



Семинар

Илья Почуев

Старший backend-разработчик,
Вконтакте



Цель занятия:

Освоить ключевые алгоритмы для эффективной обработки массивов.

Научиться применять различные подходы к решению типовых задач с массивами, фокусируясь на оптимизации по времени и памяти.

Развить навыки "in-place" модификации массивов и работы без дополнительных аллокаций.

Подготовиться к решению алгоритмических задач, связанных с массивами, на интервью и в реальной разработке.



Сумма всех чисел

1 1000000

Two sum

- Дан отсортированный по возрастанию массив целых чисел и некоторое число `target`.
- Необходимо найти два числа в массиве, которые в сумме дают заданное значение `target`, и вернуть их индексы.

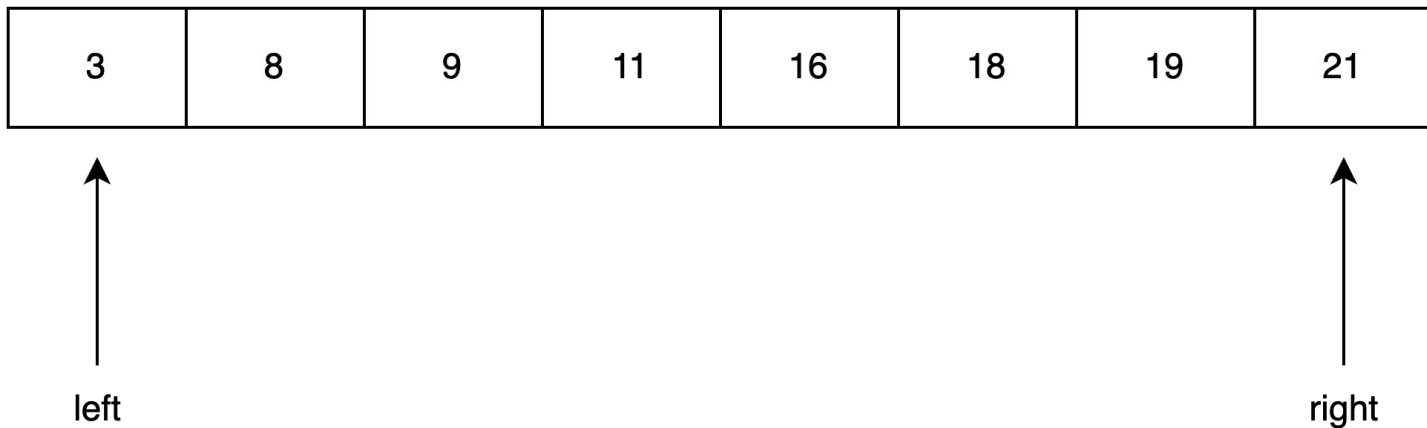
Two sum

target = 25

3	8	9	11	16	18	19	21
---	---	---	----	----	----	----	----

Two sum

target = 25



Two sum

```
function twoSum(nums, target) {  
    left = 0;  
    right = len(nums) - 1;  
  
    while (left < right) {  
        sum = nums[left] + nums[right];  
  
        ...  
    }  
  
    return [];  
}
```


Two sum

- Применяем метод двух указателей
- Суммируем значения по левым и правым индексами
- Если полученная сумма меньше исходного значения, то двигаем левый указатель, так как необходимо увеличить сумму. В противном случае двигаем правый

```
function twoSum(nums, target) {  
    left = 0;  
    right = len(nums) - 1;  
  
    while (left < right) {  
        sum = nums[left] + nums[right];  
  
        if (sum == target) {  
            return [left, right];  
        } else if (sum < target) {  
            left++;  
        } else {  
            right--;  
        }  
    }  
  
    return [];  
}
```

Развернуть массив

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть его.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций.

Развернуть массив

3	8	6	9	9	8	6
---	---	---	---	---	---	---

6	8	9	9	6	8	3
---	---	---	---	---	---	---

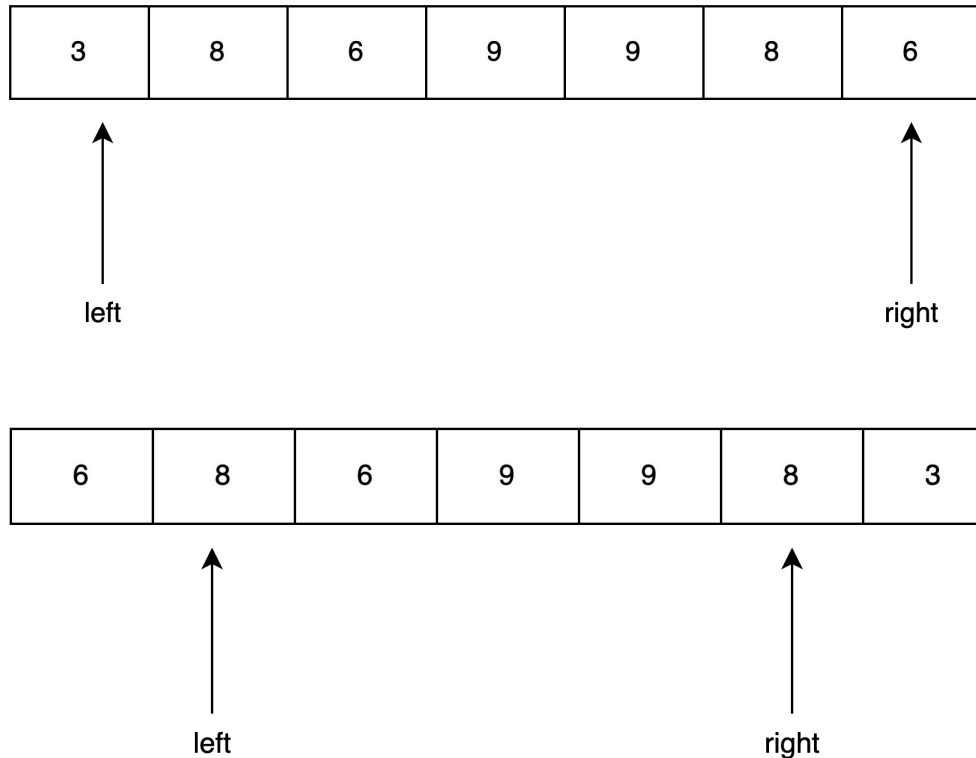
Развернуть массив

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть его.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций.

```
function reverseArray(arr) {  
  
    return arr  
}
```

Развернуть массив

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть его.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций.



Развернуть массив

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть его.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций.

```
function reverseArray(arr) {  
    left = 0;  
    right = len(arr) - 1;  
  
    return arr  
}
```

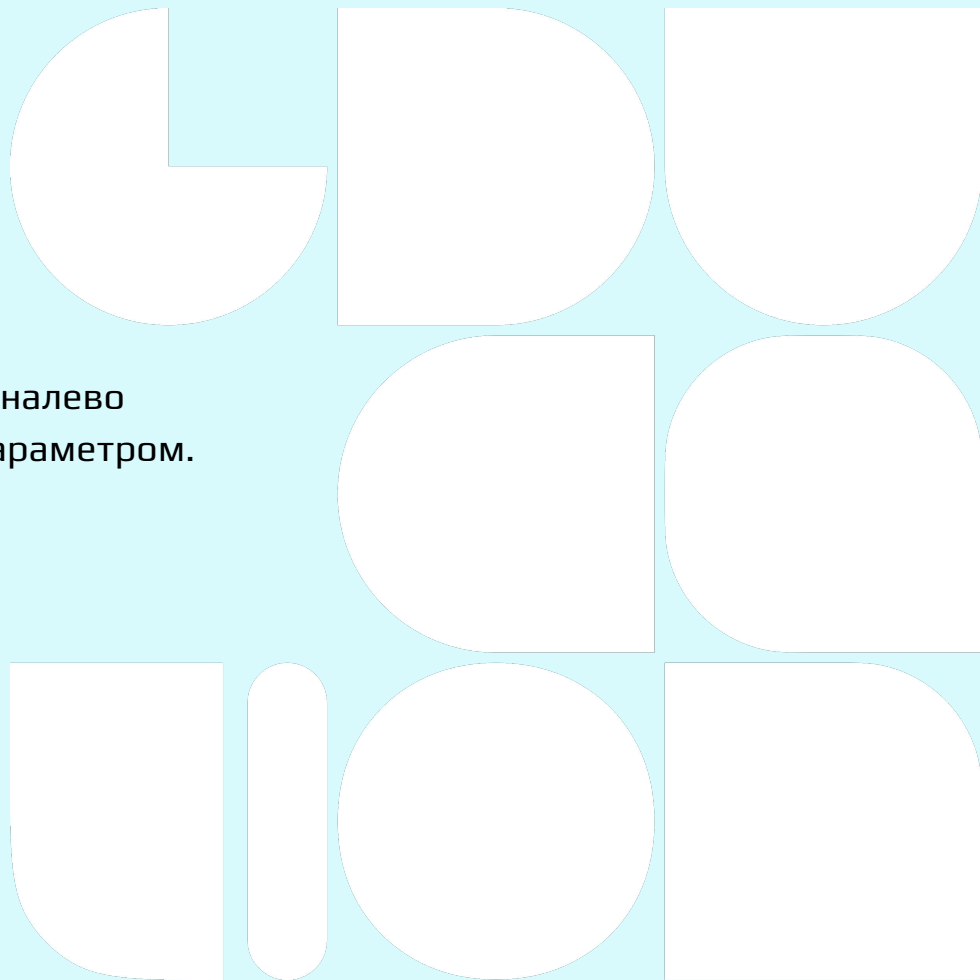
Развернуть массив

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть его.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций.

```
function reverseArray(arr) {  
    left = 0;  
    right = len(arr) - 1;  
  
    while (left < right) {  
        swap(arr[left], arr[right]);  
        //arr[left], arr[right] = arr[right], arr[left]  
        left++;  
        right--;  
    }  
  
    return arr  
}
```

