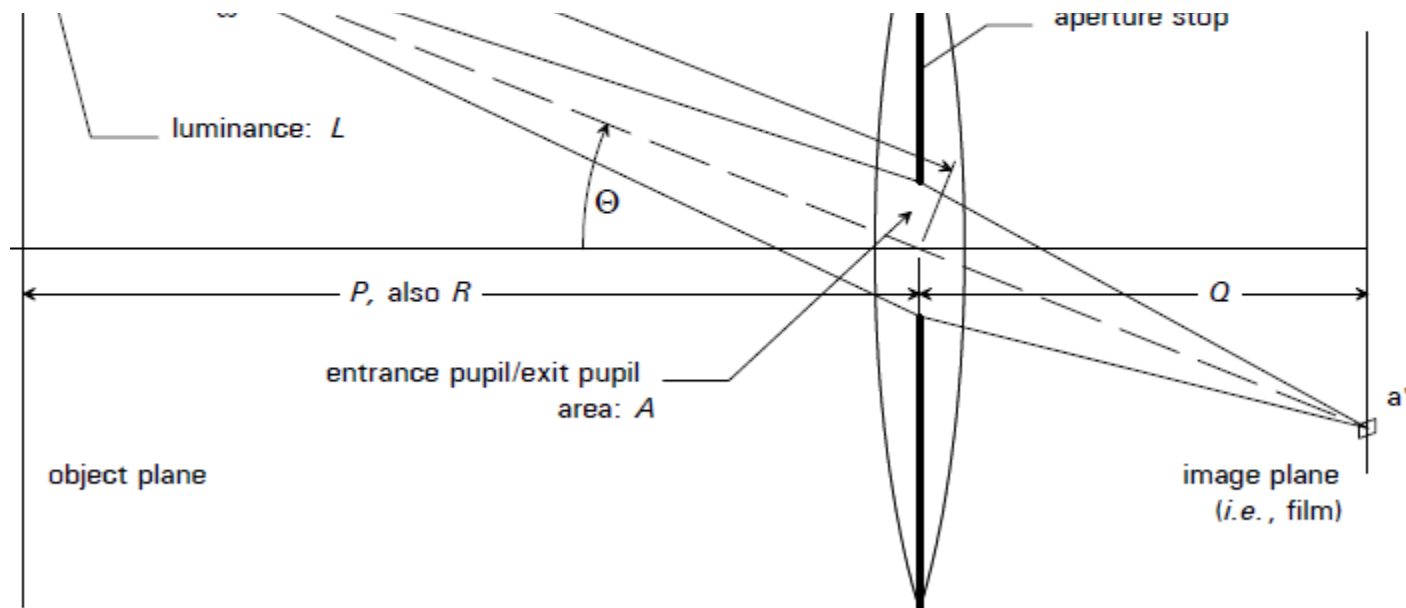


# Расчет освещенности картинной плоскости

The slant distance from the differential area to the center of the entrance pupil,  $R'$ , is given by:

$$R' = \frac{R}{\cos \Theta}$$

[5]

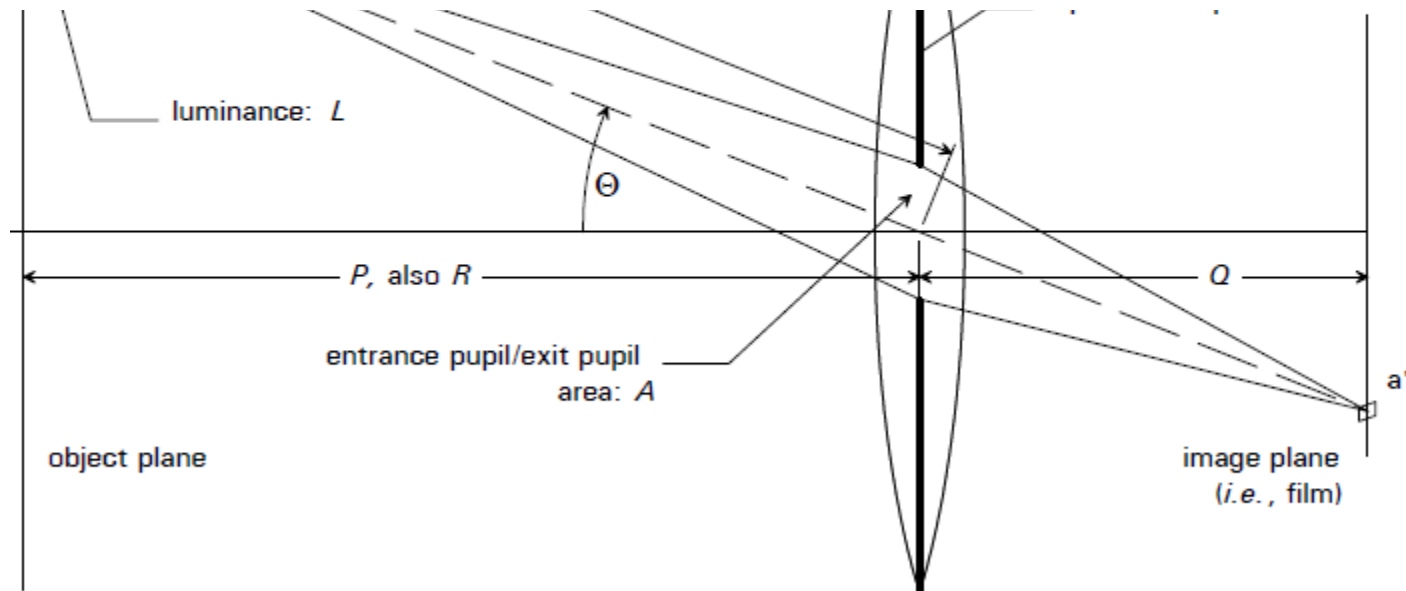


# Расчет освещенности картинной плоскости

The solid angle subtended by the projected area of the entrance pupil,  $\omega$ , seen from the differential area, is approximately<sup>3</sup> given by:

$$\omega = \frac{A_p}{(R')^2}$$

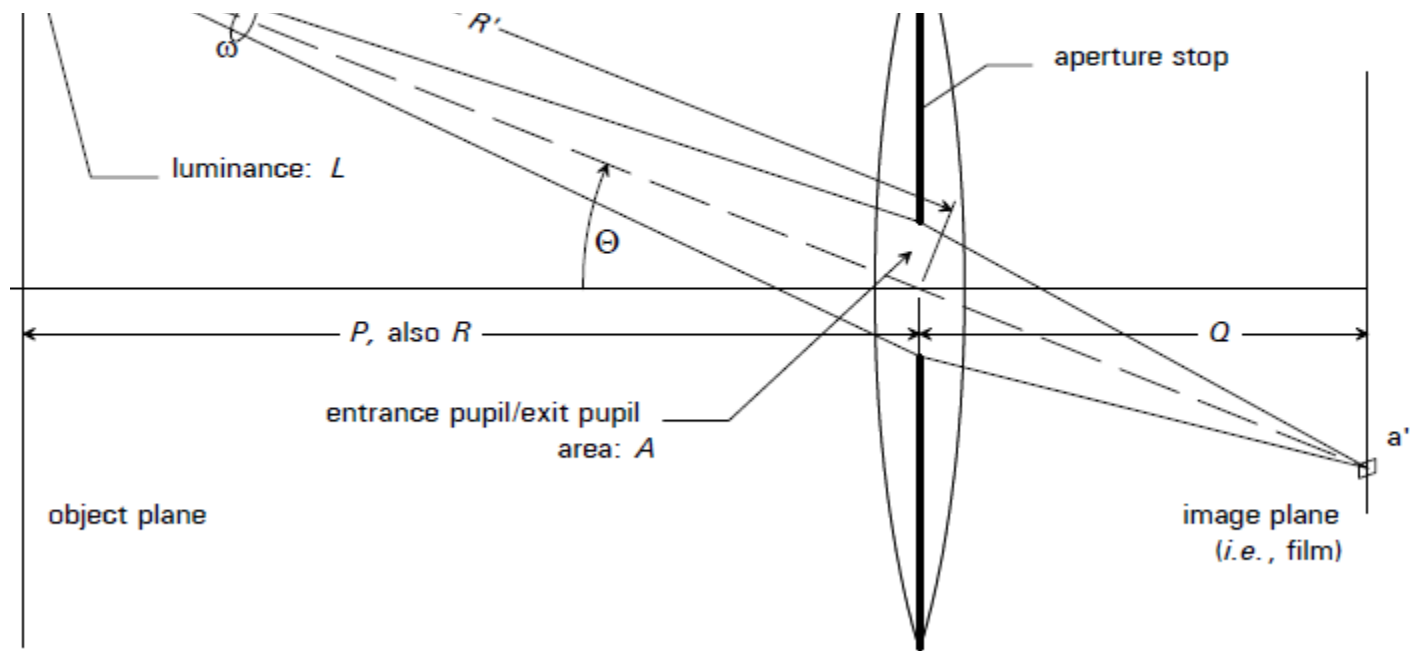
[6]



