

●万有引力

質量を持つあらゆる物体どうしが引き合う力のことを万有引力という。

万有引力の大きさは、2 物体の質量 M, m の積に比例し、距離 r の 2 乗に反比例する。比例定数を G (= 万有引力定数 $6.67 \times 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2]$) を用いて、

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

と表せる。

万有引力による位置エネルギーは、無限遠を基準($r = \infty$ で $U = 0$) とすると、

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

と表せる。

●ケプラーの法則¹

太陽のまわりを周回する惑星に関して、以下 3 つの法則が成り立つ。

(1) 第一法則

各惑星は楕円軌道を描き、焦点の 1 つが太陽に一致する。

(2) 第二法則

面積速度一定の法則(*)

(3) 第三法則

各惑星に関して、 $\frac{T^2}{a^3}$ の値が一致する。(T : 周期, a : 長半径)

¹ 太陽→地球, 惑星→衛星 などと置き換えても成り立つ。

(*)面積速度一定の法則

中心力のみを受けて動く物体の面積速度は一定である。

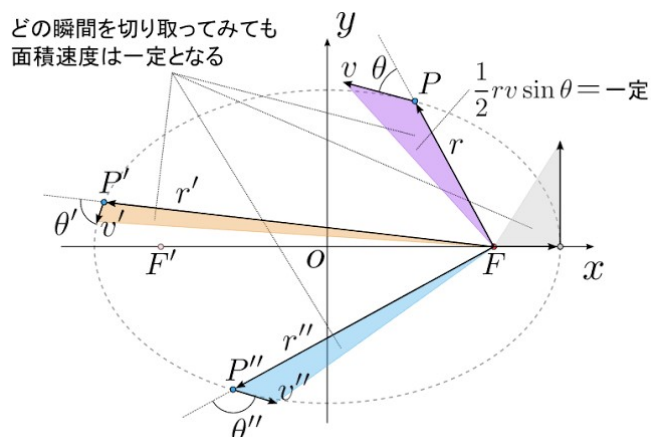
面積速度とは、惑星と太陽を結ぶ線分が一定時間通過する面積のこと。(図を参照²⁾)

$$\frac{1}{2}rv\sin\theta = \text{const. (一定)}$$

特に、近日点³と遠日点⁴において、

$$\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2$$

が成り立つ。(∵ $\sin\theta = \sin\frac{\pi}{2} = 1$)



●問題での使用

①円運動⁵

円の運動方程式を立式。向心力は万有引力。

②楕円運動

1. 面積速度一定の法則
2. 力学的エネルギー保存則
3. ケプラーの第三法則 ⇒ 他の軌道と関係付け、周期を求める時に用いられる。

③他

力学的エネルギー保存則

* 地球表面から打ち出した物体が無限遠へ行ってしまう最小の初速度⁶を求めるときなどに使用する。

上の例では、無限遠での速さが 0 以上であることを力学的エネルギー保存則を用いて立式する。

² 「高校物理の備忘録」(<https://physnotes.jp/>)から引用。

³ 太陽に最も近づく点。

⁴ 太陽に最も遠くなる点。近日点の反対側。

⁵ 万有引力定数 G や地球の質量 M が与えられていない場合、 $GM = gR^2$ を用いると良い。

[導出] 地球上で、質量 m の物体にかかる重力と万有引力を比較する。

$$mg = G \frac{Mm}{R^2}$$

これを式変形すると、 $GM = gR^2$ が得られる。

⁶ 第 2 宇宙速度と呼ばれる。第 1 宇宙速度とは、地球から打ち出した物体が人工衛星となるために必要な最小の初速度のこと。