Развернуть часть массива

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо повернуть (сдвинуть) справа налево часть массива, которая указана вторым параметром.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций
- Исходный массив: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- $k = 3$
- Результат: 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4



Развернуть часть массива

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть справа налево часть массива, которая указана вторым параметром.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций

<https://leetcode.com/problems/rotate-array/description/>

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
    while (left < right) {  
        swap(arr[left], arr[right])  
        left++  
        right--  
    }  
}
```

```
function solution(arr, k) {  
    n = len(arr)  
  
    return arr  
}
```

Развернуть часть массива

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть справа налево часть массива, которая указана вторым параметром.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

5, 6, 7, 4, 3, 2, 1

5, 6, 7, 1, 2, 3, 4

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
    while (left < right) {  
        swap(arr[left], arr[right])  
        left++  
        right--  
    }  
}
```

```
function solution(arr, k) {  
    n = len(arr)  
  
    return arr  
}
```

Развернуть часть массива

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть справа налево часть массива, которая указана вторым параметром.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

5, 6, 7, 4, 3, 2, 1

// разворачиваем первые k чисел

5, 6, 7

// разворачиваем оставшийся массив

1, 2, 3, 4, 5

Если $k > n$?

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
    while (left < right) {  
        swap(arr[left], arr[right])  
        left++  
        right--  
    }  
}  
  
function solution(arr, k) {  
    n = len(arr)  
  
    reverseArray(arr, 0, n - 1) //7, 6, 5, 4, 3, 2, 1  
    ...  
  
    return arr  
}
```

Развернуть часть массива

- Дан массив целых чисел.
- Необходимо развернуть справа налево часть массива, которая указана вторым параметром.
- Сделать это надо за линейное время без дополнительных аллокаций

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

5, 6, 7, 4, 3, 2, 1

// разворачиваем первые k чисел

5, 6, 7

// разворачиваем оставшийся массив

1, 2, 3, 4, 5

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
  while (left < right) {  
    swap(arr[left], arr[right])  
    left++  
    right--  
  }  
}
```

```
function solution(arr, k) {  
  n = len(arr)  
  
  reverseArray(arr, 0, n - 1)  
  reverseArray(arr, 0, k - 1)  
  reverseArray(arr, k, n - 1)  
  
  return arr  
}
```

Развернуть часть массива

Если $k > n$?

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
  while (left < right) {  
    swap(arr[left], arr[right])  
    left++  
    right--  
  }  
}
```

```
function solution(arr, k) {  
  n = len(arr)  
  
  reverseArray(arr, 0, n - 1)  
  reverseArray(arr, 0, k - 1)  
  reverseArray(arr, k, n - 1)  
  
  return arr;  
}
```

Развернуть часть массива

Если $k > n$?

```
function reverseArray(arr, left, right) {  
  while (left < right) {  
    swap(arr[left], arr[right])  
    left++  
    right--  
  }  
}
```

```
function solution(arr, k) {  
  n = len(arr)  
  
  reverseArray(arr, 0, n - 1)  
  reverseArray(arr, 0, k mod n - 1)  
  reverseArray(arr, k mod n, n - 1)  
  
  return arr;  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов

- Дано два отсортированных массива.
- Необходимо написать функцию которая объединит эти два массива в один отсортированный.



Слияние двух отсортированных массивов

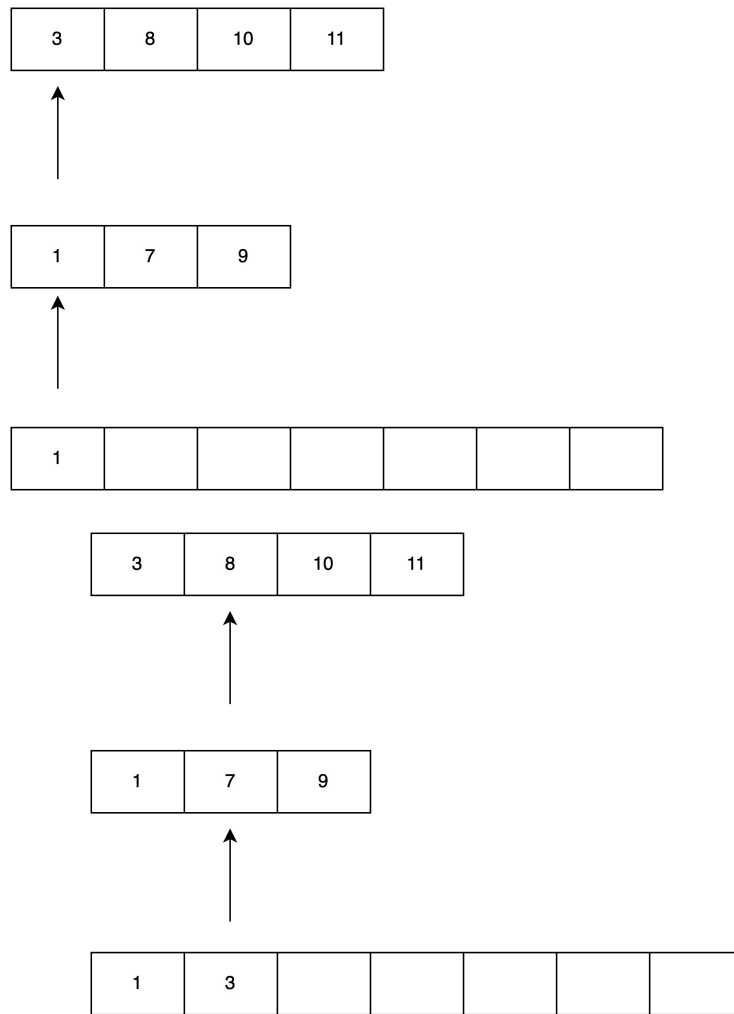
3	8	10	11
---	---	----	----

1	7	9
---	---	---

1	3	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	----	----

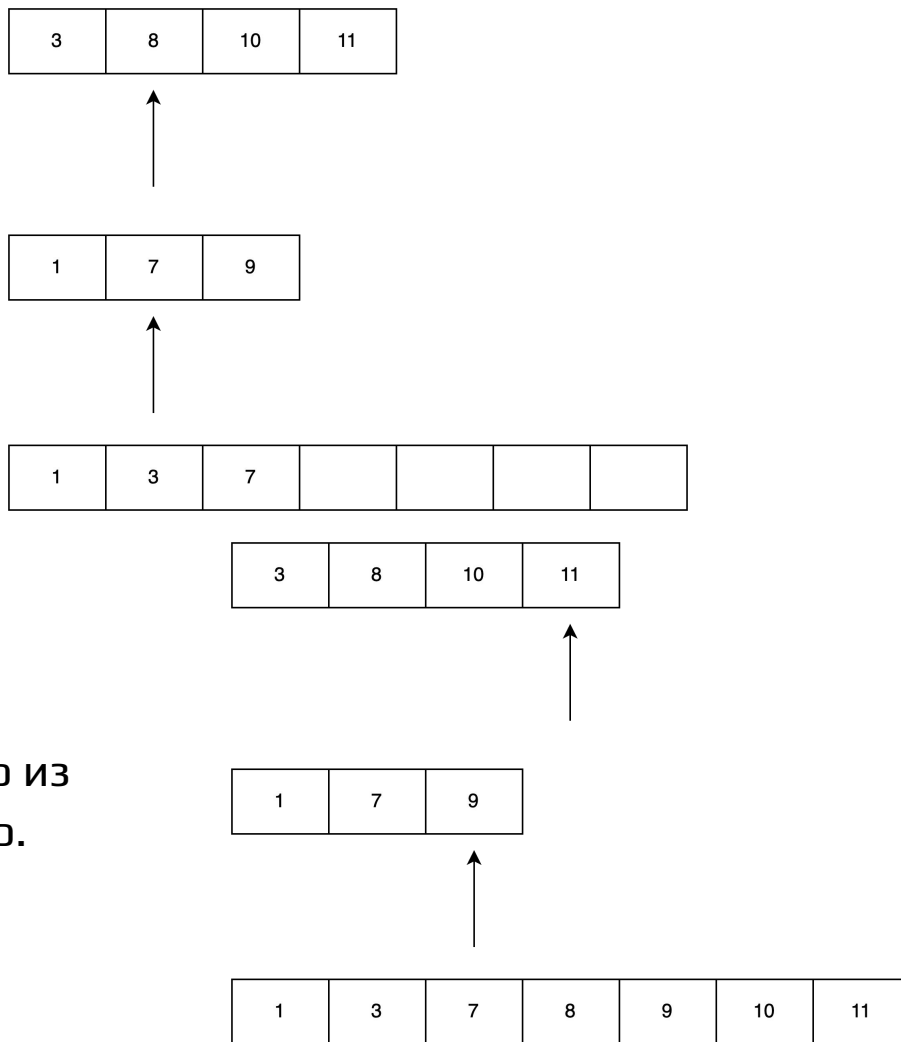
Слияние двух отсортированных массивов

- Создаем два указателя i и j .
- В цикле сравниваем значения под этими индексами.
- В зависимости от результата сравнения, в результирующий массив записываем элемент либо из первого массива, либо из второго.