# Расчет освещенности картинной плоскости

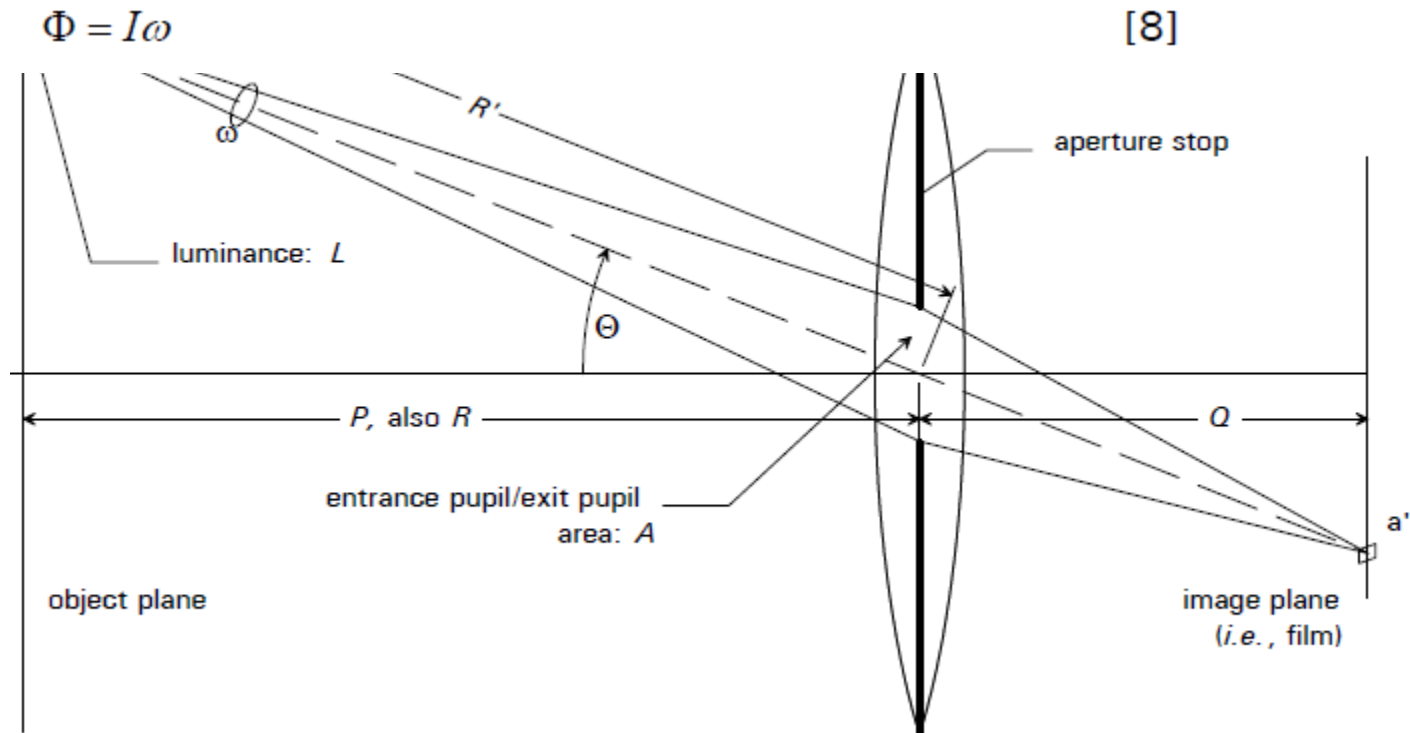
Substituting for  $A_p$  and  $R'$  from equations 4 and 6 gives us:

$$\omega = \frac{A \cos^3 \Theta}{R^2} \quad [7]$$



# Расчет освещенности картинной плоскости

The luminous flux,  $\Phi$ , from the differential area that is captured by the entrance pupil is given by:

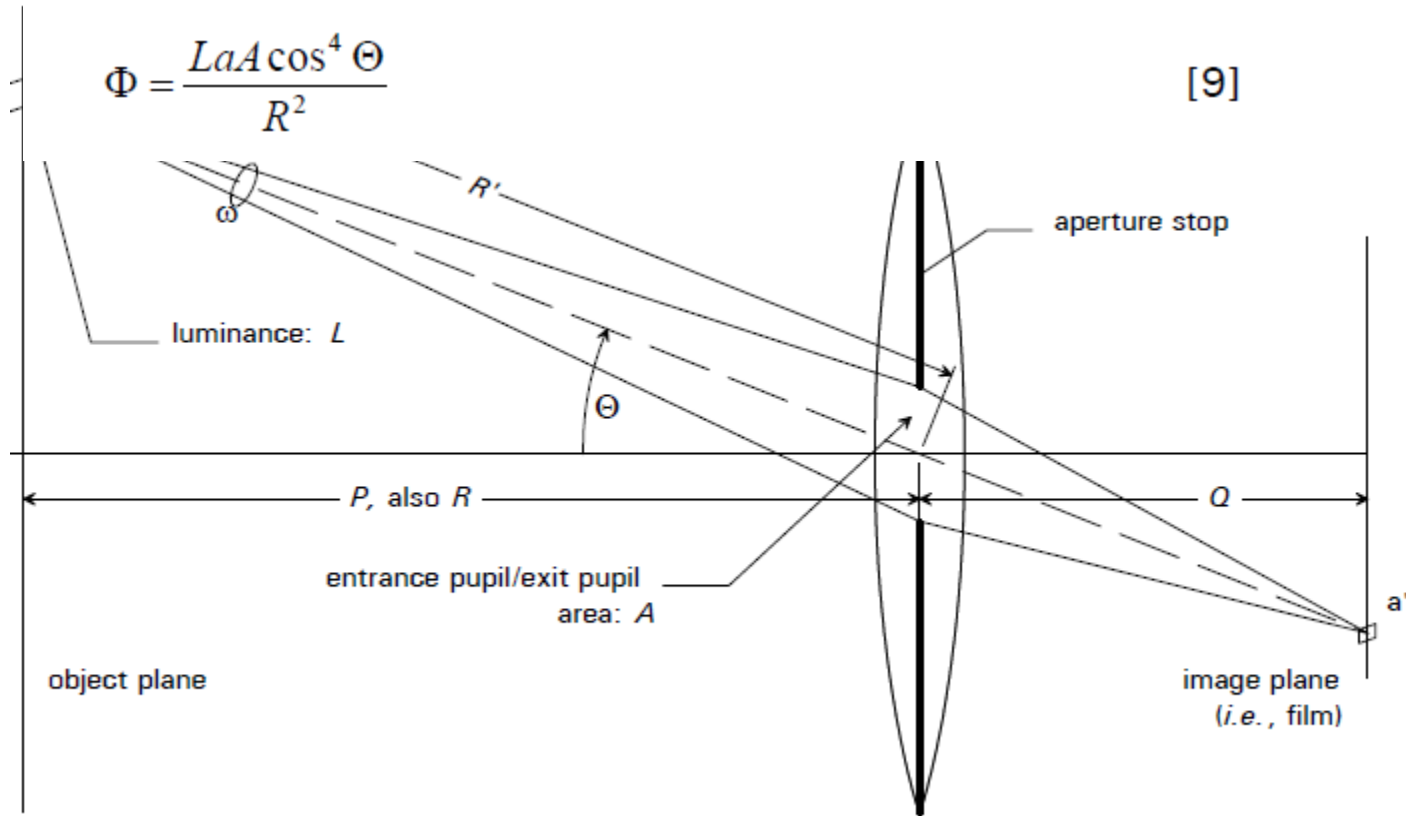


# Расчет освещенности картинной плоскости

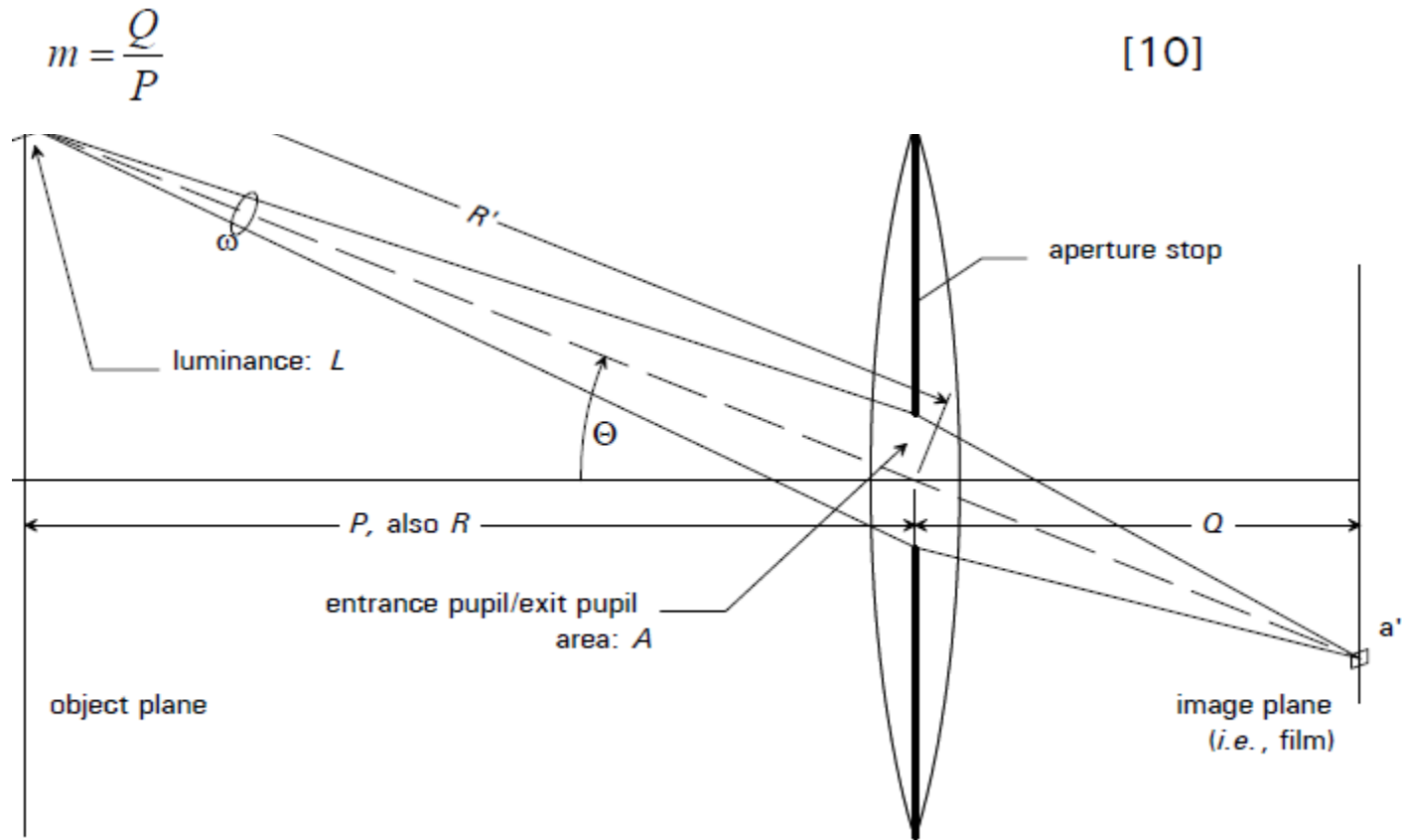
Substituting for  $I$  and  $\omega$  from equations 2 and 7 gives us:

$$\Phi = \frac{LaA \cos^4 \Theta}{R^2}$$

[9]

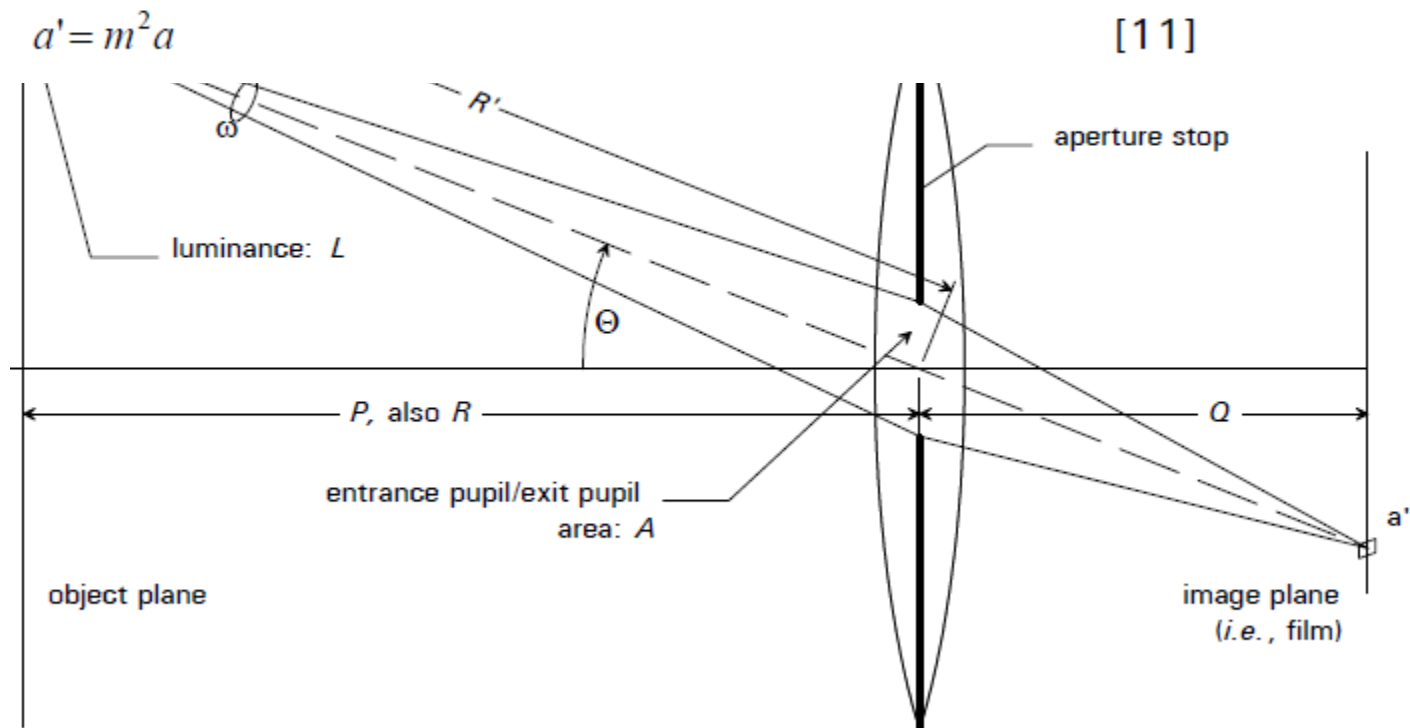


# Расчет освещенности картинной плоскости



# Расчет освещенности картинной плоскости

The area,  $a'$ , of the image of the differential area of the object,  $a$ , is then given by:



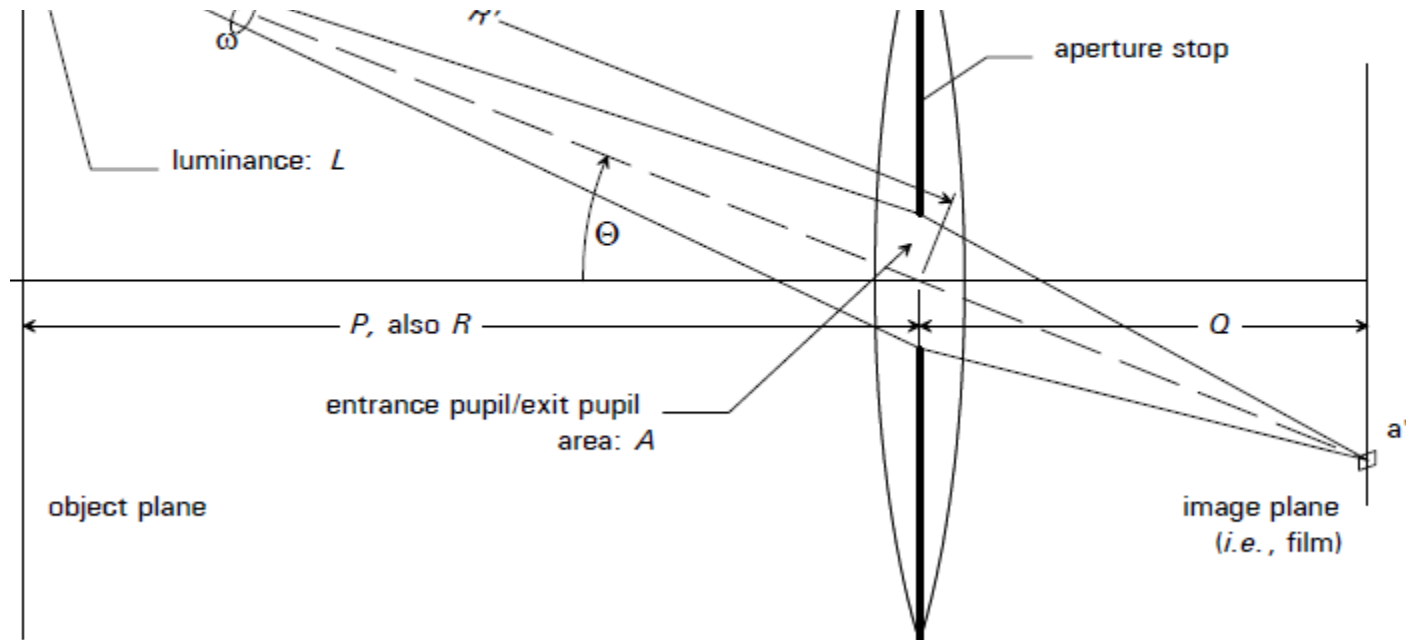


# Расчет освещенности картинной плоскости

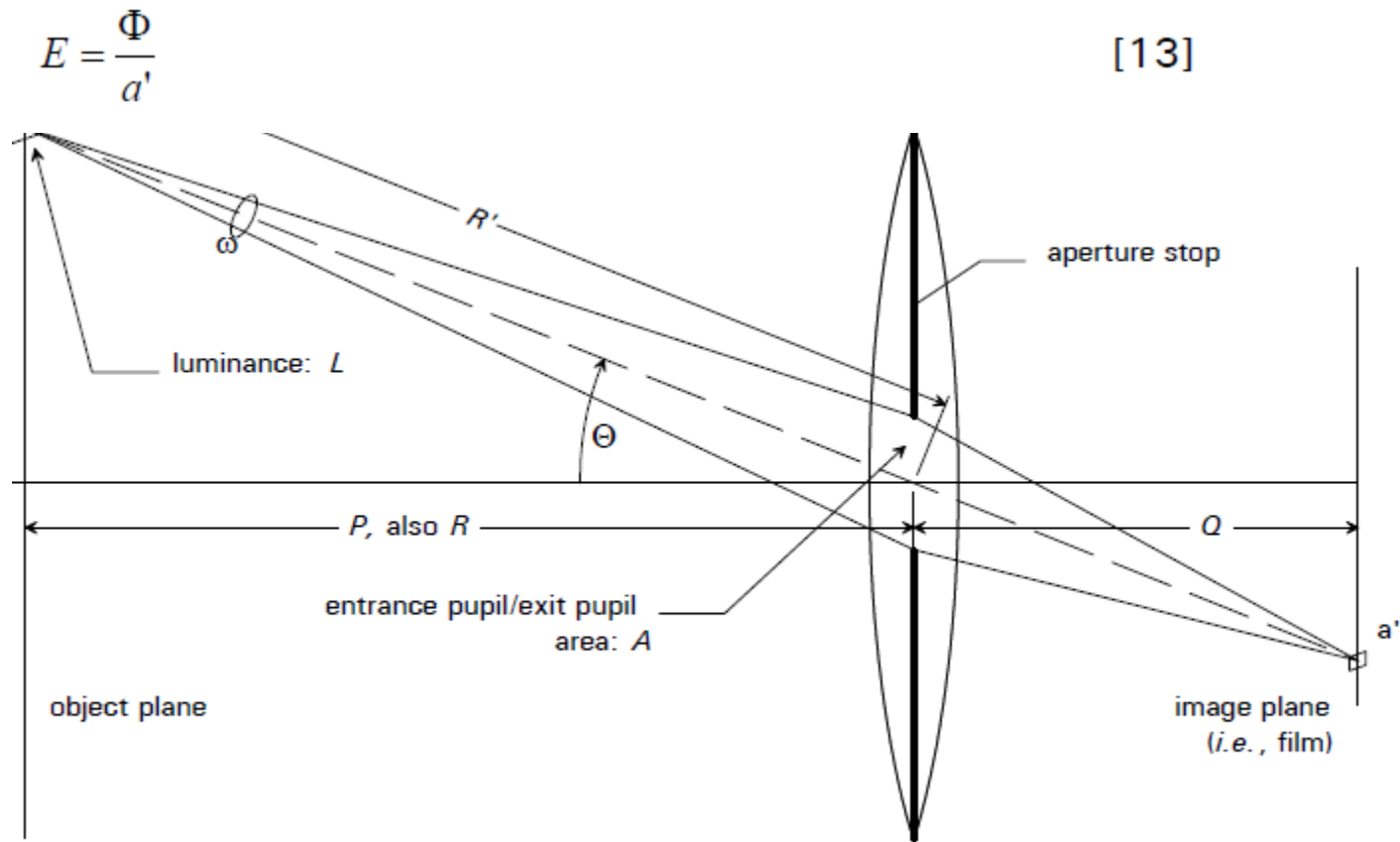
Substituting for  $m$  from equation 10 gives us:

$$a' = \frac{aQ^2}{P^2}$$

[12]



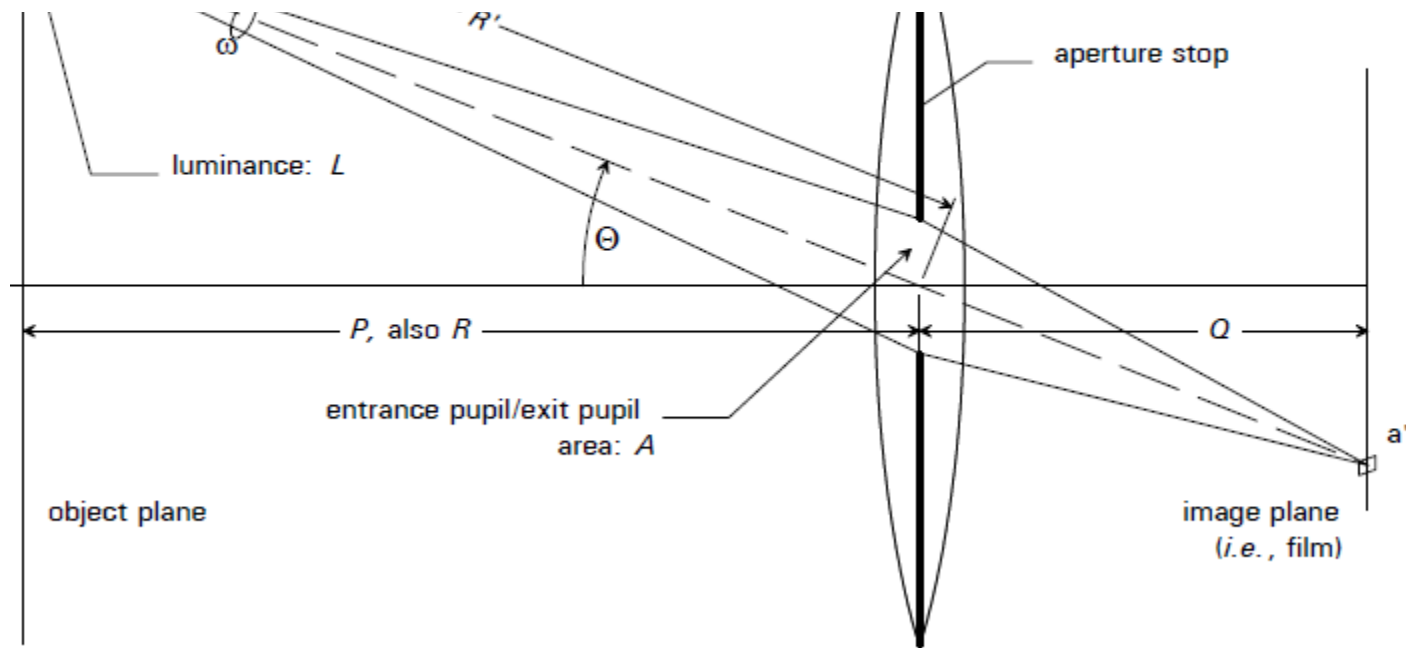
# Расчет освещенности картинной плоскости



# Расчет освещенности картинной плоскости

Substituting for  $\Phi$  and  $a'$  from equations 9 and 12 gives us:

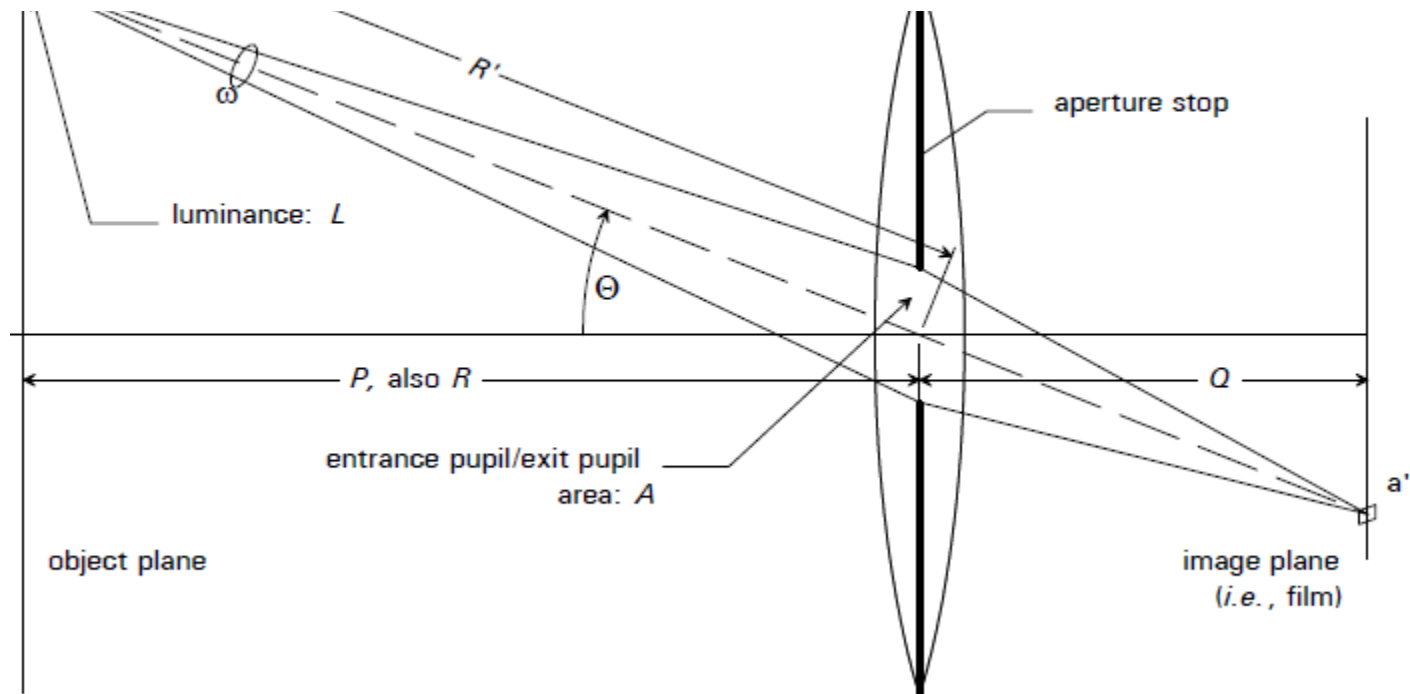
$$E = \frac{LP^2 A \cos^4 \Theta}{R^2 Q^2} \quad [14]$$



