

В.Г. Zubov, В.П. Шальнов

СБОРНИК ЗАДАЧ по ФИЗИКЕ

12-е издание, переработанное



МОСКВА
ОНИКС
МИР И ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 53(076.2)

ББК 22.3я72

3-91

Зубов В. Г.

3-91 Сборник задач по физике / В. Г. Зубов, В. П. Шальнов. — 12-е изд., перераб. — М.: ООО «Издательство Оникс»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2009. — 304 с.: ил.

ISBN 978-5-488-01911-9 (ООО «Издательство Оникс»)

ISBN 978-5-94666-499-8 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

Сборник содержит задачи по основным разделам курса физики, изучаемого в средней школе, а также ряд задач, предлагавшихся на олимпиадах по физике в МГУ им. М. В. Ломоносова.

К большому числу параграфов даются краткие сведения о наиболее характерных ошибках учащихся. Все задачи снабжены подробными решениями или указаниями.

В новом издании общая структура задачника осталась прежней, однако формулировки, терминология, единицы физических величин приведены в соответствие с современными требованиями.

Пособие предназначено учащимся и преподавателям общеобразовательной школы. Особенно оно будет полезно при подготовке к ЕГЭ, выпускным и вступительным экзаменам.

УДК 53(076.2)

ББК 22.3я72

Учебное издание

Зубов Виктор Геннадиевич, Шальнов Владимир Петрович

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

Ведущ. ред. *Е. С. Гридасова*. Ред. *В. А. Обменина*. Тех. ред. *Е. А. Вишнякова*.

Корректор *Р. К. Сапожникова*. Комп. верстка *Е. П. Хазовой*

Подп. в печ. 25.08.2008. Формат 84х108^{1/32}. Гарнитура «Школьная».

Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,96. Тираж 5000 экз. Заказ № .

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2; 953005 — учебная литература

ООО «Издательство Оникс». 105082, Москва, ул. Б. Почтовая, д. 7, стр. 1.

Почтовый адрес: 117418, Москва, а/я 26. Отдел реализации:

тел. (499) 619-02-20, 619-31-88. Интернет-магазин: www.onyx.ru

ООО «Издательство «Мир и Образование». Изд. лиц. ИД № 05088 от 18.06.2001.

109193, Москва, ул. 5-я Кожуховская, д. 13, стр. 1. Тел./факс (495) 120-51-47,

129-09-60, 742-43-54. E-mail: mir-obrazovanie@onyx.ru

ISBN 978-5-488-01911-9 (ООО «Издательство Оникс»)

ISBN 978-5-94666-499-8 (ООО «Издательство «Мир и Образование»)

© Зубов В. Г., Шальнов В. П., 2009

© Оформление обложки.

ООО «Издательство Оникс», 2009

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

Предлагаемое двенадцатое издание книги «Задачи по физике» подготовлено к печати после смерти авторов. В новом издании общая структура задачника и уровень изложения остались прежними, однако формулировки и решения задач заново отредактированы (в частности, с использованием метода проекций). Наиболее существенным изменениям подверглись терминология и обозначения единиц физических величин, которые необходимо было привести в соответствие с ныне действующим ГОСТ 8.417—81. Кроме того, в процессе редактирования были исключены некоторые задачи, основанные на законе Кулона для «магнитных масс», а также задачи, связанные с понятием «напряженность магнитного поля», которые отсутствуют в курсе физики средней школы. Исправлены замеченные неточности и опечатки предыдущих изданий.

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Основную часть настоящего сборника составляют задачи, разбавившиеся на занятиях школьных физических кружков и на консультациях и олимпиадах по физике в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова.

При подборе и переработке задач для сборника авторы стремились сосредоточить внимание на тех вопросах, положениях и законах физики, в применении которых учащиеся совершают наибольшее число ошибок. Отдельные серии задач специально подбирались для всестороннего раскрытия методики применения важнейших законов, которая иногда недостаточно хорошо усваивается учащимися. Ряд задач подобран по темам, обычно не затрагиваемым в задачниках для средней школы. Некоторые задачи предназначены непосредственно для разбора на школьных физических кружках и для самостоятельного разбора учащимися, желающими познакомиться с материалом, несколько выходящим за рамки школьной программы.

Учитывая, что многие задачи, вошедшие в сборник, являются трудными, а некоторые выходят за рамки программы средней школы, и желая облегчить самостоятельно работающим учащимся усвоение наиболее общей методики решения, авторы снабдили большинство задач подробными решениями или указаниями. С этой же целью к некоторым параграфам предпосланы краткие введения, содержащие указания о наиболее характерных ошибках учащихся и о простейших путях решения задач.

*В. Г. Зубов
В. П. Шальнов*

Задачи

I. МЕХАНИКА

§ 1. Прямолинейное равномерное движение

При решении задач этого параграфа, а также § 2 и 3, следует обратить особое внимание на общие правила решения задач, в которых используются сложение движений, а также векторный характер основных кинематических величин (скорости и ускорения). Решение этих задач иногда вызывает у учащихся затруднения, особенно при рассмотрении криволинейного движения и относительного движения каких-либо двух тел (например, движения падающего на землю шарика относительно другого шарика, брошенного вертикально вверх).

Исключить появление этих трудностей можно лишь при правильном использовании возможностей независимого рассмотрения отдельных движений и правил сложения и разложения векторов. Значительная часть трудностей может быть предотвращена при правильном общем подходе к решению задач о криволинейном движении.

При рассмотрении равнопеременного движения необходимо особенно внимательно относиться к физическому смыслу формул пути и скорости этого движения. Например, при решении задач о движении тела, брошенного вверх, учащиеся часто разбивают решение задачи на два самостоятельных этапа: рассмотрение равнозамедленного движения вверх до полной остановки и затем – равноускоренного движения вниз без начальной скорости.

Этот путь дает возможность сравнительно просто получить решение для случая движения одного тела и приводит к серьезным затруднениям при решении задачи об одновременном движении нескольких тел (см., например, задачи 31 и 35). В выборе такого пути решения задачи сказывается непонимание

того факта, что формула $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ является общим выражением зависимости перемещения от времени для равнопеременного движения, при котором до момента времени

$t = -\frac{v_{0x}}{a_x}$ (момент изменения направления скорости) тело движет-

ся равнозамедленно, а после этого момента – равноускоренно.

Как известно, ряд серьезных трудностей при решении задач возникает из-за нарушения правильной последовательности действий. Приступая к решению задачи, учащиеся иногда не уделяют необходимого внимания тому, как лучше условиться о начале отсчета времени и перемещения тел, а в дальнейшем стараются избежать составления системы основных уравнений в общем виде и стремятся сразу написать расчетные формулы для искомых величин. При решении задач о движении нескольких тел, брошенных в разные моменты времени или с различных высот, они устанавливают для каждого тела свое начало отсчета времени и перемещения. Необходимые по ходу решения задачи связи между отдельными движениями устанавливают лишь в конце решения путем дополнительных и порой путаных пересчетов. Такой путь приводит к неоправданным усложнениям при решении даже сравнительно простых задач.

Большая часть решений задач §§ 1–3 построена так, чтобы еще раз показать основные правила выбора начал отсчета времени и перемещения, общих для всех рассматриваемых в задаче тел. В этих же задачах рекомендуется обратить внимание на общую последовательность действий, порядок составления системы основных уравнений и методику использования известных данных о некоторых точках траектории для получения расчетных формул. Значительная часть задач §§ 1–3 допускает графическое решение. Учитывая, что свободное использование и понимание графиков имеет важное значение, следует попытаться графически решить и те задачи, где этого не требуется прямо в условии.

Во всех задачах кинематики сопротивление воздуха не учитывается, за исключением особо оговоренных случаев.

1. Оперу слушают: зритель, сидящий в зале театра, и радиослушатель, находящийся возле приемника. Микрофон установлен в оркестре. Скорость звука $v = 340$ м/с. Скорость распространения радиоволн $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. На каком расстоянии s_1 от оркестра должен сесть зритель,

чтобы слышать звуки одновременно с радиослушателем, если последний находится на расстоянии $s_2 = 7500$ км от театра? На каком расстоянии s_4 от приемника должен сесть радиослушатель, чтобы слышать звуки одновременно со зрителем, сидящим в амфитеатре на расстоянии $s_3 = 30$ м от оркестра?

2. Расстояние между пунктами A и B равно $s = 250$ км. Одновременно из обоих пунктов навстречу друг другу выезжают два автомобиля. Автомобиль, выехавший из пункта A , движется со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, а выехавший из пункта B – со скоростью $v_2 = 40$ км/ч. Постройте графики зависимости пути s от времени t для каждого автомобиля. Определите по этим графикам место встречи автомобилей и время их движения до встречи.

3. Из пункта A в пункт B через интервал времени $\tau = 10$ мин выезжает по одному автомобилю. Расстояние между A и B равно $s = 60$ км. Скорость каждого автомобиля $v = 60$ км/ч. Постройте графики зависимости пути s от времени t для каждого автомобиля. Определите по этим графикам, сколько автомобилей встретит в пути пассажир, который выедет на автомобиле из пункта B в пункт A одновременно с одним из автомобилей, отправляющихся из пункта A . Автомобиль пассажира движется со скоростью $v = 60$ км/ч.

4. Противотанковое орудие стреляет прямой наводкой по танку. Разрыв снаряда замечен на батарее через время $t_1 = 0,6$ с, а звук от разрыва услышан через время $t_2 = 2,1$ с после выстрела. Скорость звука $v = 340$ м/с. На каком расстоянии s от батареи находился танк? Считая, что снаряд двигался горизонтально, определите скорость u его движения.

5. Сколько времени пассажир, сидящий у окна поезда, идущего со скоростью $v_1 = 54$ км/ч, будет видеть проходящий мимо него встречный поезд, скорость которого $v_2 = 36$ км/ч, а длина $l = 150$ м?

6. Пассажир электропоезда заметил, что встречный поезд, состоящий из паровоза и 10 вагонов, прошел мимо него в течение времени $t = 10$ с. Какова скорость электропоезда, если известно, что длина паровоза с тендером

$l_1 = 20$ м, длина вагона встречного поезда $l_2 = 16,5$ м, расстояние между вагонами $l_3 = 1,5$ м и оба поезда в момент встречи шли с равными по модулю скоростями?

7. Одинаковое ли время потребуется для проезда расстояния $s = 1$ км на катере туда и обратно по реке (скорость течения $u = 2$ км/ч) и по озеру (в стоячей воде), если скорость катера относительно воды в обоих случаях $v = 8$ км/ч? Решите задачу аналитически и графически.

8. Какова будет длина l пути, пройденного катером относительно воды по реке в условиях предыдущей задачи?

9. Эскалатор метрополитена поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течение времени $t_1 = 1$ мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за время $t_2 = 3$ мин. Сколько времени будет подниматься пассажир по движущемуся эскалатору?

10. Катер проходит расстояние между пунктами A и B по течению реки за время $t_1 = 3$ ч, на обратный путь он затратит время $t_2 = 6$ ч. Сколько времени потребуется катеру для того, чтобы пройти расстояние между пунктами A и B по течению при выключенном моторе?

11. Самолет летит из пункта A в пункт B и обратно со скоростью $v = 300$ км/ч относительно воздуха. Расстояние между пунктами A и B равно $s = 900$ км. Сколько времени затратит самолет на весь полет, если вдоль линии полета непрерывно дует ветер со скоростью $u = 60$ км/ч?

12. Два катера с различными скоростями плыли в одном направлении по течению реки. Когда они поравнялись, с одного из катеров бросили спасательный круг. Через некоторое время после этого оба катера одновременно повернули обратно и с прежними скоростями относительно воды направились к месту, где был брошен круг. Какой из катеров встретит круг раньше? Решите задачу для случаев, когда катеры до встречи плыли: а) против течения; б) навстречу друг другу.

13. На тележке установлена труба, которая может поворачиваться в вертикальной плоскости (рис. 1). Те-

лежка движется по горизонтальной поверхности со скоростью, модуль которой $u = 2$ м/с. Под каким углом α к горизонту следует установить трубу, чтобы капли дождя, падающие отвесно со скоростью $v = 6$ м/с, двигались относительно трубы параллельно ее стенкам, не задевая их? Скорость капель вследствие сопротивления воздуха можно считать постоянной.

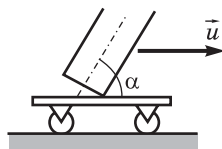


Рис. 1

14. Буер движется по гладкой горизонтальной ледяной поверхности со скоростью \vec{u} . Перпендикулярно к направлению движения буера дует ветер со скоростью \vec{v} ($v = 2u$). Под каким углом β к плоскости паруса установится флюгер, помещенный на мачте буера, если парус стоит под углом $\varphi = 45^\circ$ к направлению ветра?

15. Лодка переплывает реку, отправляясь из пункта A (рис. 2). Если она будет держать курс перпендикулярно к берегам, то через время $t_1 = 10$ мин после отправления она попадет в пункт C , лежащий на расстоянии $s = 120$ м ниже пункта B по течению реки. Если она будет держать курс под некоторым углом α к прямой AB (перпендикулярной к берегам) против течения, то через время $t_2 = 12,5$ мин лодка попадет в пункт B . Найдите ширину реки l , скорость лодки v относительно воды, скорость течения реки u и угол α , под которым плыла лодка во втором случае. Скорость движения лодки относительно воды одна и та же по модулю в обоих случаях.

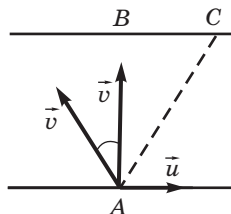


Рис. 2

16. Катер курсирует между пунктами A и B , которые находятся на противоположных берегах реки (рис. 3). При этом катер все время остается на прямой AB . Расстояние между A и B равно $s = 1200$ м. Скорость течения реки $u = 1,9$ м/с. Прямая AB составляет с направлением течения

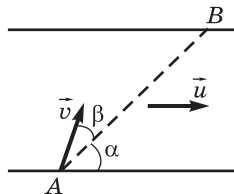


Рис. 3

реки угол $\alpha = 60^\circ$. С какой скоростью v и под каким углом β к прямой AB должен двигаться катер, чтобы пройти путь из пункта A в пункт B и обратно за время $t = 5$ мин? Угол β остается одинаковым при движении катера из пункта A в пункт B и обратно.

17. Какую поступательную скорость имеют верхние точки обода велосипедного колеса, если велосипедист едет со скоростью $v = 20$ км/ч?

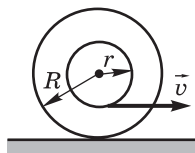


Рис. 4

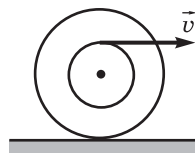


Рис. 5

18. Катушка с намотанной на ней нитью лежит на горизонтальном столе и может катиться по нему без скольжения. Внутренний радиус катушки равен r , внешний — R . С какой скоростью u и в каком направлении будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью \vec{v} (рис. 4)?

19. Решите задачу 18, если нить сматывается с катушки (рис. 5).

20. Если два тела движутся навстречу друг другу, то расстояние между ними уменьшается на $s = 16$ м за время $t = 10$ с. Если тела с прежними по модулю скоростями движутся в одном направлении, то расстояние между ними увеличивается на $s' = 3$ м за время $t' = 5$ с. Каковы скорости v_1 и v_2 каждого из тел?

§ 2. Прямолинейное равнопеременное движение

21. При равноускоренном движении тело проходит в первые два равных последовательных промежутка времени (по $t = 4$ с каждый) пути $s_1 = 24$ м и $s_2 = 64$ м. Найдите начальную скорость v_0 и ускорение a движущегося тела.

22. В лабораторном журнале М. В. Ломоносова приведены следующие данные о результатах измерения путей, проходимых падающими телами: «...тела, падая,

проходят в первую секунду 15,5 рейнского фута, в две – 62, в три – 139,5, в четыре – 248, в пять – 387,5 рейнского фута» (1 рейнский фут = 31,39 см). Рассчитайте по этим данным ускорение свободного падения g .

23. С крыши здания высотой $h = 16$ м через одинаковые промежутки времени падают капли воды, причем первая ударяется о землю в тот момент, когда пятая отделяется от крыши. Найдите расстояния между отдельными каплями в воздухе в момент удара первой капли о землю.

24. Тело, вышедшее из некоторой точки O , двигалось с постоянным по модулю и направлению ускорением. Скорость его в конце пятой секунды была $v_0 = 1,5$ м/с, в конце шестой секунды тело остановилось и затем стало двигаться обратно. Найдите путь s , пройденный телом до остановки, и скорость v , с которой тело вернулось в точку O .

25. Дан график зависимости проекции скорости от времени для некоторого движения (рис. 6). Определите характер этого движения. Найдите начальную скорость v_0 и ускорение a . Напишите уравнение движения, т.е. уравнение зависимости проекции перемещения s_x от времени t . Что происходит с движущимся телом в момент времени, соответствующий точке B ? Как движется тело после этого момента?

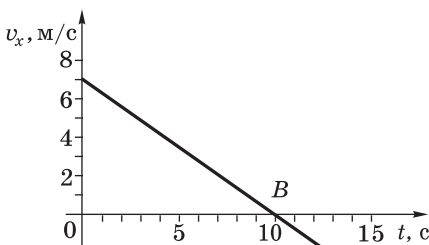


Рис. 6

26. Два тела свободно падают с разных высот и достигают земли одновременно. Время падения первого тела

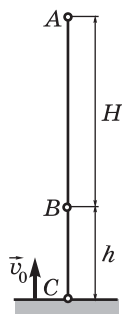


Рис. 7

$t_1 = 2$ с, второго $t_2 = 1$ с. На какой высоте h было первое тело, когда второе начало падать?

27. Два тела падают с одной и той же высоты, одно вслед за другим через интервал времени τ . Через какое время t , считая от начала падения первого тела, расстояние между телами будет равно h ?

28. В последнюю секунду свободного падения тело прошло половину своего пути. С какой высоты h и какое время t падало тело?

Укажите два пути решения задачи.

29. Одно тело свободно падает из точки A с высоты $H + h$, другое тело бросают вертикально вверх с начальной скоростью \vec{v}_0 из точки C одновременно с началом падения первого (рис. 7). Какова должна быть начальная скорость v_0 второго тела, чтобы тела встретились в точке B на заданной высоте h ? Какова будет при этом максимальная высота h_{\max} подъема второго тела? Рассмотрите отдельно случай $H = h$.

30. С каким запаздыванием или упреждением и с какой начальной скоростью \vec{v}_0 нужно бросить тело из точки C вертикально вверх в условиях задачи 29, чтобы заданная высота h была для тела, брошенного вверх, максимальной высотой подъема?

31. Два тела брошены вертикально вверх из одной точки одно вслед за другим через интервал времени τ с одинаковыми начальными скоростями \vec{v}_0 . Через какое время t оба тела встретятся?

32. Аэростат поднимается с постоянной скоростью \vec{v}_0 . К гондоле аэростата привязан на веревке груз. Как будет двигаться груз относительно земли, если веревку, на которой он подвешен, перерезать в тот момент, когда аэростат находится на высоте h_0 ? Сколько времени груз будет падать на землю? Какая скорость v будет у него при соприкосновении с землей?

33. Покажите, что для тела, брошенного вертикально вверх: а) начальная скорость v_0 бросания равна конеч-

ной скорости v при соприкосновении с землей; б) время подъема равно времени падения.

34. На гладкую горизонтальную поверхность упругой плиты из точки A , находящейся на высоте h_0 , свободно падает тяжелый упругий шарик. В тот момент, когда шарик ударяется о плиту, из той же точки A начинает свободно падать второй такой же шарик. В какой момент времени t после начала падения второго шарика и на какой высоте h шарики встретятся?

35. Два тела брошены вертикально вверх из одной точки, одно вслед за другим через интервал времени τ с одинаковыми начальными скоростями \vec{v}_0 . Найдите мо-

дуль и направление скорости \vec{v} второго тела относительно первого. По какому закону будет изменяться расстояние между телами? Решите задачу отдельно для случая, когда начальная скорость второго тела в два раза меньше начальной скорости первого тела.

36. Два мотоциклиста выезжают навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми $s = 300$ м. Первый, имея начальную скорость $v_1 = 72$ км/ч, равнозамедленно поднимается в гору из пункта A с ускорением, равным по модулю $a = 2$ м/с², второй, имея начальную скорость $v_2 = 36$ км/ч, равноускоренно спускается с горы из пункта B с таким же по модулю ускорением. Найдите время t движения и расстояние s_1 , пройденное первым мотоциклистом до встречи. Как будет меняться со временем расстояние l между мотоциклистами? Постройте график изменения расстояния между мотоциклистами с течением времени. Как определить по этому графику момент встречи мотоциклистов?

§ 3. Криволинейное движение

37. Из окна железнодорожного вагона свободно падает яблоко. Будут ли равны между собой времена свободного падения яблока, вычисленные для случаев: а) вагон

неподвижен; б) вагон движется с постоянной скоростью \vec{v} ;
в) вагон движется с постоянным ускорением \vec{a} ?

38. На высоком отвесном берегу озера находится пулемет, который стреляет в горизонтальном направлении. Начальная скорость пули равна \vec{v}_0 . Какую скорость \vec{v} имеет пуля при падении в воду, если высота берега равна h ?

39. Из двух точек отвесного берега, находящихся на некоторых высотах от поверхности воды, одновременно бросают в горизонтальном направлении два тела с начальными скоростями, модули которых равны соответственно $v_1 = 5$ м/с и $v_2 = 7,5$ м/с. Оба тела падают в воду одновременно. Расстояние от точки падения первого тела до берега $s_1 = 10$ м. Найдите время t полета тел, высоты h_1 и h_2 , с которых были брошены тела, и расстояние s_2 от точки падения второго тела до берега.

40. Снаряд вылетает из дальнобойной пушки с начальной скоростью $v_0 = 1000$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Пушка и точка падения снаряда расположены на одной горизонтали. Сколько времени снаряд находится в воздухе? На каком расстоянии s от пушки он упадет на землю?

41. Под каким углом α к горизонту нужно бросить тело, чтобы при заданной начальной скорости дальность его полета была наибольшей?

42. Два тела брошены с одинаковыми по модулю начальными скоростями под углами α и $90^\circ - \alpha$ к горизонту. Найдите отношение наибольших высот подъема этих тел.

43. Начальная скорость тела, брошенного под углом к горизонту, равна \vec{v}_0 . Максимальная дальность полета равна s_{\max} . Под каким углом α к горизонту должно быть брошено тело, чтобы дальность его полета была $s < s_{\max}$?

44. Полевые пушки ведут стрельбу на полигоне под углом $\alpha = 15^\circ$ к горизонту. Какова наименьшая высота безопасного полета бомбардировщиков над полигоном, если начальная скорость снарядов $v_0 = 800$ м/с?

45. Под каким углом α к горизонту нужно направить струю воды, чтобы высота ее подъема была равна дальности падения?

46. Из миномета ведется обстрел объекта, расположенного на склоне горы (рис. 8). Угол наклона горы $\beta = 30^\circ$, угол стрельбы $\alpha = 60^\circ$ по отношению к горизонту. На каком расстоянии $l = AB$ будут падать мины, если их начальная скорость равна \vec{v}_0 ?

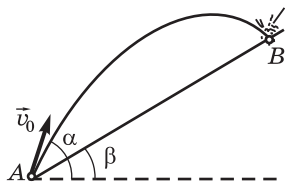


Рис. 8

§ 4. Вращательное движение твердого тела

47. Длина минутной стрелки башенных часов Московского университета $R = 4,5$ м. С какой линейной скоростью v перемещается конец стрелки? Какова угловая скорость ω движения стрелки?

48. Найдите скорость v и ускорение a , которыми обладают точки земной поверхности в Санкт-Петербурге вследствие суточного вращения Земли. Широта Санкт-Петербурга $\varphi = 60^\circ$. Радиус Земли считать равным $R = 6400$ км.

49. Шкив радиусом $R = 20$ см приводится во вращение грузом, подвешенным на нити, постепенно сматывающейся со шкива (рис. 9). В начальный момент груз был неподвижен, а затем стал опускаться с ускорением $a = 2$ см/с². Какова угловая скорость ω шкива в тот момент, когда груз пройдет путь $s = 1$ м? Найдите ускорение a_A точки A в этот момент.

50. Какую скорость \vec{v} в горизонтальном направлении необходимо сообщить телу, чтобы оно летело параллельно поверхности Земли вдоль экватора? Считать на экваторе радиус Земли $R = 6400$ км, а ускорение свободного падения $g = 9,7$ м/с².

51. Крышка раскладного квадратного стола размером 1×1 м состоит из двух равных половин, скрепленных друг с другом петлями. В сложенном положении одна половина

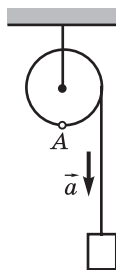


Рис. 9

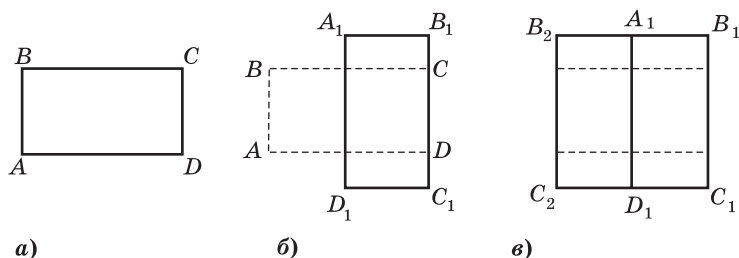


Рис. 10

крышки лежит на другой так, что их края совпадают (рис. 10, а). Чтобы раскрыть стол, сложенную крышку нужно повернуть на 90° по часовой стрелке (рис. 10, б), после чего разложить обе половины (рис. 10, в). Найдите положение центра вращения крышки стола.

§ 5. Динамика прямолинейного движения тела.

Второй закон Ньютона

В связи с тем, что почти во всех разделах физики приходится сталкиваться с расчетом сил и движений, вызываемых этими силами, особо важное значение приобретает овладение методикой решения задач, связанных с применением законов Ньютона. Поэтому в настоящем параграфе уделено наибольшее внимание показу этой методики.

Единая методика решения задач на применение второго закона Ньютона требует, чтобы учащиеся вначале составили ясное суждение о характере взаимодействий тел, за счет которых обеспечивается создание сил, затем ввели эти силы в явном виде (в виде алгебраической суммы) в уравнение второго закона Ньютона, далее правильно написали эти уравнения и только после этого начали проводить непосредственный расчет по определению искомых величин. Овладение этой методикой требует серьезной тренировки, поэтому рекомендуется прорешать все задачи этого параграфа систематически.

Особое внимание следует обратить на решение задач о движении нескольких связанных между собой тел, когда требуется предварительно составить систему уравнений второго закона Ньютона для всех движущихся тел системы. При решении

задач этого параграфа следует также обратить специальное внимание на характер зависимости сил связи в системе от распределения масс относительно связи (например, на зависимость силы натяжения нити от соотношения масс тел, которые она связывает во время движения). Рекомендуется также проследить зависимость силы связи от характера движения системы (например, зависимость силы натяжения нити, перекинутой через неподвижный блок и связывающей два груза, от ускорения, с которым движутся эти грузы).

В связи с тем, что у учащихся возникает ряд затруднений при расчетах сил трения, особенно в тех случаях, когда сила трения $f < \mu F_d$ (μ — коэффициент трения, F_d — модуль силы нормального давления), в данный параграф включено несколько задач на проведение таких расчетов.

52. Тело массой $m = 25$ г, движущееся под действием постоянной силы \vec{F} , прошло в первую секунду движения расстояние $s = 25$ см. Найдите силу F , действующую на тело.

53. Камень, скользящий по горизонтальной поверхности льда, остановился, пройдя расстояние $s = 48$ м. Найдите начальную скорость v_0 камня, если сила трения скольжения камня о лед составляет 0,06 силы нормального давления камня на лед.

54. При быстром торможении трамвайный вагон, имея скорость $v_0 = 36$ км/ч, начал двигаться «юзом» (заторможенные колеса не вращаются, а скользят по рельсам). Какое расстояние s пройдет вагон с момента начала торможения до полной остановки? Коэффициент трения скольжения колес о рельсы $\mu = 0,2$.

55. На железнодорожной платформе стоит автомобиль «Москвич», масса которого $m = 845$ кг. Найдите силу натяжения T^* тросов, которыми автомобиль закреплен

* Под силой натяжения \vec{T} понимается сила, действующая на трос, нить и т.д. (приложена к тросу, нити). Сила упругости

$\vec{F}_{\text{упр}}$ действует на тело со стороны троса, нити и т.д. (приложена к телу). В соответствии с третьим законом Ньютона эти силы равны по модулю: $T = F_{\text{упр}}$. О каких силах идет речь, обычно понятно из текста.

на платформе, если поезд при торможении движется с ускорением, модуль которого равен $a = 0,5 \text{ м/с}^2$. Трением пренебречь.

56. Тягач тянет сани с бревнами по ледяной дороге со скоростью $v_1 = 15 \text{ км/ч}$. С какой скоростью v_2 тягач мог бы тянуть такие сани при вывозке бревен летом по лежневой дороге, если мощность, развиваемая мотором, в обоих случаях одна и та же? Коэффициент трения при движении по ледяной дороге $\mu_1 = 0,01$, по лежневой дороге $\mu_2 = 0,15$.

57. Тело массой $m = 2,5 \text{ кг}$ движется вертикально вниз с ускорением $a = 19,6 \text{ м/с}^2$. Найдите силу \vec{F} , действующую на тело одновременно с силой тяжести $m\vec{g}$ во время движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

58. С какой силой F_d давит груз массой m на подставку, если подставка вместе с грузом движется вниз с ускорением \vec{a} , направленным вверх?

59. Шарик массой m висит на нити, закрепленной в точке O . С каким ускорением \vec{a} и в каком направлении по вертикали следует перемещать точку подвеса O , чтобы сила натяжения нити составляла половину силы тяжести, действующей на шарик?

60. Скоростные пассажирские лифты высотной части здания Московского университета движутся со скоростью $v = 3,6 \text{ м/с}$. Масса кабины лифта с пассажирами может достигать значения $m = 1500 \text{ кг}$. График изменения проекции скорости лифта при подъеме изображен на рис. 11. Найдите силу натяжения T каната, удерживающего кабину лифта, в начале, середине и конце подъема. Ускорение свободного падения считать равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

61. В приборе Н. А. Любимова*, предназначенном для демонстрации взаимодействия тел при свободном падении, на легкой рамке подвешены на одинаковых пружинах три гири, массы которых равны соответственно

* Н. А. Любимов (1830 – 1897) – один из учителей А. Г. Столетова (1839 – 1896).

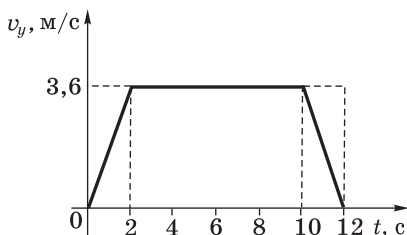


Рис. 11

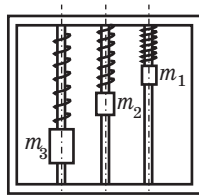


Рис. 12

$m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг и $m_3 = 3$ кг (рис. 12). Как изменится положение грузов и с какой силой упругости будет действовать каждая из пружин во время свободного падения рамки?

62. Парашютист массой $m = 80$ кг спускается с постоянной скоростью. Найдите силу сопротивления f воздуха, действующую на парашютиста.

63. Тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с, достигает высшей точки подъема через время $t = 2,5$ с. Масса тела $m = 40$ г. Найдите среднюю силу сопротивления f воздуха, действующую на тело во время движения.

64. Человек стоит на платформе весов и быстро приседает. Как изменяются показания весов в начале и в конце приседания?

65. Стол небольшого строгального станка вместе с обрабатываемой деталью имеет массу $m = 100$ кг. Скорость прохождения стола под резцом $v = 1$ м/с. Какую силу F передают механизмы станка для разгона стола до начала резания, если время разгона $t = 0,5$ с, а коэффициент трения стола о направляющие $\mu = 0,14$?

66. Два бруска, массы которых равны соответственно $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г, связаны нитью и лежат на гладком столе (рис. 13). К бруску массой m_1 приложена сила \vec{F} , направленная параллельно плоскости стола и равная по модулю 1 Н. С каким ускорением a будут двигаться бруски? Какую силу натяжения T будет испытывать при этом нить, связывающая бруски? При какой

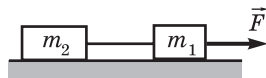


Рис. 13

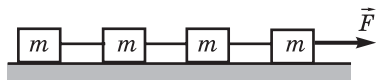


Рис. 14



Рис. 15

максимальной силе F_{\max} нить оборвется, если эта сила будет приложена: а) к бруску массой m_1 ; б) к бруску массой m_2 ? Нить выдерживает максимальную силу натяжения $T_{\max} = 9,8$ Н. Трением пренебречь.

67. Четыре одинаковых бруска массой m каждый связаны нитями и лежат на гладком столе (рис. 14). К первому бруску приложена сила \vec{F} , параллельная плоскости стола. Найдите силы натяжения всех нитей. Трением пренебречь.

68. Чтобы сдвинуть с места тяжелый железнодорожный состав, машинист дает сначала задний ход, подавая состав немного назад, а потом уже дает передний ход. Почему таким способом легче сдвинуть состав с места?

69. При резком трогании тепловоза с места сцепки между вагонами железнодорожного состава иногда разрываются. Почему, в каком месте состава и при каких дополнительных условиях чаще всего может происходить разрыв сцепок?

70. Динамометр прикреплен к двум грузам, массы которых равны соответственно $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 10$ г (рис. 15). К грузам приложены силы, равные по модулю $F_1 = 19,6$ Н и $F_2 = 9,8$ Н. Что произойдет с грузами и что покажет динамометр, если: а) сила \vec{F}_1 приложена к большему грузу, а сила \vec{F}_2 — к меньшему; б) сила \vec{F}_1 приложена к меньшему грузу, а сила \vec{F}_2 — к большему; в) грузы имеют одинаковые массы ($m_1 = m_2 = 5$ кг)?

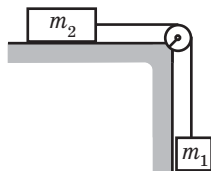


Рис. 16

71. Два груза, массы которых m_1 и m_2 , связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок (рис. 16). С каким ускорением \vec{a} движется груз массой m_2 , если коэффициент трения

его о поверхность стола равен μ ? Какова сила натяжения \vec{T} нити, связывающей оба груза? Массой блока и нити можно пренебречь. Плоскость стола горизонтальна.

72. Два груза *1* и *2* массой m каждый связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок. На один из грузов кладут перегрузок *3* массой m_0 (рис. 17). С каким ускорением \vec{a} движутся грузы? Ка-

кова сила натяжения \vec{T} нити при движении грузов? С какой силой \vec{F}_d перегрузок *3* давит на груз *2*? Какую силу давления \vec{F} испытывает ось блока во время движения грузов? Массой блока и нити можно пренебречь.

73. Два груза, массы которых равны соответственно $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг, связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок. В начальный момент расстояние между центрами масс этих грузов $h = 1$ м (рис. 18). Через какое время t после начала движения центры масс грузов будут на одной высоте? Массой блока и нити пренебречь.

74. Два груза, массы которых m_1 и m_2 , связаны нитью, перекинутой через неподвижный блок. В начальный момент центры масс грузов находятся на одной высоте. С каким ускорением \vec{a} и в каком направлении по вертикали переместится центр масс системы грузов, если $m_1 > m_2$?