Слияние двух отсортированных массивов

- Создаем два указателя i и j .
- В цикле сравниваем значения под этими индексами.
- В зависимости от результата сравнения, в результирующий массив записываем элемент либо из первого массива, либо из второго.



Слияние двух отсортированных массивов

```
function merge_sorted_arrays(arr1, arr2) {  
    merged_array = []  
  
    return merged_array  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов

- Создаем два указателя *i* и *j*.
- В цикле сравниваем значения под этими индексами.
- В зависимости от результата сравнения, в результирующий массив записываем элемент либо из первого массива, либо из второго.

```
function merge_sorted_arrays(arr1, arr2) {  
    merged_array = []  
    i = 0; j = 0  
  
    while i < len(arr1) and j < len(arr2) {  
  
    }  
  
    return merged_array  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов

- Создаем два указателя i и j .
- В цикле сравниваем значения под этими индексами.
- В зависимости от результата сравнения, в результирующий массив записываем элемент либо из первого массива, либо из второго.

```
function merge_sorted_arrays(arr1, arr2) {  
    merged_array = []  
    i = 0; j = 0  
  
    while i < len(arr1) and j < len(arr2) {  
        if arr1[i] < arr2[j] {  
            merged_array.append(arr1[i])  
            i++  
        } else {  
            merged_array.append(arr2[j])  
            j++  
        }  
    }  
  
    return merged_array  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов

- Создаем два указателя *i* и *j*.
- В цикле сравниваем значения под этими индексами.
- В зависимости от результата сравнения, в результирующий массив записываем элемент либо из первого массива, либо из второго.

```
function merge_sorted_arrays(arr1, arr2) {  
    merged_array = []  
    i = 0; j = 0  
  
    while i < len(arr1) and j < len(arr2) {  
        if arr1[i] < arr2[j] {  
            merged_array.append(arr1[i])  
            i++  
        } else {  
            merged_array.append(arr2[j])  
            j++  
        }  
    }  
  
    // Если в каком-то из массивов остались  
    // элементы, добавляем их в конец слияния  
    merged_array.append(arr1[i:])  
    merged_array.append(arr2[j:])  
  