# Расчет освещенности картинной плоскости

$$E = \frac{LA \cos^4 \Theta}{Q^2}$$

[15]



# Расчет освещенности картинной плоскости

---

- Для линз, сфокусированных на бесконечность,  $Z=F$

$$E(x') = L \frac{A}{F^2} \cos^4 \theta'$$

- Выразим  $A$  через диаметр диафрагмы (предположим модель тонкой линзы)

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi}{4} D^2, n = \frac{F}{D}$$

$$E(x') = L \frac{\pi D^2}{4F^2} \cos^4 \theta' = L \frac{\pi \cos^4 \theta'}{4n^2}$$

# F-число

---

$$E(x') = L \frac{\pi \cos^4 \theta'}{4n^2}$$

$$n = \frac{f}{D}$$

- Число  $n$  называется диафрагменным числом объектива или f-числом.
- Другие определения: относительное отверстие, светосила, скорость объектива
- **Освещенность картинной плоскости зависит от этого числа**

# F-число

---

- По соглашению F-число пишется как “f/#”, например f/10.
- Поскольку освещенность пропорциональна квадрату, для ручных расчетов применяется ряд корней (с округлением)
- *f/1, f/1.4, f/2, f/2.8, f/4, f/5.6, f/8, f/11, f/16, f/22, f/32, f/45, f/64, f/90, f/128*
- **Каждый следующий шаг уменьшает освещенность в два раза**

# Расчет освещенности с помощью форм-факторов

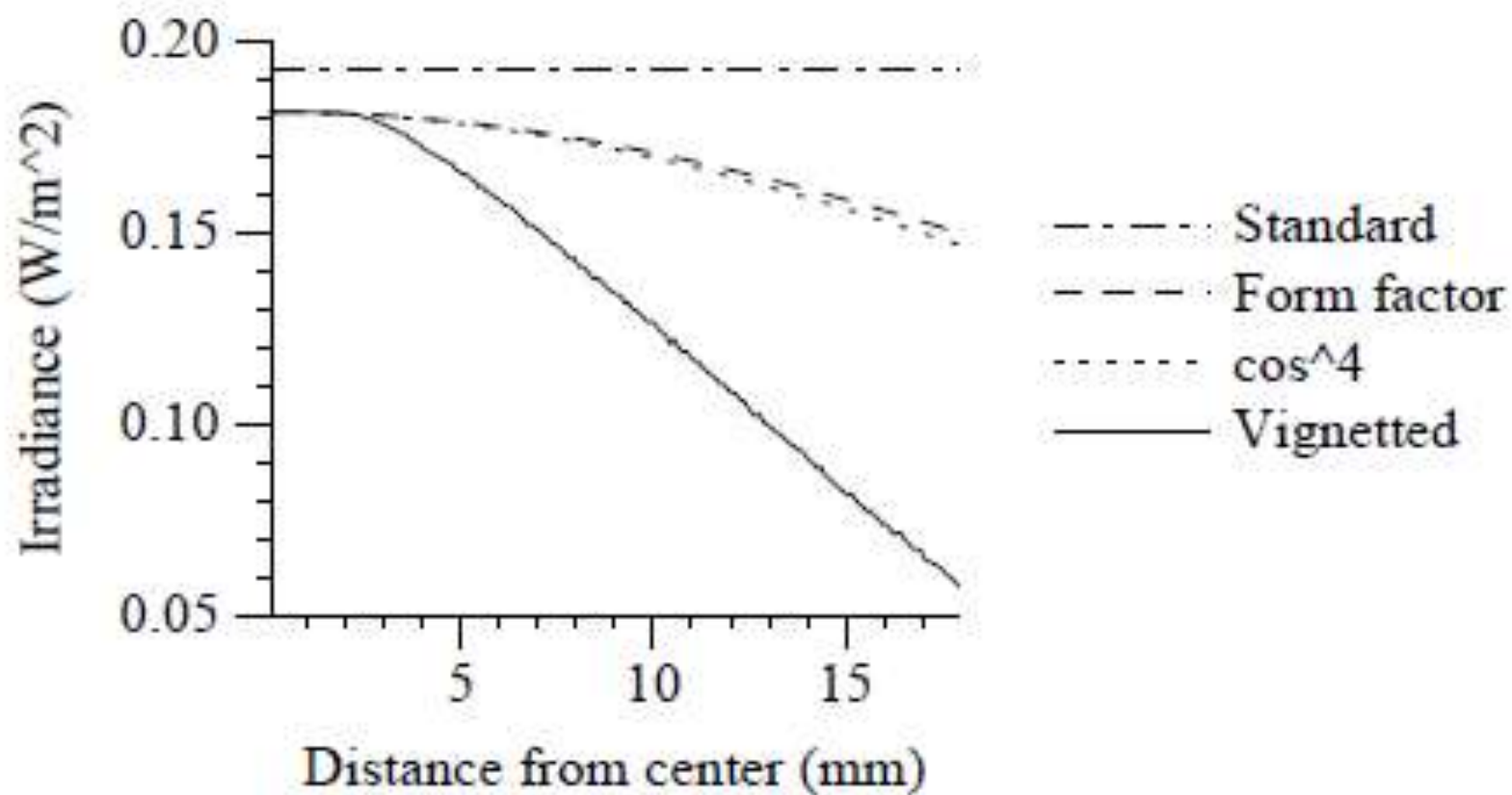
---

- Можно точно рассчитать вид и площадь проекции.