75. Тележка массой $m = 20$ кг может катиться без трения по горизонтальной поверхности. На тележке лежит брусок массой $m_0 = 2$ кг (рис. 19). Коэффициент трения между бруском и тележ-

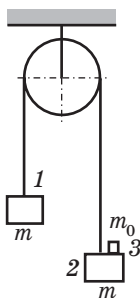


Рис. 17

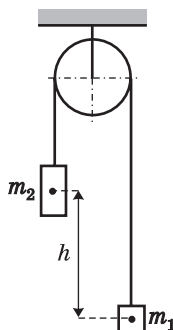


Рис. 18

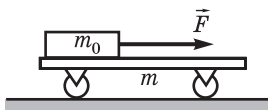


Рис. 19

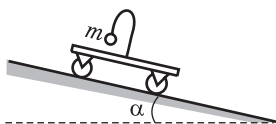


Рис. 20

76. Легкая тележка может скатываться без трения с наклонной плоскости. На тележке укреплен отвес – шарик массой m на нити (рис. 20). Какое направление будет иметь нить отвеса при свободном скатывании тележки? До начала скатывания нить удерживалась в направлении, перпендикулярном к наклонной плоскости.

77. Бревно массой m передвигается с постоянной скоростью под действием силы \vec{F} , приложенной к концу

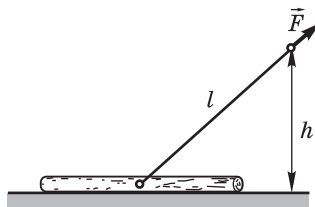


Рис. 21

веревки длиной l . Веревка прикреплена к центру масс бревна. Расстояние от конца веревки до земли равно h (рис. 21). Найдите коэффициент трения μ бревна о землю. Изменится ли сила трения, если веревка будет прикреплена к концу бревна?

78. Человек передвигает с постоянной скоростью тачку массой m (рис. 22). Один раз он тянет ее за собой, другой раз толкает впереди себя. Ручки тачки в обоих случаях составляют один и тот же угол α с дорогой. Центр масс тачки C находится над осью колеса. Коэффициент трения колес о дорогу равен μ . В каком из этих случаев человек должен прилагать большую силу \vec{F} для передвижения тачки?

79. По канатной железной дороге с уклоном $\alpha = 30^\circ$ к горизонту опускается вагонетка массой $m = 500$ кг (рис. 23).

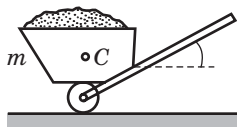


Рис. 22

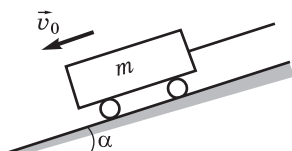


Рис. 23

Найдите силу натяжения \vec{T} каната при торможении вагонетки в конце спуска, если скорость вагонетки перед торможением $v_0 = 2$ м/с, а время торможения $t = 5$ с. Коэффициент трения колес вагонетки о дорогу $\mu = 0,01$.

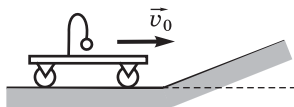


Рис. 24

80. Легкая тележка с подвешенным на нити шариком подъезжает со скоростью \vec{v}_0 к наклонной плоскости (рис. 24). В какую сторону от вертикали отклонится нить с шариком, когда тележка начнет въезжать на наклонную плоскость?

§ 6. Импульс. Закон сохранения импульса

При подборе задач этого параграфа учитывалась прежде всего необходимость возможно глубже познакомить учащихся с чрезвычайно важным понятием динамики – импульсом тела, познакомить хотя бы в наиболее простых формах с законом сохранения импульса. Создание ясных представлений о физическом содержании этого закона позволяет не только значительно расширить круг задач, доступных учащимся, но и по-новому взглянуть на содержание тех задач, которые они решали, применяя законы Ньютона. При решении задач этого параграфа следует прежде всего обратить внимание на задачи, в которых выясняется векторный характер импульса тела.

Большая часть задач этого параграфа сравнительно просто может решаться как путем определения ускорений по законам Ньютона с последующим расчетом скоростей по уравнениям кинематики, так и путем прямого расчета скоростей по закону сохранения импульса. Рекомендуется провести решение этих задач обоими путями. При решении следует обратить внимание на то, что если по ходу задачи требуется определить не все детали движения, а только конечные скорости тел по заданным начальным, то использование закона сохранения импульса приводит к наиболее простым и изящным решениям.

Для получения достаточно прочных навыков в правильном выборе какого-либо из указанных путей решения целесообразно попытаться решить некоторые из задач § 5, применяя закон сохранения импульса.

Рекомендуется при разборе задач данного параграфа обратить внимание на использование в решениях наиболее простой методики применения закона сохранения импульса к расчету скоростей. Как показывает опыт, эта методика позволяет учащимся избежать многих и порой неприятных технических ошибок при проведении расчетов.

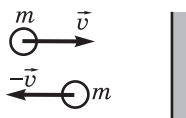


Рис. 25

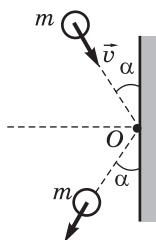


Рис. 26

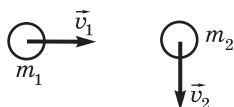


Рис. 27

81. Шарик массой m подлетает к стенке со скоростью \vec{v} , направленной по нормали к стенке, упруго ударяется о нее и отскакивает с такой же по модулю скоростью (рис. 25). Найдите модуль и направление изменения импульса шарика при ударе о стенку. С какой средней силой F действовал шарик на стенку, если удар продолжался в течение времени t ?

82. Найдите изменение импульса шарика при ударе о стенку в условиях предыдущей задачи, если удар был абсолютно неупругим.

83. Шарик массой m подлетает к стенке со скоростью \vec{v} под углом α , упруго ударяется о стенку и отскакивает от нее; при этом угол падения равен углу отражения (рис. 26). Найдите модуль и направление изменения импульса шарика при ударе о стенку.

84. Два шарика, массы которых равны $m_1 = 2$ г и $m_2 = 3$ г, движутся по горизонтальной поверхности со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 4$ м/с, направленными под углом 90° друг к другу (рис. 27). Найдите импульс системы этих шариков.

85. На тело в течение времени $t = 10$ с действовала сила $F = 4,9$ Н. Найдите массу m тела, если изменение скорости в результате действия силы составило $\Delta v = 5$ м/с.

86. Масса поезда $m = 3000$ т. Коэффициент трения колес о рельсы $\mu = 0,02$. Какова должна быть сила тяги F

тепловоза, чтобы поезд набрал скорость $v = 60$ км/ч через время $t = 2$ мин после начала движения?

87. Тело массой m соскальзывает с наклонной плоскости с трением. Угол наклона плоскости $\alpha = 30^\circ$, длина наклонной плоскости $l = 1,67$ м. Коэффициент трения тела о плоскость $\mu = 0,2$. Начальная скорость тела $v_0 = 0$. Сколько времени затратит тело на спуск с наклонной плоскости?

88. Между двумя лодками, находящимися на поверхности озера, протянута веревка. Масса первой лодки с человеком $m_1 = 250$ кг, масса второй лодки с грузом $m_2 = 500$ кг. Человек, находящийся на первой лодке, тянет веревку с силой $F = 50$ Н. Найдите скорости \vec{v}_1 и \vec{u} , с которыми будет двигаться первая лодка относительно берега и относительно второй лодки через время $t = 5$ с после того, как человек начал тянуть веревку. Сопротивлением воды пренебечь.

89. К свободному аэростату массой m_1 привязана веревочная лестница, на которой находится человек массой m_2 . Аэростат неподвижен. В каком направлении и с какой скоростью v_1 будет перемещаться аэростат, если человек начнет подниматься по лестнице с постоянной скоростью u относительно лестницы?

90. Между двумя тележками, массы которых m_1 и m_2 , помещена сжатая пружина (рис. 28). Когда пружина разжимается, она действует на

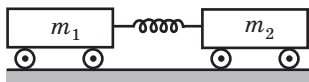


Рис. 28

каждую из тележек со средней силой F в течение времени t . Покажите, что после окончания действия пружины тележки будут двигаться по горизонтальной поверхности так, что их центр масс будет оставаться неподвижным. Трением можно пренебечь.

91. Граната, летевшая в горизонтальном направлении со скоростью $u = 10$ м/с, разорвалась на два осколка, массы которых $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 1,5$ кг. Скорость большего осколка гранаты оказалась равной $v_2 = 25$ м/с и имела то же направление, что и граната. Найдите мо-

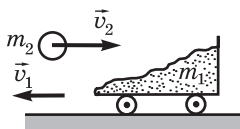


Рис. 29

дуль и направление скорости \vec{v}_1 меньшего осколка гранаты.

92. Первая в мире боевая ракета А. Д. Засядько* имела массу $m_1 = 2$ кг (без толкающего заряда).

При взрыве толкающего заряда из ракеты выбрасывались пороховые газы массой $m_2 = 200$ г со скоростью $v_2 = 600$ м/с. На каком расстоянии s от места запуска упадет такая ракета, если она выпущена под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту?

93. Тележка с песком массой $m_1 = 10$ кг катится со скоростью $v_1 = 1$ м/с по горизонтальной поверхности без трения (рис. 29). Навстречу тележке летит шар массой $m_2 = 2$ кг со скоростью $v_2 = 7$ м/с. Шар застревает в песке. В какую сторону и с какой скоростью \vec{u} покатится тележка после попадания шара?

94. Реактивный двигатель ракетоплана К. Э. Циолковского** выбрасывает продукты сгорания порциями, массы которых $m = 200$ г и скорость при выбросе из сопла двигателя $u = 1000$ м/с. Масса ракетоплана в начальный момент $M = 300$ кг и начальная скорость его $v_0 = 0$. Какую скорость v_3 при горизонтальном полете будет иметь ракетоплан после выброса третьей порции газа? Какова будет скорость v_N ракетоплана к концу первой секунды движения, если в двигателе происходит $N = 20$ взрывов в секунду?

95. Орудие установлено на железнодорожной платфор-

* Генерал русской армии А. Д. Засядько (1779–1838) первый в мире создал и практически применил реактивные боевые снаряды. Боевые ракеты генерала Засядько успешно применялись в 1828 – 1829 гг. в войне с Турцией при штурме крепости Ак-Мечеть и в 1855 г., уже после смерти их изобретателя, при обороне Севастополя.

** К. Э. Циолковский (1857–1935) – знаменитый деятель науки, разработавший научный проект ракетного летательного аппарата для межпланетных полетов и конструкцию металлического дирижабля.

ме, которая стоит на прямолинейном горизонтальном пути. Масса платформы с орудием, снарядами и солдатами $M = 50$ т, масса снаряда $m = 25$ кг. Орудие выстреливает в горизонтальном направлении вдоль железнодорожного пути. Начальная скорость снаряда $u = 1000$ м/с. Какую скорость v_2 будет иметь платформа после второго выстрела? Трением можно пренебречь.

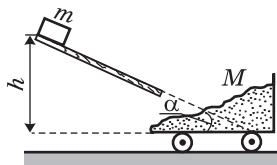


Рис. 30

96. Старинная пушка, не имеющая противооткатного устройства, выстреливает ядра под углом $\alpha = 40^\circ$ к горизонту. Масса пушки $M = 500$ кг, масса ядра $m = 10$ кг, его начальная скорость $u = 200$ м/с. Какова будет скорость v отката пушки? Трением можно пренебречь.

97. Тело массой m соскальзывает без трения с наклонной доски на неподвижную платформу. Масса платформы равна M . Высота начального положения тела над уровнем платформы равна h , угол наклона доски к горизонту равен α (рис. 30). Какую скорость v будет иметь платформа, когда тело упадет на нее?

§ 7. Работа. Энергия. Мощность. Закон сохранения энергии

Обычно наибольшее число осложнений возникает при решении таких задач этого параграфа, в которых начальный запас энергии какой-либо системы во время движения распределяется между несколькими телами, например в случае соскальзывания тела с подвижной треугольной призмы (см., например, задачи 106 и 107). Поэтому в настоящем параграфе наряду с задачами, в которых выясняется смысл понятий работы, энергии и мощности, дана серия задач на расчет энергии нескольких взаимодействующих тел. При решении этих задач следует обратить внимание на то, что если при упругом ударе тела находятся в движении до и после взаимодействия, то для расчета скоростей требуется одновременное применение законов сохранения импульса и сохранения энергии. Необходимо внимательно проследить методику одновременного применения этих законов.

В задачах этого параграфа используются понятия абсолютно упругого и неупругого ударов, обычно знакомые учащимся только из внеклассных занятий. При решении задач необходимо проследить за особенностями поведения взаимодействующих тел в этих двух случаях.

Задачи, связанные с расчетом энергии вращающихся тел, отнесены в основном к § 8. При решении этих задач рекомендуется обратить внимание на такие случаи, когда начальный запас энергии тела переходит в два других вида энергии (см., например, задачу 136). Так же, как и при решении задач § 6, рекомендуется проследить последовательность действий при применении закона сохранения энергии.

98. Орудие, масса ствола которого $M = 450$ кг, стреляет в горизонтальном направлении. Масса снаряда $m = 5$ кг, начальная скорость его $u = 450$ м/с. При выстреле ствол откатывается на расстояние $s = 45$ см. Найдите среднюю силу торможения f , развиваемую противоткатным устройством орудия.

99. Тело массой $m = 1$ кг с начальной скоростью $v_0 = 14$ м/с падает с высоты $H = 240$ м и углубляется в песок на глубину $h = 0,2$ м. Найдите среднюю силу сопротивления f почвы. Решите задачу двумя путями: на основании закона сохранения энергии и с помощью второго закона Ньютона.

100. Сани массой m соскальзывают с ледяной горы высотой h и останавливаются, пройдя расстояние BC (рис. 31). Известно, что расстояние $AC = s$. Найдите коэффициент трения μ саней о лед и ускорения саней на участках OB и BC .

101. Изменится ли расстояние s в условиях предыдущей задачи, если гора при той же высоте h будет более пологой? Будут ли двигаться сани на горе, основание которой $AC = s$ (рис. 31), а высота останется равной h ?

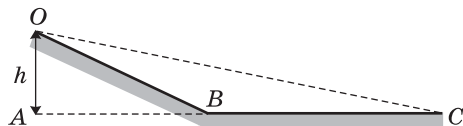


Рис. 31

102. Однородный прямоугольный параллелепипед массой m с ребрами l , $2l$ и $4l$ располагают на горизонтальной плоскости на каждой из трех граней поочередно. Какова потенциальная энергия параллелепипеда в каждом из этих положений? Какое положение параллелепипеда является наиболее устойчивым?

103. Пуля массой $m = 10$ г, вылетевшая из винтовки с начальной скоростью $v_0 = 1000$ м/с, упала на землю со скоростью $v = 500$ м/с. Какая работа A была совершена во время полета силой сопротивления воздуха?

104. Мальчик, опираясь о барьер, бросает камень горизонтально со скоростью $v_1 = 5$ м/с. Масса мальчика $M = 49$ кг, масса камня $m = 1$ кг. Какую скорость v_2 мальчик сможет сообщить камню, если будет бросать камень, действуя с прежней силой, стоя на коньках на гладком льду? Какова скорость v' камня относительно мальчика во втором случае? Одинаковую ли мощность N разовьет мальчик в обоих случаях?

105. Человек, находящийся в лодке, масса которой $m = 300$ кг, тянет невесомый канат с силой $F = 100$ Н. Другой конец каната привязан: а) к дереву на берегу; б) к лодке, имеющей массу $M = 200$ кг. Какую скорость v будет иметь лодка массой m в обоих случаях к концу третьей секунды? Какая работа A совершится за это время? Какую мощность N разовьет человек в первом и во втором случаях к концу третьей секунды? Сопротивлением воды пренебречь.

106. Брусok соскальзывает без трения с треугольной призмы, угол наклона которой равен α (рис. 32). Призма лежит на горизонтальной плоскости и может перемещаться по ней без трения. Брусok соскальзывает с высоты h . Будет ли скорость бруска в конце соскальзывания с призмы одной и той же, если призма: а) закреплена неподвижно; б) свободна?

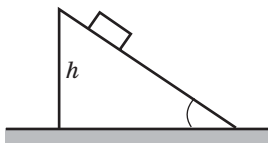


Рис. 32

107. В условиях предыдущей задачи принять, что масса призмы равна M , масса бруска равна m , а при-

зма перемещается в горизонтальном направлении только под действием силы давления бруска. Найдите направление скорости бруска, соскальзывающего с подвижной призмы.

108. Два одинаковых абсолютно упругих шара движутся по гладкой горизонтальной поверхности навстречу друг другу со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . С какими скоростями \vec{u}_1 и \vec{u}_2 будут двигаться шары после центрального абсолютно упругого удара? Трением пренебречь.

109. Две лодки движутся по инерции в спокойной воде озера навстречу друг другу параллельными курсами с одинаковыми по модулю скоростями $u = 6$ м/с. Когда они поравнялись, то с первой лодки на вторую переложили груз. После этого вторая лодка продолжала двигаться в прежнем направлении, но со скоростью $v_2 = 4$ м/с. Масса первой лодки без груза $M_1 = 500$ кг, масса груза $m = 60$ кг. Найдите массу M_2 второй лодки и энергии лодок и груза до и после перекалывания груза. Объясните, почему изменилась энергия. Сопротивлением воды пренебречь.

110. Какую мощность N должен развить мотор самолета для обеспечения подъема самолета на высоту $h = 1$ км, если масса самолета $m = 3000$ кг, а время подъема $t = 1$ мин?

111. Моторы электропоезда при движении со скоростью $v = 54$ км/ч потребляют мощность $N = 900$ кВт. КПД моторов и передающих механизмов $\eta = 0,8$. Найдите силу тяги F моторов.

112. Мощность двигателя часто определяют опытным путем с помощью так называемого «тормозного динамометра», состоящего из двух колодок, плотно охватывающих вал двигателя. К одной из колодок прикреплен рычаг, на конце которого подвешивается груз (рис. 33). Груз подбирают так, чтобы он уравновесил силу трения и чтобы рычаг находился в горизонтальном положении. Найдите мощность N двигателя, если частота вращения вала $n = 1$ с⁻¹, длина рычага от

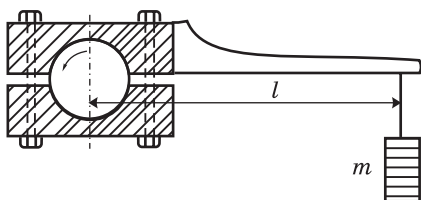


Рис. 33

центра вала $l = 1$ м, масса груза $m = 50$ кг. Массой рычага пренебречь.

113. Велосипедист въезжает в гору с постоянной скоростью. Длина шатуна педали $r = 25$ см, время полного оборота шатуна $t = 2$ с. Средняя сила давления ноги на педаль $F = 147$ Н. Найдите мощность N , которую развивает велосипедист.

114. Самолет Н. Н. Поликарпова для взлета должен иметь скорость $v = 80$ км/ч. Длина разбега перед взлетом $s = 100$ м. Масса самолета $m = 1000$ кг. Коэффициент трения при разбеге самолета $\mu = 0,2$. Какова должна быть максимальная мощность N мотора, необходимая для того, чтобы обеспечить взлет самолета? Движение во время разбега считать равноускоренным.

115. Камень шлифовального станка диаметром $d = 60$ см вращается с частотой $n = 2$ с⁻¹. Обрабатываемая деталь прижимается к камню с силой $F = 100$ Н. Какая мощность N затрачивается на шлифовку, если коэффициент трения камня о деталь $\mu = 0,2$?

116. Шкив приводится во вращение приводным ремнем (рис. 34). Радиус шкива $r = 25$ см, частота вращения шкива $n = 2$ с⁻¹. Сила натяжения ведущей ветви ремня в два раза больше силы натяжения ведомой ветви. Ведомая и ведущая ветви ремня параллельны друг другу. Найдите силы натяжения F и f ведущей и ведомой ветвей ремня, если ремень передает шкиву мощность $N = 15$ кВт.

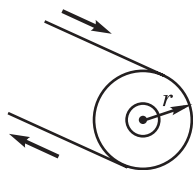


Рис. 34

§ 8. Динамика вращательного движения тела

Расчет сил, действующих на тело, движущееся по окружности, является, пожалуй, одним из наиболее трудных для усвоения.

Трудности в проведении этого расчета возникают в тех случаях, когда центростремительное ускорение во вращательном движении и ускорение в прямолинейном движении рассматривают как две принципиально различные физические величины, для каждой из которых существуют свои законы: одна может рассчитываться по «обычным» законам Ньютона, а для другой обязательно требуется введение «особых» сил.

Подбор задач и построение решений в настоящем параграфе проведены так, чтобы помочь учащимся устранить это неправильное противопоставление, если оно существует.

При решении задач на расчет вращательного движения учащимся, прежде всего, следует помнить, что ускорение в прямолинейном движении и центростремительное ускорение по своей физической природе одинаковы (и то, и другое характеризуют изменение скорости движения). Только в первом случае изменяется модуль скорости, а во втором — ее направление. Одинаковость физической природы определяет и одинаковость законов, используемых для расчета этих величин. Для расчета центростремительных ускорений нет необходимости вводить какие-то «особые» силы, помимо сил, возникающих в результате взаимодействия тел.

Так же, как и при расчете прямолинейного движения, делая расчет вращательного движения, необходимо вначале указать характер изменения скорости, направления и модули ускорений; представить себе картину взаимодействий тел, которыми создаются силы, составить векторную сумму этих сил и применить второй закон Ньютона в скалярной форме для расчета искомых величин. В решениях задач этого параграфа проводится именно такая последовательность действий, и на эту последовательность учащимся следует обратить особое внимание.

Очень тщательно необходимо разобрать такие задачи, в которых появление необходимых центростремительных ускорений обеспечивается одновременным действием двух или нескольких сил (см., например, задачи 124—140).

Решая задачи, необходимо: проследить, как создаются при вращательном движении силы, необходимые для появления

достаточных ускорений при различном характере взаимодействия тел (создание центростремительных ускорений с помощью силы трения, силы натяжения упругого шнура, силы реакции со стороны рельсов и т. д.); проследить, как изменяется модуль этих сил, их направление и точки приложения при изменении скорости движения тела; обратить внимание на характер поведения тела в случае, когда сил взаимодействия становится недостаточно для создания ускорений, необходимых для движения тела по окружности (см., например, задачу 133). Рекомендуется при разборе задач, связанных с применением закона сохранения энергии, сопоставить их с решениями задач § 7.

117. Два шарика, массы которых равны $m_1 = 9$ г и $m_2 = 3$ г, прикреплены нитями*, общая длина которых $l = 1$ м, к вертикальной оси OO (рис. 35) и приведены во вращательное движение в горизонтальной плоскости вокруг этой оси с постоянной угловой скоростью ω . При каком соотношении длин нитей силы натяжения их будут одинаковыми?

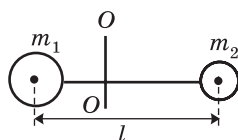


Рис. 35

118. Два одинаковых шарика A и B укреплены на концах нити, которая продета через трубку, как показано на рис. 36. Шарик B вращается в горизонтальной плоскости. Расстояние от шарика B до оси трубки $r = 20$ см. С какой угловой скоростью ω должен вращаться шарик B , чтобы шарик A не поднимался и не опускался? Будет ли равновесие устойчивым? Трением пренебречь.

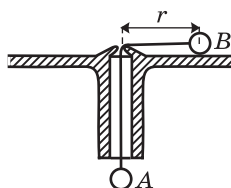


Рис. 36

119. Небольшая шайба находится на вершине полусферы радиусом R (рис. 37). Какую наименьшую горизонтальную скорость \vec{v} нужно сообщить

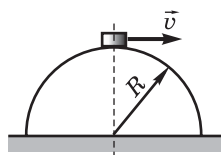


Рис. 37

* Здесь и далее нить можно считать невесомой и нерастяжимой, за исключением особо оговоренных случаев.

шайбе, чтобы она оторвалась от полусферы в начальной точке движения?

120. Найдите центростремительное ускорение a тел, находящихся на экваторе Земли. Каково уменьшение веса тел на экваторе, связанное с участием этих тел во вращательном движении Земли? Считать радиус Земли $R = 6400$ км.

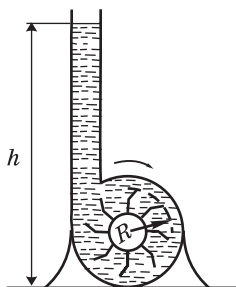


Рис. 38

121. Центробежный насос имеет лопасти радиусом R . Насос может поднять воду на максимальную высоту h (рис. 38). Найдите частоту n вращения лопастей насоса и разность давлений между точками, лежащими на оси, и точками, лежащими на концах лопастей насоса. Докажите, что сумма всех сил, действующих на частицы воды, лежащие на расстоянии R от оси вращения, $F = m\omega^2 R$, где m — масса этих частиц.

122. На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии $R = 50$ см от оси вращения лежит груз массой $m = 1$ кг. Коэффициент трения груза о поверхность столика $\mu = 0,25$. Какова сила трения f , удерживающая груз, если столик вращается с частотой $n = 0,2$ с⁻¹? При какой угловой скорости ω_0 груз начнет скользить по столику?

123. Шарик массой m , прикрепленный к резиновому шнуру, совершает вращательное движение в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω (рис. 39). Длина нерастянутого резинового шнура равна l_0 . Найдите радиус R окружности, по которой будет двигаться шарик, и силу натяжения T шнура. Считать, что сила натяжения шнура растет пропорционально его растяжению, т. е.

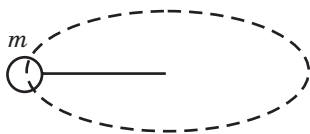


Рис. 39

$T = kl$, где k — коэффициент пропорциональности.

124. Автомобиль массой m движется с постоянной скоростью v : а) по горизонтальному плоскому мосту; б) по выпу-

клому мосту; в) по вогнутому мосту. Радиус кривизны моста в последних двух случаях равен r . С какой силой нормального давления F_d действует автомобиль на мост в каждом из этих случаев, проезжая через середину моста?

125. Найдите силу, прижимающую летчика к сиденью самолета в верхней и нижней точках петли Нестерова*, если масса летчика $m = 75$ кг, радиус петли $r = 200$ м, а скорость самолета при прохождении петли $v = 360$ км/ч.

126. Шарик массой m , подвешенный на нити длиной l , отклоняют до горизонтального положения и отпускают (рис. 40). Какая сила натяжения T действует на нить при прохождении маятником положения равновесия?

127. Шарик, подвешенный на нити, совершает колебания в вертикальной плоскости (рис. 41). Когда шарик проходит положение равновесия, нить испытывает силу натяжения, равную удвоенной силе тяжести, действующей на шарик. На какой максимальный угол α от вертикали отклоняется шарик?

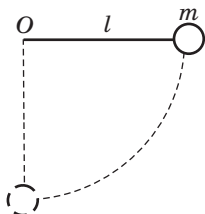


Рис. 40

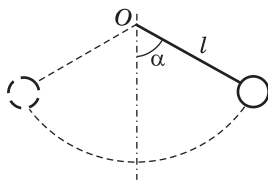


Рис. 41

128. Шарик массой m , подвешенный на нити, отклоняют от положения равновесия до горизонтального положения и отпускают. При каком значении угла α (между нитью и вертикалью, см. рис. 41) нить оборвется, если известно, что она выдерживает силу натяжения, равную

* П. Н. Нестеров (1887 – 1914) – русский военный летчик. В 1913 г. впервые в мире выполнил на самолете «мертвую петлю» – петлю Нестерова – и этим положил начало высшему пилотажу.

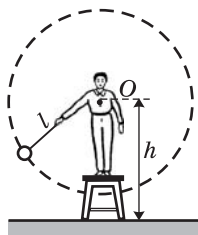


Рис. 42

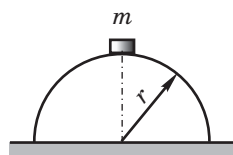


Рис. 43

удвоенной силе тяжести, действующей на шарик? Какова будет траектория движения шарика после обрыва нити?

129. На нити, выдерживающей силу натяжения $T = 40$ Н, мальчик равномерно вращает камень массой $m = 1$ кг в вертикальной плоскости (рис. 42). Центр вращения O находится от земли на высоте $h = 4$ м. Радиус окружности, описываемой камнем, $l = 1$ м. С какой угловой скоростью ω мальчик должен вращать камень, чтобы нить оборвалась? На каком расстоянии s от мальчика упадет камень?

130. Небольшая шайба массой m соскальзывает без трения с вершины полусферы радиусом r (рис. 43). На какой высоте H от основания шайба оторвется от полусферы?

131. Шарик массой m скользит без трения по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиусом r (рис. 44). Найдите силу нормального давления F_d шарика на желоб в некоторой точке B , если он спускается по желобу без начальной скорости с высоты $h = \frac{5}{2}r$. Радиус, проведенный из центра петли в точку B , составляет с вертикалью угол α . Размерами шарика пренебречь.

132. Найдите силу нормального давления, создаваемую шариком в точке C в условиях предыдущей задачи (см. рис. 44). Радиус, проведенный из центра петли в точку C , составляет с вертикалью угол β .

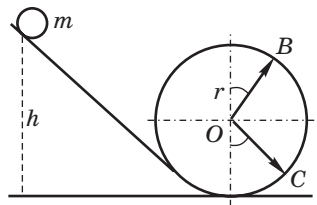


Рис. 44

133. Шарик массой m скользит без трения по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиусом r (рис. 45). На какой высоте H_1 шарик оторвется от

желоба и до какой наибольшей высоты H_2 после этого поднимется, если он спускается по желобу без начальной скорости с высоты $h = 2r$? Размерами шарика пренебречь.

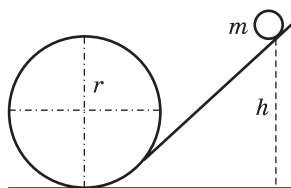


Рис. 45

134. На нити длиной l , закрепленной в точке O , подвешен шарик массой m . На расстоянии $h = \frac{l}{2}$ от точки O вбит гвоздь (рис. 46). Нить отклоняют от положения равновесия на угол $\alpha = 90^\circ$ и отпускают. Как будет двигаться шарик, когда нить встретит на пути движения гвоздь? На какую максимальную высоту H поднимется шарик после прохождения положения равновесия?

135. На каком минимальном расстоянии h от точки O нужно поместить гвоздь в условиях предыдущей задачи, чтобы шарик, отклоненный на угол $\alpha = 90^\circ$, двигался по окружности с центром в точке O' ?

136. Два одинаковых шарика 1 и 2 массой m каждый подвешены: один – на нерастяжимой нити, другой – на резиновом шнуре. Оба шарика отклонены от положения равновесия на угол $\alpha = 90^\circ$ и отпущены. Когда шарики проходят положение равновесия, длина резинового шнура становится равной длине нити l (рис. 47). Какой из шариков при прохождении положения равновесия имеет бо́льшую скорость?

137. На невесомом стержне длиной l : а) укреплен на конце шарик массой $2m$ (рис. 48, а); б) укреплены два одинаковых шарика массой m каждый – один на

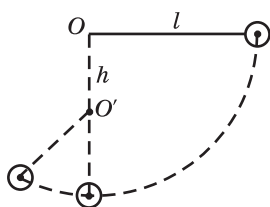


Рис. 46

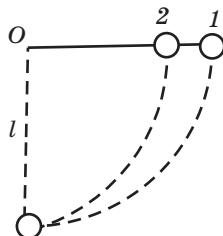


Рис. 47

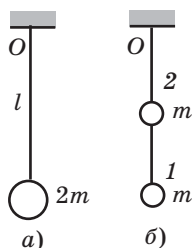


Рис. 48

конце, другой посередине стержня (рис. 48, б). Стержень может вращаться в вертикальной плоскости вокруг точки закрепления O . Какую горизонтальную скорость нужно сообщить концу стержня в каждом случае, чтобы он отклонился до горизонтального положения?

138. Велосипедист движется с постоянной скоростью $v = 36$ км/ч по кругу радиусом $r = 34$ м. Под каким углом α к вертикали он должен наклонить велосипед?

139. Каков наименьший радиус r круга, по которому сможет проехать велосипедист со скоростью $v = 28,8$ км/ч, если коэффициент трения между колесами и землей $\mu = 0,3$? Найдите наибольший угол α наклона велосипеда, при котором велосипедист еще не будет падать.

140. С какой максимальной скоростью v может устойчиво, не опрокидываясь, двигаться вагон по закруглению радиусом $r = 200$ м, если высота центра масс вагона от уровня рельс $h = 1,5$ м, расстояние между рельсами $l = 1,5$ м?

141. В каких случаях в движущемся поезде можно пользоваться уровнем (пузырек воздуха в трубке с жидкостью) для определения уклона железнодорожного пути?

142. В вагоне поезда, движущегося по закруглению радиусом $r = 404$ м со скоростью $v = 72$ км/ч, производится взвешивание груза на пружинных весах. Масса груза $m = 5$ кг. Определите показание пружинных весов.

143. Самолет массой $m = 300$ кг летит со скоростью $v = 360$ км/ч в вираже радиусом $r = 2500$ м. Какой угол крена α должен задать самолету летчик и какой должна быть подъемная сила F для того, чтобы вираж совершался в горизонтальной плоскости? Подъемная сила всегда направлена перпендикулярно к плоскости крыльев самолета.

144. На горизонтально вращающемся столике укреплен вертикально стержень, к вершине которого привязана нить. К концу нити прикреплен шарик массой m (рис. 49). Длина нити $l = 6$ см. Расстояние стержня от оси вращения $r_1 = 10$ см. С какой угловой скоростью ω вращается столик, если нить составляет с вертикалью угол $\alpha = 45^\circ$?

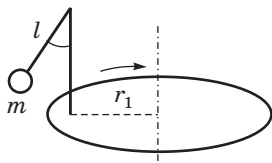


Рис. 49

145. Шарик массой m подвешен на нити, длина которой равна l . Шарик равномерно вращается по кругу в горизонтальной плоскости – конический маятник (рис. 50). Нить при этом отклоняется от вертикали на угол α . Найдите период τ вращения шарика.

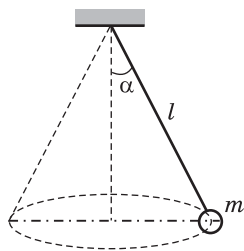


Рис. 50

§ 9. Статика

Большинство задач этого параграфа допускает решение либо с помощью общих условий равновесия (векторная сумма сил и алгебраическая сумма моментов сил равны нулю), либо с помощью «золотого правила» механики. Чрезвычайно важно уметь одинаково свободно пользоваться этими правилами. Задачи подобраны таким образом, чтобы дать возможность учащимся проследить применение каждого из этих правил к расчету различных систем. Рекомендуется во всех задачах, в которых требуется провести решение несколькими путями, внимательно проследить порядок действий при применении каждого из них.

Серьезные затруднения встречаются учащиеся при применении «золотого правила» механики к определению характера равновесия отдельных тел или систем. Несколько помещенных в настоящем параграфе задач на определение устойчивости или неустойчивости равновесия тел имеют целью обратить внимание учащихся на порядок действий при определении изменения сил и их действия во время малых смещений тела

от положения равновесия, а также на методику определения по этим изменениям характера самого равновесия.

Задачи на определение положения центра масс учащиеся стремятся обычно свести к применению правила сложения параллельных сил, направленных в одну сторону. При этом уже самые элементарные задачи, в которых определение центра масс возможно только с помощью правила разложения параллельных сил или правила сложения параллельных сил, направленных в противоположные стороны, обычно становятся чрезвычайно трудными. Рекомендуется внимательно проследить ход решения задачи 170, в которой рассматривается порядок применения вышеуказанных правил к определению положения центра масс сложной фигуры.