    return merged_array  
}
```

Какой недостаток?

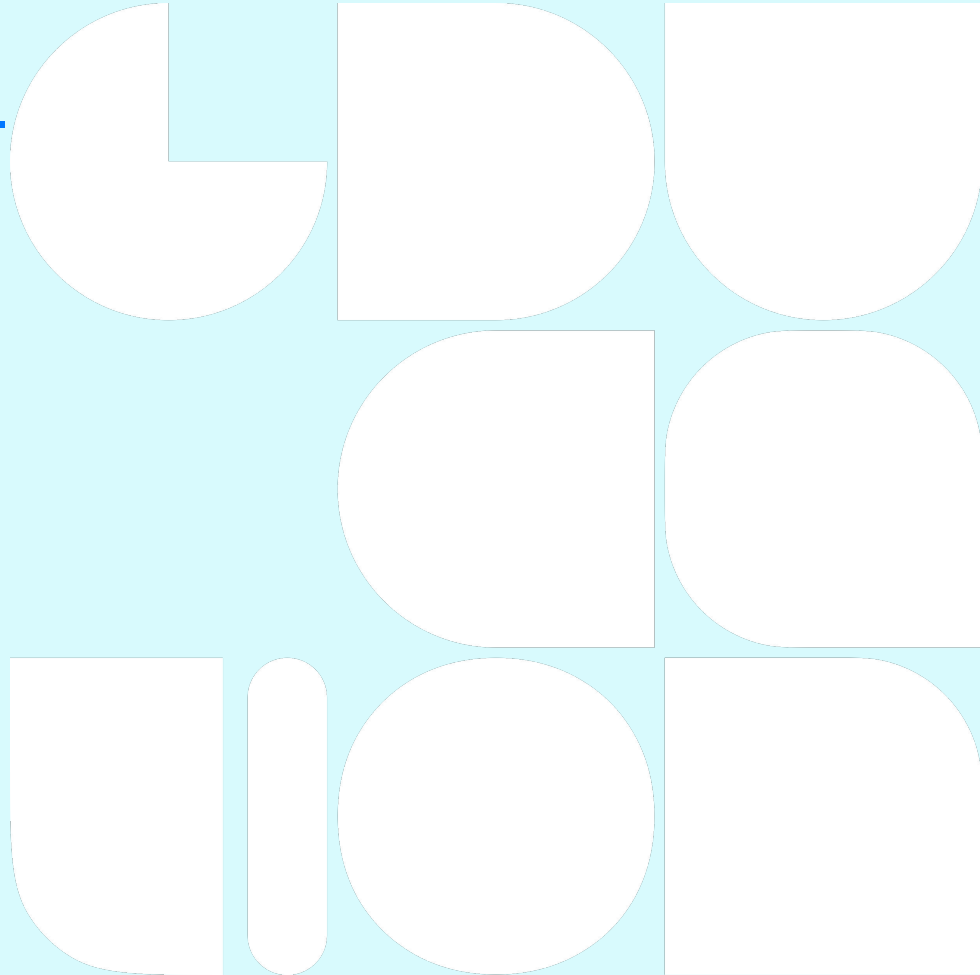
Какой недостаток?

Сложность по памяти

Слияние двух отсортированных массивов. Без дополнительных аллокаций

- Дано два отсортированных массива. Необходимо написать функцию которая объединит эти два массива в один отсортированный.
- Первый массив имеет размер, равный результирующему массиву, значения в конце равны нулям. Мы не должны создавать третий массив.

<https://leetcode.com/problems/merge-sorted-array/description/>



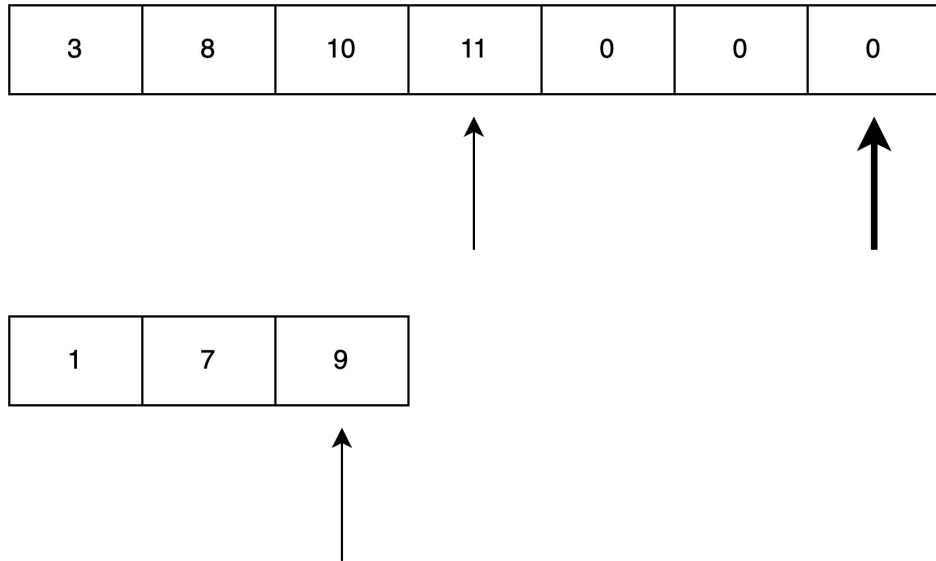
Слияние двух отсортированных массивов

3	8	10	11	0	0	0
---	---	----	----	---	---	---

1	7	9
---	---	---

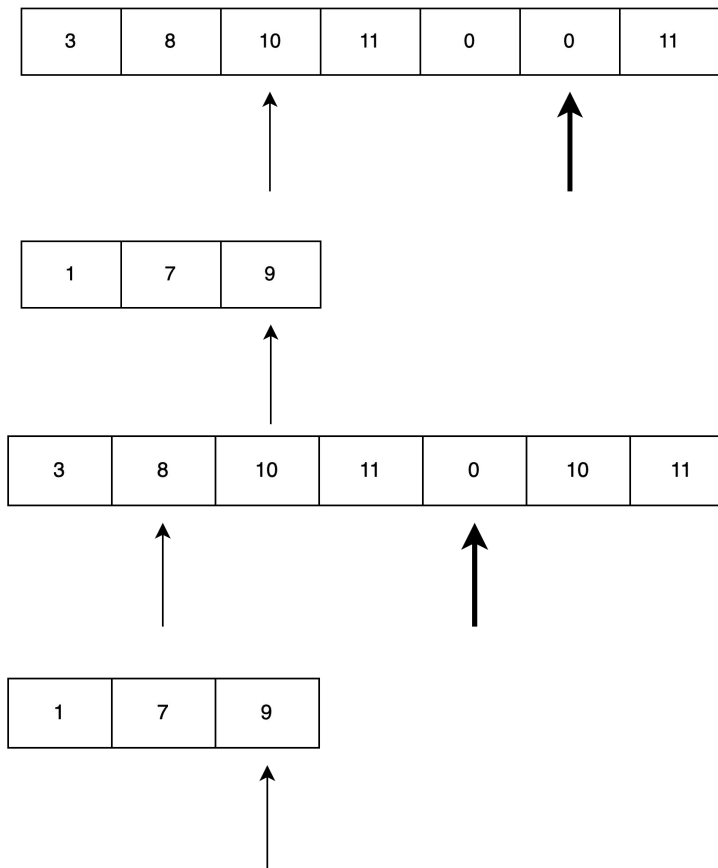
Слияние двух отсортированных массивов

- Указатели будут идти не слева направо, а справа на лево.
- Теперь у нас появится третий указатель, в который мы будем писать результирующие значения.



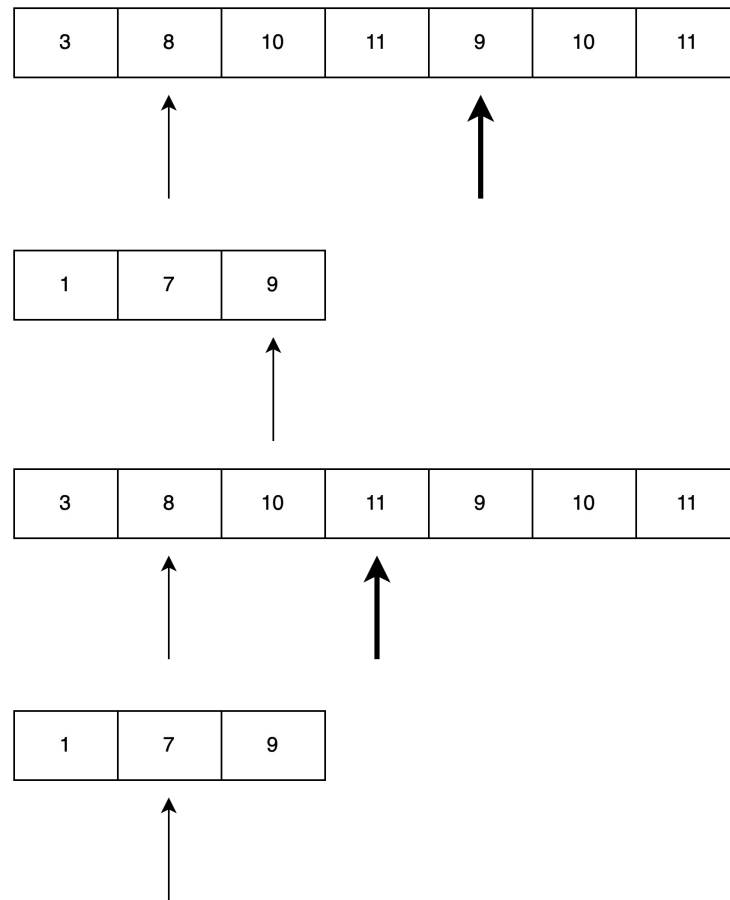
Слияние двух отсортированных массивов

- Указатели будут идти не слева направо, а справа на лево.
- Теперь у нас появится третий указатель, в который мы будем писать результирующие значения.



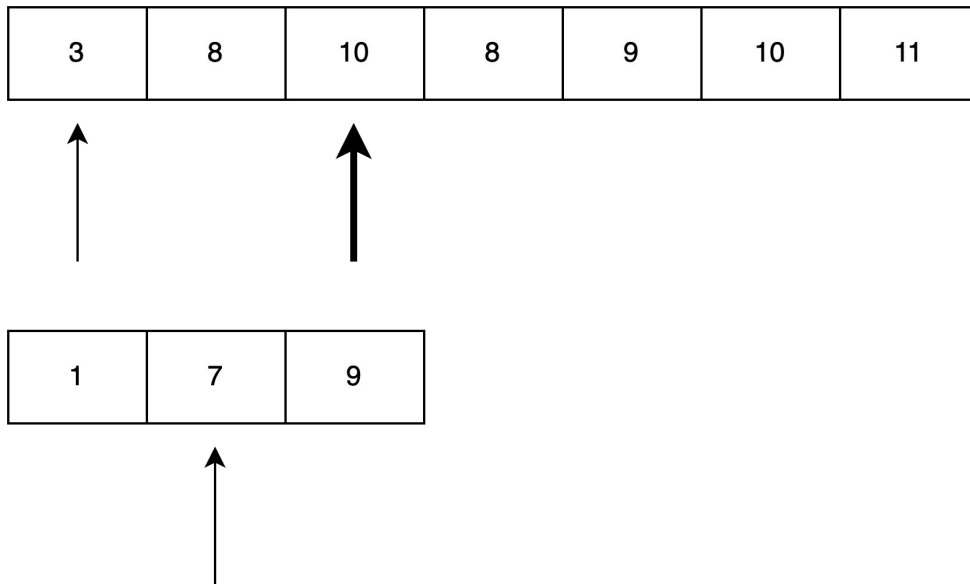
Слияние двух отсортированных массивов

- Указатели будут идти не слева направо, а справа на лево.
- Теперь у нас появится третий указатель, в который мы будем писать результирующие значения.

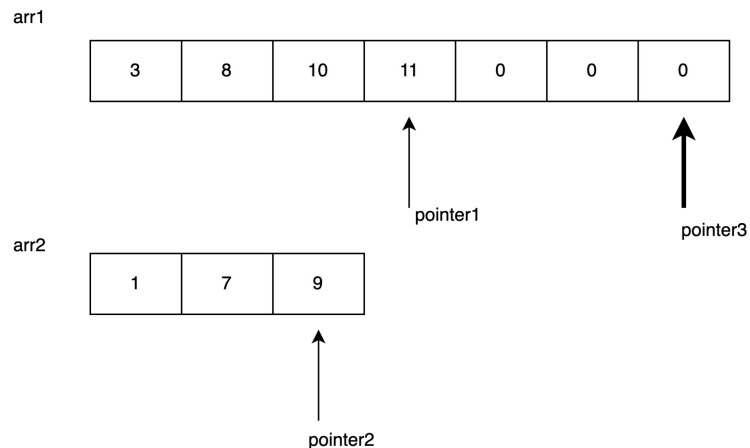


Слияние двух отсортированных массивов

- Указатели будут идти не слева направо, а справа на лево.
- Теперь у нас появится третий указатель, в который мы будем писать результирующие значения.

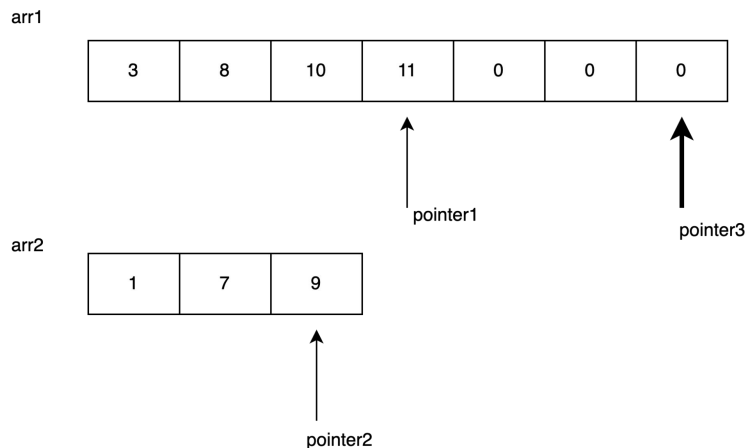


Слияние двух отсортированных массивов



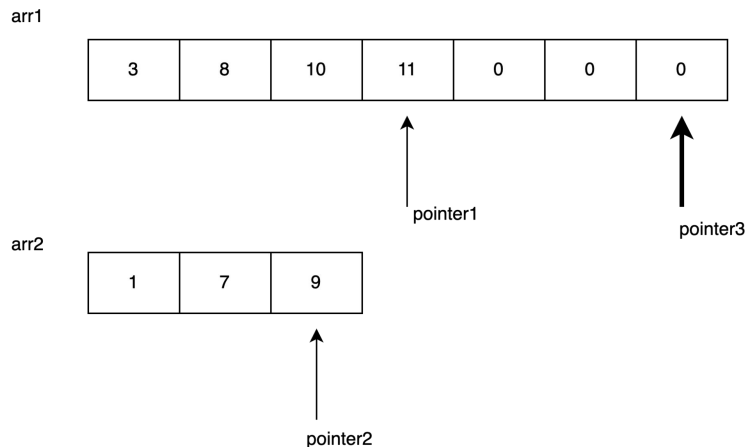
```
function merge(arr1, arr2) {  
  