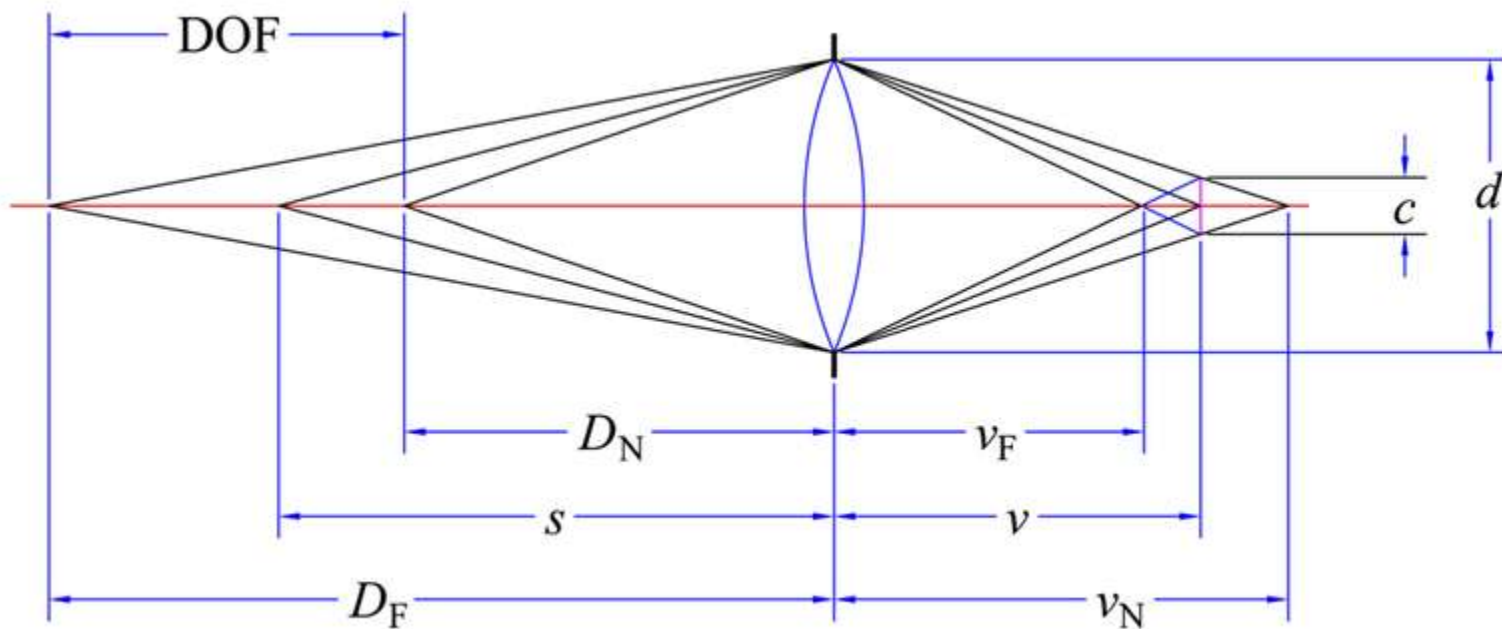
# Вычисленная и реальная освещенность

---

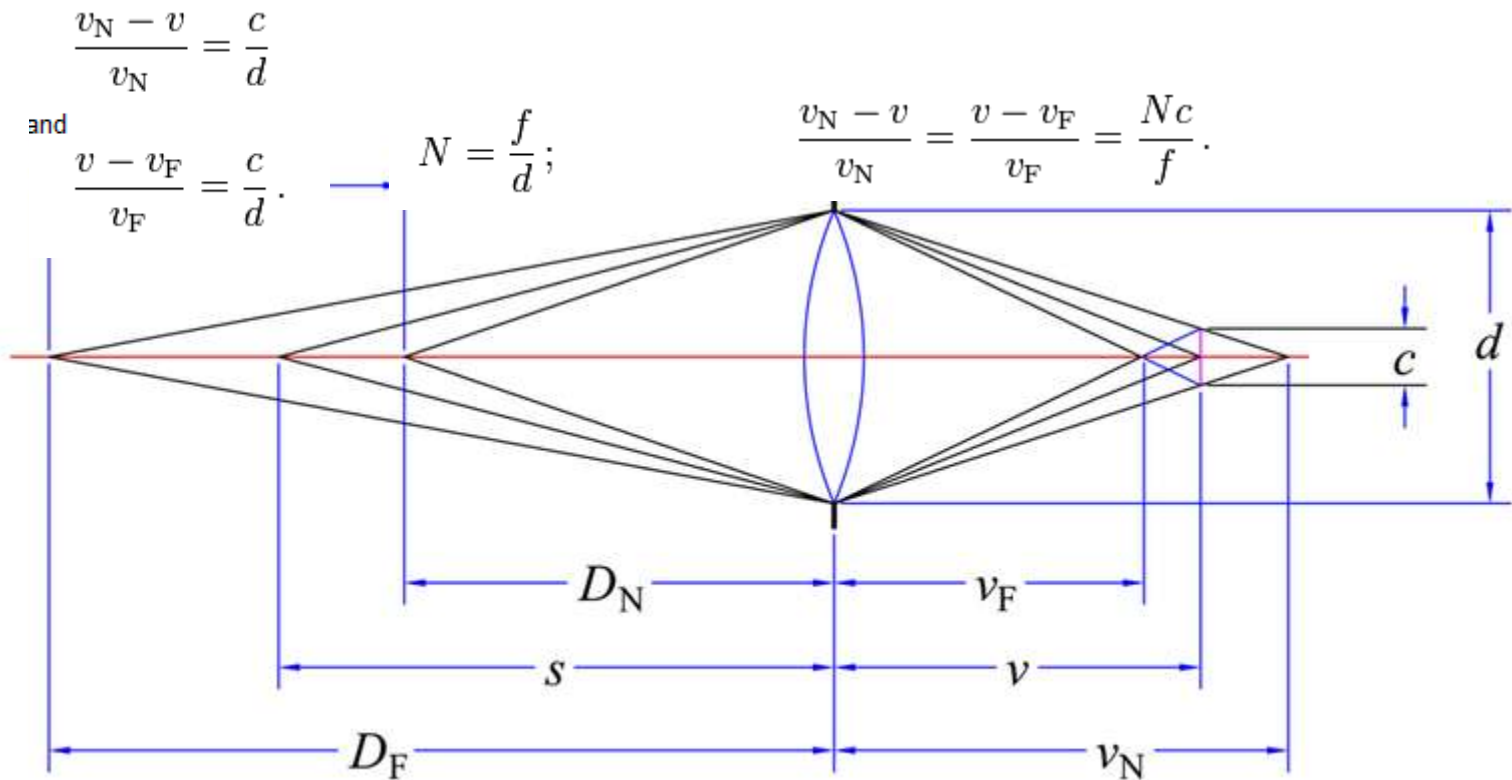


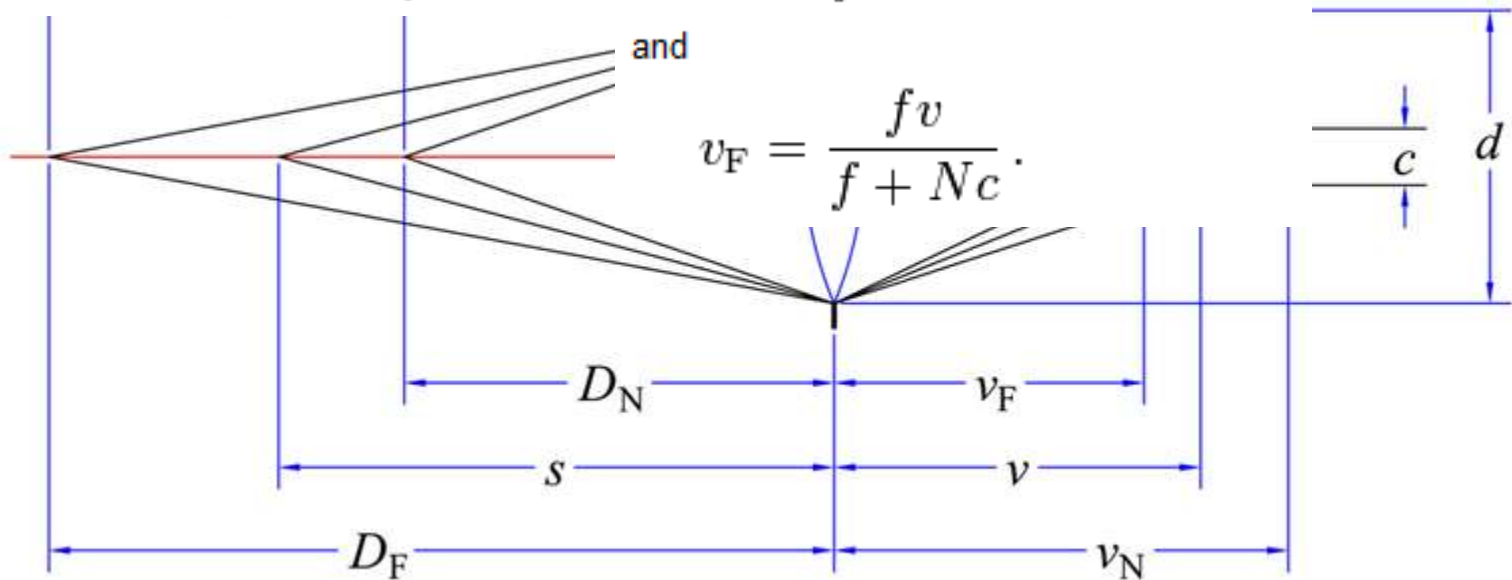
# Глубина резкости

---



# Глубина резкости





# Глубина резкости

The image distance  $v$  is related to an object distance  $s$  by the thin lens equation