Рис. 51

146. Найдите равнодействующую \vec{F} шести равных по модулю сил, приложенных к одной точке и расположенных в одной плоскости, если углы между всеми силами равны между собой (рис. 51).

147. а) Два человека тянут канат за концы с силами \vec{F} , равными по модулю, но противоположными по направлению; б) один конец каната прикреплен к неподвижной опоре, а другой конец тянет человек с силой $2F$. В каком случае сила натяжения каната будет больше?

148. Однородный стержень массой $m = 16$ кг и длиной $L = 1,2$ м подвешен в горизонтальном положении на канатах: в одном случае – так, как показано на рис. 52, а, в другом – так, как показано на рис. 52, б. Длины канатов AC , BC , AD и BE одинаковы и равны $l = 1$ м. Канаты

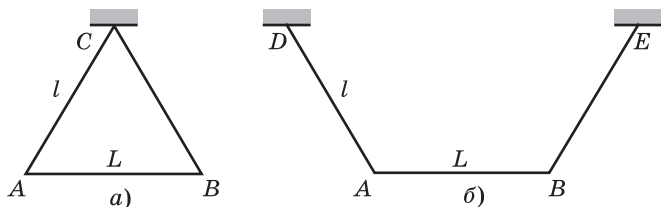


Рис. 52

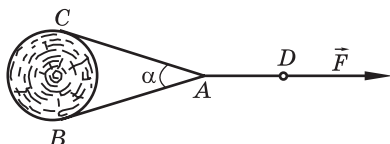


Рис. 53

$DA \parallel CB$ и $BE \parallel AC$. Найдите силы натяжения канатов и силы, которые будут действовать на стержень в каждом случае.

149. На круглое бревно надета веревочная петля, за которую бревно тянут с силой \vec{F} (рис. 53). Как будет зависеть сила натяжения T веревок, образующих петлю, от угла α ? При каких условиях силы натяжения веревок на участках AB и AC будут больше, чем на участке AD ?

150. Чтобы вытянуть автомашину, застрявшую на плохой дороге, шофер привязал один конец каната к машине, другой к дереву, стоящему впереди на расстоянии $l = 12$ м. Налегая на середину каната в перпендикулярном к нему направлении с силой $F = 400$ Н, шофер продвинулся на расстояние $s = 0,6$ м. Какая сила Q действовала на автомашину в последний момент?

151. Тяжелая однородная доска массой m и длиной $AB = l$ упирается одним концом в угол между стеной и полом. К другому концу доски привязан канат (рис. 54). Найдите силу натяжения T каната BC , если угол между доской и канатом $\beta = 90^\circ$. Как меняется сила натяжения каната с увеличением угла α между доской и полом, если угол β остается постоянным?

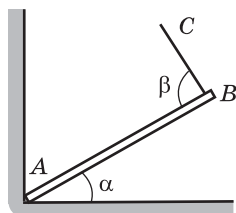


Рис. 54

152. Однородная балка лежит на платформе так, что один конец ее свешивается с платформы (рис. 55). Длина свешивающегося конца равна $0,25$ длины балки. На конец бал-

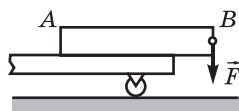


Рис. 55

ки в точке B действует сила \vec{F} . При значении $F = 2,94$ кН противоположный конец балки A начинает подниматься. Найдите массу m балки.

153. При взвешивании на неравноплечих рычажных весах вес тела на одной чашке получился равным $P_1 = 30$ Н, на другой $P_2 = 34$ Н. Найдите истинный вес тела P .

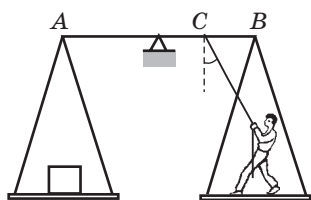


Рис. 56

154. На правой чаше больших равноплечих рычажных весов стоит человек, который уравновешен грузом, положенным на другую чашу. К середине правого плеча весов в точке C привязана веревка (рис. 56). Вес человека равен P . Длина коромысла весов

$AB = l$. Нарушится ли равновесие, если человек, стоящий на чаше весов, начнет тянуть за веревку с силой $F < P$ под углом α к вертикали?

155. Один конец балки закреплен в стене так, что балка находится в горизонтальном положении (рис. 57). К свободному концу балки приложена сила $F = 1$ кН под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Найдите силу, вызывающую растяжение и изгиб балки. Изгибом балки под действием силы тяжести пренебречь.

156. Чтобы выложить карниз здания, каменщик кладет четыре кирпича один на другой так, что часть каждого кирпича выступает над нижележащим (рис. 58). Длина кирпича равна l . Найдите наибольшие длины выступающих частей кирпичей, при которых кирпичи в карнизе еще будут находиться в равновесии без цементного раствора.



Рис. 57

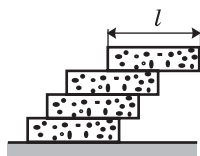


Рис. 58

157. Однородная балка массой m уравновешена на треугольной призме. Нарушится ли равновесие, если отрезать четвертую часть балки и положить ее на укороченный конец балки вровень с отрезком (рис. 59)? Если равновесие нарушится, то какую силу и к какому концу балки нужно приложить, чтобы равновесие восстановилось?

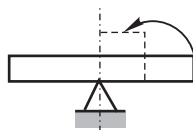


Рис. 59

158. Лестница массой m и длиной l прислонена к гладкой вертикальной стене под углом α к вертикали. Центр масс лестницы находится на высоте h от пола (рис. 60). Человек тянет лестницу за середину в горизонтальном направлении с силой \vec{F} . Какой должна быть минимальная сила F , чтобы человек смог отодвинуть верхний конец лестницы от стены? Трение о пол настолько велико, что нижний конец лестницы не скользит.

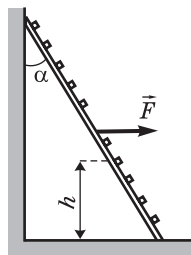


Рис. 60

159. Как легче сдвинуть с места железнодорожный вагон: прилагая силу к корпусу вагона или прилагая ее к верхней части обода колеса вагона?

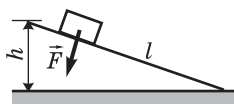


Рис. 61

160. Деревянный брусок лежит на наклонной плоскости (рис. 61). Масса бруска $m = 2$ кг. Длина наклонной плоскости $l = 1$ м, ее высота $h = 60$ см. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость $\mu = 0,4$. С какой силой F нужно прижать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в равновесии?

161. Тяжелое бревно тянут вверх по наклонной плоскости с помощью двух параллельных канатов, закрепленных, как показано на рис. 62. Масса бревна $m = 400$ кг. Длина наклонной плоскости $l = 2$ м, ее высота

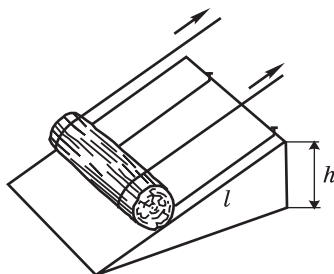


Рис. 62

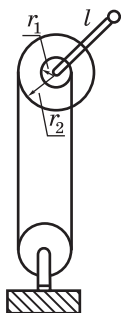


Рис. 63

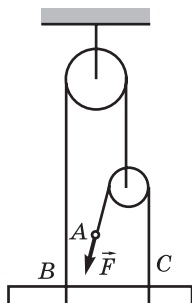


Рис. 64

$h = 1$ м. Какую силу \vec{T} нужно приложить к каждому из канатов, чтобы втянуть бревно? Укажите два способа решения задачи.

162. Какую силу \vec{F} нужно приложить к концу рукоятки дифференциального ворота, чтобы удержать груз массой $m = 50$ кг? Длина рукоятки $l = 1$ м. Радиус большого цилиндра ворота $r_2 = 20$ см, радиус малого $r_1 = 10$ см (рис. 63). Укажите два способа решения задачи.

163. На какую высоту h поднимется груз массой m в условиях предыдущей задачи, если ворот сделает $n = 10$ оборотов?

164. С помощью показанной на рис. 64 системы блоков хотят поднять бревно массой m . С какой силой \vec{F} нужно для этого тянуть конец каната А? Как нужно прикрепить концы канатов В и С, чтобы бревно при подъеме было горизонтально?

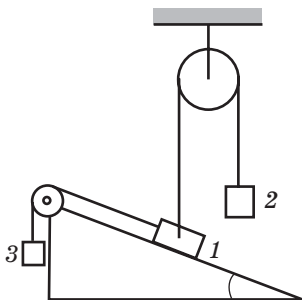


Рис. 65

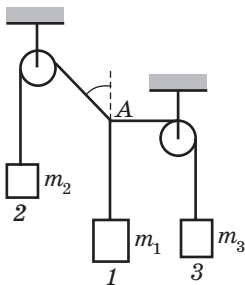


Рис. 66

165. Система грузов 1 , 2 и 3 находится в равновесии (рис. 65). Массы m_1 груза 1 и m_2 груза 2 и угол α , который составляет наклонная плоскость с горизонтом, известны. Найдите массу m_3 груза 3 и силу F_d нормального давления производимого грузом 1 на наклонную плоскость.

166. Груз массой $m_1 = 10$ кг уравновешен грузами 2 и 3 , массы которых m_2 и m_3 (рис. 66). При этом нить, удерживающая груз 3 , от точки A располагается горизонтально. Найдите массу груза 3 и угол α , если масса $m_2 = 18$ кг.

167. Система, состоящая из неподвижного и подвижного блоков, находится в равновесии (рис. 67). Найдите массу m_2 груза 2 , если масса груза 1 $m_1 = 10$ кг. Нарушится ли равновесие, если точку закрепления каната A переместить вправо? Если равновесие нарушится, то как будут двигаться грузы 1 и 2 ?

168. Легкий стержень закреплен в точке O и может вращаться в вертикальной плоскости (рис. 68). К концу стержня в точке A прикреплена, перекинутая через неподвижный блок нить, к другому концу которой подвешен груз 1 . В точке B к стержню подвешен груз 2 . Длина стержня равна l ,

расстояние $OB = \frac{l}{3}$. Система находится в равновесии, когда стержень расположен горизонтально и нить AC вертикальна. Найдите массу m_2 груза 2 , если масса груза 1 $m_1 = 3$ кг. Как будет двигаться стержень, если его вывести из положения равновесия, сместив конец A немного вверх или вниз?

169. В двух вершинах равностороннего треугольника (рис. 69) помещены шарики массой m каждый.

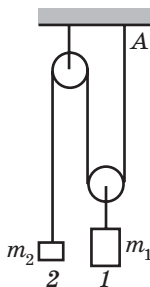


Рис. 67

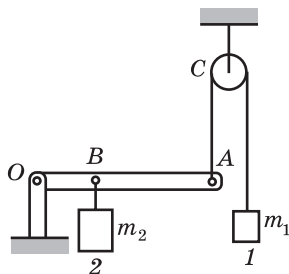


Рис. 68

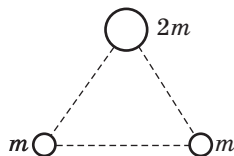


Рис. 69

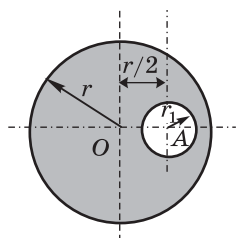


Рис. 70

В третьей вершине помещен шарик массой $2m$. Найдите положение центра масс этой системы.

170. Найдите положение центра масс однородного диска радиусом r , из которого вырезано отверстие радиусом r_1 (рис. 70). Центр выреза находится от центра диска на расстоянии $\frac{r}{2}$.

§ 10. Закон всемирного тяготения

171. Масса Земли $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Луны $m = 7,3 \cdot 10^{22}$ кг. Луна находится от Земли на расстоянии $r = 3,8 \cdot 10^8$ м. Найдите силу притяжения между Землей и Луной.

172. В записях М. В. Ломоносова имеется такая заметка: «Если на не очень большом расстоянии различие силы

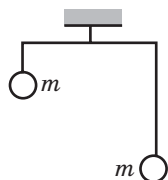


Рис. 71

тяжести было бы велико, то можно было бы построить неверные весы» (рис. 71). При какой разнице l длин нитей, на которых подвешены одинаковые грузы, такие весы на поверхности Земли давали бы погрешность $\Delta m = 0,01$ г при взвешивании груза массой $m = 10$ кг? Нити считать невесомыми. Плотность Земли $\rho = 5,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

173. Радиус Земли $R = 6400$ км, плотность Земли $\rho = 5,6 \cdot 10^3$ кг/м³. Расстояние от Земли до Солнца $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м. Период обращения Земли вокруг Солнца $T = 365$ сут. Найдите среднее значение силы притяжения, действующей на Землю со стороны Солнца.

174. При какой угловой скорости ω вращения Земли вес тел на экваторе обратился бы в нуль? Плотность Земли $\rho = 5,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

175. Средняя угловая скорость движения Земли вокруг Солнца $\omega = 1,75 \cdot 10^{-2}$ рад/сут. Расстояние от Земли до Солнца $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м. Найдите массу M Солнца.

176. Рекордная высота подъема стратостата «Осоавиахим» была $h = 22$ км. Насколько изменилось при подъеме на такую высоту ускорение свободного падения? Плотность Земли $\rho = 5,6 \cdot 10^3$ кг/м³.

177. В какие времена года линейная скорость движения Земли вокруг Солнца больше и в какие – меньше?

178. Допустим, что некоторое тело перемещается внутри Земли от поверхности к ее центру. Какова будет зависимость силы тяготения, действующей на тело, от расстояния тела до центра Земли? Считать Землю шаром и плотность ее всюду постоянной.

§ 11. Колебания

Основное внимание в задачах этого параграфа сосредоточено на кратком повторении основных законов колебаний математического маятника и на выяснении зависимости периода колебаний от массы тела, совершающего колебания, и от характера сил, действующих на колеблющееся тело. В этих задачах также выясняется зависимость сил, необходимых для создания колебаний, от амплитуды, частоты колебаний и массы тела. Качественный анализ этих зависимостей вполне доступен учащимся и необходим для понимания закономерностей колебательного движения.

Рекомендуется особенно внимательно рассмотреть поведение маятника на движущейся с ускорением тележке (см. решение задачи 182), а также разобрать детально решения задач 183 и 184.

179. Точные астрономические часы с секундным маятником установлены в подвале главного здания Московского университета. Насколько будут отставать за сутки эти часы, если их перенести на верхний этаж здания университета? Высота верхнего этажа относительно подвала $h = 200$ м. Считать радиус Земли $R = 6400$ км.

180. Два маятника одновременно начинают совершать колебания. За время первых $N_1 = 15$ колебаний первого маятника второй маятник совершил только $N_2 = 10$ колебаний. Найдите отношение l_1/l_2 длин этих маятников.

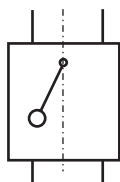


Рис. 72

181. Маятник укреплен на доске, которая может свободно без трения падать по направляющим тросам. Перед началом падения маятник был отклонен от положения равновесия (рис. 72). Будет ли маятник совершать колебания во время падения доски?

182. Маятник укреплен на тележке, скатывающейся без трения с наклонной плоскости. Период колебаний маятника на неподвижной тележке равен T_0 . Как изменится период колебаний маятника во время скатывания тележки?

183. Для приблизительной оценки малых амплитуд колебаний поверхности звучащих тел был предложен следующий метод. На исследуемую поверхность насыпается тонкий слой сухого песка. При возбуждении колебаний поверхности песчинки начинают также колебаться вместе с ней. Если амплитуду колебаний сделать достаточно большой, то песчинки отделяются от поверхности и как бы начинают подпрыгивать. Если разные части поверхности колеблются с разными амплитудами (например, телефонная мембрана), то песчинки постепенно собираются в местах, колеблющихся с наименьшей амплитудой. Объясните причины такого поведения песчинок. Будет ли влиять на характер поведения песчинок их масса и частота колебаний?

184. Ареометр, состоящий из шарика, заполненного дробью, и цилиндрической трубки, площадь поперечного сечения которой S , помещен в жидкость. Плотность жидкости ρ . Ареометр погружают в жидкость несколько глубже, чем это необходимо для его равновесия, и затем отпускают. Ареометр после этого начинает совершать свободные колебания около положения равновесия. Как будет изменяться частота колебаний ареометра при увеличении его массы? уменьшении диаметра трубки? увеличении плотности жидкости?

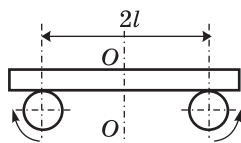


Рис. 73

185. На двух вращающихся в противоположные стороны валиках лежит горизонтально доска (рис. 73).

Масса доски равна m . Расстояние между осями валиков равно $2l$. Коэффициент трения между доской и каждым из валиков равен μ . Если доску положить так, что ее центр масс будет смещен на некоторое расстояние x от средней линии OO , то какие движения будет совершать доска под действием сил трения, создаваемых валиками?

§ 12. Гидро- и аэростатика

186. Поршень, плотно прилегающий к внутренним стенкам длинной цилиндрической трубы, может перемещаться в ней с помощью длинного штока. Трубу с поршнем, занимающим крайнее нижнее положение, опустили в колодец. Когда нижняя часть трубы погрузилась в воду, поршень стали поднимать с помощью штока (рис. 74). На какую высоту h от уровня воды в колодце может подняться таким способом вода в трубе? Атмосферное давление $p_0 = 100$ кПа. Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

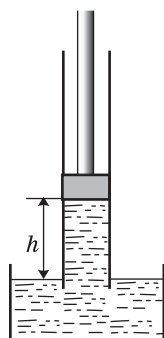


Рис. 74

187. Под каким давлением p_0 должна давать воду насосная станция, расположенная в подвале главного здания Московского университета, чтобы давление воды в водопроводе на высоте верхнего этажа было не менее $p = 150$ кПа? Высота верхнего этажа относительно насосной станции $h = 200$ м. Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

188. В подводной части судна образовалось отверстие, площадь сечения которого $S = 5$ см². Отверстие находится ниже уровня воды на расстоянии $h = 3$ м. Какая минимальная сила F требуется, чтобы удержать заплату, закрывающую отверстие с внутренней стороны судна? Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

189. В сосуде находится сжатый до давления $p = 400$ кПа воздух. Для того чтобы удержать пробку, закрывающую круглое отверстие в сосуде, необходимо приложить силу

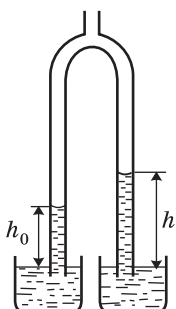


Рис. 75

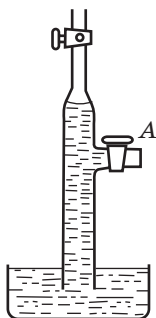


Рис. 76

$F = 94$ Н. Радиус отверстия $r = 1$ см. Найдите атмосферное давление p_0 .

190. Концы раздвоенной стеклянной трубки опущены в сосуды с разными жидкостями (рис. 75). Через верхний конец трубки из нее откачали некоторое количество воздуха. При этом жидкость поднялась в левом колене на высоту $h_0 = 10$ см, в правом – на высоту $h = 12$ см. Найдите плотность ρ жидкости, находящейся в правом сосуде, если в левом сосуде находится вода. Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

191. До каком высоты h нужно налить однородную жидкость в цилиндрический сосуд радиусом r , чтобы сила, с которой жидкость будет давить на боковую поверхность сосуда, была равна силе давления на дно сосуда?

192. Из трубки, опущенной одним концом в воду, откачали некоторое количество воздуха. При этом вода поднялась в трубке выше крана А (рис. 76). Будет ли вытекать из крана А вода, если его открыть?

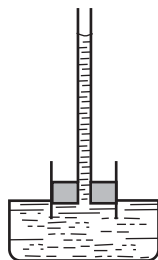


Рис. 77

193. Барометр показывает в воздухе давление $p_0 = 100$ кПа. Найдите давление p на глубине $h = 10$ м под поверхностью воды.

194. В крышке большого сосуда, наполненного водой, имеется цилиндрическое отверстие, плотно закрытое поршнем (рис. 77). В поршень вделана вертикаль-

ная трубка радиусом $r = 5$ см. Радиус поршня $R = 10$ см, масса поршня с трубкой $m = 20$ кг. До какой высоты h поднимется вода в трубке при равновесии поршня? Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

195. В цилиндрический сосуд налиты ртуть и вода. Массы жидкостей одинаковы. Общая высота двух слоев жидкостей $H = 29,2$ см. Найдите давление p жидкостей на дно сосуда. Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

196. В двух сообщающихся цилиндрических сосудах с одинаковой площадью поперечного сечения $S = 11,5$ см² находится ртуть. В один из сосудов поверх ртути наливают воду массой $m_0 = 1$ кг и опускают плавать в воде тело, масса которого $m = 150$ г. На какое расстояние h переместится уровень ртути во втором сосуде после наливания воды и опускания тела? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³.

197. В два колена U-образной трубки налиты вода и масло, разделенные ртутью (рис. 78). Поверхности раздела ртути и жидкостей в обоих коленах находятся на одной высоте. Найдите высоту столба воды h_0 , если высота столба масла $h = 20$ см. Плотность масла $\rho = 9 \cdot 10^2$ кг/м³, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

198. В двух сообщающихся цилиндрических сосудах находится ртуть. Диаметр одного сосуда в четыре раза больше диаметра другого (рис. 79). В левый сосуд наливают столб воды высотой $h_0 = 70$ см. Насколько поднимется уровень ртути в правом сосуде и опустится в левом? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

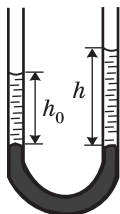


Рис. 78

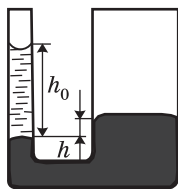


Рис. 79

199. Ртуть находится в U-образной трубке. Площадь сечения левого колена трубки в три раза меньше, чем правого. Уровень ртути в левом колене расположен на расстоянии $h_0 = 30$ см от верхнего конца трубки. На сколько поднимется уровень ртути в правом колене трубки, если левое колено доверху залить водой? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

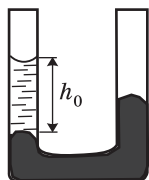


Рис. 80

200. В двух сообщающихся цилиндрических сосудах, имеющих одинаковые диаметр и высоту, находится ртуть (рис. 80). В одном из сосудов поверх ртути налит столб воды высотой $h_0 = 32$ см. Как будут расположены друг относительно друга уровни ртути в обоих сосудах, если оба сосуда доверху залить керосином? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³, керосина — $\rho_k = 8 \cdot 10^2$ кг/м³.

201. На весах уравнивали сосуд с водой и затем опустили в него конец деревянной палочки, держа другой конец ее в руках. Какой массы m груз необходимо положить на другую чашку весов для восстановления равновесия, если объем погруженной части палочки $V = 50$ см³?

202. Пловец неподвижно лежит на поверхности воды лицом вверх, причем в воду погружено все тело, за исключением небольшой части лица. Масса пловца $m = 75$ кг. Найдите объем V тела пловца.

203. Ареометр представляет собой стеклянную цилиндрическую трубку, запаянную с обоих концов. Длина трубки $l = 20$ см, внешний диаметр $D = 1,2$ см, толщина стенок $d = 1$ мм. В нижнюю часть трубки налита ртуть объемом $V = 1$ см³. Плотность стекла $\rho_1 = 2,6 \cdot 10^3$ кг/м³, ртути — $\rho_2 = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³. Какова минимальная плотность ρ жидкости, которую можно измерять с помощью такого ареометра?

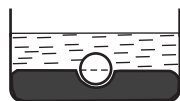


Рис. 81

204. Сплошной однородный шар объемом V плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей (рис. 81). Плотность верхней жидкости равна ρ_1 , нижней — ρ_2 . Плотность материала шара рав-

на ρ , причем $\rho_1 < \rho < \rho_2$. Какая часть объема шара будет находиться в верхней, а какая часть в нижней жидкости?

205. В сосуд налита ртуть и поверх нее масло. Шар, опущенный в сосуд, плавает так, что он ровно наполовину погружен в ртуть (см. рис. 81). Найдите плотность ρ материала шара. Плотность масла $\rho_1 = 9 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$, ртути — $\rho_2 = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$.

206. Тело кубической формы плавает на поверхности ртути так, что в ртуть погружено 0,25 его объема. Какая часть объема тела будет погружена в ртуть, если поверх нее налить слой воды, полностью закрывающий тело? Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

207. Найдите плотность ρ материала однородного тела, которое имеет в воздухе вес $P_1 = 2,8 \text{ Н}$, а в воде — $P_2 = 1,69 \text{ Н}$. Потерей веса в воздухе пренебречь. Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

208. Вес тела в воде в три раза меньше, чем в воздухе. Найдите плотность ρ материала тела. Плотность воды $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

209. На одной чашке весов лежит кусок серебра массой $m_1 = 0,1 \text{ кг}$, на другой кусок стекла массой $m_2 = 0,13 \text{ кг}$. Какая чашка перетянет при погружении весов в воду? Плотность серебра $\rho_1 = 1,05 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$, стекла — $\rho_2 = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

210. Медный шар с внутренней полостью имеет в воздухе вес $P_1 = 2,64 \text{ Н}$, в воде — $P_2 = 2,21 \text{ Н}$. Найдите объем V внутренней полости шара. Плотность меди $\rho = 8,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

211. Кусок железа имеет в воде вес $P = 4 \text{ Н}$. Найдите его объем V . Плотность железа $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

212. Тонкостенная трубка ртутного термометра в воздухе имеет вес $P_1 = 0,66 \text{ Н}$, а в воде — $P_2 = 0,44 \text{ Н}$. Найдите массу m ртути, заполняющей трубку. Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$, стекла — $\rho_c = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_0 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

213. Два тела, имеющие объемы V и $2V$, уравновешены на весах. Затем большее тело погружено в масло,

плотность которого $\rho_1 = 9 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$. Какова должна быть плотность ρ_2 жидкости, в которую следует погрузить меньшее тело, чтобы равновесие весов не нарушилось?

214. Найдите изменение потенциальной энергии тела объемом V , поднимаемого в воде на высоту h . Изменится ли при подъеме тела потенциальная энергия воды, находящейся в этом сосуде? Рассмотрите случаи, когда плотность ρ материала тела больше и когда меньше плотности ρ_0 воды.

215. Тело объемом $V_0 = 500 \text{ см}^3$ при взвешивании в воздухе было уравновешено на весах медными гири массой $m = 0,45 \text{ кг}$. Найдите массу m_0 тела. Плотность меди $\rho = 8,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, воздуха — $\rho_v = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

216. При точном взвешивании обычно вводят поправку на потерю веса в воздухе для взвешиваемого тела и гирек. В каком случае можно не вводить эту поправку, не уменьшая точности взвешивания?

217. Если сосуд заполнен воздухом, его масса равна $m_0 = 0,1288 \text{ кг}$. При заполнении сосуда углекислым газом его масса становится равной $m_1 = 0,1295 \text{ кг}$, при заполнении водой — $m_2 = 1,148 \text{ кг}$. Найдите плотность углекислого газа ρ_1 , объем V и массу m сосуда. Плотность воздуха $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, воды — $\rho_2 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

218. Резиновый шар объемом $V = 100 \text{ м}^3$ наполнен водородом. Вес оболочки вместе с водородом $P = 500 \text{ Н}$. Найдите подъемную силу F шара и плотность ρ слоя воздуха, в котором шар будет находиться в равновесии. Плотность воздуха у поверхности Земли $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$.

219. Каково должно быть соотношение объемов воды и спирта для того, чтобы их смесь имела плотность $\rho = 9 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$? При смешивании спирта с водой происходит уменьшение объема смеси: объем смеси составляет 0,97 от первоначального объема воды и спирта. Плотность воды $\rho_1 = 1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, спирта — $\rho_2 = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$.

220. Резиновый шар объемом $V = 5 \text{ л}$ наполнен воздухом. Вес оболочки шара $P = 0,015 \text{ Н}$. В каком соотношении должны быть взяты объемы углекислого газа и воздуха для составления смеси, в которой мог бы плавать, не погружаясь и не всплывая, такой шар? Плотность

воздуха $\rho_0 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, углекислого газа – $\rho = 1,98 \text{ кг/м}^3$.

221. Постройте график изменения с течением времени высоты, на которой находится уровень воды в открытом сосуде, изображенном на рис. 82, если скорость истечения воды из подводящей трубки A меньше скорости истечения из сифонной трубки B .

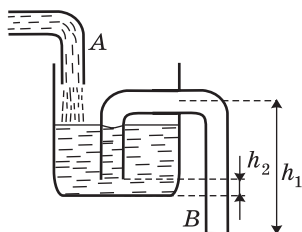


Рис. 82

II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

§ 13. Тепловое расширение тел

222. Маятник часов при температуре t_0 имеет длину l_0 и при этом часы идут точно. Температурный коэффициент линейного расширения материала маятника $\alpha = 1,85 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$. Насколько будут отставать или убежать часы за время $\tau = 1$ сут, если температура в помещении будет на $\Delta t = 10^\circ \text{С}$ выше t_0 ? При выводе формулы учесть малость коэффициента линейного расширения материала маятника.

223. Стальной стержень, имеющий площадь поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$, концами упирается в две жестко закрепленные массивные стальные плиты. С какой силой F стержень будет давить на каждую из плит, если его температура повысится на $\Delta t = 15^\circ \text{С}$? Модуль Юнга для стали $E = 206 \text{ ГПа}$. Температурный коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

224. При измерении стальным штангенциркулем длина стержня оказалась равной $l = 180 \text{ мм}$. Температура во время измерения была $t = 10^\circ \text{С}$. Температурный коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

Какова ошибка этого измерения, если деления шкалы штангенциркуля наносились при температуре $t_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$?

225. Стальная цилиндрическая деталь при обработке на токарном станке нагревается до температуры $t = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$. Деталь при температуре $t_0 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$ должна иметь диаметр $d_0 = 5\text{ см}$. Допускаемые отклонения от заданного размера не должны превышать $\Delta d = 10\text{ мкм}$. Температурный коэффициент линейного расширения стали $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$. Следует ли при измерениях во время обработки вносить поправки на тепловое расширение детали?

226. При изготовлении некоторого прибора оказалось необходимым обеспечить постоянство разности длин железного и медного цилиндров при любых изменениях температуры. Какую длину должны иметь эти цилиндры при $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, чтобы разница их при всех температурах была равна $\Delta l = 10\text{ см}$? Температурные коэффициенты линейного расширения железа и меди равны соответственно $\alpha_1 = 1,1 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$, $\alpha_2 = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$.

227. Латунная шкала ртутного барометра была проверена при температуре $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$. При температуре $t = 18\text{ }^{\circ}\text{C}$ барометр показал давление, соответствующее длине $L = 760$ делений шкалы. Приведите показание барометра к температуре $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Температурный коэффициент линейного расширения латуни $\alpha = 1,9 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$. Температурный коэффициент объемного расширения ртути $\beta = 1,8 \cdot 10^{-4}\text{ К}^{-1}$.

228. Объемы тонкостенного латунного сосуда и сплошного латунного шара при температуре $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ одинаковы и равны $V_0 = 1\text{ дм}^3$. Насколько изменятся объемы сосуда и шара при нагревании до температуры $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$? Температурный коэффициент линейного расширения латуни $\alpha = 1,9 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$.

229. При наблюдении теплового расширения жидкостей (для исключения влияния изменения объема V_0 стеклянного сосуда во время нагревания) часть сосуда заполняют сплавом. Температурные коэффициенты объемного расширения сплава и стекла равны соответственно $\beta = 8 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$, $\beta_0 = 3 \cdot 10^{-5}\text{ К}^{-1}$. Какая часть

объема сосуда должна быть заполнена сплавом, чтобы тепловое расширение сосуда было полностью скомпенсировано?

230. Одно время для измерения температур пользовались так называемым весовым термометром. Этот термометр представлял собой полый платиновый шар, заполненный ртутью. В шаре имелось капиллярное отверстие. Об увеличении температуры судили по массе ртути, вытекавшей из отверстия. Какая масса Δm ртути должна вытекать из отверстия такого термометра при повышении температуры на $\Delta t = 1^\circ \text{C}$, если при температуре $t_0 = 0^\circ \text{C}$ целиком заполненный шар термометра вмещает массу $m_0 = 700 \text{ г}$ ртути? Температурный коэффициент объемного расширения платины $\beta_1 = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, ртути $\beta_2 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

231. В работе «О вольном движении воздуха в рудниках» М.В. Ломоносов впервые раскрыл причины возникновения постоянных потоков воздуха в шахтах. В частности, он рассмотрел движение воздуха в шахтах типа показанной на рис. 83. Определите направление движения воздуха в такой шахте зимой и летом. Считать температуру воздуха постоянной и одинаковой во всех точках шахты и во все времена года.

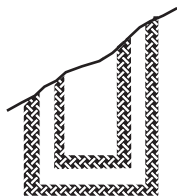


Рис. 83

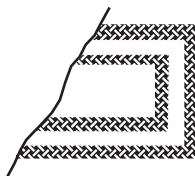


Рис. 84

232. В работе «О вольном движении воздуха в рудниках» М. В. Ломоносов рассмотрел движение воздуха в штольнях типа показанной на рис. 84. Определите направление движения воздуха в такой штольне зимой и летом. Допущения те же, что и в задаче 231.

§ 14. Количество теплоты. Теплообмен

233. В сосуд, содержащий воду массой $m_1 = 200$ г при температуре $t_1 = 8$ °С, погружают лед массой $m_2 = 300$ г, имеющий температуру $t_2 = -20$ °С. Какую температуру θ будет иметь содержимое сосуда после того, как установится тепловое равновесие?

234. В сосуд, заполненный тающим льдом, помещают кусок чугуна массой $m = 325$ г и объемом $V = 48$ см³. Плотность чугуна при температуре $t_0 = 0$ °С равна $\rho_0 = 6,8 \cdot 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c = 0,5$ кДж/(кг·К), температурный коэффициент объемного расширения чугуна $\beta = 3,3 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹. Удельная теплота плавления льда $r = 0,33$ МДж/кг. Какая масса $m_{\text{л}}$ льда растает к моменту установления теплового равновесия?

235. Для нагревания воды некоторой массы от температуры $t_0 = 0$ °С до температуры кипения ($t = 100$ °С) электронагревателем потребовалось время $\tau_1 = 15$ мин. После этого потребовалось время $\tau_2 = 1$ ч 20 мин для обращения всей воды в пар при тех же условиях. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2$ кДж/(кг·К). Найдите удельную теплоту парообразования воды λ .

236. В сосуде, из которого быстро откачивают воздух, находится немного воды при температуре $t_0 = 0$ °С. За счет интенсивного испарения происходит постепенное замораживание воды. Удельная теплота плавления льда $r = 0,33$ МДж/кг, удельная теплота парообразования воды $\lambda = 2,3$ МДж/кг. Какая часть первоначальной массы воды может быть обращена таким способом в лед?

§ 15. Законы идеального газа

Законы идеального газа приобретают наиболее простую форму записи при использовании термодинамической шкалы температур. Применение этой формы позволяет наглядно и значительно глубже раскрыть содержание самих законов и одновременно позволяет значительно упростить решение задач и предотвратить появление многих ошибок в решении.