    return arr1  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов



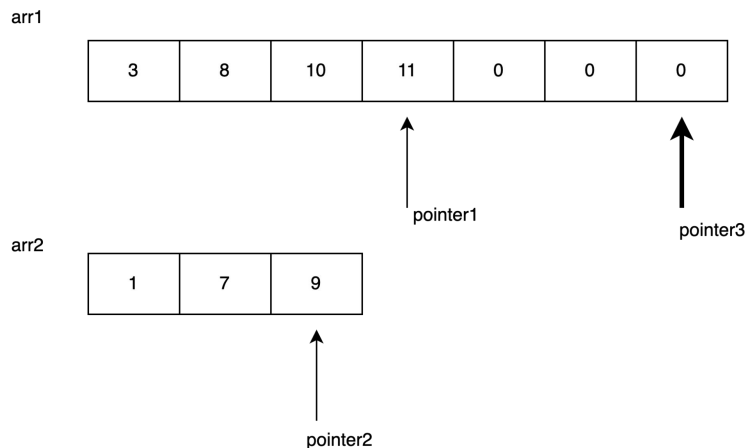
```
function merge(arr1, arr2) {  
    pointer1 = len(arr1) - len(arr2) - 1  
    pointer2 = len(arr2) - 1  
    pointer3 = len(arr1) - 1  
  
    return arr1  
}
```


Слияние двух отсортированных массивов



```
function merge(arr1, arr2) {  
    pointer1 = len(arr1) - len(arr2) - 1  
    pointer2 = len(arr2) - 1  
    pointer3 = len(arr1) - 1  
  
    while pointer2 >= 0 {  
  
    }  
  
    return arr1  
}
```

Слияние двух отсортированных массивов

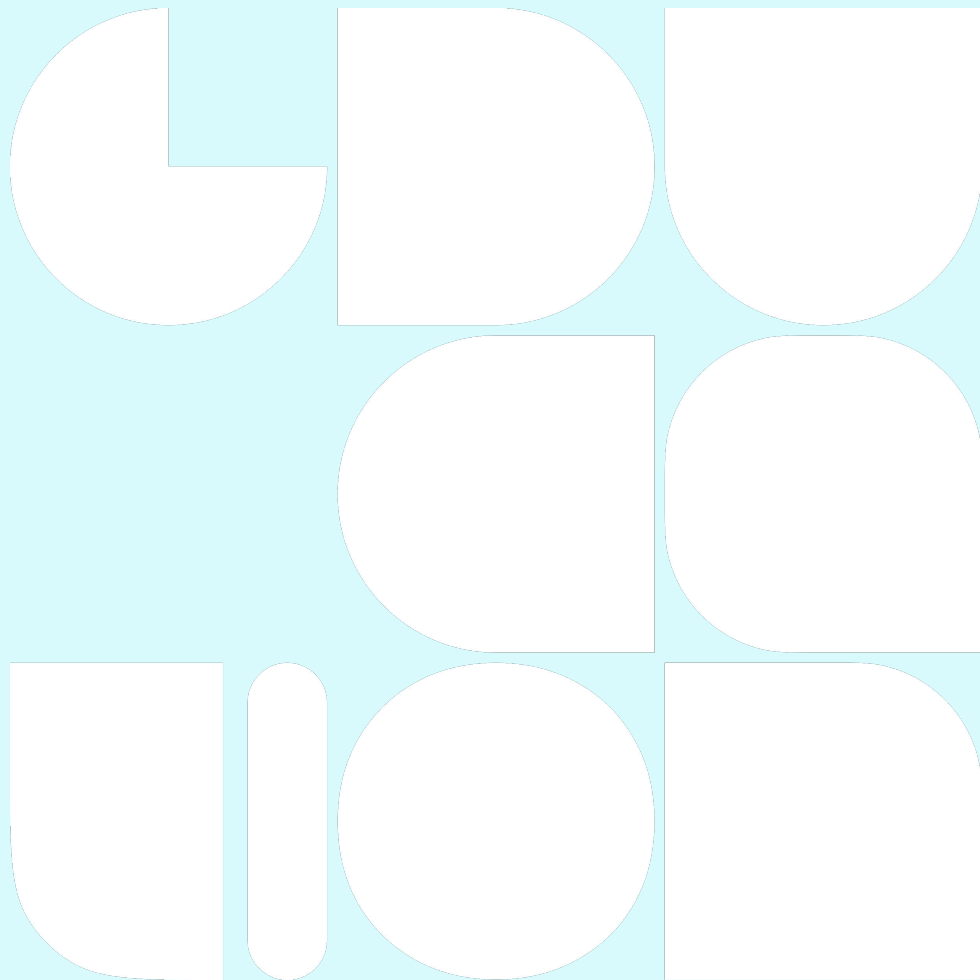


```
function merge(arr1, arr2) {  
    pointer1 = len(arr1) - len(arr2) - 1  
    pointer2 = len(arr2) - 1  
    pointer3 = len(arr1) - 1  
  
    while pointer2 >= 0 {  
        if pointer1 >= 0  
            and arr1[pointer1] > arr2[pointer2] {  
            arr1[pointer3] = arr1[pointer1]  
            pointer1--  
        } else {  
            arr1[pointer3] = arr2[pointer2]  
            pointer2--  
        }  
        pointer3--  
    }  
  
    return arr1  
}
```

Сортировка массива из 0 и 1

- Дан массив, содержащий только 0 и 1.
- Напишите функцию, которая сортирует его так, чтобы все нули оказались в начале, а все единички — в конце.

Решение должно быть in-place.



Сортировка массива из 0 и 1

0	1	1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

0	0	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Сортировка массива из 0 и 1

0	1	1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

↑
left

↑
right

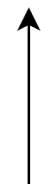
0	1	1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

↑
left

↑
right

Сортировка массива из 0 и 1

0	0	1	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---



left



right

Сортировка массива из 0 и 1

0	0	1	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

↑
left

↑
right

0	0	1	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

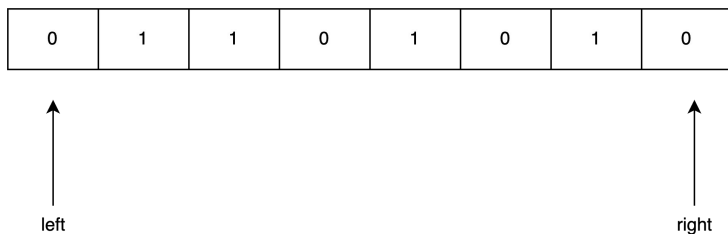
↑
left

↑
right

Сортировка массива из 0 и 1

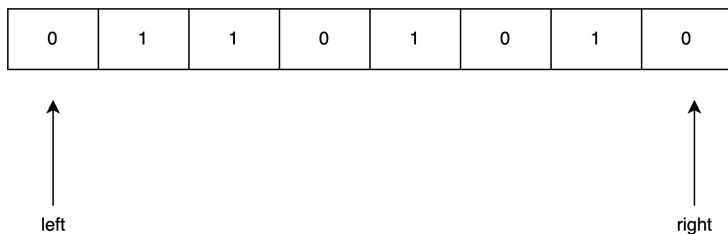
0	0	0	0	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Сортировка массива из 0 и 1



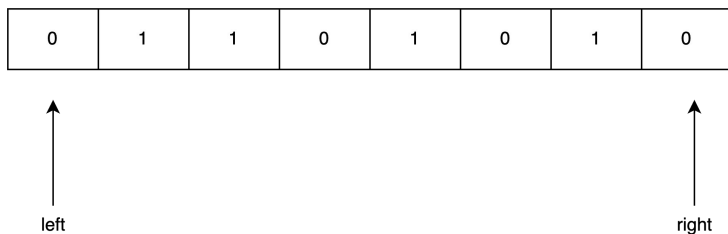
```
function sort_binary_array(arr) {  
    left = 0 // Указатель для нулей  
    right = len(arr) - 1 // Указатель для единиц  
  
    while ??? {  
  
    }  
  
    return arr  
}
```

Сортировка массива из 0 и 1



```
function sort_binary_array(arr) {  
    left = 0  
    right = len(arr) - 1  
  
    while left < right {  
        ....  
    }  
  
    return arr  
}
```

Сортировка массива из 0 и 1



```
def sort_binary_array(arr) {
```

```
    left = 0
```

```
    right = len(arr) - 1
```

```
    while left < right:
```

```
        // если текущий элемент слева равен 0,
```

```
        // двигаем левый указатель вправо
```

```
        if arr[left] == 0 {
```