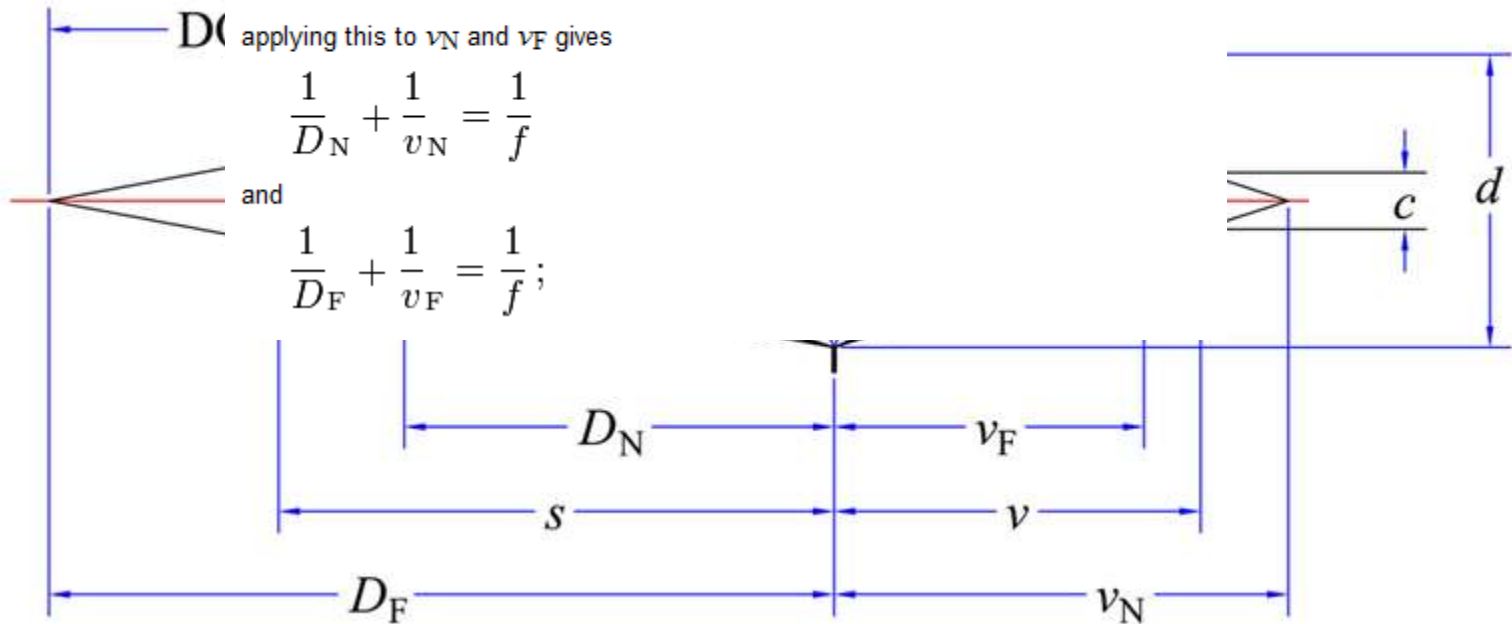
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f};$$

applying this to  $v_N$  and  $v_F$  gives

$$\frac{1}{D_N} + \frac{1}{v_N} = \frac{1}{f}$$

and

$$\frac{1}{D_F} + \frac{1}{v_F} = \frac{1}{f};$$



# Глубина резкости

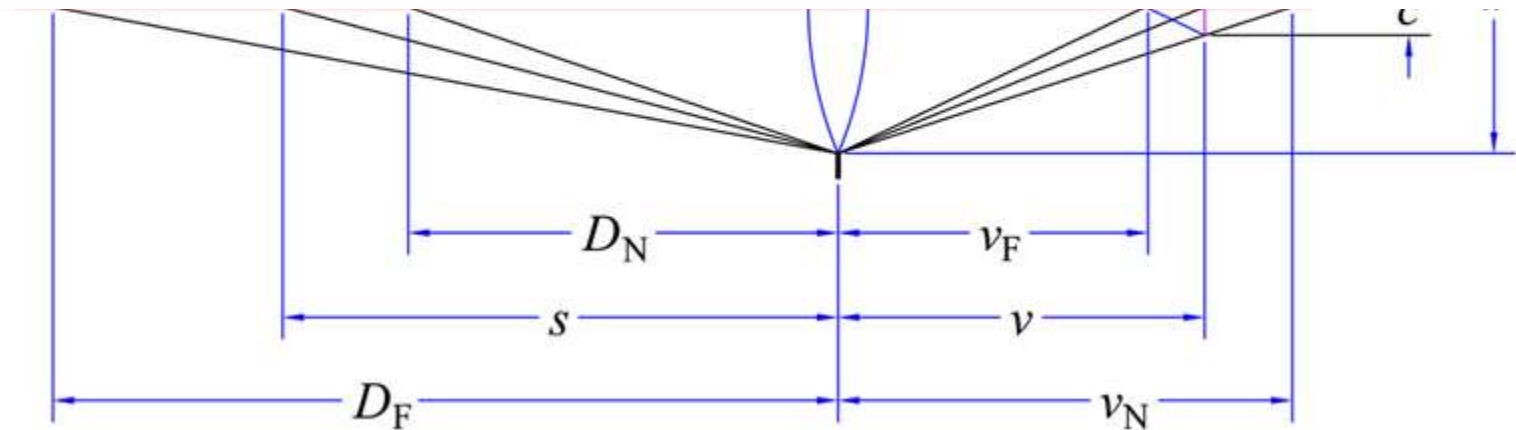
---

solving for  $v$ ,  $v_N$ , and  $v_F$  in these three equations, substituting into the two previous equations, and rearranging gives the near and far limits of DOF:

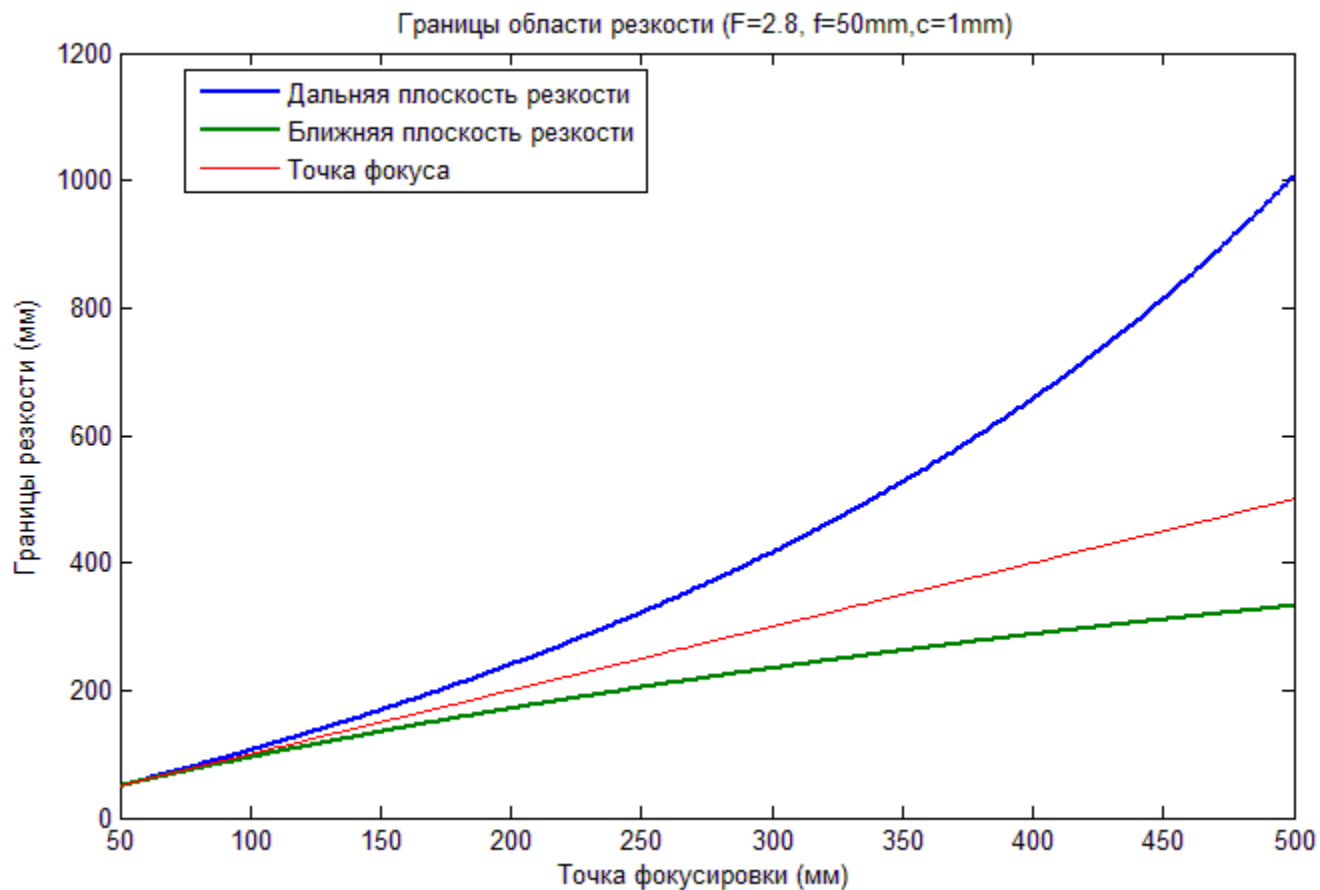
$$D_N = \frac{sf^2}{f^2 + Nc(s - f)}$$

and

$$D_F = \frac{sf^2}{f^2 - Nc(s - f)}.$$



# Границы области резкости

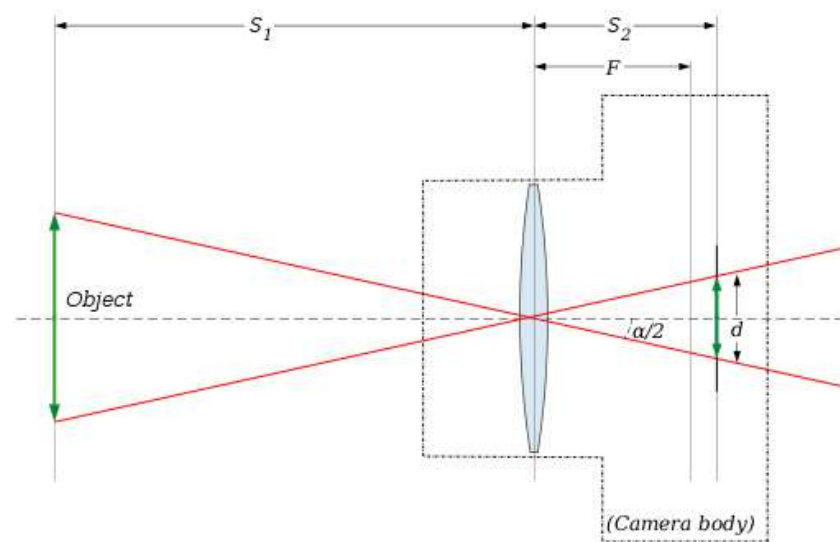


# Поле зрения. Размеры сенсоров.

---

Что определяет поле зрения камеры?