Однако, как показывает опыт, учащиеся недооценивают значения такой формы записи законов идеального газа. Поэтому часть задач этого параграфа непосредственно посвящена выводу формул зависимости объема и давления газа от термодинамической температуры, и во всех задачах параграфа используются для решения только термодинамические температуры. Следует внимательно проследить порядок применения законов в такой форме записи, прорешать эти же задачи, пользуясь обычными формулами с температурным коэффициентом объемного расширения, и обратить внимание на характер упрощений в ходе решения в первом случае.

Для развития навыков свободного владения законами простейших процессов, могущих протекать в идеальном газе, в этом параграфе помещен ряд задач, в которых рассматриваются процессы с одновременным изменением температуры, давления и объема газа. С этой же целью введены задачи с одновременным рассмотрением нескольких изобарных, изохорных и изотермических процессов, протекающих в газе данной массы.

Чрезвычайно серьезную помощь в изучении законов идеального газа оказывают графические приемы решения задач. Правильное понимание графиков изменения состояния идеального газа и умение увидеть на этих графиках характер изменения величин, определяющих состояние газа (например, характер изменения давления газа по графику зависимости объема газа от температуры), необходимы для твердого усвоения законов идеального газа. Ряд графических задач настоящего параграфа посвящен развитию этих важных навыков и раскрытию полного содержания уравнений простейших процессов, которые могут совершаться в идеальном газе.

При решении задач на применение закона Гей-Люссака большое число ошибок возникает из-за неправильного использования определения коэффициента объемного расширения газа. Известно, что изменения объема газа при нагревании относятся всегда к объему, который газ данной массы занимает при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Многие же учащиеся, забывая об этом, при решении задач относят изменения объема газа не к состоянию при $t_0 = 0^\circ\text{C}$, а к какому-либо другому «начальному» объему, соответствующему «начальной» температуре, заданной в условии задач. Выяснению этой распространенной ошибки посвящена задача 253, которую рекомендуется детально разобрать.

В конце параграфа приведен ряд элементарных задач на расчет работы газа и количества теплоты, необходимого для нагревания газа в различных условиях. Эти вопросы также

часто вызывают серьезные затруднения и должны быть проработаны при решении задач.

237. Пользуясь законом Гей-Люссака $V = V_0(1 + \alpha t)$, где α – температурный коэффициент объемного расширения, и определением термодинамической температуры, выведите формулу зависимости между объемом и термодинамической температурой для изобарного процесса. Постройте график этой зависимости.

238. Пользуясь законом Шарля $p = p_0(1 + \beta t)$, где β – температурный коэффициент давления, и определением термодинамической температуры, выведите формулу зависимости между давлением и термодинамической температурой для изохорного процесса. Постройте график этой зависимости.

239. Газ находится в цилиндре, закрытом свободно перемещающимся поршнем. Как отличаются друг от друга графики зависимости объема от температуры для случаев нагревания газа при малом и большом давлениях на поршень?

240. Газ некоторой массы нагревается один раз в малом, другой раз в большом сосудах. Во время нагревания объемы сосудов остаются постоянными. Как отличаются друг от друга графики зависимости давления от температуры в первом и втором случаях?

241. Как располагаются изотермы газа на графике зависимости объема от давления для случаев расширения газа одной и той же массы при низкой и высокой температурах?

242. Постройте графики зависимости объема от температуры для изохорного, изобарного и изотермического процессов.

243. Постройте графики зависимости давления от температуры для изохорного, изобарного и изотермического процессов.

244. Постройте графики зависимости давления от объема для изотермического, изобарного и изохорного процессов.

245. Газ находится в цилиндре, закрытом поршнем (рис. 85). Поршень имеет площадку, на которой

находится песок, создающий необходимое давление на поршень. Если песок небольшими порциями сбрасывать на расположенные рядом с подставкой полочки, то давление на поршень будет меняться. Одновременно можно, помещая цилиндр на нагреватели и холодильники, изменять температуру газа. На основе непосредственных измерений был получен график зависимости давления от объема газа, изображенный на рис. 86. Определите по этому графику характер изменения температуры газа.

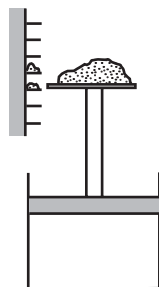


Рис. 85

246. При нагревании газа был получен график зависимости давления от температуры, изображенный на рис. 87. Что производилось во время нагревания газа: сжатие или расширение?

247. Определите по графику зависимости объема от температуры, изображенному на рис. 88, характер изменения давления, под которым находился газ во время нагревания.

248. В закрытом сосуде производится нагревание: один раз газа массой m , другой раз – этого же газа массой $2m$. Постройте графики зависимости давления от температуры для этих двух случаев. Укажите различие в расположении кривых.

249. Внутри закрытого с обеих сторон цилиндра имеется подвижный поршень. С одной стороны поршня в цилиндре находится газ массой m , с другой стороны – этот же газ массой $2m$. Какую часть объема цилиндра будет занимать газ массой $2m$ при равновесии поршня?

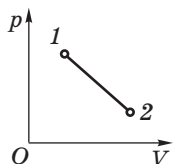


Рис. 86

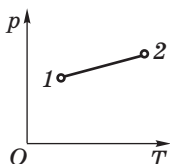


Рис. 87

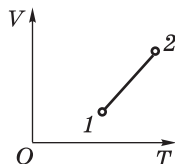


Рис. 88

250. В цилиндре, закрытом свободно перемещающимся поршнем, производится нагревание: один раз газа с молярной массой M , другой раз – газа с молярной массой $2M$. Массы газов в обоих случаях одинаковы. Давление, производимое на поршень, также одинаково. Будут ли одинаковы графики зависимости объема от температуры для этих двух случаев?

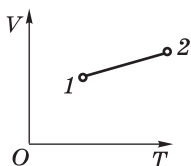


Рис. 89

251. Поршень в цилиндре с газом прилегает неплотно к стенке цилиндра и может медленно пропускать газ. Установленная во время нагревания при постоянном давлении зависимость объема газа в цилиндре от температуры имеет вид, показанный на рис. 89. Как по виду этой зависимости определить: увеличилась или уменьшилась масса газа в цилиндре?

252. Постройте график зависимости плотности газа от температуры в изобарном процессе.

253. Постройте график зависимости плотности газа от давления в изотермическом процессе.

254. Полый шарик объемом $V = 100 \text{ см}^3$ снабжен длинной трубкой с делениями. Объем канала трубки между двумя делениями $v = 0,2 \text{ см}^3$. В шарике и части трубки содержится воздух, отделенный от наружного пространства каплей воды. При температуре $t_1 = 5^\circ \text{C}$ капля устанавливается на 20-м делении. В помещении, имеющем температуру t_2 , капля устанавливается на 50-м делении. Какова температура t_2 помещения? Изменением объема сосуда пренебречь.

255. В узкой цилиндрической трубке, запаянной с одного конца, находится воздух, отделенный от наружного пространства столбиком ртути длиной $h = 15 \text{ см}$. Когда трубка лежит горизонтально, воздух занимает в ней объем $V_1 = 240 \text{ мм}^3$; когда трубка устанавливается вертикально, открытым концом вверх, воздух занимает объем $V_2 = 200 \text{ мм}^3$. Найдите атмосферное давление p_0 (в миллиметрах ртутного столба).

256. Открытую с обеих сторон узкую цилиндрическую трубку длиной $L = 80 \text{ см}$ до половины погружают в

ртуть. Затем закрывают верхнее отверстие трубки и вынимают ее из ртути. При этом в трубке остается столбик ртути длиной $h = 22$ см. Найдите атмосферное давление p_0 (в миллиметрах ртутного столба).

257. Оба колена U-образной трубки имеют одинаковую высоту. Одно из колен запаяно и в нем находится столб воздуха высотой $h_1 = 28$ см. Воздух отделен от атмосферы ртутью и его давление равно атмосферному. Какова будет высота h_2 столба воздуха в запаянном колене, если второе колено доверху залить ртутью? Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.

258. Открытую с обеих сторон узкую трубку погружают в ртуть так, что над ртутью выступает конец длиной $l_1 = 8$ см. Трубку закрывают и поднимают еще на $l_2 = 44$ см. Какую часть h трубки будет занимать воздух после того, как ее поднимут из ртути? Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.

259. Цилиндрический стакан опущен открытым концом в сосуд с водой и плавает в нем так, что внутренняя поверхность дна находится на одном уровне с поверхностью воды в сосуде. Масса стакана $m = 408$ г, площадь его дна $S = 10$ см². Давление воздуха в стакане перед погружением $p_0 = 760$ мм рт. ст. Какую часть объема стакана займет воздух после погружения?

260. В цилиндрический сосуд до половины высоты была налита ртуть, после чего сосуд был герметически закрыт крышкой с сифонной трубкой, наполненной ртутью. Высота сосуда $2H = 60$ см. Сифон имеет равные колена, и его трубка кончается у дна сосуда (рис. 90). При каком давлении p в сосуде прекратится истечение ртути через сифон? Насколько понизится уровень ртути за время истечения? Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст.

261. Посередине узкой, запаянной с обоих концов трубки находится столбик ртути длиной $h = 10$ см. Трубка расположена горизонтально. В обеих половинах трубки находится воздух под давлением $p_0 = 760$ мм рт. ст. Длина

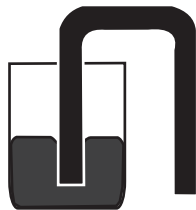


Рис. 90

трубки $L = 1$ м. На какое расстояние l переместится столбик ртути, если трубку поставить вертикально?

262. Закрытый с обеих сторон цилиндр разделен на две равные части теплонепроницаемым поршнем. В обеих частях цилиндра находится один и тот же газ при температуре $t_0 = 27^\circ\text{C}$ и давлении $p_0 = 760$ мм рт. ст. Массы газа равны. Длина половины цилиндра $L = 42$ см. На какое расстояние l от середины цилиндра сместится поршень, если газ в одной из частей нагреть до температуры $t = 57^\circ\text{C}$? Какое давление p установится при этом в каждой из частей цилиндра?



Рис. 91

263. Стеклянная, запаянная с одного конца трубка длиной $L = 15$ см, содержащая некоторую массу воздуха, погружена в ртуть так, что над поверхностью ртути выступает часть трубки длиной $l = 10$ см (рис. 91). Уровень ртути внутри трубки при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ расположен выше уровня ртути в сосуде на $\Delta l = 5$ см. Атмосферное давление $p_0 = 750$ мм рт. ст. До какой температуры t необходимо нагреть воздух в трубке, чтобы он занял весь ее объем? Уровень ртути в сосуде считать неизменным.

264. Вычислите значение газовой постоянной R в объединенном законе газового состояния для одного моля газа.

265. Два одинаковых по объему и массе сосуда погружают в воду на глубину h . Один из сосудов имеет внизу отверстие, через которое вода может проникать внутрь сосуда. Одинаковую ли работу необходимо совершить при погружении каждого из этих сосудов в воду?

266. Кислород нагревается при постоянном давлении от температуры $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Какое количество теплоты Q необходимо сообщить газу, чтобы его объем удвоился, если количество вещества $\nu = 1$ моль? Удельная теплоемкость кислорода при этих условиях $c_p = 912,7$ Дж/(кг \cdot К), молярная масса кислорода $M = 0,032$ кг/моль.

267. Газ нагревается на $\Delta T = 1$ К в цилиндре, закрытом поршнем. Масса поршня равна m , его площадь равна S . Во время нагревания газ совершает работу по под-

нятию поршня. Выразите эту работу через давление p и изменение объема $V - V_0$ газа, а также через постоянную R объединенного закона газового состояния. Давлением наружного воздуха пренебречь.

268. Газ находится в вертикально расположенном цилиндре с площадью дна $S = 10 \text{ см}^2$. Поршень, закрывающий цилиндр, имеет массу $m = 20 \text{ кг}$ и может перемещаться в цилиндре без трения. Начальный объем газа $V_0 = 11,2 \text{ л}$, его температура $t_0 = 0^\circ \text{C}$. Какое количество теплоты Q необходимо затратить для того, чтобы нагреть газ при этих условиях на $\Delta T = 10 \text{ К}$, если известно, что теплоемкость этого газа, измеренная при закреплённом в начальном положении поршне, оказалась равной $C_V = 20,9 \text{ Дж/К}$? Давлением наружного воздуха пренебречь.

269. Почему изотермическое расширение газа возможно только при подведении к газу некоторого количества теплоты?

270. Газ некоторой массы, занимающий вначале объем V_0 при давлении p_0 и температуре T_0 , расширяется один раз изобарно, другой раз изотермически до объема V . В каком из этих двух случаев газ совершит большую работу?

271. Цилиндр с газом помещен в теплонепроницаемую оболочку. Как будет изменяться температура газа, если постепенно увеличивать объем цилиндра?

§ 16. Поверхностное натяжение

272. М. В. Ломоносов в своих записях приводит следующие результаты опытов по поднятию жидкости в капиллярах: «...подъем жидкостей в капиллярной трубке в линиях: вода 26, спирт 18, летучий спирт соли аммония 33» (1 линия = 2,56 мм). Поверхностное натяжение воды $\alpha = 0,070 \text{ Н/м}$. Плотность спиртов одинакова и равна $\rho = 8 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3$. Найдите по этим данным отношение поверхностных натяжений указанных веществ и радиус r капилляра, которым пользовался М. В. Ломоносов.

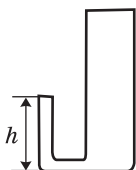


Рис. 92

273. Капиллярная трубка радиусом r и высотой h соединена с широкой трубкой так, как показано на рис. 92. Широкая трубка постепенно заполняется каплями воды, падающими через равные промежутки времени. Поверхностное натяжение воды равно α . Постройте графики изменения высот уровней воды в обеих трубках с течением времени и график изменения разности этих высот. Найдите наибольшую высоту уровня воды в широкой трубке и наибольшее значение разности высот уровней.

274. Был предложен следующий проект вечного двигателя. Берется капилляр таким радиусом r , чтобы вода в нем могла подниматься на высоту h (рис. 93, а). На высоте h_0 , меньшей h , капилляр изгибается и верхний его конец разворачивается в широкую воронку, как показано на рис. 93, б. Действия сил поверхностного натяжения вполне достаточно, чтобы поднять жидкость на высоту h_0 и ввести ее в воронку.

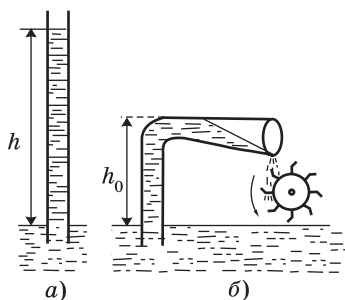


Рис. 93

В широкой части воронки жидкость отрывается от верхнего края воронки и, ничем уже не удерживаемая, скатывается вниз. На пути капель, падающих обратно в сосуд, можно поставить водяное колесо и осуществить его «вечное» движение. Будет ли действовать такой двигатель? В чем ошибка приведенного рассуждения?

275. Сказывается ли на результатах измерения плотности жидкостей ареометром действие сил поверхностного натяжения? Как изменится положение ареометра, если он находится в воде и в воду налили несколько капель эфира? Поверхностное натяжение у эфира меньше, чем у воды.

276. Капиллярная трубка с очень тонкими стенками была прикреплена к коромыслу весов, после чего весы были уравновешены. Нижним концом капилляра прикоснулись к поверхности воды в сосуде и при этом для уравновешивания капилляра потребовался груз, масса которого $m = 0,135$ г. Поверхностное натяжение воды $\alpha = 0,070$ Н/м. Найдите радиус r капилляра.

277. Дайте объяснение следующему опыту, произведенному М. В. Ломоносовым: «...через листовой свинец, сложенный и согнутый в виде сифона и погруженный одним концом в ртуть, ртуть удаляется из сосуда в течение 24 часов».

278. Проволочная прямоугольная рамка с одной подвижной стороной затянута мыльной пленкой (рис. 94). Длина подвижной стороны $l = 6$ см. Поверхностное натяжение мыльного раствора $\alpha = 0,040$ Н/м. Какая сила F должна быть приложена к подвижной стороне для того, чтобы она была в равновесии? Какая работа A будет совершена, если сторона рамки переместится на расстояние $s = 2$ см? За счет чего будет совершаться эта работа при уменьшении поверхности пленки и какую энергию приобретет пленка за счет совершения этой работы?

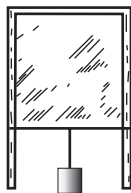


Рис. 94

279. Легкая, незамкнутая, жесткая рамка, имеющая форму, показанную на рис. 95, плавает на поверхности воды. Что будет происходить с рамкой, если внутрь ее капнуть мыльным раствором? Какая сила \vec{F} и в каком направлении будет действовать на рамку? Поверхностные натяжения чистой воды и мыльного раствора равны α_1 и α_2 .



Рис. 95

280. Когда делают бесполезную работу, то говорят, что это все равно, что воду в решете носить. При каких условиях можно все-таки переносить воду в решете, не проливая ее по дороге? Какой максимальной высоты h слой воды можно нести в решете, если диаметр отверстий сетки решета $d = 1$ мм? Можно ли будет воду, налитую в решето, вылить через край решета? Поверхностное натяжение воды $\alpha = 0,070$ Н/м, плотность $\rho_0 = 1 \cdot 10^3$ кг/м³.

281. Капилляр частично опускают в смачивающую жидкость. Можно ли потерю в весе капилляра рассчитывать по закону Архимеда? Каков будет ответ для случая несмачивающей жидкости?

282. Капилляр радиусом r опускают в смачивающую жидкость, имеющую поверхностное натяжение α и плотность ρ . Какова высота h поднятия жидкости в капилляре? Найдите работу A , совершенную силами поверхностного натяжения, и сравните эту работу с результатами независимого подсчета потенциальной энергии, приобретенной жидкостью в капилляре. Объясните смысл расхождения полученных результатов.

283. Для удаления с материи парафиновых и иных жирных пятен обычно применяют проглаживание материи горячим утюгом через бумагу. Почему при этом парафин или жир впитывается в бумагу, а не расходится по материи? Какую бумагу следует брать для проглаживания — проклеенную или непроклеенную?

284. В приборе П. А. Ребиндера поверхностное натяжение определяется по разности давлений, необходимой для образования пузырька воздуха на кончике капилляра, погруженного в исследуемую жидкость (рис. 96). Рассчитайте поверхностное натяжение α , если радиус капилляра $r = 1$ мм, разность давлений при образовании пузырька $\Delta p = 140$ Па. Конец капилляра находится около самой поверхности жидкости.

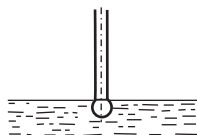


Рис. 96

285. Радиус одного колена U-образной капиллярной трубки $r_1 = 1$ мм, радиус другого колена $r_2 = 2$ мм. В трубку налита ртуть, и одно из колен соединено с вакуумным насосом. Поверхностное натяжение ртути $\alpha = 0,48$ Н/м. Плотность ртути $\rho = 1,36 \cdot 10^4$ кг/м³. При какой разности давлений Δp воздуха уровни ртути в обоих коленах будут находиться на одинаковой высоте? К какому колену трубки должен быть для этого присоединен насос?

286. Длинная, открытая с обоих концов капиллярная трубка радиусом $r = 1$ мм наполнена водой и поставлена вертикально. Какова будет высота h столба

оставшейся в капилляре воды? Толщиной стенок капилляра пренебречь. Поверхностное натяжение и плотность воды известны.

287. Капиллярная трубка радиусом $r = 0,5$ мм запаяна сверху. Трубка открытым концом вертикально опускается в воду. Поверхностное натяжение воды $\alpha = 0,070$ Н/м. Атмосферное давление $p_0 = 760$ мм рт. ст. Плотность воды $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³. Какой длины l следовало бы взять такую трубку, чтобы при этих условиях вода в ней поднялась на высоту $h = 1$ см?

§ 17. Влажность воздуха

288. Пробирку высотой h доверху заполняют водой и опускают открытым концом в стакан с водой. При какой температуре t_1 уровень воды начнет отходить от дна пробирки? Что будет происходить в пробирке при дальнейшем нагревании воды до температуры $t_2 = 100$ °С? Действием сил поверхностного натяжения пренебречь.

289. Температура воздуха $t_1 = 20$ °С, точка росы $t_2 = 8$ °С. Найдите абсолютную ρ и относительную f влажности воздуха, если давление насыщенного водяного пара равно $p_1 = 17,54$ мм рт. ст. при температуре t_1 и $p_2 = 8,05$ мм рт. ст. при температуре t_2 .

290. При каких условиях при росте абсолютной влажности атмосферного воздуха может происходить уменьшение относительной влажности?

291. В двух сосудах находится воздух, насыщенный водяным паром: в одном – при температуре $t_1 = 20$ °С, в другом – при температуре $t_2 = 10$ °С. Определите массу росы, выделившейся при смешении этих порций воздуха, если объемы сосудов одинаковы и равны $V = 1$ м³. Считать, что давление насыщенного водяного пара меняется в выбранном интервале пропорционально температуре и равно $p_1 = 9$ мм рт. ст. при $t_1 = 10$ °С и $p_2 = 17$ мм рт. ст. при $t_2 = 20$ °С. Потерями энергии за счет теплообмена со стенками сосуда во время смешения пренебречь.

292. В сосуде заключен воздух, имеющий температуру $t_1 = 10^\circ\text{C}$ и относительную влажность $f_1 = 60\%$. Плотность насыщенного водяного пара при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$ равна $\rho_1 = 9,43 \text{ г/м}^3$. Какой будет относительная влажность f_2 этого воздуха, если его нагреть до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$ и уменьшить при этом его объем в три раза?

293. Определите массу m росы, выпавшей при уменьшении объема воздуха в четыре раза, если начальный объем воздуха $V = 1 \text{ м}^3$, температура $t = 20^\circ\text{C}$ и относительная влажность $f = 50\%$. Температура все время постоянна, плотность насыщенного водяного пара $\rho_0 = 1,728 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$.

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

§ 18. Закон Кулона

При изучении основ электростатики важно с первых же шагов развить умение достаточно свободно пользоваться законом Кулона для расчета сил, создаваемых системой электрических зарядов, и, в частности, добиться ясного понимания содержания и путей использования для решения задач принципа независимости действия электрических зарядов.

Задачи данного параграфа и их решения составлены так, чтобы обратить внимание учащихся на порядок применения этого принципа. Сознательное применение этого принципа потребуется от учащихся также при решении задач §§ 19–21. Одновременно задачи данного параграфа дают возможность учащимся еще раз повторить методику определения характера равновесия отдельных тел и систем.

При решении задач на расчет равновесия электрических зарядов следует обратить внимание на характер устойчивости равновесия зарядов (например, если равновесие заряда q в задаче 299 является устойчивым по отношению к смещениям вдоль прямой, соединяющей все три заряда, то оно будет неустойчивым относительно смещений по всем другим направлениям). Это обстоятельство является частным выражением общей теоремы о том, что в системе свободных

электрических зарядов невозможно осуществить устойчивое равновесие.

294. Какое число N элементарных зарядов содержится в заряде, равном 1 Кл? Элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

295. Расстояние электрона от ядра атома водорода $r = 1 \cdot 10^{-10}$ м. Модуль заряда электрона $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл. Найдите силу электростатического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода.

296. Электрон, имеющий заряд $-e$ и массу m , обращается по орбите радиусом r вокруг ядра с зарядом Ze . Найдите скорость v движения электрона по этой орбите. Выполните расчет для атома водорода.

297. Два положительных точечных заряда $4q$ и q закреплены на расстоянии a друг от друга. Где нужно расположить заряд q_0 , чтобы он находился в равновесии? При каких условиях равновесие заряда q_0 будет устойчивым и неустойчивым?

298. Два положительных точечных заряда $4q$ и q закреплены на расстоянии a друг от друга. Какой заряд q_0 и где нужно его расположить, чтобы вся система находилась в равновесии?

299. Отрицательный точечный заряд, равный по модулю $2q$, и положительный точечный заряд q закреплены на расстоянии a друг от друга. Где на линии, соединяющей заряды $2q$ и q , следует поместить положительный заряд q_0 (рис. 97), чтобы он находился в равновесии? Определите характер равновесия заряда q_0 относительно продольных смещений. Постройте график зависимости силы F , действующей на заряд q_0 , от расстояния r между ним и зарядом q .

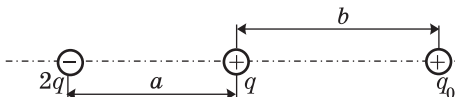


Рис. 97

300. Два одинаковых металлических шарика массой $m = 10$ г каждый расположены на расстоянии r друг от друга, значительно большем радиуса шариков. Какой заряд q необходимо поместить на эти шарики, чтобы сила их взаимодействия уравновешивала силу всемирного тяготения, действующую между ними?

301. Два одинаковых металлических шарика, имеющих положительные заряды $q_1 = 5$ нКл и $q_2 = 2$ нКл, расположены на расстоянии $r = 30$ см друг от друга, значительно большем радиуса шариков. Изменится ли сила взаимодействия шариков после того, как они будут на короткое время соединены проволочкой? Какими зарядами q'_1 и q'_2 будут обладать шарики после этого?

302. Два одинаковых разноименно заряженных шарика расположены на расстоянии $r = 2$ см друг от друга, значительно большем радиуса шариков. Шарики притягиваются с силой $F = 40$ мкН. После того как шарики соединили проволочкой и убрали ее, они стали отталкиваться с силой $F' = 22,5$ мкН. Найдите первоначальные заряды q_1 и q_2 шариков.

303. На нити длиной $l = 10$ см подвешен маленький пробковый шарик массой $m = 0,58$ г. На расстоянии $l = 10$ см от точки подвеса и на расстоянии $l/2$ от нити закреплен второй такой же шарик (рис. 98). Какие одинаковые одноименные заряды q нужно поместить на шарики, чтобы нить отклонилась на угол $\alpha = 30^\circ$?

304. На длинных нитях, закрепленных в одной точке, висят два одинаковых маленьких одноименно заряженных шарика. Заряды и массы шариков таковы, что шарики находятся в равновесии, когда они расположены на расстоянии $a = 10$ см друг от друга (длина нитей $l \gg a$). Один из шариков разрядили. Как будут вести себя шарики после этого? При каком расстоянии b между шариками установится новое равновесие?

305. Электрометр Г. В. Рихмана* состоял из металлической вертикальной линейки, к верхней точке которой

* Профессор Георг Вильгельм Рихман (1711 – 1753) – член Петербургской Академии наук, друг и помощник М. В. Ломоносова, один из первых создателей электрометров, трагически погиб 26 июля 1753 г. при изучении атмосферного электричества.

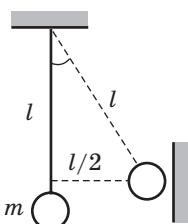


Рис. 98

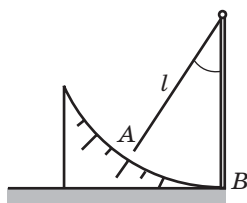


Рис. 99

была прикреплена льняная нить, отклонявшаяся от линейки под действием электрического заряда (рис. 99). Показания прибора отсчитывались по разделенному на градусы квадранту. Длина и масса нити равны соответственно l и m . При каком заряде q нить такого электрометра отклонится на угол α ? Расчет проведите при допущениях, что заряд электрометра поровну распределяется между линейкой и нитью и что заряды сосредотачиваются на нити в точке A и на линейке в точке B .

306. Два одинаковых положительных точечных заряда, каждый из которых равен $q = 3,4$ нКл, находятся на расстоянии $r = 17$ см друг от друга. С какой силой F и по какому направлению будут действовать эти заряды на положительный заряд $q_0 = 1$ нКл, находящийся от каждого из них на расстоянии $r = 17$ см? Найдите модуль и направление этой силы, если первые два заряда разноименные.

307. Четыре одинаковых точечных положительных заряда, каждый из которых равен q , находятся в вершинах квадрата со стороной a . Какой отрицательный заряд, равный по модулю q_0 , нужно поместить в центре квадрата, чтобы система находилась в равновесии? Будет ли равновесие устойчивым?

§ 19. Электрическое поле

Представление об электрическом поле и величинах, характеризующих его, является одним из самых ответственных и трудных разделов программы. Поэтому внимание учащихся в этом параграфе сосредоточено на решении простейших задач на применение формулы

$$\vec{F} = q \vec{E},$$

на вопросах о характере распределения зарядов на поверхности проводников, помещенных в электрическое поле, и на расчете движения заряженных тел под действием электрического поля.

Значительная часть задач этого параграфа носит качественный характер и имеет целью не только провести расчет сил, но и, главным образом, выяснить особенности поведения зарядов на проводниках под действием внешнего электрического поля, а также характер и природу искажений, возникающих в поле при внесении в него проводников.

Особо внимательно рекомендуется продумать решения задач 319–325, в которых показаны наиболее простые пути расчета движения тел, возникающего под действием электрических сил.

308. Найдите напряженность E электрического поля, создаваемого точечным зарядом $q = 1$ нКл на расстоянии $r = 1$ м от заряда.

309. Два одинаковых точечных одноименных заряда, каждый из которых равен $q = 2$ нКл, находятся на расстоянии $2a = 1$ м друг от друга. Найдите напряженность E в точке A , находящейся на середине расстояния между зарядами, и потенциал ϕ этой точки.

310. На проволочное металлическое кольцо радиусом R помещен заряд q . Найдите напряженность E поля, создаваемого этим зарядом: а) в центре кольца O (рис. 100); б) в точке A , лежащей на оси кольца на расстоянии R от центра O .

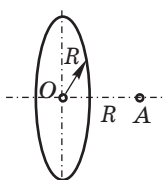


Рис. 100

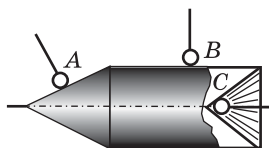


Рис. 101

311. Маленьким металлическим шариком прикасаются поочередно к точкам A , B и C заряженного тела, изображенного на рис. 101. После каждого соприкосновения приблизительно определяют заряд шарика, прикасаясь шариком к электроскопу. Будут ли листочки электроскопа в каждом случае расходиться на один и тот же угол?

312. В однородное электрическое поле плоского конденсатора помещают хорошо проводящий незаряженный шар. Какие изме-

нения в форме и расположении линий напряженности поля произойдут после внесения шара и какие причины вызывают искажения поля? Нарисуйте картину расположения эквипотенциальных поверхностей. Где и какие индуцированные заряды появятся на шаре?

313. Имеется положительно заряженный шар. Как с помощью этого шара, не уменьшая находящегося на нем заряда, наэлектризовать два других шара — один положительно, другой отрицательно?

314. Внутри полой проводящей незаряженной сферы помещен положительно заряженный шарик. Где существует электрическое поле? Какие заряды появятся на поверхности сферы? Изменится ли электрическое поле при перемещении шарика внутри сферы? Изменится ли электрическое поле, если шарик останется неподвижным, а снаружи к сфере поднести заряженное тело?

315. Внутри полой проводящей незаряженной сферы помещен шарик с зарядом q , после чего сферу на короткое время соединяют с землей и затем шарик удаляют из сферы. Шарик со сферой не соприкасается. Какой заряд имеет сфера после этого? Как распределен этот заряд? Где и какое существует электрическое поле?

316. Между двумя разноименными, равными по модулю точечными зарядами перпендикулярно к линии, их соединяющей, помещают две достаточно большие, плотно прилегающие друг к другу металлические пластины (рис. 102). Что произойдет с пластинами, если их оставить свободными? Как изменится электрическое поле при этом? Нарисуйте картину распределения линий напряженности измененного поля.

317. Пластины, рассмотренные в задаче 316, при внесении в поле не прикасаются друг к другу и после внесения раздвигаются на некоторое расстояние. Нарисуйте картину распределения линий напряженности электрического поля после раздвигания пластин. Каков характер распределения индуцированных зарядов на них?

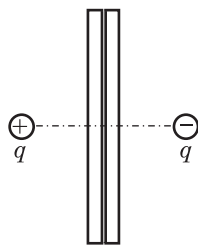


Рис. 102

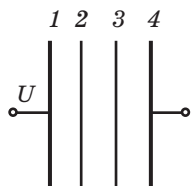


Рис. 103

318. В плоский конденсатор помещают на равных расстояниях две параллельные металлические пластины 2 и 3 так, как показано на рис. 103. На пластины конденсатора 1 и 4 подана разность потенциалов U . а) Каков потенциал каждой из четырех пластин? б) Как изменятся потенциалы пластин и напря-

женности полей во всех трех промежутках, если пластины 2 и 3 на короткое время замкнуть проволокой? Что произойдет при этом с зарядами на пластинах 1 и 4? в) Имеют ли пластины 2 и 3 заряды до и после замыкания?

319. Шарик массой $m = 10$ г имеет заряд $q = 5$ нКл. С каким ускорением a он движется под действием однородного электрического поля напряженностью $E = 30$ кВ/м?

320. Управляющие пластины в электронно-лучевой трубке образуют плоский конденсатор. Расстояние между пластинами $d = 10$ мм, длина стороны пластины $l = 5$ см. На пластины подана разность потенциалов $U = 50$ В. На

расстоянии $\frac{d}{2} = 5$ мм от пластин в конденсатор влетает

параллельно пластинам электрон со скоростью $v_0 = 2 \cdot 10^7$ м/с. Какова будет форма траектории электрона внутри конденсатора? На какое расстояние h от первоначального направления сместится электрон к моменту вылета из конденсатора?

321. Между горизонтальными пластинами заряженного плоского конденсатора находится пылинка, имеющая массу $m = 10^{-12}$ кг и заряд $q = 9,8 \cdot 10^{-17}$ Кл. Какова напряженность E поля в конденсаторе, если сила тяжести, действующая на пылинку, уравновешена силой, действующей на заряд пылинки со стороны электрического поля?



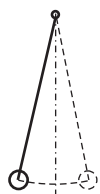
Рис. 104

322. Маленький металлический шарик массой m подвешен на нити длиной l между горизонтальными пластинами плоского конденсатора (рис. 104). Как изменится период T колебаний ша-

рика, если на шарик поместить положительный заряд q , а верхнюю пластину конденсатора зарядить: а) положительно; б) отрицательно?

323. Шарик в условиях предыдущей задачи имеет массу $m = 1$ г. Период колебаний его в отсутствие зарядов $T_0 = 0,628$ с. После того как конденсатор и шарик были заряжены, период колебаний стал равным $T = 0,314$ с. Какова длина l нити, на которой подвешен шарик? С какой силой F действовало поле конденсатора на шарик? Каков будет период T колебаний, если изменить знак заряда шарика на противоположный?

Рис. 105



324. Маленький металлический шарик подвешен на длинной нити между вертикальными пластинами плоского конденсатора (рис. 105). Маятник совершает колебания в плоскости, перпендикулярной к пластинам. Как изменится характер колебаний этого маятника, если шарик и пластины конденсатора зарядить?

325. Каков заряд q Земли, если напряженность электрического поля у поверхности Земли $E = 130$ В/м? Считать Землю шаром, имеющим радиус $R = 6400$ км.

§ 20. Работа сил электрического поля

При ознакомлении с понятием потенциала электрического поля учащиеся сталкиваются с использованием одного из важнейших свойств электрического поля – независимостью работы сил поля от формы пути. Так как развитие навыков сознательного и правильного использования этого свойства представляет обычно некоторые трудности, то ряд задач данного параграфа посвящен выяснению смысла и значения этого фундаментального свойства электрического поля и правилам использования его для решения задач. В начале параграфа дана серия задач, требующих использования независимости действия электрических полей для расчета потенциалов отдельных точек поля и работы перемещения зарядов в поле.

При анализе результатов решения задачи 336 и последующих задач необходимо обратить внимание на методику ис-

пользования особенностей в относительном расположении линий напряженности и эквипотенциальных поверхностей электрического поля для проведения простейших расчетов.