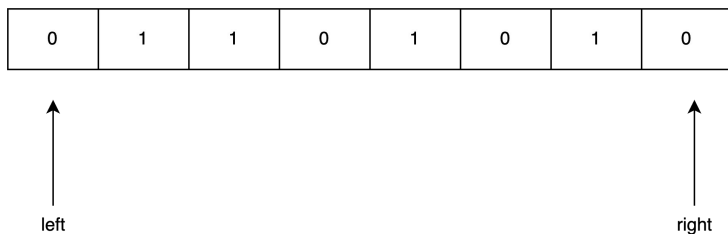
```
            left++
```

```
        }
```

```
    return arr
```

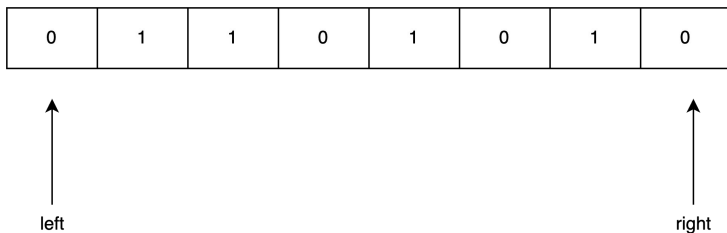
```
}
```

Сортировка массива из 0 и 1



```
function sort_binary_array(arr) {  
    left = 0  
    right = len(arr) - 1  
  
    while left < right {  
        if arr[left] == 0 {  
            left++  
        } elif arr[right] == 1 {  
            // если текущий элемент справа равен 1  
            right--  
        } else {  
            // если arr[left] == 1 и arr[right] == 0, меняем их  
            // местами  
        }  
    }  
    return arr  
}
```

Сортировка массива из 0 и 1



```
function sort_binary_array(arr) {  
    left = 0  
    right = len(arr) - 1  
  
    while left < right {  
        if arr[left] == 0 {  
            left++  
        } elif arr[right] == 1 {  
            right-- // если текущий элемент справа равен 1  
        } else {  
            // если arr[left] == 1 и arr[right] == 0, меняем их  
            // местами  
            arr[left], arr[right] = arr[right], arr[left]  
            left++  
            right--  
        }  
    }  
    return arr  
}
```

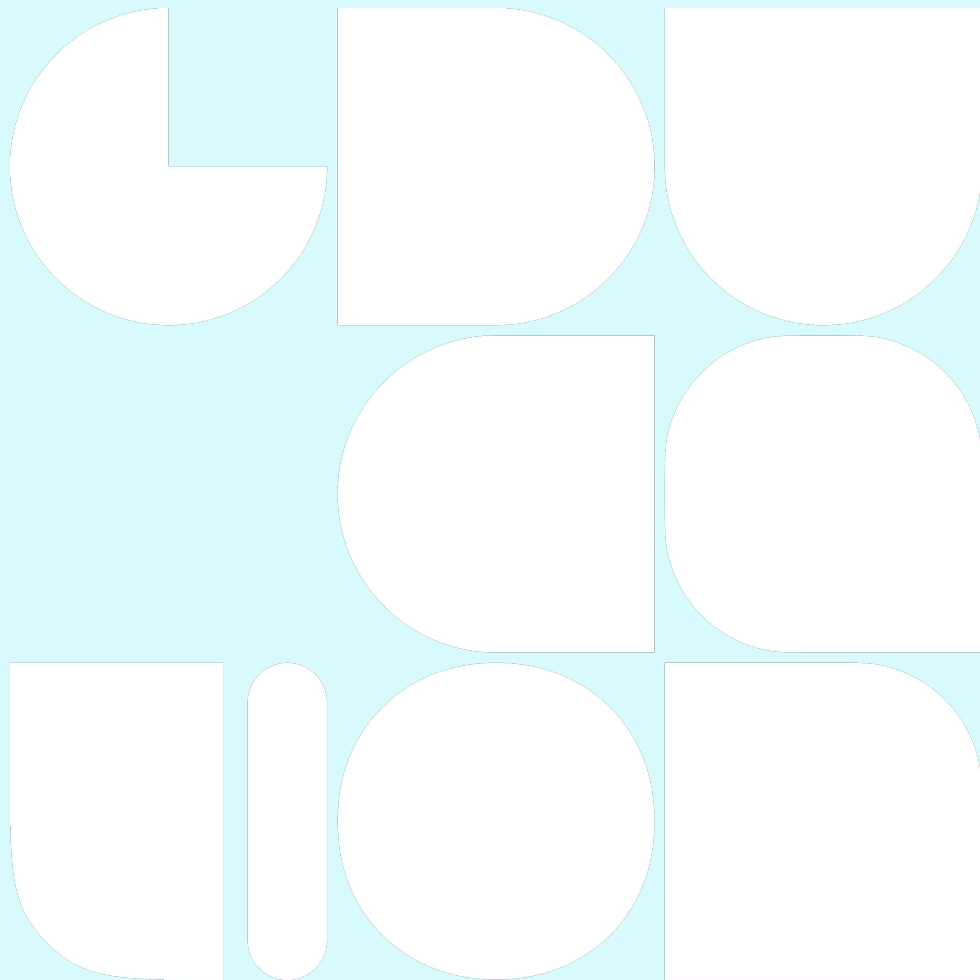
```
function sort_binary_array(arr) {  
    left, right = 0, len(arr) - 1  
    while left < right {  
        if arr[left] == 1 {  
            arr[left], arr[right] = arr[right], arr[left]  
            right--  
        } else {  
            left++  
        }  
    }  
    return arr  
}
```



Задача флага Нидерландов

- Дан массив состоящий из нулей, единиц и двоек
- Необходимо его отсортировать за линейное время

<https://leetcode.com/problems/sort-colors/description/>



Задача флага Нидерландов

2	0	2	1	1	0
---	---	---	---	---	---

0	0	1	1	2	2
---	---	---	---	---	---

Задача флага Нидерландов

Три указателя:

- low — указывает на позицию, где должен находиться следующий 0.
- mid — текущий элемент, который мы проверяем.
- high — указывает на позицию, где должен находиться следующий 2

2	0	2	1	1	0
---	---	---	---	---	---

0	0	1	1	2	2
---	---	---	---	---	---

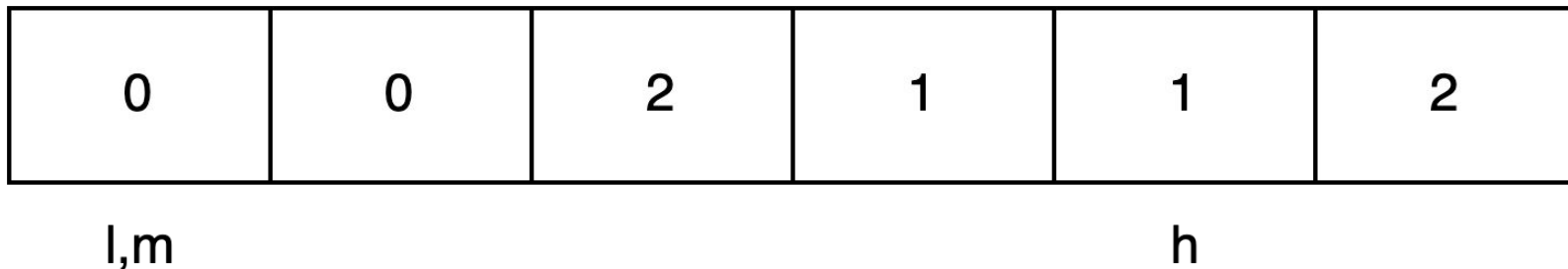
Задача флага Нидерландов

- Если значение под индексом m равно 2, то меняем его со значением под индексом h
- $arr[m] == 2 \rightarrow$ Меняем $arr[m]$ и $arr[h]$ ($2 \leftrightarrow 0$)
- Уменьшаем $high$

2	0	2	1	1	0
l, m					h

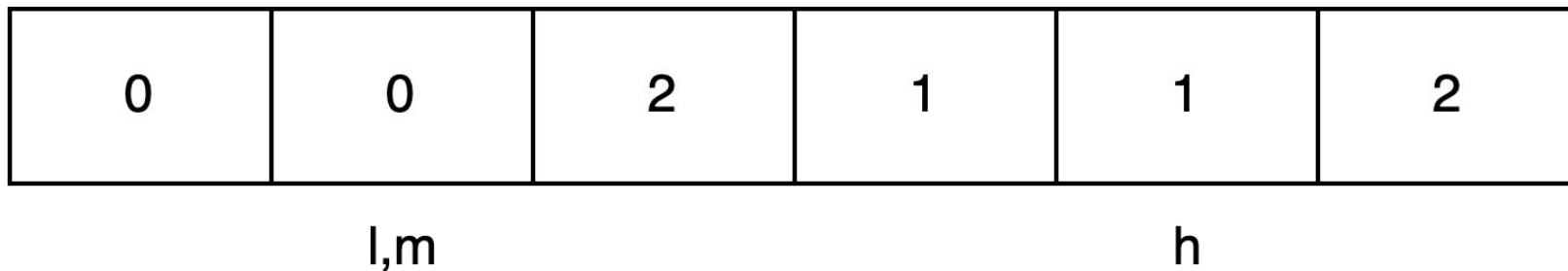
Задача флага Нидерландов

- Если текущий элемент 0, меняем его с элементом на позиции low
- $arr[m] == 0 \Rightarrow$ Меняем $arr[m]$ и $arr[l]$ ($0 \leftrightarrow 0$)
- Увеличиваем low и mid