- Фокусное расстояние камеры (увеличение)
- Размер сенсора камеры («формат» камеры) («увеличение»)
- Расстояние фокусировки линзы (небольшое влияние)
- Диафрагма линзы





# Спецификации проекции камеры

---

- Фокусное расстояние
- Диафрагменное число
- Размер сенсора
- Кривые поглощения (как правило неизвестны)
- Дополнительно:
  - Время экспозиции
  - Чувствительность по системе ISO

# Варианты построения проекции камеры

---

- Pinhole-камера
  - Нет диафрагмы (бесконечная глубина резкости)
  - Линейная проекция
- Тонкая линза
  - Конечная глубина резкости
  - Линейная проекция возможна
- Толстая линза
  - Конечная глубина резкости
  - Учет размера линзы
  - Линейная проекция возможна
- Моделирование оптической системы
  - Нужны данные по оптической системе
  - Проекция нелинейная (трассировка лучей)

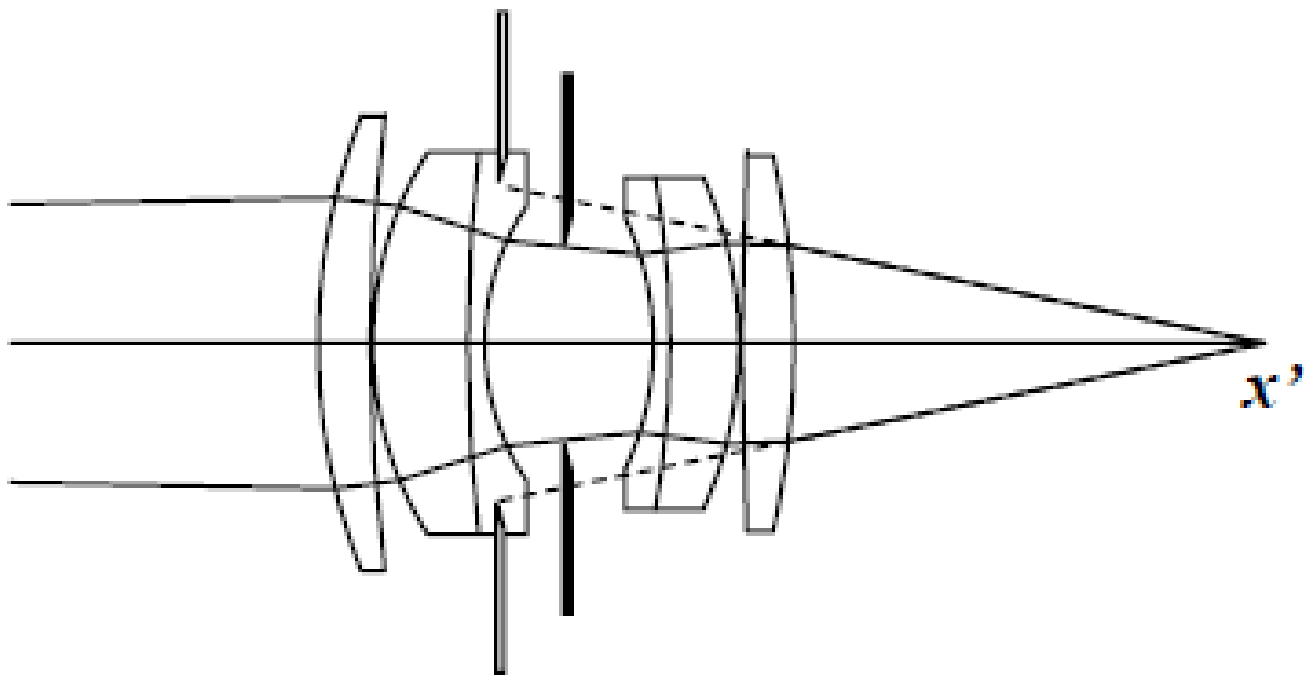
# Как строить изображение

---

- 1) находим выходной зрачок системы
  - Для тонкой линзы = диафрагма
  - Можно использовать задний элемент для полной симуляции, но это менее эффективно
- 2) Кидаем лучи  $L$  из каждого пикселя внутрь телесного угла, соответствующего выходному зрачку
- 3) Преломляем луч через систему
- 4) Находим пересечение со сценой и вычисляем  $L$  в заданном направлении

# Почему выходной зрачок?

---



# Как строить изображение (вариант для pinhole или нулевой диафрагмы)

---

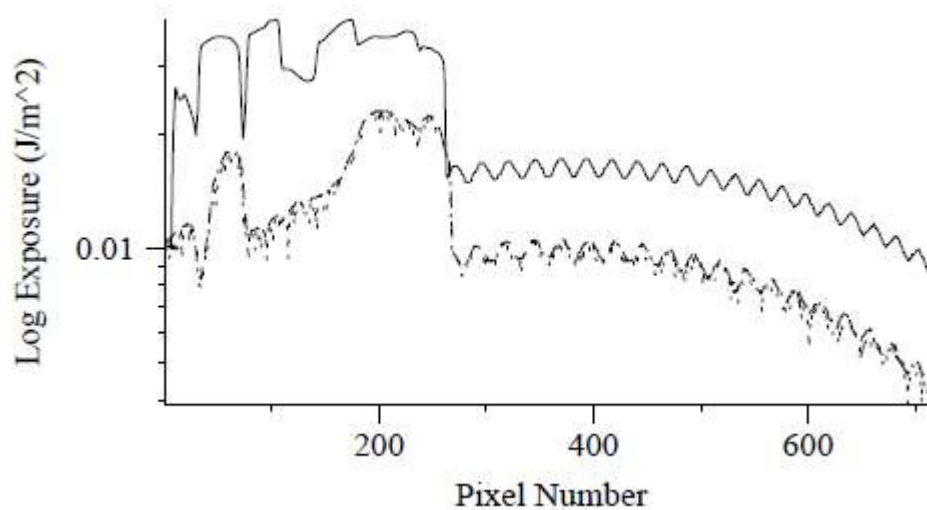
- 1) находим линейное преобразование проекции для данной линзы
- 2) находим проекцию сцены с помощью данного преобразования
- 3) растеризуем треугольники на изображении

# Сравнение результатов моделирования

Модель опт. системы

Толстая линза

Тонкая линза



# В следующий раз

---

- Устранение ступенчатости
- Сэмплирование и реконструкция

# Литература и ссылки

---

- Brian A. Barsky et al Camera Models and Optical Systems Used in Computer Graphics, Lecture Notes in Computer Science, 2003
- Kolb, C., Mitchell, D., and Hanrahan, P. 1995. A realistic camera model for computer graphics. In SIGGRAPH '95



# Литература и ссылки (2)

---

- Center of Projection  
<http://toothwalker.org/optics/cop.html>
- David Jacobsen, Lens FAQ  
<http://photo.net/photo/optics/lensFAQ>
- David Jacobsen, Lens Tutorial  
<http://photo.net/photo/optics/lensTutorial>
- Doug Kerr. Depth of Field in Film and Digital Cameras  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Depth\\_of\\_Field.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Depth_of_Field.pdf)
- Doug Kerr. Derivation of the "Cosine Fourth" Law for Falloff of Illuminance Across a Camera Image  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Cosine\\_Fourth\\_Falloff.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Cosine_Fourth_Falloff.pdf)
- Doug Kerr. Describing Digital Camera Sensor Sizes  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Sensor\\_Sizes.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Sensor_Sizes.pdf)
- Digital Camera Sensor Colorimetry  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Sensor\\_Colorimetry.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Sensor_Colorimetry.pdf)
- Equivalent Focal Length  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Equiv\\_Focal\\_Length.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Equiv_Focal_Length.pdf)
- Field of View in Photography  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Field\\_of\\_View.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Field_of_View.pdf)
- Lens Principal and Nodal Points  
[http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Lens\\_Points.pdf](http://dougkerr.net/Pumpkin/articles/Lens_Points.pdf)
- <http://www.cim.mcgill.ca/~langer/557/lecture21.pdf>