326. Напряженность электрического поля в плоском конденсаторе $E = 60$ кВ/м. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 5$ см. Электрон летит вдоль линии напряженности от одной пластины конденсатора к другой. Начальная скорость электрона $v_0 = 0$. Какую скорость v приобретает электрон на этом пути за счет работы сил электрического поля?

327. Напряженность электрического поля в плоском конденсаторе $E = 60$ кВ/м. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 3$ кВ. Каково расстояние d между пластинами конденсатора?

328. Радиус заряженной металлической сферы $R = 10$ см. Потенциал сферы $\varphi = 300$ В. Какова поверхностная плотность заряда σ ?

329. Два одноименных точечных заряда находятся на некотором расстоянии друг от друга, причем $q_1 = q_2 = 5$ нКл. Найдите потенциал φ точки, лежащей на расстоянии $r_1 = r_2 = 10$ см от каждого из зарядов.

330. В электрическом поле потенциалы точек B и C равны соответственно $\varphi_B = 0,3$ кВ и $\varphi_C = 1,2$ кВ. Какую работу A необходимо совершить для того, чтобы положительный заряд $q = 30$ нКл переместить из точки B в точку C ?

331. Два одинаковых металлических шарика радиусом $R = 2,5$ см каждый находятся на расстоянии $r = 1$ м друг от друга и имеют потенциалы $\varphi = +1,2$ кВ и $\varphi_2 = -1,2$ кВ. Каковы заряды q_1 и q_2 этих шариков?

332. Две металлические концентрические сферы имеют радиусы R_1 и R_2 . На внутренней сфере находится заряд q_1 , на внешней – заряд q_2 . Найдите напряженность E и потенциал φ поля вне сфер, а также внутри малой и большой сфер.

333. По поверхности двух концентрических проводящих сфер радиусами $R_1 = 5$ см и $R_2 = 10$ см равномерно (с одинаковой поверхностной плотностью σ) рас-

пределен некоторый заряд. Найдите заряд q , если для переноса положительного заряда $q_0 = 1$ Кл из бесконечности в центр сферы требуется совершить работу $A = 3$ кДж.

334. Расстояние между пластинами заряженного и отключенного от источника тока плоского конденсатора $d = 5$ см. Напряженность поля в нем $E = 30$ кВ/м. В конденсатор параллельно его пластинам вводят незаряженную металлическую пластину толщиной $b = 1$ см (рис. 106). Найдите разность потенциалов U между пластинами конденсатора до и после введения металлической пластины.

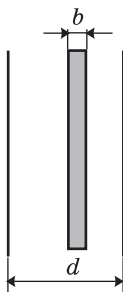


Рис. 106

335. Маленький металлический шарик в условиях задачи 311 соединяют проволочкой с электроскопом и обводят по всему контуру заряженного тела, изображенного на рис. 101. Будут ли в этом случае меняться показания электроскопа при переходе от точки A к точкам B и C ?

336. Дана картина расположения эквипотенциальных поверхностей некоторого поля (рис. 107). Известно также, что потенциал $\phi_1 > \phi_2$. Восстановите по этой картине примерную картину распределения линий напряженности этого поля, укажите их направление. В какой области напряженность поля больше?

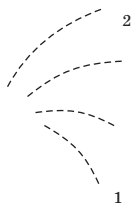


Рис. 107

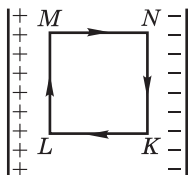


Рис. 108

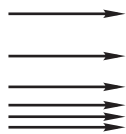


Рис. 109

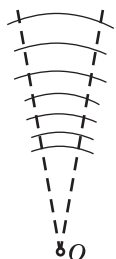


Рис. 110

338. Докажите, что невозможно создать такое электрическое поле, в котором все линии напряженности были бы параллельны друг другу и плотность распределения их непрерывно увеличивалась бы в направлении, перпендикулярном к линиям напряженности поля (рис. 109).

339. Докажите, что если на некотором участке поля линии напряженности имеют форму дуг concentрических окружностей с центром в точке O (рис. 110), то напряженность поля на этом участке должна быть в каждой точке обратно пропорциональна ее расстоянию от точки O .

§ 21. Электрическое поле в диэлектрике

340. Металлический заряженный шар окружен толстым сферическим слоем диэлектрика. Нарисуйте картину распределения линий напряженности электрического поля внутри и вне диэлектрика. Каковы причины изменения электрического поля на границе диэлектрика?

341. Металлический заряженный шар радиусом $R = 5$ см окружен сферическим слоем диэлектрика толщиной $d = 5$ см. Диэлектрическая проницаемость слоя $\epsilon = 3$. Заряд шара $q = 3,6$ нКл. Найдите напряженность E поля в точках, лежащих на расстояниях $r_1 = 6$ см и $r_2 = 12$ см от центра шара.

342. Уменьшение напряженности электрического поля при погружении заряженного тела в диэлектрик можно объяснить появлением поляризационных зарядов, возникающих в диэлектрике у поверхности заряженного тела и экранирующих своим полем действие зарядов тела. Металлический шар радиусом R , имеющий заряд q , находится внутри диэлектрика с диэлектрической прони-

цаемостью ϵ . Определите модуль и знак поляризационного заряда q' и плотность σ' его распределения.

343. Заряженные шарики в условиях задачи 304 помещены в масло. Плотность ρ материала шариков больше плотности масла ρ_0 . Диэлектрическая проницаемость масла равна ϵ . Найдите расстояние b между шариками после опускания их в масло.

§ 22. Электрическая емкость. Конденсаторы

Значительную трудность для учащихся представляет рассмотрение вопросов о связи между зарядами на пластинах конденсатора и напряженностью поля в нем. Также трудным является и определение характера изменения зарядов пластин и сил взаимодействия между телами при помещении тел (или конденсатора) в среды с различными диэлектрическими свойствами.

На вопрос о том, как будет изменяться при погружении в диэлектрик сила взаимодействия двух заряженных тел в случае, когда остаются неизменными заряды этих тел, или же в случае, когда неизменными поддерживаются их потенциалы, учащиеся иногда отвечают, что эта сила при всех условиях уменьшается пропорционально диэлектрической проницаемости среды.

Для того чтобы избежать таких неправильных ответов, учащиеся должны особенно внимательно отнестись к раскрытию физического смысла понятия электрической емкости как величины, одновременно учитывающей влияние формы, размеров, расположения тела и свойств среды на соотношение между потенциалом и зарядом тела; к раскрытию физической картины изменений электрического поля при помещении тел в различные среды и зависимости этих изменений от условий, в которых производится смена сред.

Ряд задач настоящего параграфа посвящен рассмотрению таких случаев, когда при увеличении диэлектрической проницаемости среды одновременно возрастает и сила взаимодействия между заряженными телами. При разборе решений задач 344–346 необходимо внимательно проследить, как изменяются заряды и напряженность поля после погружения тел в диэлектрик при различных условиях.

В конце параграфа помещено несколько задач на расчет силы взаимодействия пластин конденсатора и работы по раздвиганию пластин. Эти задачи позволяют учащимся значительно глубже познакомиться с процессами, протекающими в конденсаторе.

В задаче 354 рекомендуется обратить внимание на изменения в распределении зарядов при разных способах включения конденсатора.

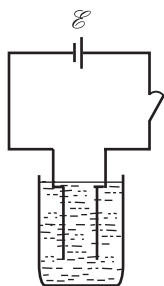


Рис. 111

344. Плоский конденсатор помещен в стеклянный сосуд и подключен к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В (рис. 111). Ключ в цепи замкнут. Площадь пластин конденсатора $S = 100$ см², расстояние между ними $d = 1$ мм. Найдите заряды на пластинах конденсатора в случае, если банка заливается доверху маслом с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,2$: а) до размыкания ключа; б) после размыкания ключа. Как будет меняться при этом напряженность электрического поля в конденсаторе?

345. Два небольших заряженных тела взаимодействуют в воздухе с силой F_1 . Какова будет сила взаимодействия этих тел после помещения их в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ϵ , если их потенциалы поддерживаются постоянными?

346. Два заряженных шара, расположенных на достаточно большом постоянном расстоянии друг от друга, помещаются последовательно в ряд диэлектриков с возрастающими диэлектрическими проницаемостями. При этом в одной серии опытов поддерживается все время постоянным заряд шаров, в другой — остается постоянным их потенциал. Как в этих случаях будет изменяться сила взаимодействия шаров с ростом диэлектрической проницаемости?

347. Шар радиусом $R_1 = 5$ см, имеющий заряд $q_1 = 20$ нКл, и шар радиусом $R_2 = 10$ см, имеющий такой же заряд $q_2 = 20$ нКл, расположены на достаточно большом расстоянии друг от друга. Шары соединяются проволокой.

В каком направлении будут перемещаться заряды по проволоке? Какой заряд q переместится с одного шара на другой? Каковы будут общий потенциал ϕ и заряды q'_1 и q'_2 шаров после соединения?

348. Конденсатор емкостью $C_1 = 3$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В, конденсатор емкостью $C_2 = 2$ мкФ — до разности потенциалов $U_2 = 200$ В. Оба конденсатора соединены после зарядки параллельно одноименными полюсами. Какая разность потенциалов U установится на пластинах конденсаторов после их соединения?

349. В условиях задачи 348 конденсаторы после зарядки соединены параллельно разноименными полюсами. Какой заряд q и с какого конденсатора перейдет во время соединения?

350. На капельки ртути радиусом $r = 0,1$ см помещены одинаковые заряды $q = 2 \cdot 10^{-13}$ Кл. $N = 10$ таких капелек сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал ϕ этой капли?

351. Три конденсатора, емкости которых равны соответственно $C_1 = 2$ нФ, $C_2 = 4$ нФ и $C_3 = 6$ нФ, соединены последовательно. Можно ли накладывать на эту батарею напряжение $U = 11$ кВ, если напряжение пробоя каждого конденсатора $U_0 = 4$ кВ? Какое напряжение будет приходиться на каждый из конденсаторов батареи?

352. Найдите емкость C конденсатора в условиях задачи 334 с вдвинутой в него металлической пластиной, если площадь пластин конденсатора $S = 100$ см² и все пространство в конденсаторе заполнено керосином с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,1$. Будет ли меняться емкость конденсатора, если металлическую пластину перемещать параллельно самой себе от одной пластины конденсатора к другой?

353. В сферическом конденсаторе соединяется с землей один раз большая сфера, другой раз — малая (рис. 112). Будет ли одинакова емкость конденсатора в этих двух случаях ?

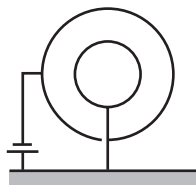


Рис. 112

354. Заряды каждой из пластин плоского конденсатора находятся под воздействием электрического поля, создаваемого зарядами другой пластины. Напряженность такого поля

$$E = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q}{S},$$

где q – заряд и S – площадь пластин конденсатора. Зная q и S , определите, с какой силой F притягиваются друг к другу пластины конденсатора. Какую работу A необходимо совершить, чтобы раздвинуть пластины конденсатора на расстояние d ? Выразите эту работу через: а) емкость C конденсатора и разность потенциалов U ; б) емкость C конденсатора и заряд q пластин.

355. С какой поверхностной плотностью σ распределен заряд на пластинах плоского конденсатора, если его емкость $C = 100$ пФ, расстояние между пластинами $d = 2$ мм и пластины притягиваются друг к другу с силой $F = 0,4$ Н?

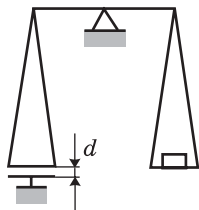


Рис. 113

356. Одна из пластин плоского конденсатора подвешена к коромыслу весов (рис. 113). Площадь пластин конденсатора $S = 628$ см², расстояние между ними $d = 5$ мм. Какова разность потенциалов между пластинами конденсатора, если для равновесия необходимо положить на другую чашку весов груз массой $m = 40$ г?

357. Пластины плоского конденсатора раздвигаются: один раз, будучи подключенными к источнику напряжения, другой раз – отключенными после первоначальной зарядки. В каком из этих двух случаев нужно затратить на раздвигание пластин большую работу?

358. Плоский конденсатор заряжен до некоторой разности потенциалов. В конденсатор вдвинули диэлектрическую пластину. После этого для восстановления прежней разности потенциалов пришлось увеличить заряд пластины в три раза. Найдите диэлектрическую проницаемость ϵ пластины.

§ 23. Законы постоянного тока

В данном параграфе рекомендуется обратить особое внимание на решение задач, связанных с применением закона Ома в электрических цепях, содержащих несколько источников тока, а также на решение задач, связанных с расчетом сил токов в разветвленных цепях и на участках цепи, содержащих источники тока. Наибольшее число ошибок в этих задачах обычно возникает из-за того, что учащиеся неправильно учитывают при написании уравнений закона Ома соотношение знаков ЭДС, действующих в цепи, и направлений токов электрического поля.

Серьезные ошибки возникают в тех случаях, когда учащиеся не учитывают, что сила тока в участке цепи, на котором действует источник тока, определяется разностью потенциалов на концах участка и ЭДС источника тока внутри участка.

Зачастую недоразумения бывают связаны с неумением правильно учитывать влияние внутреннего сопротивления источников тока на режим работы всей электрической цепи. Ряд задач параграфа (например, 383, 385, 386, 392–395 и др.) специально посвящен выяснению этого вопроса, а также выяснению вопроса о выборе наиболее выгодных условий работы источников тока.

При решении большинства задач настоящего параграфа следует обращать внимание на то, как изменяются распределения сил токов и потенциалов при введении или смене отдельных резисторов или источников тока в цепи. Незнание связи, существующей между распределением потенциалов и сил токов в разветвленных цепях, делает чрезвычайно трудным решение таких задач, как, например, задачи 379 и 380.

Чрезвычайно важным является умение указать, как и при каких условиях можно использовать один и тот же измерительный прибор для разных целей (например, использовать амперметр в качестве омметра или миллиамперметр в качестве вольтметра), какие ошибки могут возникать во время измерений при различных условиях (см., например, задачу 375). Поэтому в начале параграфа помещен ряд задач на исследование работы приборов. Все эти задачи должны разбираться одновременно с теоретическим изучением этих приборов.

359. Удельное сопротивление меди $\rho = 0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$. Каково будет сопротивление R медной проволоки

длиной $l = 1$ м и площадью поперечного сечения $S = 1$ мм²?

360. Одна из первых попыток ввести единицу сопротивления проводников принадлежит Б. С. Якоби*. Единица сопротивления Якоби равна сопротивлению медной проволоки длиной 6,358 фута (1 фут = 30,5 см) и диаметром 0,00336 дюйма (1 дюйм = 2,54 см). Выразите единицу сопротивления Якоби в омах.

361. Сопротивление проволоки $R = 0,1$ Ом, длина $l = 1$ м, площадь поперечного сечения $S = 1$ мм². Найдите удельное сопротивление ρ материала проволоки.

362. Насколько изменятся при переходе от зимы к лету сопротивление R телеграфной линии, если она расположена железным проводом, площадь поперечного сечения которого $S = 10$ мм²? Температура изменяется от $t_0 = -30$ °С зимой до $t = 30$ °С летом. Длина провода зимой $l_0 = 100$ км. Удельное сопротивление железа зимой $\rho_0 = 0,087$ мкОм·м. Температурный коэффициент сопротивления железа $\beta = 6 \cdot 10^{-3}$ К⁻¹. Как изменится результат, если учесть удлинение провода при нагревании? Температурный коэффициент линейного расширения железа $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹.

363. Электрическая лампочка с вольфрамовой нитью рассчитана на напряжение $U = 220$ В и потребляет мощность $N = 40$ Вт. Диаметр нити $D = 0,01$ мм. Температура накаливаемой нити $T = 2700$ К. Удельное сопротивление вольфрама при $T_0 = 273$ К равно $\rho_0 = 0,05$ мкОм·м и растёт пропорционально температуре нити. Найдите длину l нити этой лампочки.

364. Найдите силу тока I в нити электрической лампочки (см. предыдущую задачу) в первый момент после включения. Во сколько раз эта сила тока будет больше силы тока при нормальном режиме горения лампочки?

365. Плоский конденсатор с площадью пластин S и расстоянием между ними d один раз заполнен диэлект-

* Якоби Борис Семенович (1801–1874) – член Петербургской Академии наук, изобретатель гальванопластики, электродвигателя, пишущего телеграфа и гальванических мин.

риком с диэлектрической проницаемостью ϵ , другой раз – электролитом с удельной проводимостью γ . Найдите соотношение между емкостью C конденсатора в первом и его проводимостью G во втором случаях.

366. Э. Х. Ленц* в опытах по исследованию теплового действия тока за единицу силы тока принимал силу такого тока, который при прохождении через подкисленную воду выделял $41,16 \text{ см}^3$ гремучего газа в час при давлении 760 мм рт. ст. и температуре 0°C . Плотность кислорода при давлении 760 мм рт. ст. равна $\rho = 1,43 \text{ кг/м}^3$. Выразите единицу силы тока Ленца в амперах.

367. Каковы должны быть сопротивления R_1 , R_2 и R_3 секций реостата (рис. 114) для того, чтобы сила тока, фиксируемая амперметром, сопротивление которого $R_0 = 30 \text{ Ом}$, при перемещении движка ре-

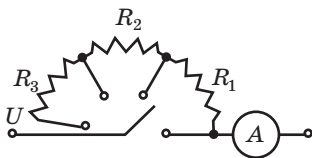


Рис. 114

остата с контакта на контакт изменялась на $\Delta I = 1 \text{ А}$? Схема питается от сети с напряжением $U = 120 \text{ В}$.

368. Необходимо измерить сопротивление цепи, работающей от сети с напряжением $U = 120 \text{ В}$. Имеется гальванометр с чувствительностью $i_0 = 10 \text{ мкА/дел}$ (сила тока, соответствующая одному делению шкалы гальванометра). Как следует включить гальванометр, чтобы он работал как омметр? Какое наименьшее сопротивление цепи можно измерить таким гальванометром, если его шкала имеет $n = 40$ делений? Постройте шкалу такого омметра в омах на деление. Сопротивлением прибора пренебречь.

369. Некоторая цепь, имеющая сопротивление $R = 100 \text{ Ом}$, питается от источника тока с постоянным напряжением. Для измерения силы тока в цепи включили амперметр, сопротивление которого $R_0 = 1 \text{ Ом}$. Какова была сила тока I в цепи до включения амперметра, если амперметр показал силу тока $I_0 = 5 \text{ А}$?

* Ленц Эмилий Христианович (1804–1865) – член Петербургской Академии наук. Закон Ленца о тепловых действиях тока и правило Ленца в явлениях электромагнитной индукции входят и в современное учение об электрических явлениях.

370. Каково должно быть сопротивление шунта R к гальванометру для уменьшения его чувствительности в $n = 20$ раз? Сопротивление гальванометра $R_0 = 950$ Ом.

371. Миллиамперметр с пределом измерения, равным $I_0 = 20$ мА, необходимо использовать как амперметр с пределом измерения $I = 5$ А. Какое для этого сопротивление R должен иметь шунт к миллиамперметру? Сопротивление миллиамперметра $R_0 = 8$ Ом.

372. Чувствительный миллиамперметр используется как вольтметр. Каждому делению шкалы миллиамперметра соответствует сила тока $i_0 = 1$ мА/дел. Сопротивление прибора $R_0 = 0,5$ кОм. Определите цену деления шкалы такого прибора в вольтах на деление.

373. Вольтметр, сопротивление которого $R_0 = 0,4$ кОм, подключен к участку цепи сопротивлением $R = 20$ Ом и показывает напряжение $U_0 = 100$ В. Как велика погрешность ΔU в показаниях вольтметра, если сила тока в сети до разветвления постоянна?

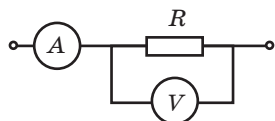


Рис. 115

374. Для измерения сопротивления R резистора составлена схема, изображенная на рис. 115. Амперметр показал силу тока $I = 2$ А, вольтметр – напряжение $U = 120$ В. Найдите сопротивление

R резистора, если сопротивление вольтметра $R_0 = 3$ кОм. Какова будет погрешность при измерении сопротивления R , если при расчетах считать сопротивление вольтметра R_0 бесконечно большим?

375. Сопротивление R резистора рассчитывают по показаниям вольтметра и амперметра, включенных так, как показано на рис. 116, а, б, причем при расчете не

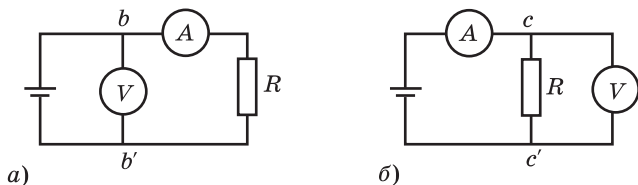


Рис. 116

вносят поправок на сопротивления приборов. Какова будет погрешность, если сопротивление резистора $R = 1$ Ом, сопротивление амперметра $R_a = 0,1$ Ом, вольтметра $R_v = 1$ кОм? Какова будет погрешность при измерении сопротивления $R = 0,5$ кОм? Какую из схем следует применять для измерения малых и больших сопротивлений?

376. Цепь сопротивлением $R = 10$ кОм питается от потенциометра, имеющего полное сопротивление $R_0 = 3$ кОм (рис. 117). Потенциометр подключен к источнику тока с ЭДС $\mathcal{E}_0 = 110$ В. Найдите напряжение U , подаваемое в цепь, когда движок b стоит посередине потенциометра.

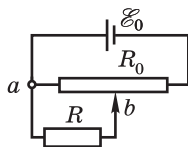


Рис. 117

377. В помещении горит электрическая лампочка мощностью $P_1 = 60$ Вт и включается электронагревательный прибор мощностью $P_2 = 240$ Вт. Напряжение в сети $U = 120$ В. Сопротивление соединяющих проводов $R_0 = 6$ Ом. Насколько изменяется напряжение, подводимое к лампочке, при включении электронагревательного прибора?

378. В помещении установлено n электрических лампочек, каждая из которых потребляет ток I . Расстояние от нагрузки до источника тока равно l . Удельное сопротивление материала проводов равно ρ . Найдите минимальную площадь сечения S проводов, если потери напряжения в линии не должны превышать значения U .

379. В разветвление сети с током подключаются проводники bb' и cc' (рис. 118). Положение точек b , b' и c , c' выбирается так, что ток по этим проводникам не проходит. Затем эти два мостика соединяются проволочкой aa' . Возникнет ли при этом ток в проволочке aa' и в проводниках bb' и cc' ? Что произойдет с потенциалами точек b , b' , c , c' ? Каковы будут потенциалы точек a и a' ?

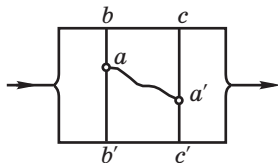


Рис. 118

380. По ошибке в схеме мостика для измерения сопротивлений гальванометр и ключ были включены так, как показано на рис. 119. Как можно установить равно-

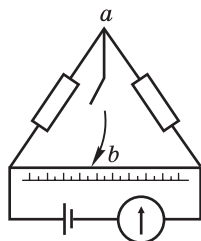


Рис. 119

весие мостика, наблюдая показания этого гальванометра при замыкании и размыкании ключа?

381. В разработанной Э. Х. Ленцем системе электрических единиц за единицу ЭДС принималась такая ЭДС, которая при сопротивлении цепи, равном единице Якоби, создавала ток, равный единице Ленца (см. задачи 360, 366). Выразите единицу ЭДС Ленца в вольтах.

382. При замыкании батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В на резистор сопротивлением $R = 1$ Ом сила тока равна $I = 3$ А. Какова будет сила тока I_0 при коротком замыкании этой батареи?

383. Электрическая лампочка, рассчитанная на напряжение $U_0 = 110$ В и потребляющая мощность $P = 60$ Вт, подключена к батарее с ЭДС $\mathcal{E} = 120$ В и внутренним сопротивлением $r = 60$ Ом. Будет ли лампочка гореть полным накалом при таком подключении?

384. Каково внутреннее сопротивление r аккумулятора, если при сопротивлении цепи $R_1 = 1$ Ом сила тока равна $I_1 = 1$ А, а при сопротивлении цепи $R_2 = 2,5$ Ом сила тока равна $I_2 = 0,5$ А?

385. Для определения ЭДС аккумулятора его включили последовательно с эталонным элементом в некоторую цепь и получили силу тока $I_1 = 0,2$ А. Когда аккумулятор включили в эту же цепь навстречу эталонному элементу, то сила тока оказалось равной $I_2 = 0,08$ А, при этом ток во внешней цепи направлен от положительного полюса аккумулятора к отрицательному. Найдите ЭДС аккумулятора, если ЭДС эталонного элемента $\mathcal{E}_0 = 2$ В.

386. Какой должна быть ЭДС \mathcal{E} аккумулятора в задаче 385, чтобы при включении его навстречу эталонному элементу сила тока была $I_2 = 0,08$ А при направлении тока во внешней цепи от отрицательного полюса аккумулятора к положительному?

387. Аккумулятор с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом замкнут на резистор сопротивле-

нием $R = 1$ Ом. Найдите напряжение U на полюсах аккумулятора.

388. Эталонный элемент с ЭДС \mathcal{E}_0 , потенциометр с полным сопротивлением $R_0 = 10$ Ом, аккумулятор с неизвестной ЭДС \mathcal{E} и гальванометр включены по схеме, изображенной на рис. 120. При каком положении движка b потенциометра ток через гальванометр не проходит? Найдите ЭДС \mathcal{E} аккумулятора, если ток через гальванометр не проходит тогда, когда сопротивление участка ab потенциометра $R = 9$ Ом. Элемент создает при этом на концах потенциометра разность потенциалов $U_0 = 2$ В.

389. В условиях предыдущей задачи (см. рис. 120) шкала потенциометра имеет $n = 500$ делений. Чувствительность гальванометра $i_0 = 10^{-4}$ А/дел. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 0,5$ Ом. Каково должно быть сопротивление R_g гальванометра, чтобы он мог чувствовать нарушение равновесия при смещении движка от положения равновесия на одно деление шкалы потенциометра?

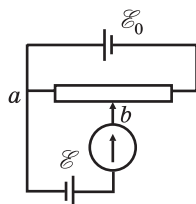


Рис. 120

390. При замыкании батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В на резистор сопротивлением R разность потенциалов на полюсах батареи $U = 9$ В, сила тока в цепи $I = 1,5$ А. Каковы внутреннее сопротивление r батареи и сопротивление R резистора?

391. Два одинаковых аккумулятора с ЭДС \mathcal{E} и внутренним сопротивлением r соединены так, как показано на рис. 121. Найдите разность потенциалов U между точками a и b . Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

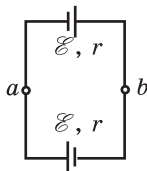


Рис. 121

392. Цепь сопротивлением R питается от n одинаковых аккумуляторов. При каком внутреннем сопротивлении r аккумулятора сила тока в цепи будет одинакова при соединении аккумуляторов в батарею последовательно и параллельно?

393. Сколько параллельно включенных электрических лампочек, рассчитанных на напряжение $U = 100$ В

и потребляющих мощность $P = 50$ Вт каждая, может гореть нормальным накалом при питании их от аккумуляторной батареи с ЭДС $\mathcal{E} = 120$ В и внутренним сопротивлением $r = 10$ Ом?

394. Сколько одинаковых аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом нужно соединить последовательно в батарею, чтобы получить во внешней цепи силу тока $I = 5$ А при разности потенциалов на полюсах батареи $U = 110$ В?

395. При сопротивлении цепи $R_1 = 1,0$ Ом разность потенциалов на полюсах аккумулятора $U_1 = 1,5$ В; при сопротивлении цепи $R_2 = 2$ Ом разность потенциалов $U_2 = 2$ В. Найдите ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r аккумулятора.

396. Батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 6$ В и внутренним сопротивлением $r = 1,4$ Ом питает внешнюю цепь, состоящую из двух параллельно соединенных резисторов, сопротивления которых равны $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 8$ Ом. Найдите разность потенциалов U на полюсах батареи и силы токов I_1 и I_2 в резисторах.

397. Цепь сопротивлением $R = 0,3$ Ом питается от $k = 6$ аккумуляторов, каждый из которых имеет ЭДС $\mathcal{E} = 2$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,2$ Ом. Аккумуляторы соединены в отдельные группы последовательно и группы соединены друг с другом параллельно. При каком способе соединения аккумуляторов в такие группы будет получена наибольшая сила тока в цепи? Каково будет наибольшее значение силы тока?

398. Цепь сопротивлением R питается от батареи, состоящей из k элементов. Каждый элемент имеет ЭДС \mathcal{E} и внутреннее сопротивление r . Батарея состоит из одинаковых последовательно соединенных групп. Группы состоят из параллельно соединенных элементов. Найдите число групп n и число m элементов в каждой группе, при которых будет получена наибольшая сила тока в цепи.

399. Необходимо обеспечить силу тока $I = 8$ А в цепи сопротивлением $R = 5$ Ом. Какое наименьшее число аккумуляторов нужно взять для этого и как их соединить

в батарею? ЭДС каждого аккумулятора $\mathcal{E} = 2$ В, внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом.



Рис. 122

400. Аккумулятор подключен для зарядки к сети с напряжением $U = 12,5$ В (рис. 122).

Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 1$ Ом. Какова ЭДС \mathcal{E} аккумулятора, если сила зарядного тока равна $I = 0,5$ А?

401. Аккумуляторная батарея, разряженная до ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В, подключена для зарядки к сети с напряжением $U = 15$ В. Каким сопротивлением R должен обладать резистор, включенный в цепь для того, чтобы сила зарядного тока не превышала $I = 1$ А? Внутреннее сопротивление батареи $r = 2$ Ом.

402. Генератор постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 120$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом и аккумуляторная батарея с ЭДС $\mathcal{E}_0 = 110$ В соединены с резистором сопротивлением R_0 (рис. 123). При каком наибольшем значении R_0 ток через аккумуляторную батарею не проходит? Как работает батарея при сопротивлении R , большем или меньшем найденного значения?

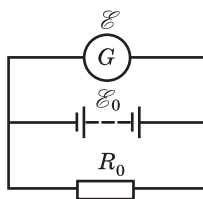


Рис. 123

403. Аккумуляторная батарея перед зарядкой имела ЭДС $\mathcal{E}_1 = 90$ В, после зарядки — ЭДС $\mathcal{E}_2 = 100$ В. Сила тока в начале зарядки была равна $I_1 = 10$ А. Какова была сила тока I_2 в конце зарядки? Считать внутреннее сопротивление батареи во все время зарядки постоянным и равным $r = 2$ Ом. Напряжение, подаваемое зарядной станцией, постоянно.

§ 24. Тепловое действие тока.

Мощность тока

Учащиеся, хорошо зная содержание закона Джоуля—Ленца, не всегда удачно выбирают нужную форму записи этого закона для решения конкретных задач. Например, при решении задачи 411 о скорости нагревания воды в электрическом чайнике с двумя обмотками учащиеся обычно не счи-

таются с тем, что при всех способах включения обмоток напряжение на концах обмоток остается постоянным, и пытаются получить искомые результаты, применяя формулу $Q = I^2 R \tau$

вместо наиболее удобной $Q = \frac{U^2}{R} \tau$.

При разборе задач настоящего параграфа рекомендуется обратить внимание на то, как используются особенности каждой электрической цепи для выбора наиболее удобной формы записи закона Джоуля—Ленца.

Следует также обратить внимание на различие в физическом смысле отдельных форм записи закона Джоуля—Ленца. Как известно, при прохождении тока работа, совершаемая электрическим полем на данном участке цепи, определяется соотношением $A = IU\tau$; количество же теплоты, выделяющейся на этом участке, определяется уравнением $Q = I^2 R \tau$. Если внутри рассматриваемого участка цепи нет источника тока, то за счет работы электрического поля происходит только увеличение внутренней энергии и оба соотношения дают одинаковые результаты. Если же внутри участка имеется источник тока, то еще совершается работа против сторонних сил и указанные соотношения приводят к различным результатам.

Различие физического смысла выражений $A = IU\tau$ и $Q = I^2 R \tau$ нередко ускользает от внимания учащихся, и у них возникают серьезные трудности при решении задач такого типа, как, например, задачи 409 и 410. Следует внимательно разбирать решения этих задач одновременно с повторением соответствующего материала из разделов учебника о работе сил электрического поля и тепловом действии тока.

Ряд задач настоящего параграфа (например, задачи 406–408, 416, 417 и др.) имеет целью обратить внимание учащихся на характер зависимости коэффициента полезного действия и полезной мощности источника тока от соотношения между сопротивлением цепи и внутренним сопротивлением источника.

404. Э. Х. Ленц в одном из опытов по исследованию теплового действия тока проводил нагревание спирта массой $m = 118$ г, при этом сила тока $I = 15,35$ единицы Ленца (см. задачу 366). Через какое время τ после начала нагревания температура спирта повышалась на $\Delta T = 1$ К? Сопротивление спирали $R = 35,2$ единицы

Якоби (см. задачу 360). Удельная теплоемкость спирта $c = 2,43 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$. Потерями энергии пренебречь.

405. По данным, полученным в предыдущей задаче, найдите время τ , необходимое для нагревания спирта на 1 К , если сила тока $I = 1 \text{ А}$, а сопротивление спирали $R = 1 \text{ Ом}$.

406. Спираль нагревателя имеет сопротивление $R_0 = 5 \text{ Ом}$ и питается от источника тока с внутренним сопротивлением $r = 20 \text{ Ом}$. Каково должно быть сопротивление R шунта к нагревателю для того, чтобы количество теплоты, выделяющейся в нагреваемом теле, уменьшилось в $n = 9$ раз?

407. Аккумуляторная батарея с ЭДС $\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,8 \text{ Ом}$ питает поочередно цепи сопротивлений $R_1 = 0,4 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,8 \text{ Ом}$ и $R_3 = 2 \text{ Ом}$. Рассчитайте для каждого из этих случаев полезную мощность, отдаваемую батареей, и КПД батареи. Объясните характер зависимости КПД и полезной мощности от сопротивления внешнего участка цепи.

408. В конце своей статьи «Выделение тепла в проводниках» Э. Х. Ленц ставил такую задачу: «Для накаливания проволоки определенного диаметра и длины l требуется цепь из n элементов. Сколько таких элементов нужно для накаливания проволоки того же диаметра, но длины pl ?» Соединение элементов в обоих случаях производится последовательно. Решите задачу Ленца.

409. Аккумулятор подключен к сети зарядной станции с напряжением $U = 13 \text{ В}$. Внутреннее сопротивление аккумулятора $r = 0,4 \text{ Ом}$, его остаточная ЭДС $\mathcal{E} = 11 \text{ В}$. Какую мощность P_0 расходует станция на зарядку аккумулятора? Какая часть этой мощности расходуется на нагревание аккумулятора?

410. Электродвигатель, обмотки которого обладают сопротивлением $R = 2 \text{ Ом}$, приводится в движение от сети напряжением $U = 110 \text{ В}$. Сила тока $I = 10 \text{ А}$. Какую мощность P_0 потребляет двигатель? Какая часть этой мощности превращается в механическую энергию?

411. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода в чайнике закипает через

время $\tau_1 = 15$ мин, при включении другой – через время $\tau_2 = 30$ мин. Через какое время τ закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки: а) последовательно; б) параллельно?

412. Сила тока в железной проволоке такова, что она заметно нагревается. Почему при охлаждении одной части проволоки, например водой, другая часть начинает нагреваться сильнее, чем до охлаждения первой? Напряжение на концах проволоки поддерживается постоянным.