Задача флага Нидерландов

- Если текущий элемент 0, меняем его с элементом на позиции low
- $arr[m] == 0 \rightarrow$ Меняем $arr[m]$ и $arr[l]$ ($0 \leftarrow \rightarrow 0$)
- Увеличиваем low и mid



Задача флага Нидерландов

- Если значение под индексом m равно 2, то меняем его со значением под индексом h
- $arr[m] == 2 \Rightarrow$ Меняем $arr[m]$ и $arr[h]$ ($2 \leftrightarrow 1$)
- Уменьшаем $high$

0	0	2	1	1	2
l, m			h		

Задача флага Нидерландов

- Если значение под индексом m равно 1, то просто инкрементируем m
- $arr[m] == 1 \Rightarrow$ ничего не меняем
- $m++$

0	0	1	1	2	2
---	---	---	---	---	---

l, m

h

Задача флага Нидерландов

→ Продолжаем цикл пока выполняется условие $m \leq h$

0	0	1	1	2	2
		l		m,h	


```
function sortColors(nums) {  
    low = 0;  
    mid = 0;  
    high = len(nums) - 1;  
  
    while (mid <= high) {  
        ...  
    }  
}
```

```
function sortColors(nums) {  
    low = 0;  
    mid = 0;  
    high = len(nums) - 1;  
  
    while (mid <= high) {  
        if (nums[mid] == 0) {  
            nums[low], nums[mid] = nums[mid], nums[low];  
            low++;  
            mid++;  
        }  
        ...  
    }  
}
```

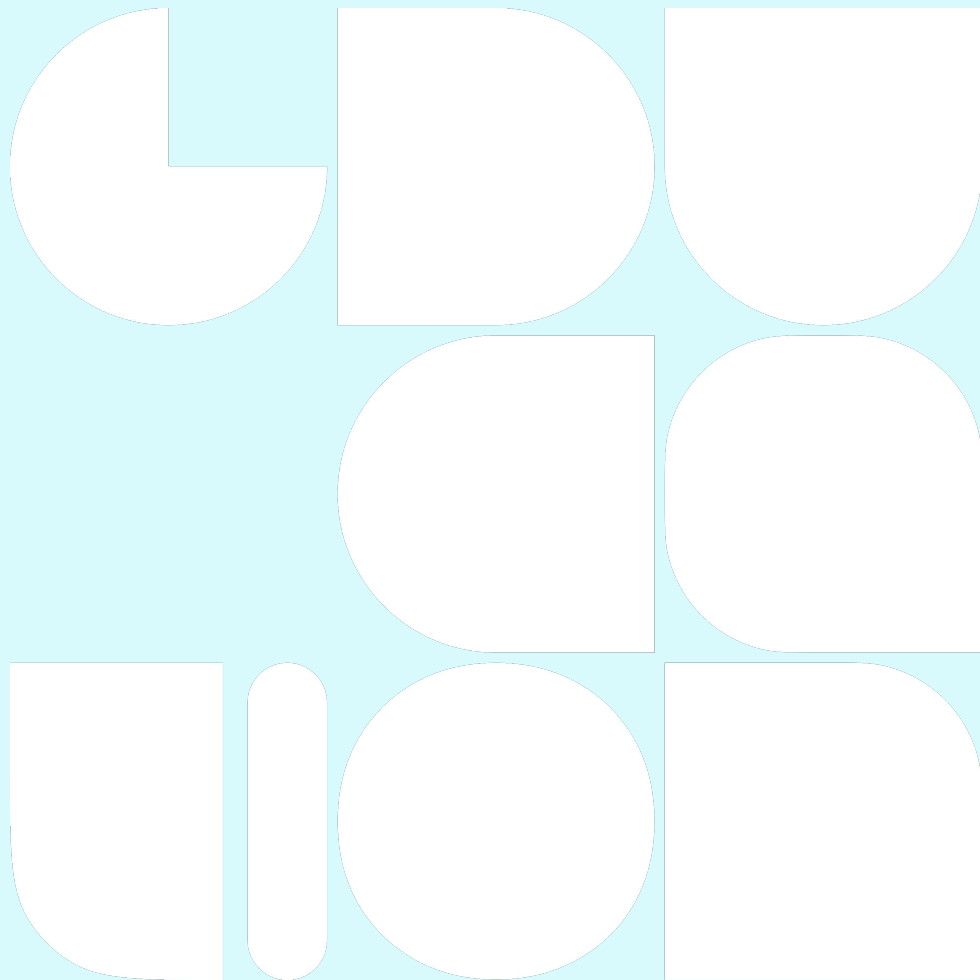
```
function sortColors(nums) {  
    low = 0;  
    mid = 0;  
    high = len(nums) - 1;  
  
    while (mid <= high) {  
        if (nums[mid] == 0) {  
            nums[low], nums[mid] = nums[mid], nums[low];  
            low++;  
            mid++;  
        } else if (nums[mid] == 1) {  
            mid++;  
        } else if (nums[mid] == 2) {  
            nums[mid], nums[high] = nums[high], nums[mid];  
            high--;  
        }  
    }  
}
```

Передвинуть четные числа вперед

- Дан не отсортированный массив целых чисел
- Необходимо перенести в начало массива все четные числа, сохраняя их очередность
- То есть если 8 стояла после 2, то после переноса в начало, он по-прежнему должна стоять после 2

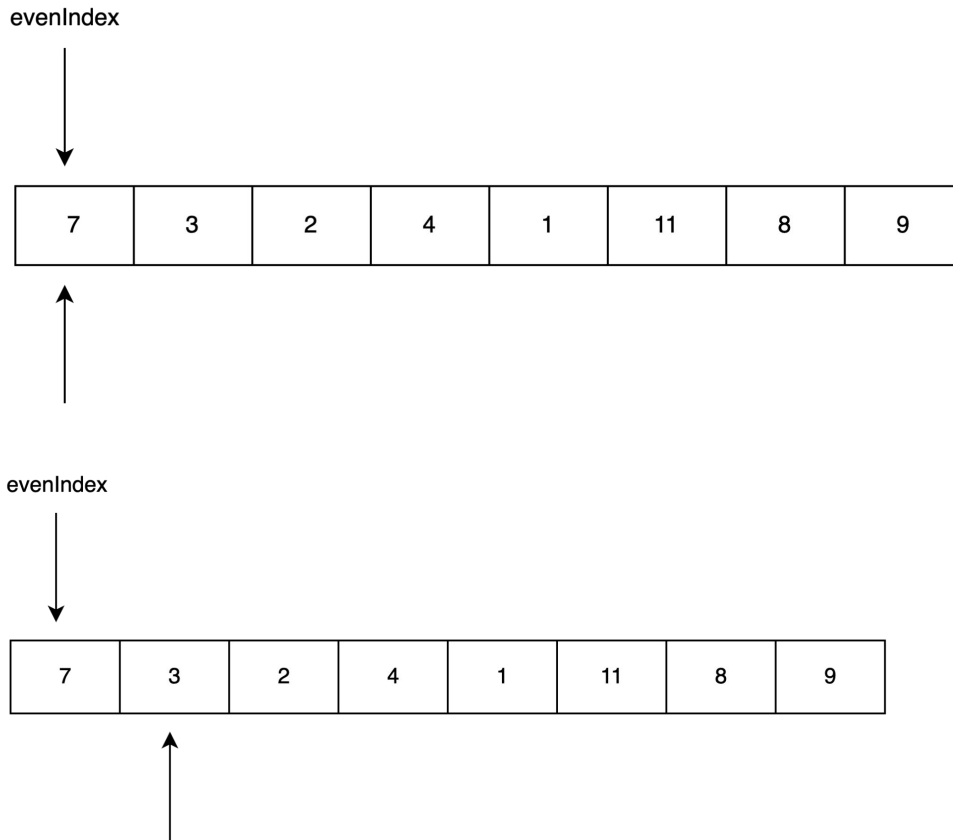
Пример ввода: [3, 2, 4, 1, 11, 8, 9]