413. Предохранитель из свинцовой проволоки, площадь сечения которой $S_1 = 0,2 \text{ мм}^2$, поставлен в сеть, проложенную медным проводом с площадью поперечного сечения $S_2 = 2 \text{ мм}^2$. При коротком замыкании сила тока достигла значения $I = 30 \text{ А}$. Удельная теплоемкость свинца $c_1 = 134 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, меди $c_2 = 381 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$. Удельное сопротивление свинца $\rho_1 = 0,22 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$, меди $\rho_2 = 0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$. Плотность свинца $D_1 = 1,13 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3$, меди $D_2 = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. Температура плавления свинца $t_{\text{пл}} = 327 \text{ }^\circ\text{С}$. Температура медных проводов до замыкания $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{С}$. Через какое время τ после короткого замыкания начнет плавиться свинцовый предохранитель? Насколько за это время нагреваются медные провода? Потерями энергии вследствие теплопроводности пренебречь.

414. В одном калориметре находится вода некоторой массы, в другом – такой же массы жидкость. Удельную теплоемкость этой жидкости необходимо определить. В калориметры погружены одинаковые константановые проволоки, включенные последовательно в цепь с источником тока. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$. Какова удельная теплоемкость c_2 жидкости, если через некоторое время после замыкания цепи температура воды поднялась на $\Delta t_1 = 2,50 \text{ }^\circ\text{С}$, а жидкости – на $\Delta t_2 = 4,25 \text{ }^\circ\text{С}$?

415. Железная проволока имеет удельное сопротивление в два раза большее, чем медная. В какой из проволок выделится большее количество теплоты при включении обеих проволок в цепь с постоянным напряжением: а) последовательно; б) параллельно?

416. К аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом сначала подключена одна проволока сопротивлением $R = 2$ Ом, затем параллельно с первой – другая такая же проволока. Во сколько раз изменится количество теплоты, выделяющееся в первой проволоке, после подключения второй?

417. Аккумулятор замыкается: один раз – на резистор сопротивлением R_1 , другой раз – на резистор сопротивлением R_2 . При каком внутреннем сопротивлении r аккумулятора количества теплоты, выделяющиеся во внешней цепи, будут одинаковы в обоих случаях?

§ 25. Постоянные магниты. Магнитное поле тока

Большинство задач настоящего параграфа посвящено исследованию тех свойств и особенностей магнитного поля токов, которые связаны с замкнутостью линий индукции этого поля. Так как в задачах этого параграфа частично используется материал, несколько выходящий за рамки школьной программы, то рекомендуется разбирать задачи этого параграфа на факультативных занятиях.

418. Если магнитную стрелку, прикрепленную к пробке, опустить в воду, то под действием магнитного поля Земли стрелка повернется и встанет вдоль магнитного меридиана, но перемещаться к северу или к югу не будет. Если вблизи стрелки поместить полюс полосового магнита, то стрелка под действием поля магнита не только повернется по направлению линий индукции магнитного поля, но и начнет двигаться в сторону магнита. Каковы причины различного поведения стрелки в магнитных полях Земли и магнита?

419. Имеются два внешне одинаковых, достаточно длинных бруска: один – из мягкого железа, другой – из стальной магнит. Как, наблюдая взаимодействие брусков при различном их расположении, определить, который из этих брусков является магнитом?

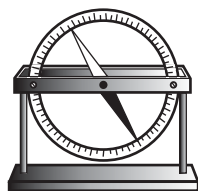


Рис. 124

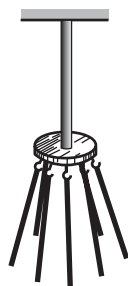


Рис. 125

424. Сильный дугообразный магнит замкнут железной пластиной *A* (рис. 126). Пластина подобрана так, что магнит свободно удерживает ее. Если теперь прикоснуться сбоку к полюсам магнита пластиной *B*, сделанной из мягкого железа, то пластина *A* упадет. Если пластину *B* убрать, то магнит вновь сможет удерживать пластину *A*. Объясните это явление.

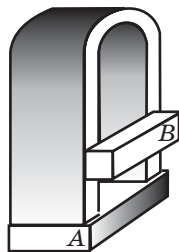


Рис. 126

420. Имеется магнитная стрелка наклонения, укрепленная на горизонтальной оси и снабженная круговой шкалой (рис. 124). Как можно с помощью такой стрелки определить направление магнитного меридиана?

421. К небольшому латунному диску на крючках подвешено несколько стальных иголок (рис. 125). Если снизу к иголкам медленно подносить полюс сильного магнита, то сначала иголки разойдутся, а затем, когда магнит приблизится почти вплотную, снова вернуться в вертикальное положение. При удалении магнита иголки снова разойдутся, образуя конусообразный пучок. Объясните причины такого поведения иголок.

422. Нарисуйте картину распределения линий индукции магнитного поля, проходящих внутри канала намагниченной стальной трубки.

423. Определите положение и характер равновесия системы магнитных стрелок, расположенных в ряд на равных расстояниях друг от друга на одной прямой.

425. Длинный стержень из мягкого железа закреплен в вертикальном положении. Если к верхнему концу стержня поднести полюс сильного магнита (рис. 127, *a*), то стержень намагнитится так сильно, что сможет удерживать у своего

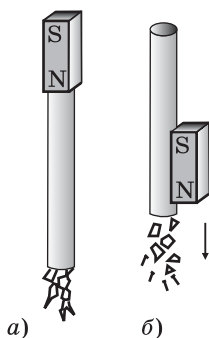


Рис. 127

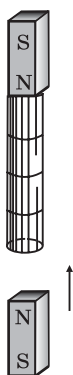


Рис. 128

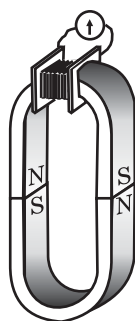


Рис. 129

нижнего конца несколько мелких железных предметов. Если тот же самый магнит приложить к стержню сбоку, вблизи нижнего конца (рис. 127, б), то такого сильного намагничивания не возникает и те же самые предметы уже не удерживаются у нижнего конца стержня. Почему в этих двух случаях магнит действует по-разному?

426. Сильный магнит из сплава магнико может удерживать гирлянду, состоящую из нескольких цилиндров, сделанных из мягкого железа (рис. 128). Что произойдет с цилиндрами, если снизу к гирлянде приближать такой же магнит? Магниты обращены друг к другу одноименными полюсами. Что произойдет с цилиндрами, если магниты будут обращены друг к другу разноименными полюсами?

427. Два одинаковых дугообразных магнита сложены друг с другом разноименными полюсами (рис. 129). На один из магнитов надета катушка, концы которой подключены к гальванометру. Если оторвать магниты друг от друга, то в момент отрыва стрелка гальванометра отклонится на некоторый угол. Если магниты соединить снова, то стрелка гальванометра даст отклонение, но уже в противоположную сторону. Объясните причины, вызывающие отклонение стрелки гальванометра.

428. Специальный сплав пермалой способен заметно намагничиваться в магнитном поле Земли и не обладает остаточным магнетизмом, т. е. является в магнитном от-

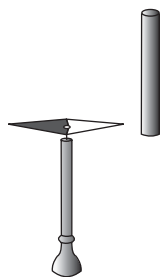


Рис. 130

ношении наиболее мягким материалом. Как будет вести себя магнитная стрелка, укрепленная на вертикальной оси вблизи длинного стержня, сделанного из такого сплава, если: а) стержень расположен вертикально (рис. 130); б) стержень расположен в горизонтальной плоскости параллельно магнитному меридиану; в) стержень расположен в горизонтальной плоскости перпендикулярно к магнитному? Изменится ли поведение стрелки в этих случаях при переворачивании стержня?

429. Тонкий железный гвоздь подвешен на легкой несгораемой нити. Около гвоздя находится сильный электромагнит. Между гвоздем и магнитом расположено пламя газовой горелки. При включении тока в обмотке электромагнита гвоздь отклоняется, попадает в пламя горелки (рис. 131) и затем возвращается в исходное положение. Через некоторое время гвоздь снова начнет притягиваться к магниту. Объясните причины, вызывающие такое поведение гвоздя.

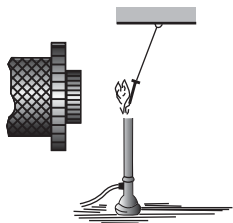


Рис. 131

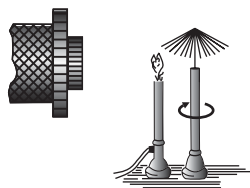


Рис. 132

430. Ф.Н. Шведов предложил модель двигателя следующей конструкции. К небольшой опорной втулке, насаженной на острие, прикрепляется 20–30 никелевых стерженьков подобно спицам кар-каса дождевого зонта. Рядом с такой вертушкой располагаются сильный электромагнит и газовая горелка с широким и сильным пламенем (рис. 132). При включении тока в обмотке электромагнита и зажигании горелки вертушка начинает равномерно вращаться в направлении, указанном на рисунке стрелкой. Объясните причины, вызывающие движение вертушки.

431. Нарисуйте картину распределения линий индукции магнитного поля прямолинейного тока.

432. Известно, что если в длинном прямолинейном проводе сила тока I , то магнитная индукция поля, со-

зданного этим проводником, равна $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$, где

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, r – расстояние от точки поля до провода с током. Найдите индукцию B магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r = 5$ см от провода, если сила тока $I = 2$ А.

433. Магнитное поле в некоторой точке A складывается из магнитного поля Земли, имеющего горизонтальную составляющую индукции, модуль которой равен $B_r = 6,4\pi \cdot 10^{-6}$ Тл, и магнитного поля, созданного прямолинейным проводником, сила тока в котором $I = 5$ А. Как следует расположить провод с током относительно точки A , чтобы индукция \vec{B} результирующего магнитного поля в этой точке была направлена по вертикали?

434. Провод с током расположен так, как это предусмотрено в задаче 433. В каких точках пространства модуль индукции \vec{B} результирующего магнитного поля будет равен нулю, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна по модулю $B_v = 1,6\pi \cdot 10^{-5}$ Тл?

435. В бесконечной прямолинейной тонкостенной трубе сила тока I . Ток распределен равномерно по всему сечению трубы. Найдите индукцию B магнитного поля внутри трубы.

436. Ток течет вверх по внутреннему проводу коаксиального кабеля и возвращается назад по внешней оболочке кабеля; сила тока равна I (рис. 133). Найдите индукцию B магнитного поля в точках, лежащих внутри кабеля.

437. В широком сосуде со слабым раствором серной кислоты плавает пробка с пропущенными сквозь нее двумя небольшими пластинками – медной и цинковой. Пластин-

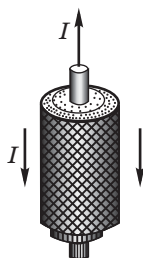


Рис. 133

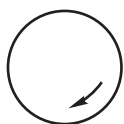


Рис. 134

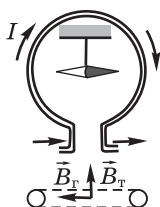


Рис. 135

ки сверху замкнуты медной проволокой. Что будет происходить с такой пробкой, если к ней приблизить полюс сильного магнита?

438. В одном из опытов, обнаруживавших возникновение магнитных полей при любых перемещениях электрических зарядов, некоторый заряд помещался на массивный диск, который затем приводился в быстрое вращение. Магнитное поле помещенного на диск заряда обнаруживалось с помощью магнитной стрелки, расположенной над прибором (рис. 134). Определите направление отклонения стрелки, если на диск помещен отрицательный заряд и диск вращается в указанном на рисунке направлении.

439. Для измерения силы тока иногда применяют так называемый тангенс-гальванометр (рис. 135), состоящий из маленькой магнитной стрелки, подвешенной на легкой нити в центре кольца с током. Плоскость кольца располагают строго в плоскости магнитного меридиана. Радиус кольца $R = 10$ см, модуль горизонтальной составляющей индукции земного магнитного поля $B_r = 6,4\pi \cdot 10^{-6}$ Тл. На какой угол α повернется стрелка тангенс-гальванометра, если сила тока в кольце равна $I = 1$ А?

440. Сила тока I в кольце тангенс-гальванометра (см. рис. 135) такова, что в центре кольца индукция магнитного поля равна по модулю $B = 3,2\pi \cdot 10^{-6}$ Тл. Кольцо при пропускании тока поворачивают вслед за стрелкой. На какой угол α нужно повернуть кольцо, чтобы стрелка при равновесии лежала в плоскости кольца?

441. Известно, что индукция магнитного поля внутри соленоида пропорциональна силе тока I и числу витков, приходящихся на единицу длины соленоида $\frac{N}{l}$, т.е.

$B = \mu_0 \frac{IN}{l}$, где N — полное число витков соленоида,

l – его длина, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Найдите индукцию магнитного поля B внутри длинного соленоида, намотанного из проволоки диаметром $D = 0,5$ мм, если сила тока в соленоиде равна $I = 2$ А. Витки проволоки расположены на соленоиде плотно друг к другу.

§ 26. Сила, действующая в магнитном поле на проводник с током

Умея довольно хорошо применять правило левой руки для случая, когда направление тока перпендикулярно к направлению линий индукции магнитного поля, учащиеся с большим трудом могут использовать это правило для определения направления силы, действующей на проводник в случае, когда ток и линии индукции магнитного поля составляют друг с другом острые углы.

Еще большие трудности испытывают учащиеся при определении характера движения проводника в случае, когда на разных участках проводника линии индукции составляют разные углы с направлением тока. Столь же трудным оказывается для учащихся и учет влияния неоднородности поля на поведение проводника в простейших случаях. Все задачи настоящего параграфа посвящены рассмотрению этих случаев. При решении задач необходимо внимательно проследить порядок применения правила левой руки для определения сил, действующих на отдельные элементы проводников в различных условиях.

442. Прямолинейный проводник с током расположен над полюсами дугообразного магнита (рис. 136). Проводник может свободно перемещаться во всех направлениях. Что будет происходить с проводником под воздействием поля магнита, если ток проходит в указанном на рисунке направлении?

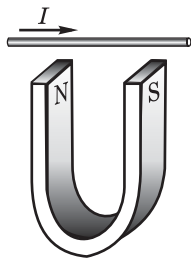


Рис. 136

443. Около сильного длинного магнита расположен гибкий свободный проводник. Как расположится проводник, если по нему пропустить ток в направлении от северного к южному полюсу магнита?

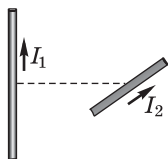


Рис. 137

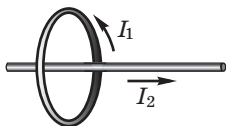


Рис. 138

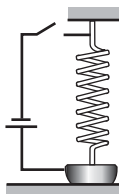


Рис. 139

444. В двух свободных, скрещивающихся под прямым углом прямолинейных проводниках силы токов равны I_1 и I_2 . Направления токов указаны на рис. 137. Как за счет взаимодействия магнитных полей токов изменится расположение проводников друг относительно друга?

445. Прямолинейный проводник проходит вдоль оси кругового проводника (рис. 138). Силы токов в проводниках равны соответственно I_2 и I_1 . Направления токов указаны на рис. 138. С какой силой взаимодействуют токи?

446. Мягкая спиральная пружина свободно висит. Нижний конец пружины погружен в чашечку с ртутью. Пружина и чашечка подключены к источнику постоянного тока (рис. 139). Что произойдет с пружиной при замыкании цепи?

447. Пучок положительно заряженных частиц влетает со скоростью \vec{v} в однородное магнитное поле перпендикулярно к линиям индукции \vec{B} этого поля. По какой траектории движутся частицы в таком магнитном поле?

448. Возле бесконечного прямолинейного проводника A с током I_1 расположен подвижный однородный прямолинейный проводник CD конечной длины так, что он лежит по одну сторону от проводника A в плоскости, проходящей через него (рис. 140). Как будет перемещаться проводник CD , если по нему пропустить ток в указанном на рисунке направлении? Как будет перемещаться проводник CD , если в нем изменить направление тока на противоположное?

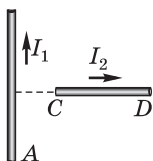


Рис. 140

449. Два круговых проводника приблизительно одинакового диаметра расположе-

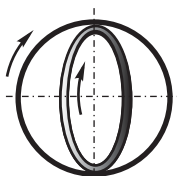


Рис. 141

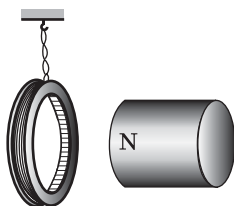


Рис. 142

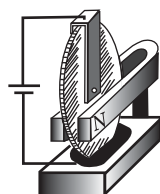


Рис. 143

ны во взаимно перпендикулярных плоскостях так, как показано на рис. 141. Что произойдет с проводниками, если по ним пропустить токи в указанных на рисунке направлениях?

450. Проволочное кольцо с током свободно висит на мягких подводящих проводах (рис. 142). К нему подносится северным полюсом горизонтально расположенный магнит. Что произойдет с кольцом? Что произойдет с кольцом, если в нем изменить направление тока на противоположное?

451. Медный диск укреплен на горизонтальной оси и помещен между полюсами сильного дугообразного магнита так, что северный полюс магнита расположен справа (рис. 143). Нижний край диска погружен в чашечку с ртутью. Ось диска и чашечка подключены к источнику постоянного тока. Что произойдет с диском при замыкании цепи?

452. Вблизи бесконечного прямолинейного провода с током подвешена на нити легкая прямоугольная рамка (рис. 144). Что произойдет с рамкой, если по ней пропустить ток в указанном на рисунке направлении?

453. Прямоугольная рамка с током расположена в однородном магнитном поле так, что ее ось OO перпенди-

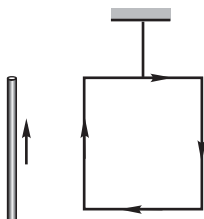


Рис. 144

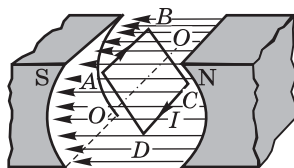


Рис. 145

кулярна к линиям индукции магнитного поля (рис. 145). Укажите направление сил, действующих на стороны рамки BC и AD . Как изменяются эти силы при изменении положения рамки во время вращения?

§ 27. Электромагнитная индукция

454. Э. Х. Ленц в своей работе «Об определении направления индукционных токов», в которой впервые было изложено знаменитое правило Ленца, описал ряд опытов по определению направления индукционных токов. В частности, он рассмотрел случай возникновения индукционного тока в круговом проводнике при его повороте на 90° относительно другого кругового проводника с током (рис. 146). Определите направление индукционного тока, возникающего в подвижном проводнике A при его повороте на 90° относительно проводника B в направлении, указанном стрелкой.

455. Прямолинейный проводник CD конечной длины расположен перпендикулярно к бесконечному прямолинейному проводнику A с током (рис. 147). Проводник CD движется параллельно самому себе, вдоль линии тока в проводнике A . Определите направление индукционного тока, возникающего в проводнике CD , если направление движения проводника CD совпадает с направлением тока в проводнике A . Как будет направлен индукционный ток, если проводник CD будет двигаться в противоположном направлении?

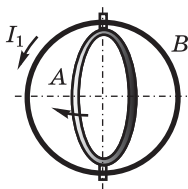


Рис. 146

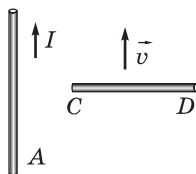


Рис. 147

456. В одном из опытов Э. Х. Ленца постоянный магнит располагался вдоль магнитного меридиана. Параллельно магниту располагался прямолинейный проводник. Магнит быстро поворачивался на 90° северным полюсом: один раз на восток, другой раз – на запад. Определите направление индукционного тока в случае, если проводник расположен: а) над магнитом; б) под магнитом.

457. Медный диск расположен между полюсами магнита так, как показано на рис. 143. В показанную на рисунке электрическую цепь вместо источника тока включен гальванометр. Определите направление индукционного тока, возникающего при вращении диска: а) по часовой стрелке; б) против часовой стрелки.

458. Два параллельных прямоугольных проводника сближаются друг с другом. По одному из них проходит ток I_1 . Определите направление индукционного тока I_2 , возникающего в другом проводнике. Каково будет направление индукционного тока при удалении проводников?

459. Южный полюс магнита удаляется с некоторой скоростью v , от металлического кольца, как показано на рис. 148. Определите направление индукционного тока в кольце.

460. Небольшая проволочная прямоугольная рамка свободно падает в пространстве между широкими полюсами достаточно сильного электромагнита (рис. 149). Определите направления индукционных токов, возникающих в рамке при прохождении осью рамки OO положений A , B и C . Как будет двигаться рамка на этих участках?

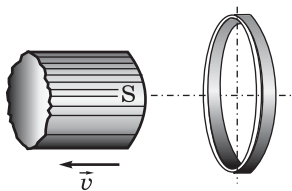


Рис. 148

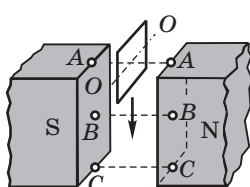


Рис. 149

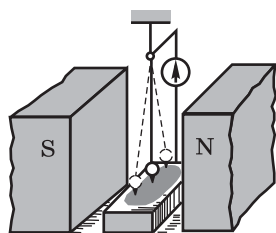


Рис. 150

461. Небольшой маятник, состоящий из металлической нити, шарика и острого, погруженного в чашечку с ртутью (рис. 150), включен в электрическую цепь. Маятник помещен в пространство между широкими полюсами электромагнита и совершает колебания в плоскости, перпендикулярной к линиям индукции магнитного

поля. Во время колебаний острый маятника остается погруженным в ртуть. Как сказывается действие магнитного поля на характере колебаний маятника? Каковы будут направления токов, возникающих в цепи маятника?

462. Медный провод, включенный в замкнутую цепь, окружен толстой железной оболочкой (рис. 151) и вносится вместе с ней в пространство между полюсами электромагнита. Железная оболочка выполняет по отношению к проводу роль магнитной защиты. Возникнет ли в проводе ЭДС индукции?

463. Самолет летит вдоль магнитного меридиана. Одинаковы ли потенциалы концов крыльев самолета? Изменится ли разность потенциалов, если самолет полетит по какому-либо другому направлению с той же по модулю скоростью?

464. Проволочная прямоугольная рамка вращается с постоянной скоростью ω вокруг одной из своих сторон, параллельных расположенному рядом с рамкой прямолинейному проводу с током I (рис. 152). При каких положениях рамки в ней возникают наибольшая и наименьшая ЭДС индукции?

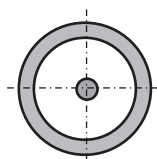


Рис. 151

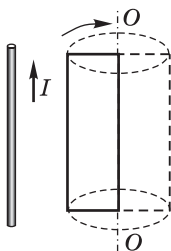


Рис. 152

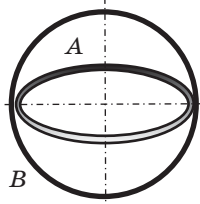


Рис. 153

465. Два круговых проводника A и B расположены перпендикулярно друг к другу, как показано на рис. 153. Будет ли в проводнике A возникать индукционный ток при изменениях тока в контуре B ?

IV. ОПТИКА

§ 28. Природа света

В данном параграфе приведен ряд задач на применение простейших соотношений волновой и квантовой оптики. При решении задач этого параграфа следует обратить внимание на то, как изменяются при переходе из одной среды в другую длина волны и скорость, характеризующие световую волну. В связи с непониманием характера этих изменений и недостаточно ясным пониманием их физической природы у учащихся нередко возникают затруднения в истолковании смысла соотношения $c = \lambda\nu$.

Рекомендуется решение задач этого параграфа вести с одновременным повторением материала по учебнику.

466. Известно, что скорость света c и длина световой волны λ связаны с частотой колебаний ν соотношением $c = \lambda\nu$. Насколько изменится длина волны красного света при переходе из вакуума в стекло, если показатель преломления стекла $n = 1,5$, а частота колебаний, соответствующая красному свету, $\nu = 4 \cdot 10^{14}$ Гц?

467. Известно, что показатель преломления какого-либо вещества равен отношению скорости распространения света в вакууме к скорости распространения света в данной среде. Было найдено, что показатель преломления одного из сортов стекла для красного света $n_1 = 1,50$, для фиолетового – $n_2 = 1,54$. Найдите скорости распространения c'_1 и c'_2 этих волн в стекле.

468. П. А. Черенков и С. И. Вавилов экспериментально обнаружили, что когда электрон движется в какой-либо среде с постоянной скоростью, превосходящей скорость распространения света в этой среде, то он начина-

ет излучать свет. До такой минимальной скорости v следует разогнать электрон, чтобы могло возникнуть такое излучение при движении электрона в среде с показателем преломления $n = 1,5$?

469. Объясните причины появления радужных полос в тонких пленках нефти на поверхности воды.

470. Если тонкую мыльную пленку расположить вертикально, то горизонтальные интерференционные полосы будут с течением времени перемещаться вниз, одновременно несколько изменяя свою ширину. Через некоторое время в верхней части пленки возникнет быстро увеличивающееся черное пятно, и вскоре после этого пленка разорвется. Объясните причины, вызывающие движение полос, и происхождение черного пятна.

471. Как изменится картина колец Ньютона, если пространство между линзой и плоским стеклом заполнить жидкостью, показатель преломления которой больше показателя преломления материала линзы, но меньше показателя преломления стекла?

472. В оптических приборах для уменьшения потерь энергии света при отражении от поверхностей линз широко применяется метод «просветления оптики», разработанный И. В. Гребенщиковым, А. А. Лебедевым и А. Н. Терениным. В основе этого метода лежит следующее явление. Если поверхность стекла покрыть тонкой прозрачной пленкой, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла и толщина которой равна четверти длины волны падающего света, то интенсивность света, отраженного от такой пластинки, будет равна нулю, и весь свет будет проходить сквозь пластинку. Почему при нанесении пленки поверхность стекла перестает отражать свет? Почему толщина пленки должна быть равна четверти длины волны падающего света? Почему показатель преломления пленки должен быть меньше показателя преломления стекла?

473. Световой поток представляет собой поток отдельных фотонов, или, иначе, квантов света. Энергия каждого фотона $E = h\nu$, где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с – постоянная Планка, а ν – частота световой волны. Найдите энер-

гию фотона, испускаемого желтым натриевым пламенем, если желтой линии натрия соответствует частота световой волны $\nu = 5 \cdot 10^{13}$ Гц.

474. При переходе электрона в атоме водорода с одного устойчивого уровня на другой произошло излучение фотона с частотой $\nu = 4,57 \cdot 10^{14}$ Гц. Насколько изменилась энергия электрона в атоме вследствие этого излучения?

475. П. Н. Лебедев в своих опытах непосредственно установил, что свет оказывает на тела, поглощающие солнечное излучение, давление, равное интенсивности солнечного излучения (плотности потока излучения), деленной на скорость света. С какой силой F давили бы солнечные лучи на Землю, если бы они поглощались полностью всей поверхностью Земли? Плотность потока солнечного излучения при нормальном падении электромагнитной волны на земную поверхность составляет $\phi = 1350$ Вт/м².

476. В приборе П. Н. Лебедева измерялась сила светового давления на крылышки легкого подвеса (рис. 154). Каждое крылышко имело два кружка, один из которых был зачернен. С какой силой F в опытах Лебедева действовали на зачерненный кружок солнечные лучи, если плотность потока солнечного излучения составляла $\phi = 1050$ Вт/м²? Диаметр кружка $D = 5$ мм. Считайте, что энергия солнечного излучения полностью поглощалась кружком.

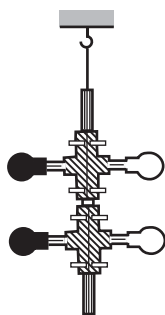


Рис. 154

477. Докажите, что сила светового давления, действующая на какое-либо тело, убывает пропорционально квадрату расстояния этого тела от Солнца.

§ 29. Фотометрия

478. Для чтения считается нормальной освещенность $E = 50$ лк. На какой высоте h над столом следует пове-

силь лампы, сила света которой $I = 50$ кд, чтобы обеспечить такую освещенность поверхности стола в точках, лежащих непосредственно под лампой?

479. Ширина кадрового окна в киноаппарате $b = 1,2$ см, ширина экрана $B = 2,4$ м. Во сколько раз освещенность экрана будет меньше освещенности кадрового окна в киноаппарате? Какая освещенность E_1 кадрового окна должна быть создана, если минимально допустимая освещенность экрана $E_2 = 4$ лк?

480. На столе стоит настольная лампа высотой $h = 30$ см. Сила света лампы $I = 25$ кд. Найдите освещенность E поверхности стола в точке, удаленной на расстояние $a = 60$ см от лампы.

481. На каком расстоянии l друг от друга необходимо ставить столбы для уличных фонарей, чтобы освещенность поверхности Земли в точке, лежащей посередине расстояния между столбами, была не менее $E = 0,27$ лк? Высота столба $h = 12$ м. Сила света лампы $I = 300$ кд. Считайте, что заметную освещенность создают только два ближайших фонаря.

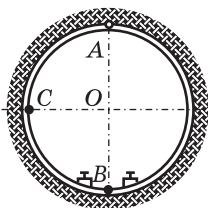


Рис. 155

482. Во время монтажных работ в туннеле метро укрепили электрический светильник в самой верхней точке A свода (рис. 155). Каково отношение освещенностей, создаваемых светильником в самой нижней точке B свода и в точке C свода, лежащей на средней линии поперечного сечения туннеля? Силу света светильника считайте по всем направлениям одинаковой.

483. В школьном узкоплечном киноаппарате стоит лампа, сила света которой $I = 400$ кд. Какую освещенность E создает киноаппарат на экране площадью $S = 3$ м², если на экран попадает только 0,3 % светового потока, создаваемого лампой?

484. Три точечных источника света расположены в вершинах равностороннего треугольника. В центре треугольника, перпендикулярно к его плоскости и параллельно одной из его сторон, расположена маленькая пла-

стинка (рис. 156). Сила света каждого источника равна I , длина стороны треугольника равна l . Какова освещенность E этой пластинки?

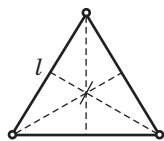


Рис. 156

485. Некоторый предмет при неизменных условиях освещения фотографируют один раз с большого расстояния, другой раз – с малого. Как будут отличаться друг от друга освещенности пластинки в фотоаппарате в этих двух случаях? В каком случае придется делать большую выдержку при фотографировании?

486. Лампа на единицу силы света потребляет мощность $P = 0,5$ Вт/кд. Сила света лампы $I = 100$ кд. Каков КПД η этой лампы, если световая эффективность потока излучения (отношение светового потока к потоку излучения) $K = 6,2 \cdot 10^2$ лм/Вт? Найдите поток излучения Φ , посылаемый лампой.

487. Плотность потока солнечного излучения при нормальном падении лучей на земную поверхность составляет $\phi = 1,35$ кВт/м². Найдите поток излучения, получаемый всей поверхностью Земли. Какую долю этот поток составляет от всего потока светового излучения Солнца? Какая планета получает от Солнца больше энергии – Земля или Юпитер? Радиус Земли $R_1 = 6,4 \cdot 10^6$ м, радиус R_2 Юпитера в 11,14 раз больше. Расстояние от Земли до Солнца $r_1 = 1,5 \cdot 10^{11}$ м, расстояние r_2 от Юпитера до Солнца в 5,2 раза больше.

§ 30. Закон прямолинейного распространения света. Закон отражения света

В §§ 30–33 наряду с задачами на определение положения и размера изображений, даваемых различными оптическими системами, помещено большое число задач на выяснение условий, при которых наблюдатель может видеть эти изображения.

Введение этих задач связано с тем, что развитие ясных представлений о том, какой смысл придается в геометрической

оптике вспомогательным лучам, используемым при построении изображений, и как следует действовать при определении лучей, действительно участвующих в образовании этих изображений, имеет очень важное значение. Отсутствие таких представлений может создать большие затруднения в решении, например, таких задач, как построение изображения предмета, находящегося в стороне от плоского зеркала, построение изображения большого предмета в маленькой линзе или в линзе, наполовину закрытой непрозрачным экраном, определение положения глаза наблюдателя для одновременного рассматривания нескольких изображений, создаваемых оптическими системами.

В §§ 31–33 следует обратить внимание на правила графического определения точки пересечения лучей сходящегося пучка после прохождения оптической системы (см., например, задачи 535–537). При решении задач необходимо проследить особенности применения формул сферического зеркала и тонкой линзы для расчета положения изображений, даваемых системами в случае сходящихся пучков.

Рекомендуется задачи §§ 30–33 решать в той последовательности, в какой они здесь даны, так как во многих из них используются результаты, полученные в предыдущих задачах.

488. Как следует расположить точечный источник света, плоский предмет и экран, чтобы контур тени на экране был подобен контуру предмета?

489. Электрическая лампа помещена в матовый стеклянный шар радиусом $r_1 = 20$ см и подвешена на высоте $h_1 = 5$ м над полом. Под лампой на высоте $h_2 = 1$ м от пола держат мяч радиусом $r_2 = 10$ см. Найдите размеры тени и полутени, даваемых мячом. На какой высоте следует поместить мяч, чтобы тень на полу исчезла? Каковы при этом будут размеры полутени? Каков должен быть диаметр мяча, чтобы размеры его тени были одинаковы при любых расстояниях мяча от пола?

490. Для сравнения силы света двух источников применяют следующий способ. Перед полупрозрачным экраном AB помещают толстый стержень и на некоторых расстояниях от него – точечные источники света S_1 и S_2 (рис. 157). Источники располагают так, чтобы полутени AO и OB были одинаково освещены. По каким направ-

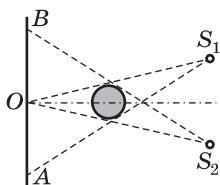


Рис. 157

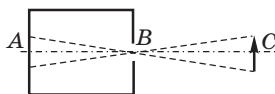


Рис. 158

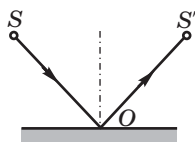


Рис. 159

лениям следует перемещать источники, чтобы полутени все время соприкасались? Какие картины будут наблюдаться при перемещениях источников по другим направлениям?

491. Изображение предмета получают с помощью камеры с маленьким отверстием B (рис. 158). Глубина камеры $AB = 20$ см. Расстояние от предмета до отверстия $BC = 20$ см. Диаметр отверстия $d = 1$ мм. Можно ли при таких условиях различить на изображении детали предмета размером меньше 2 мм?

492. Какую форму будет иметь световой «зайчик», если размеры зеркала малы, а размеры источника света велики?

493. М. В. Ломоносов в одной из своих записей поставил такой вопрос: «Любой цвет от смачивания водой делается гуще. Почему? Надо подумать». Действительно, цвет поверхностей тел, способных пропитываться водой, становится более сочным и ярким после смачивания. Объясните это явление.

494. Одним из выражений закона прямолинейного распространения света является принцип Ферма', утверждающий, что свет всегда распространяется по наикратчайшим путям. Свет исходит из источника S , отражается от зеркала и приходит в точку S' (рис. 159). Докажите, что путь SOS' , определенный по закону отражения, является наименьшим из всех возможных путей луча.

495. Перед зеркалом воткнуты булавки A и B , расположенные так, как показано на рис. 160. Какое расположение изображений этих булавок увидит наблюдатель

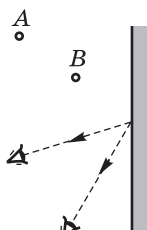


Рис. 160

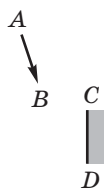


Рис. 161

при различных положениях глаза? Как он должен расположить глаз, чтобы изображения булавок накладывались друг на друга?

496. Предмет AB и зеркало CD расположены так, как показано на рис. 161. Постройте изображение этого предмета в зеркале. Где следует расположить глаз, чтобы увидеть изображение всего предмета?

497. Перед зеркалом поставлена настольная лампа. Насколько изменится расстояние a между лампой и ее изображением, если зеркало отодвинуть от лампы на расстояние $x = 5$ см?

498. Человек стоит перед зеркалом и смотрит в него одним глазом. В каком месте следует закрыть зеркало, чтобы не было видно изображения второго глаза?

499. На горизонтальном столе лежит шар. Под каким углом α к плоскости стола нужно установить зеркало, чтобы при движении шара к зеркалу изображение шара двигалось по вертикали?

500. На зеркало падает световой луч. Зеркало поворачивают на 1° вокруг оси, лежащей в плоскости зеркала, перпендикулярной к лучу. На какой угол α при этом повернется отраженный луч? На какое расстояние x переместится световой «зайчик» на экране, расположенном перпендикулярно к отраженному лучу на расстоянии $l = 5$ м от зеркала?

501. На стене висит зеркало высотой $h_1 = 1$ м. Человек стоит на расстоянии $a_1 = 2$ м от зеркала. Какова высота h_2 участка противоположной стены комнаты, который может видеть в зеркале человек, не изменяя положения головы? Стена находится на расстоянии $a_2 = 4$ м от зеркала.

502. Определите графически, при каких положениях глаза наблюдатель может видеть в плоском зеркале конечных размеров одновременно изображения точки A и предмета BC , расположенных относительно зеркала так, как показано на рис. 162.

503. Решая задачу об увеличении «зажигательной силы» линз М. В. Ломоносов сконструировал прибор, изображенный на рис. 163 (A_1, A_2, A_3, A_4 – плоские зер-

кала; B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 – собирающие линзы). Определите углы, под которыми должны быть расположены зеркала, и наименьшие размеры этих зеркал, при которых будет обеспечено равенство световых потоков, приходящих на каждую из линз. Диаметр линз равен d . Оптические оси линз B_1, B_2, B_3, B_4 составляют с направлением первичного пучка углы $\pm 45^\circ$.

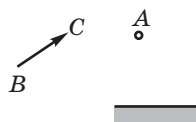


Рис. 162

504. Точечный источник света и два его изображения, даваемые двумя зеркалами, лежат в вершинах равностороннего треугольника. Определите расположение зеркал относительно источника и угол между ними.

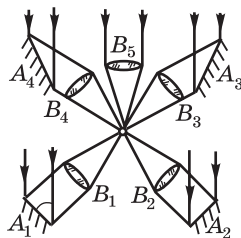


Рис. 163

505. Докажите, что точечный источник света S и два его изображения, даваемые двумя зеркалами, расположенными под углом α друг к другу (рис. 164), лежат на окружности. Найдите положение центра этой окружности. Где должен находиться глаз наблюдателя, чтобы последний одновременно видел оба изображения, даваемых зеркалами?

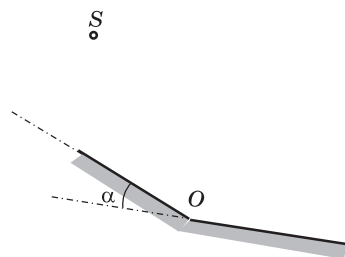


Рис. 164

§ 31. Сферические зеркала

506. Докажите, что для сферических зеркал произведение расстояний p и q от предмета и изображения до фокуса зеркала равно квадрату фокусного расстояния f зеркала. Найдите фокусное расстояние f вогнутого зеркала, если $p = 16$ см, $q = 100$ см.

507. Докажите, что отношение высоты изображения, даваемого вогнутым зеркалом, к высоте предмета равно отношению расстояний от них до зеркала.

508. Предмет находится на расстоянии $a_1 = 1$ м от вогнутого зеркала. Высота его изображения в три раза меньше высоты предмета. Найдите положение изображения, радиус кривизны R и фокусное расстояние f зеркала.

509. Высота изображения, даваемого вогнутым зеркалом, в четыре раза меньше высоты предмета. Если предмет передвинуть на расстояние $d = 5$ см ближе к зеркалу, то изображение будет меньше предмета только в два раза. Найдите фокусное расстояние f зеркала.

510. Фокусное расстояние вогнутого зеркала равно f , расстояние от предмета до фокуса зеркала равно p . Найдите отношение высоты изображения к высоте предмета.

511. В зеркальном гальванометре для отсчета углов поворота на нити подвешивают небольшое вогнутое зеркало (рис. 165). На расстоянии $l = 1$ м от зеркала помещают шкалу AA и непосредственно под ней – осветитель S . Каким должно быть фокусное расстояние f зеркала, чтобы на шкале получилось действительное изображение отверстия осветителя? На какое расстояние d переместится изображение по шкале, если зеркало повернется на малый угол φ ?

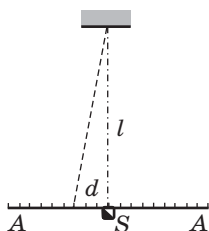


Рис. 165

стояния $d_1 = 1$ см в направлении, перпендикулярном к оптической оси (рис. 166). Как расположены изображения, даваемые половинками зеркала?

513. Перед выпуклым зеркалом на расстоянии $a = 5$ см от него помещена плоская тонкая стеклянная пластинка. Фокусное расстояние зеркала $f = 20$ см. На каком расстоянии b от пластинки

следует поместить точечный источник света S (рис. 167), чтобы его изображение, даваемое лучами, отраженными от передней поверхности пластинки, совпало с изображением, даваемым лучами, отраженными от зеркала? Как можно установить совпадение изображений непосредственным наблюдением?

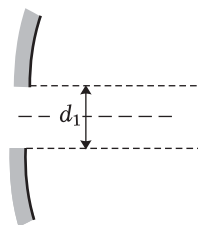


Рис. 166

514. Для грубого определения фокусного расстояния вогнутого зеркала перед зеркалом на расстоянии d помещают иглу A (рис. 168), затем на некотором расстоянии от вогнутого зеркала ставят плоское зеркало P и на расстоянии b от него помещают вторую иглу B . Передвигая

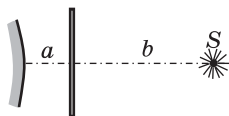


Рис. 167

плоское зеркало, можно добиться, что при расстоянии между зеркалами, равном a , мнимые изображения обеих игл, даваемые вогнутым и плоским зеркалами, совпадут. Зная значения a , b и d , соответствующие совпадению изображений, найдите фокусное расстояние f зеркала. Можно ли одновременно наблюдать эти изображения?

515. Перед выпуклым зеркалом на расстоянии $a = 5$ см от него помещен экран QP (рис. 169). На расстоянии $b = 5$ см от экрана находится предмет MN высотой $h = 3$ см. При каких положениях глаза наблюдатель увидит изображение всего предмета? Какова наибольшая высота h_{\max} предмета (при заданном расположении предмета, зеркала и экрана), при которой зеркало будет давать изображение всего предмета? Диаметр зеркала $d = 10$ см.

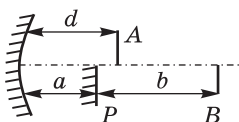


Рис. 168

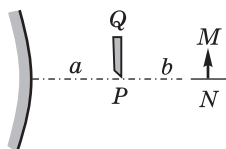


Рис. 169

ражение всего лица? Фокусное расстояние зеркала $f = 7,5$ см, длина лица $l_1 = 20$ см.

517. Внутренняя поверхность стенок шара зеркальна. Радиус шара $R = 36$ см. На расстоянии $0,5R$ от центра шара помещен точечный источник S , посылающий свет к дальней стенке шара. Где находится изображение источника, возникающее после двух отражений – от дальней и ближней стенок шара? Где находится изображение, если источник посылает свет к ближней стенке шара?

518. На расстоянии $a_1 = 60$ см от вогнутого зеркала на оптической оси помещен точечный источник света S . Радиус кривизны зеркала $R = 80$ см. На каком расстоянии a от вогнутого зеркала нужно поставить плоское зеркало, чтобы лучи после отражения от вогнутого и затем от плоского зеркала снова собрались в точке S ? Изменится ли положение точки встречи лучей, если они сначала будут отражаться от плоского зеркала?

519. Выпуклое и вогнутое зеркала с одинаковыми радиусами кривизны R расположены на расстоянии $2R$ друг от друга. В какой точке оптической оси зеркал нужно поставить точечный источник света S , чтобы лучи после отражения от выпуклого и затем от вогнутого зеркала снова собрались в точке S ? Где встретятся лучи, если они сначала будут отражаться от вогнутого зеркала?

§ 32. Преломление света на плоской границе

520. На стеклянную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$ падает луч света. Каков угол падения i луча, если угол между отраженным и преломленным лучами равен 90° ?

521. В дно озера вбита свая высотой $H = 4$ м, выступающая из воды на $h = 1$ м. Найдите длину L тени сваи на дне озера, если лучи Солнца падают на поверхность воды под углом $i = 45^\circ$. Показатель преломления воды $n = 1,33$.

522. Пловец, нырнувший с открытыми глазами, рассматривает из-под воды светящийся предмет, нахо-

дящийся над его головой на расстоянии $h = 75$ см от поверхности воды. Каково будет кажущееся расстояние h' от поверхности воды до предмета? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

523. На расстоянии h от поверхности воды расположен точечный источник света. Где будет находиться изображение этого источника, даваемое плоским зеркальным дном сосуда, если глубина сосуда с водой равна d ? Показатель преломления воды $n = 4/3$.

524. Каково будет кажущееся расстояние h' от поверхности воды до изображения, даваемого зеркальным дном сосуда (см. задачу 523), если наблюдатель находится в воздухе и смотрит на изображение по вертикали сверху вниз?

525. У призмы с преломляющим углом $\beta = 30^\circ$ одна грань посеребрена. Луч, падающий на другую грань под углом $i = 45^\circ$, после преломления и после отражения от посеребренной грани вернулся назад по прежнему направлению. Найдите показатель преломления n материала призмы.

526. На дне сосуда глубиной $d = 40$ см, наполненного водой, лежит монета. На какой высоте h от поверхности воды следует поместить небольшую электрическую лампочку, чтобы ее изображение, даваемое лучами, отраженными от поверхности воды, совпадало с изображением монеты, даваемым преломленными лучами? Как можно непосредственным наблюдением по вертикали установить совпадение изображений лампочки и монеты?

527. Главное сечение призмы – равносторонний треугольник. Луч падает на призму перпендикулярно к одной из ее граней. Каков будет ход этого луча при различных значениях показателя преломления материала призмы?

528. При фотографировании ярких источников света на толстых фотопластинках вокруг изображений источников возникают ореолы, внутренняя граница которых резкая, а внешняя – размыта. Объясните происхождение и характер ореолов. Найдите показатель преломления n стекла пластинки, если ее толщина $d = 3,74$ мм, а радиус резкой границы ореола вокруг изображения точечного источника $a = 4,48$ мм.

529. У прямоугольной равнобедренной призмы посеребрены грани-катеты. Докажите, что лучи, падающие под произвольным углом на грань-гипотенузу, будут выходить из призмы параллельно первоначальному направлению.

530. М. В. Ломоносов в своих заметках приводит такие наблюдения: «Толченное стекло непрозрачно. Мокрая бумага более прозрачна». Объясните эти явления.

§ 33. Тонкие линзы. Оптические системы

531. Угловой диаметр солнечного диска при наблюдении с Земли $\varphi = 32'$. Найдите диаметр d изображения Солнца, даваемого собирающей линзой с фокусным расстоянием $f = 25$ см.

532. Где следовало бы расположить предмет, чтобы собирающая линза дала прямое изображение его в натуральную величину?

533. На собирающую линзу падает узкий луч света, проходящий через отверстие A в экране (рис. 170). Постройте ход луча за линзой. Положения фокусов линзы известны.

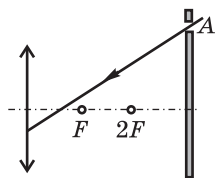


Рис. 170

534. Через круглое отверстие в экране проходит сходящийся пучок лучей (рис. 171). Лучи пересекаются в точке A , лежащей на расстоянии $a_1 = 15$ см от экрана. Как изменится расстояние от точки встречи лучей до экрана, если в отверстие вставить собирающую линзу с фокусным расстоянием $f = 30$ см? Постройте ход лучей после установки линзы.

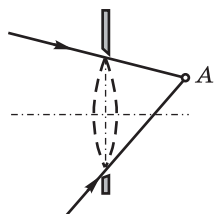


Рис. 171

535. На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения линзы лучи пересекаются в точке A , лежащей на расстоянии $a_1 = 15$ см от линзы. Если линзу убрать, то точка встречи лучей переместится

на расстояние $d = 5$ см ближе к оправе, в которой находилась линза. Найдите фокусное расстояние f линзы.

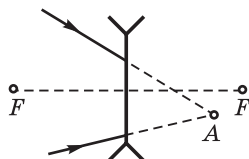


Рис. 172

536. Лучи сходящегося пучка встречаются в точке A . На их пути ставится рассеивающая линза (рис. 172). Найдите положение точки A' встречи лучей после прохождения линзы. Положения фокусов линзы известны.

537. При каких положениях глаза и при каком удалении точечного источника света от собирающей линзы наблюдатель может одновременно видеть источник, лежащий на оптической оси линзы, и его изображение, даваемое линзой? Фокусное расстояние и диаметр линзы равны соответственно f и d .

538. Фокусное расстояние собирающей линзы $f = 10$ см, расстояние от предмета до переднего фокуса $p = 5$ см. Высота предмета $h = 2$ см. Найдите высоту h' изображения.

539. С помощью собирающей линзы получают на экране изображение светлого квадрата. Расстояние от квадрата до линзы $a_1 = 30$ см. Площадь изображения в четыре раза больше площади квадрата. Найдите положение изображения и фокусное расстояние f линзы.

540. С самолета, летящего на высоте $h_1 = 2000$ м, производится фотографирование местности с помощью аппарата, имеющего фокусное расстояние $f = 50$ см. Каков будет масштаб полученных снимков? Как изменится масштаб, если самолет снизится до высоты $h_2 = 1000$ м?

541. Размер пленки в фотоаппарате (см. задачу 540) 18×18 см. Какая площадь может быть заснята таким фотоаппаратом одновременно?

542. Собирающая линза дает на экране изображение лампы, увеличенное в два раза. Когда линзу подвинули на расстояние $d = 36$ см ближе к экрану, то она дала изображение вдвое уменьшенное. Найдите фокусное расстояние f линзы.

543. Каков наименьший размер a деталей предмета, которые человек может видеть отдельно невооруженным глазом на расстоянии $l = 2$ км? Наименьший угол зрения глаза $\varphi = 1'$.

544. Собирающая линза положена на плоское зеркало. Где нужно поместить точечный источник света, чтобы изображение его, даваемое этой системой, было действительным и совпадало с самим источником?

545. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 30$ см и плоского зеркала, находящегося за линзой на расстоянии $b = 15$ см от нее. Найдите положение изображения, даваемого этой системой, если предмет находится перед линзой на расстоянии $a_1 = 15$ см от нее. Постройте ход лучей.

546. Оптическая система состоит из собирающей линзы и плоского зеркала, расположенного в фокальной плоскости линзы. Предмет A находится перед линзой – между фокусом и двойным фокусом. Найдите положение изображения, даваемого этой системой.

547. Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием $f_1 = 20$ см и вогнутого зеркала с фокусным расстоянием $f_2 = 10$ см. Расстояние от предмета до линзы $a_1 = 40$ см, от линзы до зеркала – $b = 30$ см. Найдите положение изображения, даваемого этой системой. Постройте ход лучей.

548. Собирающая и рассеивающая линзы с фокусными расстояниями $f_1 = 30$ см и $f_2 = 10$ см расположены на расстоянии $b = 20$ см друг от друга. Где следует поместить источник света, чтобы эта система давала пучок параллельных лучей?

549. Оптическая система состоит из двух собирающих линз с фокусными расстояниями $f_1 = 9$ см и $f_2 = 15$ см. Вторая линза находится в фокальной плоскости первой линзы. Предмет расположен на расстоянии $a_1 = 36$ см от первой линзы. Найдите положение изображения, даваемого этой системой. Вычислите расстояние a_2 от изображения до второй линзы.



Рис. 173

550. Плоскопараллельную пластинку разрезали, после чего получившиеся линзы немного раздвинули (рис. 173). Как изменится пучок параллельных лучей после прохождения этой системы, если он падает: а) со стороны плоско-выпуклой линзы; б) со стороны плоско-вогнутой линзы? Как зависит поведение пучка от расстояния между линзами?

I. МЕХАНИКА

§ 1. Прямолинейное равномерное движение

1. Время распространения звука до зрителя $t_1 = \frac{s_1}{v}$.
Время распространения радиоволн до радиослушателя $t_2 = \frac{s_2}{c}$. Если радиослушатель и зритель слышат звуки одновременно, то $t_1 = t_2$ и $\frac{s_1}{v} = \frac{s_2}{c}$, или

$$s_1 = \frac{s_2 v}{c}; s_1 = 8,5 \text{ м},$$

$$s_4 = s_3 - \frac{s_2 v}{c}; s_4 = 21,5 \text{ м}.$$

2. См. рис. 174. Автомобили встретятся через 2,5 ч на расстоянии 150 км от пункта А.

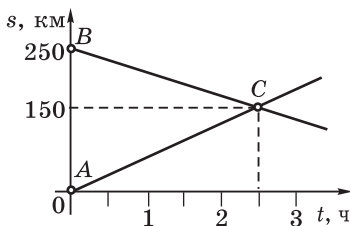


Рис. 174

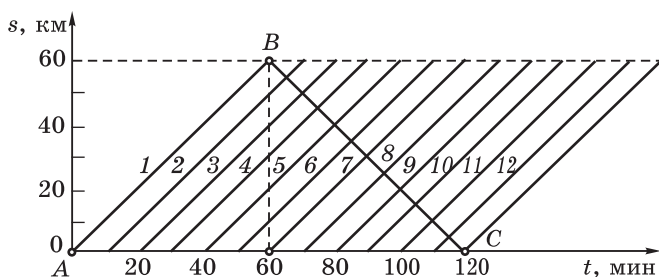


Рис. 175

3. См. рис. 175. Допустим, что пассажир выехал из пункта B через время $t = 60$ мин после начала движения автомобилей из пункта A . Графиком движения автомобиля с пассажиром является прямая BC . Прямые 2, 3, 4 и т. д. представляют собой графики движения автомобилей, вышедших из пункта A за 50, 40, 30 и т. д. минут до выезда пассажира. Прямые 8, 9, 10 и т. д. являются графиками движения автомобилей, вышедших из пункта A через 10, 20, 30 и т. д. минут после выезда пассажира. Очевидно, что число автомобилей, встречаемых пассажиром в пути, будет равно числу точек пересечения этих графиков с прямой BC , т.е. 11.

4. Так как скорость света c во много раз больше скорости звука v в воздухе, то можно считать время t_1 равным времени полета снаряда, а t_2 — сумме времени полета снаряда и времени распространения звука от места разрыва снаряда до орудия. Поэтому время распространения звука будет $t_2 - t_1$, а дальность полета снаряда $s = v(t_2 - t_1)$; $s = 510$ м. Скорость полета снаряда $u = \frac{s}{t_1} =$

$$= \frac{v(t_2 - t_1)}{t_1}; u = 850 \text{ м/с.}$$

5. Встречный поезд по отношению к пассажиру будет двигаться со скоростью $v = v_1 + v_2$. При этом движении путь, равный своей длине, встречный поезд пройдет за

$$\text{время } t = \frac{l}{v_1 + v_2}; t = 6 \text{ с.}$$

6. Если v — скорость электропоезда относительно земли, то скорость его движения относительно встречного поезда будет равна $2v$ и может быть выражена через длину l и время t прохождения встречного состава: $2v = \frac{l}{t}$, где

$$l = l_1 + 10l_2 + 10l_3. \text{ Отсюда } v = \frac{l_1 + 10l_2 + 10l_3}{2t}; v = 36 \text{ км/ч.}$$

7. Время движения катера по реке против течения и по течению соответственно равно:

$$t_1 = \frac{s}{v-u}; t_1 = 10 \text{ мин.}$$

$$t_2 = \frac{s}{v+u}; t_2 = 6 \text{ мин.}$$

Полное время движения по реке (туда и обратно)

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2sv}{v^2 - u^2}; t = 16 \text{ мин.}$$

Время движения туда и обратно по озеру

$$t' = \frac{2s}{v}; t' = 15 \text{ мин.}$$

Отношение времен движения

$$\frac{t}{t'} = \frac{v^2}{v^2 - u^2} = 1,07.$$

На рис. 176 представлены графики движений: I — для движения по реке, II — для движения по озеру; t и t' — время движения в этих условиях.

8. При движении против течения и по течению катер относительно воды пройдет пути

$$s_1 = vt_1 = \frac{v}{v-u} s,$$

$$s_2 = vt_2 = \frac{v}{v+u} s$$

(см. решение задачи 7). Полный путь, пройденный катером относительно воды,

$$l = s_1 + s_2 = \left(\frac{v}{v-u} + \frac{v}{v+u} \right) s; l = 2,1 \text{ км.}$$

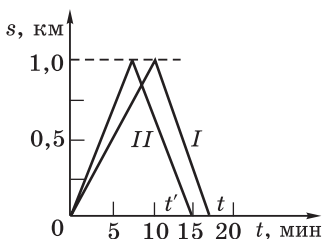


Рис. 176

9. Уравнения движения для трех указанных случаев:

$$s = v_1 t_1, s = v_2 t_2, s = (v_1 + v_2)t,$$

где s – длина эскалатора, v_1 – скорость эскалатора, v_2 – скорость движения пассажира по неподвижному эскалатору, t – искомое время подъема движущегося пассажира по движущемуся эскалатору. Решая эту систему уравнений относительно t , получим

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}; t = 45 \text{ с.}$$

10. Уравнения движения катера из пункта A в пункт B и обратно:

$$s = (v + u)t_1, s = (v - u)t_2,$$

где v – скорость катера относительно воды, u – скорость течения реки, s – расстояние между пунктами A и B . Уравнение движения катера при выключенном моторе:

$$s = ut.$$

Решая эту систему уравнений относительно t , получим

$$t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}; t = 12 \text{ ч.}$$

11. $t = \frac{2sv}{v^2 - u^2}; t = 6 \text{ ч } 15 \text{ мин}$ (см. решение задачи 7).

12. Скорость течения реки одинаково влияет на движение обоих катеров и круга и не может изменить их взаимного расположения, поэтому ее можно не учитывать и рассматривать движение катеров и круга только относительно воды.

Пути, пройденные катерами относительно воды за время t до момента поворота: $s_1 = v_1 t$, $s_2 = v_2 t$. Возвращаясь к кругу с прежними скоростями v_1 и v_2 , катеры должны затратить на преодоление расстояний s_1 и s_2 до круга то же самое время, которое они затратили, уходя от него, т. е. они встретят круг одновременно.

13. Капля движется относительно трубы в вертикальном направлении со скоростью \vec{v} и в горизонтальном – со скоростью $-\vec{u}$, направленной в сторону, противополо-

ложную движению тележки. Полная скорость капли \vec{v}_k относительно трубы равна векторной сумме скоростей $-\vec{u}$ и \vec{v} (рис. 177). Для того чтобы капли двигались параллельно стенкам трубы, необходимо, чтобы направление полной скорости капли \vec{v}_k совпадало с осью трубы. Это будет, если

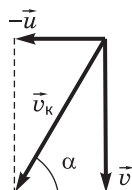


Рис. 177

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = 3, \alpha = 71^\circ 35'.$$

14. Направление флюгера будет совпадать с направлением полной скорости движения воздуха относительно буера. Так как сам буер движется со скоростью \vec{u} , то полная скорость \vec{v}_B движения воздуха относительно него равна векторной сумме скоростей $-\vec{u}$ и \vec{v} (рис. 178). Скорость \vec{v}_B будет составлять с направлением движения буера угол α , такой, что

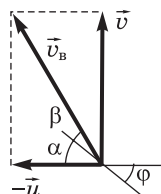


Рис. 178

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = 2, \alpha = 63^\circ 26'.$$

Угол между плоскостью паруса и флюгером

$$\beta = \alpha - \varphi = 63^\circ 26' - 45^\circ = 18^\circ 26'.$$

15. Движение лодки в обоих случаях складывается из ее движения относительно воды и ее движения вместе с водой относительно берегов. В первом случае (рис. 179) лодка движется вдоль реки со скоростью \vec{u} и за время переправы проходит по течению путь

$$s = ut_1. \quad (1)$$

Движение поперек реки она совершает со скоростью \vec{v} и проходит путь

$$l = vt_1. \quad (2)$$

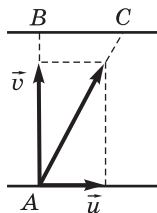


Рис. 179

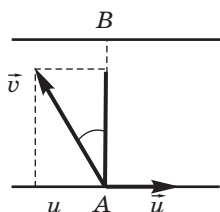


Рис. 180

Во втором случае (рис. 180) скорость движения лодки вдоль реки равна нулю, т. е.

$$v \sin \alpha = u. \quad (3)$$

Модуль скорости движения поперек реки равен проекции скорости \vec{v} на вертикальное направление, т.е. $v \cos \alpha$, и за время переправы лодка проходит путь

$$l = (v \cos \alpha)t_2. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1) — (4), получим

$$l = \frac{t_2 s}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}}; l = 200 \text{ м}, v = \frac{l}{t_1}; v = 20 \text{ м/мин},$$

$$u = \frac{s}{t_1}; u = 12 \text{ м/мин}, \alpha = \arcsin \frac{u}{v} = 36^\circ 50'.$$

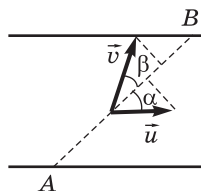


Рис. 181

16. Так же, как и в предыдущей задаче, следует найти проекции скорости течения реки и скорости катера на прямую AB и прямую, перпендикулярную к ней (рис. 181). Для того чтобы катер при движении находился все время на прямой AB , необходимо, чтобы проекции скорости течения и скорости

катера на направление, перпендикулярное к прямой AB , были равны друг другу по модулю, т.е.

$$v \sin \beta = u \sin \alpha. \quad (1)$$

При движении катера из пункта A в пункт B его скорость относительно берегов равна по модулю $v \cos \beta + u \cos \alpha$, а время движения определится из уравнения

$$s = (v \cos \beta + u \cos \alpha)t_1. \quad (2)$$

Время движения из пункта B в пункт A (рис. 182) определится из уравнения

$$s = (v \cos \beta - u \cos \alpha)t_2. \quad (3)$$

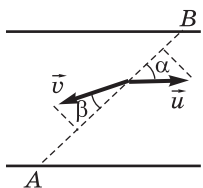


Рис. 182

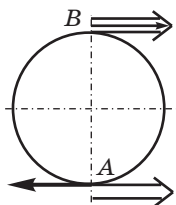


Рис. 183

Знак «-» появился потому, что изменился знак проекции.

По условию

$$t_1 + t_2 = t. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (1)–(4), найдем

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{s + \sqrt{s^2 + (u \cos \alpha)^2 t^2}}{(u \sin \alpha) t} \approx 12^\circ, v = u \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; v \approx 8 \text{ м/с.}$$

17. Все точки обода колеса совершают одновременно два движения: поступательное (вместе с велосипедом) и вращательное (вокруг оси колеса). Полная скорость каждой точки будет суммой линейных скоростей поступательного и вращательного движений. Если колесо велосипеда катится без скольжения, то линейная скорость вращательного движения обода колеса будет по модулю равна скорости поступательного движения велосипеда. В точке A эти скорости направлены в противоположные стороны (рис. 183), поэтому полная скорость точки A будет равна нулю. В точке B скорости поступательного и вращательного движений направлены в одну сторону, и полная скорость точки B будет равна $2v = 40 \text{ км/ч}$.

18. Перемещение конца нити обусловлено перемещением оси катушки и изменением длины нити за счет ее сматывания (или наматывания) с катушки во время движения. Нетрудно убедиться, что перемещения конца нити, вызываемые этими двумя причинами, всегда будут направлены в разные стороны. Если, например, катушка движется вправо, то вследствие перемещения оси катушки конец нити будет двигаться вправо, а за счет наматывания нити — влево.

Так как $r < R$, то изменение длины нити за один полный оборот всегда меньше перемещения оси катушки за

то же время. В результате сложения этих движений конец нити должен будет всегда перемещаться в ту сторону, в которую движется ось катушки. За время полного оборота T ось катушки переместится вправо на расстояние $2\pi R$, а длина нити уменьшится на $2\pi r$. Если скорость движения оси $u = \frac{2\pi R}{T}$, то скорость уменьшения длины нити равна

$$\frac{2\pi r}{T} = \frac{r}{R} \frac{2\pi R}{T} = \frac{r}{R} u.$$

Скорость движения конца нити равна разности этих скоростей:

$$v = u - \frac{r}{R} u; \text{ отсюда } u = \frac{R}{R-r} v.$$

Ось катушки перемещается быстрее конца нити.

19. Катушка перемещается в сторону движения конца нити со скоростью $u = \frac{R}{R+r} v$ (см. решение задачи 18).

Ось катушки перемещается медленнее конца нити.

20. Скорости движения каждого из тел относительно другого в первом и втором случаях:

$$u = v_1 + v_2, u' = v_1 - v_2. \quad (1)$$

Решая систему уравнений (1), имеем

$$v_1 = \frac{u + u'}{2}, v_2 = \frac{u - u'}{2}.$$

Скорости u и u' определяются по условию задачи из соотношений $u = \frac{s}{t}$, $u' = \frac{s'}{t'}$. Окончательно получаем $v_1 = 1,1$ м/с, $v_2 = 0,5$ м/с.

§ 2. Прямолинейное равнопеременное движение

$$\mathbf{21.} \quad v_0 = \frac{3s_1 - s_2}{2t}; v_0 = 1 \text{ м/с}; a = \frac{s_2 - s_1}{t^2}; a = 2,5 \text{ м/с}^2.$$

22. $g \approx 9,73 \text{ м/с}^2$.

У к а з а н и е. Следует вычислить значение g для каждого из путей.

23. Расстояние четвертой капли до крыши $\frac{h}{16} = 1 \text{ м}$;
расстояние между четвертой и третьей каплями $\frac{3h}{16} = 3 \text{ м}$;
между третьей и второй $-\frac{5h}{16} = 5 \text{ м}$; между второй и
первой $-\frac{7h}{16} = 7 \text{ м}$.

24. $s = 27 \text{ м}$; $v = 9 \text{ м/с}$.

25. Движение до точки B — равнозамедленное, так как проекция скорости уменьшается, после точки B — равноускоренное. В момент времени, соответствующий точке B , тело останавливается, и направление его скорости изменяется на противоположное, так как знак проекции скорости изменился. Уравнение движения имеет вид:

$$s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Здесь $v_{0x} = v_0 = 7 \text{ м/с}$ (это начальная скорость). Для определения a_x применим формулу $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$. Так как $v_x = 0$, то $a_x = -0,7 \text{ м/с}^2$. Следовательно,

$$s_x = 7t - 0,35t^2.$$

26. $h = 14,7 \text{ м}$.

27. Если время падения первого тела равно t , то время падения второго тела равно $t - \tau$, и уравнения движения обоих тел примут вид

$$h_1 = \frac{gt^2}{2}, \quad h_2 = \frac{g(t - \tau)^2}{2};$$

отсюда

$$h = h_1 - h_2 = gt\tau - \frac{g\tau^2}{2}, \text{ т. е. } t = \frac{h}{g\tau} + \frac{\tau}{2}.$$

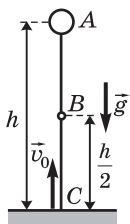


Рис. 184

28. I. Уравнения для путей AC и AB (рис. 184), пройденных телом с начала падения:

$$AC = h = \frac{gt^2}{2}, \quad AB = \frac{h}{2} = \frac{g(t-\tau)^2}{2},$$

где t – время движения тела от точки A до точки C , $\tau = 1$ с. Решая эту систему уравнений, получим $h \approx 57$ м и $t \approx 3,4$ с.

II. Рассмотрим уравнения для путей AB и BC . Для пути AB имеем

$$\frac{h}{2} = \frac{gt_1^2}{2},$$

где t_1 – время движения тела от точки A до точки B . Для пути BC имеем

$$\frac{h}{2} = v_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2},$$

где $v_0 = \sqrt{\frac{2gh}{2}}$ – скорость тела в точке B , а $t_2 = 1$ с – время движения от точки B до точки C . Полное время падения $t = t_1 + t_2 = t_1 + 1$ с. Решая эту систему уравнений, получим те же значения h и t .

29. Пути, пройденные до встречи первым и вторым телами:

$$H = \frac{gt^2}{2}, \quad h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Знак « $-$ » стоит потому, что векторы \vec{v}_0 и \vec{g}_0 направлены в противоположные стороны. (В решении последующих задач это будет учитываться без пояснения.)

Совместное решение этих уравнений дает ($h_{\max} > h$)

$$v_0 = \frac{H + h}{2H} \sqrt{2gH}.$$

Максимальная высота подъема h_{\max} определяется по формуле:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(H + h)^2}{4H}.$$

При $H = h$ имеем

$$v_0 = \sqrt{2gH} \quad (h_{\max} = h).$$

30. Из точки A в точку B первое тело падает время

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}}. \text{ От точки } C \text{ до максимальной высоты подъема}$$

второе тело движется в течение времени $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Искомое время

$$t = t_1 - t_2 = \frac{\sqrt{2H} - \sqrt{2h}}{\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{2gH} - \sqrt{2gh}}{g}.$$

При $H > h$ второе тело нужно бросать с запаздыванием; при $H = h$ тела нужно бросать одновременно; при $H < h$ второе тело нужно бросать до начала падения первого.

31. Если t — время движения первого тела, то время движения второго тела будет $t - \tau$ и уравнения движения обоих тел примут вид

$$h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad h_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}.$$

$$\text{В момент встречи } h_1 = h_2 \text{ и } t = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2}.$$

32. Так как в начальный момент груз находится на высоте h_0 и имеет начальную скорость \vec{v}_0 , направленную вверх, то уравнение движения груза будет иметь вид

$$h = h_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

Скорость груза для любого момента времени будет определяться уравнением

$$v = v_0 - gt. \quad (2)$$

При падении на землю $h = 0$. Подставляя это значение h в уравнение (1), находим время падения t и по этому времени из уравнения (2) — скорость в момент падения:

$$t = \frac{v_0}{g} + \frac{\sqrt{2gh_0 + v_0^2}}{g}, \quad v = \sqrt{2gh_0 + v_0^2}.$$

34. Скорость первого шарика в момент удара о плиту $v_0 = \sqrt{2gh_0}$. Так как удар упругий, то движение вверх после удара шарик начнет с такой же по модулю скоростью \bar{v}_0 . За время t первый шарик поднимется на высоту

$$h_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

За это же время второй шарик пройдет от точки A вниз расстояние

$$h_2 = \frac{gt^2}{2}.$$

В момент встречи $h_1 + h_2 = h_0$; отсюда $t = \frac{h_0}{v_0} = \sqrt{\frac{h_0}{2g}}$

и $h = h_1 = \frac{3h_0}{4}.$

35. Скорости первого и второго тел в любой момент времени относительно Земли:

$$v_1 = v_0 - gt, \quad v_2 = v_0 - g(t - \tau).$$

Искомая скорость движения второго тела относительно первого равна

$$v = v_2 - v_1 = g\tau$$

и направлена вверх как во время подъема, так и во время падения обоих тел.