Пример вывода: 2 4 8 1 11 3 9



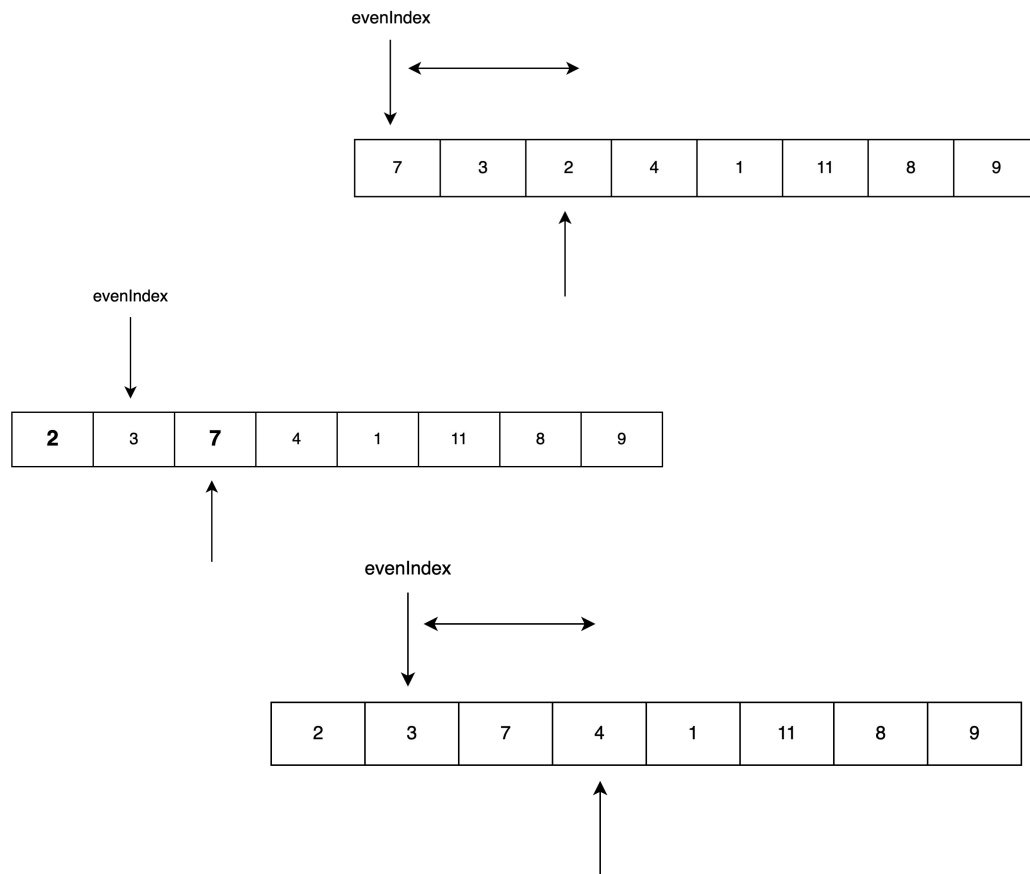
Передвинуть четные числа вперед

- Также будем использовать два индекса
- Один будет идти по всему массиву, а второй будет увеличиваться, только когда мы встретим четное число



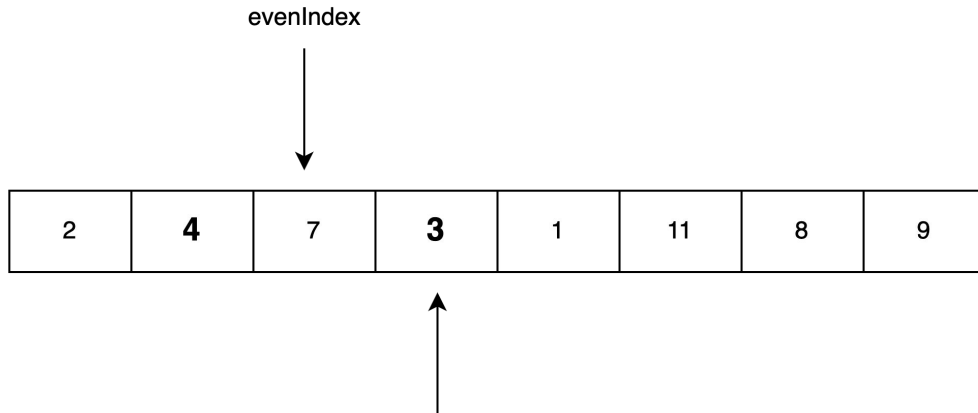
Передвинуть четные числа вперед

- Также будем использовать два индекса
- Один будет идти по всему массиву, а второй будет увеличиваться, только когда мы встретим четное число



Передвинуть четные числа вперед

- Также будем использовать два индекса
- Один будет идти по всему массиву, а второй будет увеличиваться, только когда мы встретим четное число



Передвинуть четные числа вперед

7	3	2	4	1	11	8	9
---	---	---	---	---	----	---	---

2	4	8	7	1	11	3	9
---	---	---	---	---	----	---	---

```
function evenFirst(arr) {  
  
    return arr  
}
```


Передвинуть четные числа вперед

- Также будем использовать два индекса
- Один будет идти по всему массиву, а второй будет увеличиваться, только когда мы встретим четное число

```
function evenFirst(arr) {  
    evenIndex = 0  
    for i = 0; i < len(arr); i++ {  
        }  
  
    return arr  
}
```

Передвинуть четные числа вперед

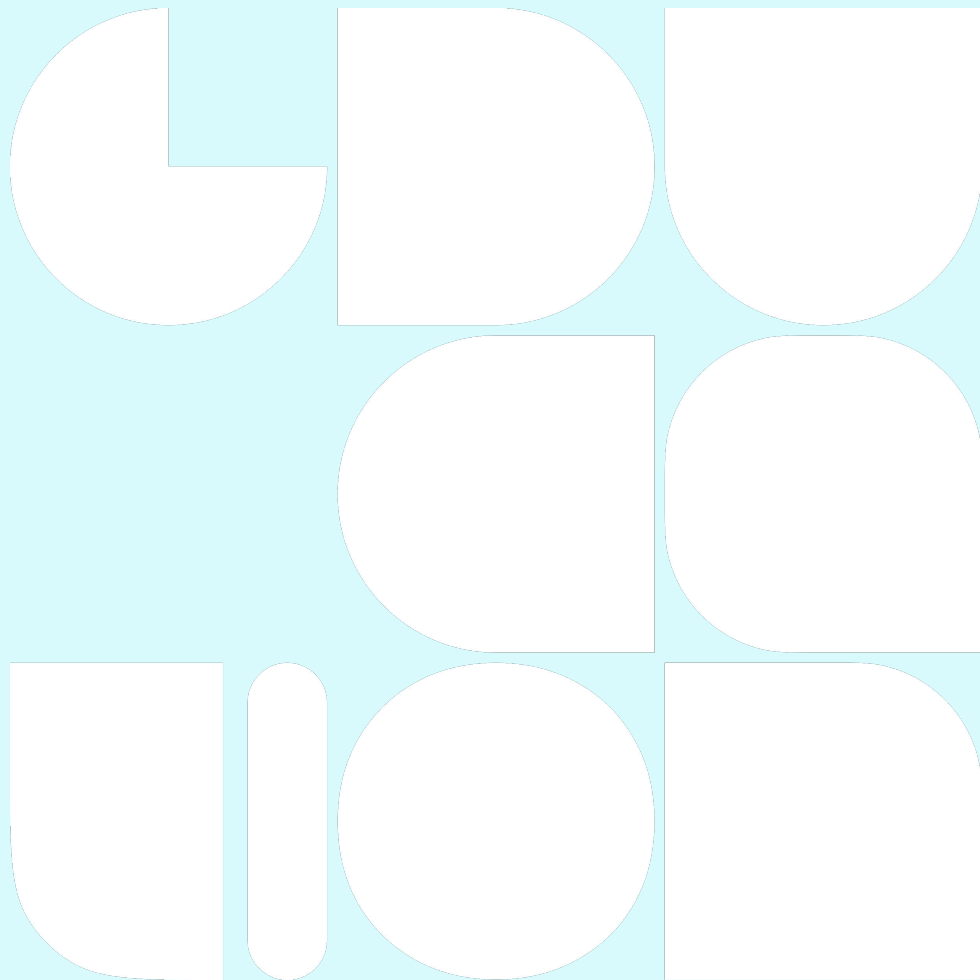
- Также будем использовать два индекса
- Один будет идти по всему массиву, а второй будет увеличиваться, только когда мы встретим четное число

```
function evenFirst(arr) {  
    evenIndex = 0  
    for i = 0; i < len(arr); i++ {  
        if arr[i] % 2 == 0 {  
            swap(arr[i], arr[evenIndex])  
            evenIndex += 1  
        }  
    }  
  
    return arr  
}
```

Нули в конец

В школе прошел экзамен по математике. Несколько человек списали решения и были замечены. Этим школьникам поставил 0 баллов.

Задача: есть массив с оценками, среди которых есть 0. Необходимо все оценки, равные нулю перенести в конец массива, чтобы все такие школьники оказались в конце списка.



Нули в конец

Пример ввода: [0, 0, 1, 0, 3, 12]

Пример вывода: [1, 3, 12, 0, 0, 0]

Пример ввода: [0, 33, 57, 88, 60, 0, 0, 80, 99]

Пример вывода: [33, 57, 88, 60, 80, 99, 0, 0, 0]

Пример ввода: [0, 0, 0, 18, 16, 0, 0, 77, 99]

Пример вывода: [18, 16, 77, 99, 0, 0, 0, 0, 0]

Спасибо за внимание!

И хорошего вечера:))