Во время подъема расстояние между телами равномерно уменьшается, во время спуска равномерно увеличивается.

Если начальная скорость v_0 второго тела в два раза меньше начальной скорости первого тела, то $v = -v_0 + g\tau$.

36. Если расстояние до места встречи от пункта A равно s_1 , а от пункта B равно s_2 , то

$$s_1 = v_1 t - \frac{at^2}{2}, \quad s_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2},$$

$$s = s_1 + s_2 = v_1 t + v_2 t = (v_1 + v_2)t;$$

отсюда находим

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}; t = 10 \text{ с},$$

$$s_1 = \frac{v_1 s}{v_1 + v_2} - \frac{as^2}{2(v_1 + v_2)^2};$$

$$s_1 = 100 \text{ м.}$$

С течением времени расстояние между мотоциклистами уменьшается равномерно по закону $l = s - (v_1 + v_2)t$ и обращается в нуль через время $t = 10 \text{ с}$ (рис. 185).

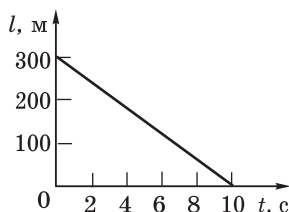


Рис. 185

§ 3. Криволинейное движение

37. Во всех трех случаях яблоко падает в течение одного и того же времени. Движение вагона сказывается только на горизонтальных составляющих скорости и ускорения яблока и не влияет на характер его движения по вертикали.

38. Движение пули можно рассматривать как результат сложения двух движений: равномерного движения по оси X со скоростью, равной начальной скорости \vec{v}_0 , и свободного падения по вертикали (оси Y). Траекторией движения является парабола.

Предположим, что B — точка падения пули в воду — начало системы координат XY (рис. 186), \vec{v} — скорость пули при падении в воду, v_x и v_y — проекции скорости на оси X и Y .

Так как $v_x = v_0$ и $v_y^2 = 2gh$, то скорость пули при падении в

воду $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$.

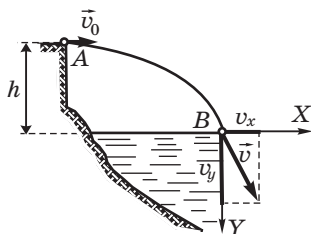


Рис. 186

39. Уравнения движения тел в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси имеют вид (мы учли, что соответствующие векторы сонаправлены и их проекции равны модулям векторов):

$$s_1 = v_1 t, s_2 = v_2 t; h_1 = \frac{gt^2}{2}, h_2 = \frac{gt^2}{2}.$$

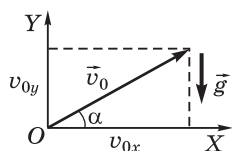


Рис. 187

Так как времена полета по условию одинаковы и равны $t = \frac{s_1}{v_1} = 2$ с,

то $h_1 = h_2 = 19,6$ м и $s_2 = v_2 t = 15$ м.

40. Проекции скорости снаряда в начальный момент на горизонтальную и вертикальную оси (рис. 187) равны:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Координаты снаряда с течением времени изменятся по закону:

$$x = s = v_{0x} t, \quad y = h = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию пушка и точка падения снаряда расположены на одной горизонтали, т. е. в точке падения $h = 0$. Подставляя это значение в уравнение для координаты y , находим время полета снаряда:

$$t = \frac{2v_{0y}}{g}; \quad t \approx 100 \text{ с}$$

(второй корень уравнения $t = 0$ определяет момент выстрела). Подставляя значение t в уравнение для координаты x , находим дальность полета снаряда:

$$s = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha; \quad s \approx 88,4 \text{ км.}$$

41. $\alpha = 45^\circ$ (см. решение задачи 40).

$$42. \quad \frac{h_1}{h_2} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

43. Если $s < s_{\max}$, то существуют два угла α_1 и α_2 , при которых для данной начальной скорости \bar{v}_0 дальность полета будет равна s . Этот результат получается непосредственно из уравнения для изменения координаты $x = s$ (см. решение задачи 40) и известного соотношения тригонометрии:

$$\sin 2\alpha = \sin (180^\circ - 2\alpha) = \sin 2(90^\circ - \alpha).$$

Дальность полета s при данной начальной скорости \vec{v}_0 будет одна и та же при углах бросания $\alpha_1 = \alpha$ и $\alpha_2 = 90^\circ - \alpha$, причем

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{gs}{v_0^2}.$$

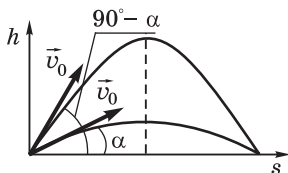


Рис. 188

Всегда существуют две траектории, двигаясь по которым брошенное тело попадает в одну и ту же точку (рис. 188). Пологая траектория, соответствующая углу α , называется «настильной», крутая траектория, соответствующая углу $90^\circ - \alpha$, — «навесной».

44. Наименьшая высота безопасного полета бомбардировщиков определяется наибольшей высотой h_{\max} подъема снарядов. Уравнение изменения координаты y имеет вид:

$$h = (v_0 \sin \alpha) - \frac{gt^2}{2}$$

(см. решение задачи 40). Проекция скорости снаряда на ось y в любой момент времени равна $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$. В наивысшей точке подъема $v_y = 0$; отсюда время подъема

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \text{ и } h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 2187 \text{ м.}$$

45. $\alpha \approx 76^\circ$ (см. решения задач 40 и 44).

46. Криволинейное движение мины по параболе можно представить как результат сложения двух прямолинейных движений — в горизонтальном и вертикальном направлениях. Перемещение мины будем отсчитывать от точки A (см. рис. 8). Проекции начальной скорости движения мины на горизонтальную и вертикальную оси равны

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

Уравнения для координат x и y мины имеют вид:

$$x = s = (v_0 \cos \alpha)t, \quad y = h = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1)$$

Расстояние по горизонтали s и высота h точки падения мины связаны с расстоянием l соотношениями:

$$s = l \cos \beta, \quad h = l \sin \beta. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1), а также используя соотношения (2), находим искомое расстояние:

$$l = \frac{2v_0^2}{g} \frac{(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) \cos \alpha}{\cos^2 \beta}. \quad (3)$$

Принимая во внимание, что по условию задачи $\alpha = 2\beta$, и преобразуя выражение (3), получим

$$l = \frac{2v_0^2 \sin \beta \cos \alpha}{g \cos^2 \beta} = \frac{2}{3} \frac{v_0^2}{g}.$$

§ 4. Вращательное движение твердого тела

47. $v = \frac{2\pi R}{T}$, где $T = 1$ ч; $v \approx 0,8$ см/с; $\omega = v/R = 1,75 \cdot 10^3$ рад/с.

48. $v = \frac{2\pi R \cos \varphi}{T}$, где $T = 24$ ч; $v \approx 233$ м/с; $a = \frac{v^2}{R} \cos \varphi$; $a \approx 1,7$ см/с².

49. Линейная скорость точек обода шкива в любой момент равна скорости груза:

$$v = \sqrt{2as}.$$

Когда груз пройдет путь $s = 1$ м, скорость станет равной $v = 20$ см/с.

Угловая скорость

$$\omega = \frac{v}{R} = 1 \text{ рад/с}.$$

Полное ускорение точки A складывается из ускорения \vec{a}_τ ($a_\tau = a$) центростремительного ускорения \vec{a}_n

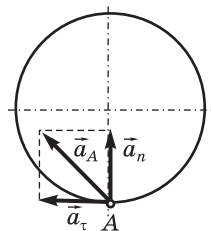


Рис. 189

$$\left(a_n = \frac{v^2}{R} \right) \text{ (рис. 189):}$$

$$a_A = \sqrt{a^2 + \frac{4a^2 s^2}{R^2}} = \frac{a}{R} \sqrt{R^2 + 4s^2}.$$

50. $v \approx 7,9$ км/с.

У к а з а н и е. При заданных в задаче условиях центростремительное ускорение при движении тела вокруг Земли должно быть равно ускорению свободного падения.

51. Центр вращения O лежит на расстоянии $x = 62,5$ см от линии AB и на расстоянии $y = 12,5$ см от линии AD .

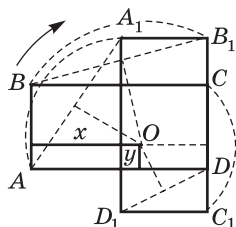


Рис. 190

У к а з а н и е. При повороте крышки стола из положения $ABCD$ в положение $A_1B_1C_1D_1$ (рис. 190) точка A переходит в точку A_1 , точка B – в точку B_1 и т. д. Линии AA_1 и BB_1 будут хордами дуг, по которым перемещаются точки A и B во время поворота крышки. Центр вращения будет лежать в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из середин этих хорд.

§ 5. Динамика прямолинейного движения тела. Второй закон Ньютона

52. $F = \frac{2ms}{t^2}$; $F = 12,5$ мН.

53. Если сила нормального давления камня \vec{F}_g . Эта сила по модулю равна силе тяжести, действующей на тело: $F_g = mg$, то сила трения $f = \mu F_g = \mu mg$. Ускорение, приобретенное камнем под действием этой силы определится из уравнения $\mu mg = ma$, а начальная скорость – из соотношения

$$v_0 = \sqrt{2as} = \sqrt{2\mu gs}; v = 7,56 \text{ м/с.}$$

54. $s = \frac{v_0^2}{2\mu g}$; $s = 25,6$ м (см. решение задачи 53).

55. $T = ma \approx 422$ Н.

56. Так как мощность мотора в обоих случаях одна и та же, то должно иметь место соотношение

$$N = F_1 v_1 = F_2 v_2,$$

где F_1 и v_1 – модуль силы тяги мотора и скорости тягача при движении по ледяной дороге, F_2 и v_2 – модуль силы тяги и скорости тягача при движении по лежневой дороге. Так как работа силы тяги мотора в обоих случаях, при постоянной скорости движения, расходуется только на преодоление силы трения, то должно быть

$$F_1 = \mu_1 F_g, F_2 = \mu_2 F_g,$$

где F_g – сила нормального давления саней на дорогу. Из (1) и (2) следует, что

$$\mu_1 v_1 = \mu_2 v_2, \text{ т. е. } v_2 = \frac{\mu_1 v_1}{\mu_2} = 1 \text{ км/ч.}$$

57. Если бы на тело действовала только сила тяжести mg , то оно двигалось бы с ускорением $g = 9,8 \text{ м/с}^2$. Тело движется с ускорением $a > g$, следовательно, на него действует, кроме силы \overrightarrow{mg} , еще некоторая сила, направленная вниз. По второму закону Ньютона

$\overrightarrow{mg} + \vec{F} = \overrightarrow{ma}$, или в скалярной форме с учетом направления векторов \vec{g} , \vec{F} и \vec{a} :

$$mg + F = ma.$$

Откуда

$$F = ma - mg = m(a - g); F = 24,5 \text{ Н.}$$

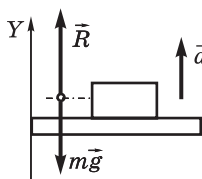


Рис. 191

58. Груз движется, так же как и подставка с ускорением \vec{a} . На груз действует сила тяжести $m\vec{g}$ (рис. 191) и сила реакции опоры \vec{R} , которая по модулю равна силе нормального давления \vec{F}_d груза на подставку. По вто-

рому закону Ньютона, написанному в проекциях на вертикальную ось, направленную вверх, будем иметь:

$$R_y + mg_y = ma_y.$$

Но

$$R_y = R, g_y = -g, a_y = a.$$

Следовательно,

$$R - mg = ma; \text{ отсюда } F_d = R = m(g + a).$$

59. На шарик действуют сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, и сила упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$. Под действием этих сил шарик движется с ускорением \vec{a} , направление которого неизвестно. Запишем для шарика второй закон Ньютона в проекциях на ось Y , направленную вертикально вниз:

$$mg_y + F_{\text{упр } y} = ma_y. \quad (1)$$

Здесь $g_y = g$; $F_{\text{упр } y} = -F_{\text{упр}} = -0,5mg$ (по условию задачи).

С учетом этого уравнение (1) примет вид:

$$mg - 0,5 mg = ma_y. \quad (2)$$

Отсюда $a_y = 0,5g = 4,9 \text{ м/с}^2$.

Так как проекция ускорения положительна, то вектор ускорения \vec{a} направлен вертикально вниз. Следовательно, точку O надо перемещать вертикально вниз с ускорением $a = 4,9 \text{ м/с}^2$.

60. По графику (см. рис. 11) находим проекции ускорения лифта: в первые две секунды $a_{1y} = \frac{v_y}{t_1} = 1,8 \text{ м/с}^2$. По второму закону Ньютона, записанному для проекций с учетом их знаков для каждого из тех случаев, имеем (модуль силы упругости мы заменим модулями силы натяжения):

$$T_1 - mg = ma_1, \quad T_2 - mg = 0, \quad T_3 - mg = -ma_3,$$

где T_1, T_2, T_3 — модули силы натяжения каната в соответствующие интервалы времени; отсюда $T_1 = 17,7 \text{ кН}$, $T_2 = 15 \text{ кН}$, $T_3 = 12,5 \text{ кН}$.

61. На каждый из грузов действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости со стороны пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$ (рис. 192). По второму закону Ньютона

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} = m\vec{a}, \text{ или } \vec{F}_{\text{упр}} = m(\vec{a} - \vec{g}).$$

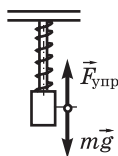


Рис. 192

В зависимости от модуля и направления ускорения \vec{a} силы упругости будут различными: а) если система покоится ($a = 0$), то $\vec{F}_{\text{упр}} = m \vec{g}$ (сила упругости, действующая со стороны пружины, равна по модулю силе тяжести, действующей на прикрепленный к ней груз); б) если система свободно падает ($\vec{a} = \vec{g}$), то $\vec{F}_{\text{упр}} = 0$ (деформации пружин отсутствуют, все грузы находятся на одном уровне).

62. Если парашютист спускается с постоянной скоростью, то равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю: $m \vec{g} + \vec{f} = 0$; или с учетом направления сил, $mg - f = 0$, следовательно, $f = mg = 784 \text{ Н}$.

63. Уравнение второго закона Ньютона для подъема тела: $m \vec{g} + \vec{f} = m \vec{a}$. Если ось направить вертикально вверх, то в скалярной форме это уравнение примет вид: $f_y - mg = ma_y$. Из уравнений кинематики для движения с конечной скоростью $v = 0$ следует, что $a_y = -\frac{v_0}{t}$; отсюда

$$f_y = ma_y + mg = m \left(-\frac{v_0}{t} + g \right); f_y = -88 \text{ мН}.$$

Знак «-» означает, что сила \vec{f} направлена противоположно оси Y , т. е. вертикально вниз.

В действительности сила сопротивления воздуха непостоянна. При малых скоростях она пропорциональна скорости движения тела, при больших скоростях она возрастает пропорционально более высоким степеням скорости.

64. В начале приседания человек расслабляет мышцы ног, дает возможность своему телу «падать» с некоторым ускорением \vec{a} , направленным вниз, и сила нормального давления на платформу весов \vec{F}_d (равная по модулю силе реакции опоры \vec{R}) становится такой что

$$mg - R = ma, \text{ или } F_d = R = mg - ma \text{ (т. е. } F_d < mg \text{)}.$$

(Уравнения написаны с учетом направления сил и знаков проекций векторов.)

В конце приседания человек напрягает мышцы ног, увеличивает силу нормального давления на платформу и тем самым создает ускорение \vec{a} , направленное вверх. При этом уравнение второго закона Ньютона примет вид $mg - R = -ma$, или $F_d = R = mg + ma$ (т. е. $F_d > mg$).

65. Ускорение стола во время разгона: $a = \frac{v}{t} = 2 \text{ м/с}^2$.

Уравнение второго закона Ньютона для движения стола во время разгона: $F - f = ma$, где $f = \mu mg$ — сила трения; отсюда

$$F = f + ma = 333,2 \text{ Н.}$$

66. Для определения силы натяжения \vec{T} ($T = F_{\text{упр}}$) необходимо записать уравнения второго закона Ньютона для каждого из брусков в отдельности. На брусок массой m_1 действуют силы

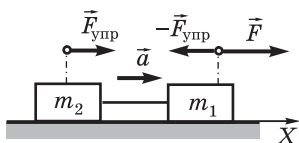


Рис. 193

\vec{F} и $\vec{F}_{\text{упр}}$, на брусок массой m_2 — только сила $\vec{F}_{\text{упр}}$ (рис. 193). Направим ось X в направлении силы \vec{F} и запишем уравнения второго закона Ньютона для двух брусков в скалярной форме с учетом направления векторов:

$$F - F_{\text{упр}} = m_1 a, \quad F_{\text{упр}} = m_2 a.$$

Решение этой системы дает значения искомых величин:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2}; \quad a = 2 \text{ м/с}^2,$$

$$F_{\text{упр}} = \frac{m_2 F}{m_1 + m_2}; \quad T = F_{\text{упр}} = 0,6 \text{ Н;}$$

а) $F_{\text{max}} \approx 17 \text{ Н}$, б) $F_{\text{max}} = 25 \text{ Н}$.

67. Под действием силы \vec{F} вся система движется с ускорением \vec{a} . Уравнения второго закона Ньютона для

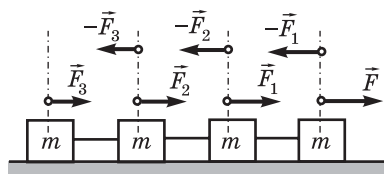


Рис. 194

каждого из брусков в скалярной форме имеют вид:

$$F - F_1 = ma,$$

$$F_1 - F_2 = ma,$$

$$F_2 - F_3 = ma,$$

$$F_3 = ma,$$

где F_1, F_2, F_3 — модули сил упругости нити (рис. 194). Решая эту систему уравнений, получим

$$T_1 = F_1 = 0,75F, T_2 = F_2 = 0,5F, T_3 = F_3 = 0,25F.$$

68. Тяжелый железнодорожный состав трудно сдвинуть с места, когда сцепки между вагонами находятся в натянутом состоянии. В этом случае сила тяги тепловоза должна сообщать ускорение всему составу сразу. Если вначале дать задний ход, то сцепки между вагонами будут ослаблены и при той же силе тяги тепловоз сможет сообщать значительно большие ускорения сначала ближайшей к нему части состава, а затем поочередно и всем остальным вагонам.

69. Если перед началом движения все сцепки в составе были натянуты, то разрыв может произойти в сцепках ближайших к тепловозу вагонов. Сила натяжения этих сцепок должна быть наибольшей, так как она должна обеспечивать появление ускорения сразу у всех находящихся сзади вагонов большой массы (см. решение задачи 68).

Если перед началом движения все сцепки вагонов состава сжаты, то разрыв может произойти в любом месте состава в зависимости от случайных соотношений сил упругости, возникающих в сцепках между отдельными вагонами.

70. Во всех трех случаях система будет двигаться с некоторым ускорением \bar{a} в сторону действия большей силы и динамометр будет показывать силу упругости $F_{\text{упр}}$, действующую между грузами. Для отыскания силы $F_{\text{упр}}$

необходимо написать уравнение второго закона Ньютона для каждого груза в отдельности. В случае а) имеем (рис. 195):

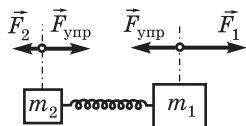


Рис. 195

$$F_1 - F_{\text{упр}} = m_1 a, \quad F_{\text{упр}} - F_2 = m_2 a;$$

отсюда

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m_1 + m_2}, \quad F_{\text{упр}} = F_1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} (F_1 - F_2).$$

В силу того, что $m_2 \ll m_1$ и $\frac{m_1}{m_1 + m_2} \approx 1$, можно считать, что

$$F_{\text{упр}} \approx F_2 = 9,8 \text{ Н.}$$

Аналогично, составляя уравнения второго закона Ньютона и используя условия, выражающие соотношение масс, можно рассмотреть и остальные случаи:

$$\text{б) } F_{\text{упр}} \approx F_1 = 19,6 \text{ Н; в) } F_{\text{упр}} = \frac{F_1 + F_2}{2} = 14,7 \text{ Н.}$$

71. Оба груза движутся с ускорением \vec{a} . На груз массой m_1 действуют сила тяжести $m_1 \vec{g}$ и сила упругости нити \vec{F} , на груз массой m_2 — сила упругости нити \vec{F} и сила трения \vec{f} ($f = \mu m_2 g$).

Уравнения второго закона Ньютона для каждого из грузов в скалярной форме имеют вид:

$$m_1 g - F = m_1 a, \quad F - \mu m_2 g = m_2 a.$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a = \frac{m_1 - \mu m_2}{m_1 + m_2} g, \quad T = F = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g (1 + \mu).$$

72. Все тела системы движутся с ускорением \vec{a} (рис. 196). На груз 1 действуют сила тяжести $m \vec{g}$ и сила упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$, на груз 2 — сила тяжести $m \vec{g}$, сила нормального давления перегрузка $\vec{F}_{\text{д}}$ и сила упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$.

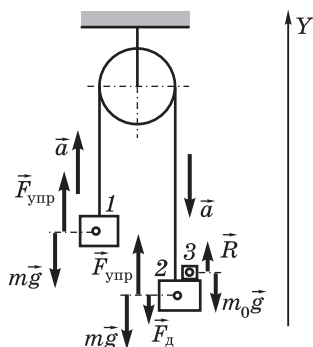


Рис. 196

На перегрузок 3 действуют сила тяжести $m_0 \vec{g}$ и сила реакции \vec{R} со стороны груза 2, равная по модулю силе нормального давления перегрузка $\vec{F}_д$ на груз 2.

Уравнения второго закона Ньютона для каждого из трех грузов в проекциях на ось Y , направленную вертикально вверх, имеют вид:

$$F_{\text{упр}} - mg = ma, -mg - F_d + F_{\text{упр}} = -ma, -m_0g + F_d = -m_0a.$$

Решение этой системы дает:

$$a = \frac{m_0}{2m + m_0} g, T = F_{\text{упр}} = \frac{2m(m + m_0)}{2m + m_0} g, F_d = \frac{2mm_0}{2m + m_0} g.$$

Сила давления на ось блока равна удвоенной силе натяжения нити $F = 2T$.

73. Ускорение \bar{a} грузов получим из уравнений второго закона Ньютона (см. решение задачи 72):

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Время движения найдем из кинематических уравнений равноускоренного движения без начальной скорости:

$$t = \sqrt{\frac{h}{a}} = \sqrt{\frac{h(m_1 + m_2)}{(m_2 - m_1)g}}; t = 0,6 \text{ с.}$$

74. Через время t каждый из грузов переместится из начального положения на расстояние

$$h = \frac{at^2}{2}, \text{ где } a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

(см. решение задачи 72). При этом центр масс системы грузов сместится на некоторое расстояние l из первоначального положения.

чального положения вниз в сторону большего груза (рис. 197). Так как расстояния от грузов до центра масс системы должны быть обратно пропорциональны массам этих грузов, можно записать:

$$\frac{h+l}{h-l} = \frac{m_1}{m_2}, \text{ или } l = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} h.$$

Подставляя значение $h = \frac{at^2}{2}$, получим

$$l = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \frac{at^2}{2}.$$

Сопоставляя полученный результат с формулой пути равноускоренного движения и подставляя значение ускорения a грузов, найдем, что центр масс системы должен двигаться вниз с ускорением

$$a_{\text{ц.м.}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} a = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 g,$$

т. е. ускорение центра масс системы меньше ускорения каждого из грузов в отдельности.

75. а) Максимальная сила трения покоя $f = \mu m_0 g = 4,9 \text{ Н}$ больше силы $F = 1,96 \text{ Н}$, приложенной к бруску.

Поэтому сила \vec{F} не может заставить брусок скользить по тележке. Вся система будет двигаться как единое целое с общим ускорением \vec{a} , и силу трения нужно определять из уравнений второго закона Ньютона для бруска и тележки:

$$F - f = m_0 a, \quad f = ma;$$

отсюда

$$a = \frac{F}{m + m_0}; \quad a = 9 \text{ см/с}^2, \quad f = \frac{mF}{m + m_0}; \quad f \approx 1,8 \text{ Н}.$$

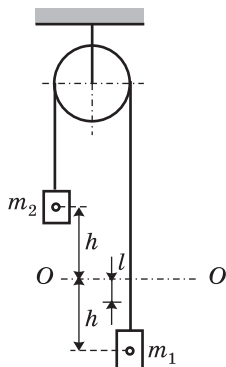


Рис. 197

б) Максимальная сила трения f меньше силы F . Поэтому сила \vec{F} вызовет скольжение бруска по тележке. У бруска и тележки будут разные ускорения \vec{a}_1 и \vec{a}_2 . Сила трения будет иметь во время движения максимальное значение $f = \mu m_0 g = 4,9$ Н. Уравнения второго закона Ньютона для бруска и тележки:

$$F - \mu m_0 g = m_0 a_1, \mu m_0 g = m a_2;$$

отсюда

$$a_1 = \frac{F - \mu m_0 g}{m_0}; a_1 = 7,5 \text{ м/с}^2, a_2 = \frac{\mu m_0 g}{m}; a_2 = 0,25 \text{ м/с}^2.$$

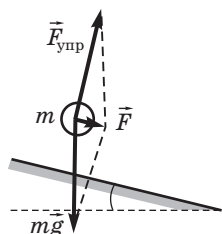


Рис. 198

76. Тележка будет скатываться с ускорением, равным по модулю $a = g \sin \alpha$. Для того чтобы шарик имел такое же ускорение, необходимо, чтобы равнодействующая силы тяжести $m \vec{g}$ и силы упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$, приложенных к шарiku (рис. 198), была направлена параллельно наклонной плоскости и ее модуль был равен $F = ma - mg \sin \alpha$. А это возможно только тогда, когда нить перпендикулярна к наклонной плоскости.

77. Бревно движется без ускорения; следовательно, сила трения равна по модулю горизонтальной проекции F_x силы \vec{F} , т. е. $f = \frac{F\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$. Сила нормального давления бревна на землю $\vec{F}_д$ (равная по модулю силе реакции земли)

$$F_д = R = mg - F_y = mg - \frac{Fh}{l}.$$

Коэффициент трения

$$\mu = \frac{f}{F_д} = \frac{F\sqrt{l^2 - h^2}}{mgl - Fh}.$$

Изменение точки приложения силы \vec{F} изменяет лишь точку приложения силы нормального давления, но не

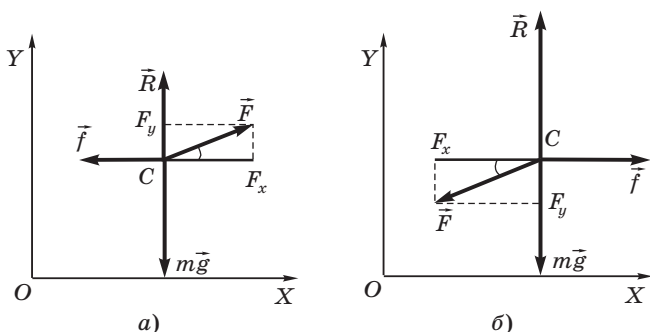


Рис. 199

изменяет ее значения. Поэтому сила трения будет та же, что и в первом случае.

78. На тачку действуют следующие силы: сила тяжести $m \vec{g}$, сила реакции опоры (дороги) \vec{R} , сила трения \vec{f} и сила \vec{F} , прикладываемая человеком. На рис. 199, а изображены эти силы для случая, когда человек тянет тачку, а на рис. 199, б — для случая, когда он ее толкает (точки приложения сил совпадают с центром масс С тачки). Под действием этих сил тачка движется с постоянной скоростью, т. е. $\vec{a} = 0$.

Уравнение второго закона Ньютона имеет вид:

$$m \vec{g} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F} = 0.$$

Запишем его в проекциях на оси X и Y:

$$mg_x + R_x + f_x + F_x = 0,$$

$$mg_y + R_y + f_y + F_y = 0.$$

Для случая, изображенного на рис. 199, а, эти уравнения можно переписать так:

$$f = F \cos \alpha, -mg + R + F \sin \alpha = 0.$$

(Мы учли, что $mg_x = 0$, $mg_y = mg$, $R_x = 0$, $R_y = R$, $f_x = -f$, $f_y = 0$, $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$.)

Следовательно,

$$R = mg - F \sin \alpha.$$

Так как сила нормального давления тачки на дорогу

$\vec{F}_{\text{дл}}$ равна по модулю силе реакции \vec{R} , то $F_{\text{дл}} = mg - F \sin \alpha$.

Для случая, изображенного на рис. 199, б, из уравнения второго закона Ньютона, записанного для модулей сил, получаем:

$$R = mg + F \sin \alpha.$$

Следовательно, $F_{д2} = mg + F \sin \alpha$.

Так как $F_{д2} > F_{д1}$, то во втором случае человеку нужно будет преодолевать бóльшую силу трения $f = \mu F_{д2}$.

79. Ускорение вагонетки во время торможения равно $a = \frac{v_0}{t}$ и направлено вверх вдоль уклона дороги. На вагонетку действуют следующие силы: сила тяжести $m \vec{g}$, сила упругости каната \vec{F} , сила реакции опоры \vec{R} и сила трения \vec{f} (рис. 200).

В соответствии со вторым законом Ньютона

$$m \vec{g} + \vec{F} + \vec{R} + \vec{f} = m \vec{a}. \quad (1)$$

Проведем оси X и Y так, как показано на рис. 200, и запишем выражение (1) в проекциях на эти оси с учетом знаков и значений проекций.

$$\text{На ось } X: f + F - mg \sin \alpha = ma; \quad (2)$$

на ось Y :

$$-mg \cos \alpha + R = 0. \quad (3)$$

Из соотношения (2) выразим F :

$$F = mg \sin \alpha - f + ma,$$

где $f = \mu F_{д}$, но $F_{д} = R$, и

$$a = \frac{v_0}{t}.$$

Из уравнения (3) выразим R :

$$R = mg \cos \alpha.$$

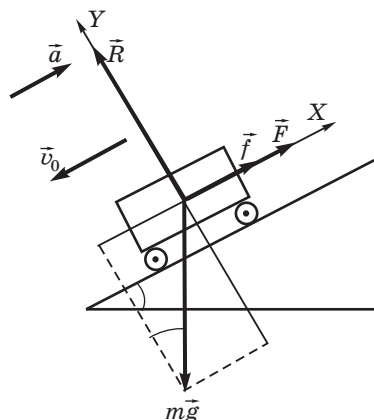


Рис. 200

Окончательно для F получим:

$$F = m(a + g \sin \alpha) - \mu mg \cos \alpha; F \approx 2,6 \text{ кН.}$$

Так как $T = F$ (третий закон Ньютона), то $T \approx 2,6 \text{ кН.}$

80. При въезде на наклонную плоскость тележка приобретет ускорение \vec{a} , направленное в сторону, противоположную ее движению. Точка подвеса, двигаясь замедленно, отстанет от шарика. Ускорение шарика станет равным ускорению тележки в тот момент, когда нить, удерживающая шарик, будет направлена перпендикулярно к наклонной плоскости (см. решение задачи 76).

§ 6. Импульс. Закон сохранения импульса

81. Изменение импульса шарика при ударе о стенку равно произведению силы, действующей на шарик, на время ее действия:

$$m \vec{v}_2 - m \vec{v}_1 = \vec{F} t,$$

где $m \vec{v}_1$ и $m \vec{v}_2$ — импульсы шарика до и после удара. Так как в результате удара импульс шарика изменил направление на противоположное, сохранив модуль ($\vec{v}_2 = -\vec{v}_1 = -\vec{v}$), то изменение импульса шарика равно $-2m \vec{v}$ и направлено от стенки, т. е. $\vec{F} t = -2m \vec{v}$. Модуль силы действия шарика на стенку $F = \frac{2mv}{t}$.

82. $\vec{F} t = -m \vec{v}$.

У к а з а н и е. Скорость шарика после удара $v_2 = 0$ (см. решение задачи 81).

83. Если вектор \vec{OA} — импульс шарика до удара, вектор \vec{OB} — после удара (рис. 201), то вектор \vec{AB} определяет изменение импульса шарика. Если рассмотреть проекции векторов \vec{OA} и \vec{OB} на оси, перпендикулярную (OX) и параллельную (OY) стенке, то из равен-

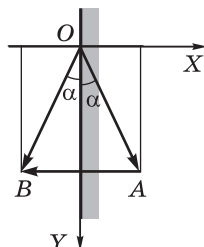


Рис. 201

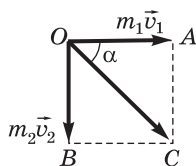


Рис. 202

ства углов α и равенства модулей векторов \overline{OA} и \overline{OB} следует, что изменение импульса шарика $m\Delta v$ происходит только за счет изменения проекции, перпендикулярной к стенке (она изменяет знак), т.е. оно равно по модулю $2mv \sin \alpha$ и направлено от стенки.

84. Импульс \vec{p} системы шариков изобразится вектором \overline{OC} (рис. 202), составляющим угол $\alpha = 45^\circ$ с векторами \overline{OA} и \overline{OB} , и равен по модулю $p = \sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2} = 0,017 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

$$85. m = \frac{Ft}{\Delta v} = 9,8 \text{ кг}.$$

86. Сила тяги \vec{F} тепловоза за время t изменяет импульс поезда на величину $\vec{F}t$, а сила трения – на величину $\vec{f}t$ ($ft = \mu mgt$). Согласно второму закону Ньютона

$$Ft - \mu mgt = mv; \text{ отсюда } F = \frac{mv}{t} + \mu mg; F = 999,6 \text{ кН}.$$

87. Сила нормального давления тела на плоскость $F_d = R = mg \cos \alpha$; сила трения $f = \mu F_d = \mu mg \cos \alpha$. Проекция силы тяжести на ось X , направленную вдоль наклонной плоскости к ее основанию, равна $mg \sin \alpha$. Согласно второму закону Ньютона

$$(mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha)t = mv, \quad (1)$$

где v – скорость тела в конце спуска и t – время спуска.

Так как начальная скорость $v_0 = 0$, то $l = \frac{at^2}{2} = \frac{vt}{2}$;

отсюда $v = \frac{2l}{t}$. Подставляя значение v в уравнение (1), найдем

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}} \approx 1 \text{ с}. \quad (2)$$

88. Сила \vec{F} , с которой человек тянет веревку, изменяет импульсы лодок на величину $\vec{F}t$ ($Ft = 250 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$). Первая лодка за счет этого приобретает скорость относительно берега $v_1 = \frac{Ft}{m_1} = 1 \text{ м/с}$, а вторая лодка – скорость

$v_2 = \frac{Ft}{m_2} = 0,5 \text{ м/с}$. Скорость первой лодки относительно второй $u = v_1 + v_2 = 1,5 \text{ м/с}$.

Задачу можно также решить, рассчитывая по второму закону Ньютона ускорения лодок, а затем по формулам равноускоренного движения – скорости.

89. Так как импульс системы человек – аэростат до начала движения человека равен нулю, то при перемещении человека вверх аэростат должен начать опускаться с такой скоростью v_1 , чтобы импульс системы человек – аэростат по-прежнему оставался равным нулю.

Скорость движения человека относительно Земли $v_2 = u - v_1$. Импульс человека равен $m_2 v_2$, импульс аэростата равен $m_1 v_1$ и импульс системы человек – аэростат

$$m_2(u - v_1) - m_1 v_1 = 0; \text{ отсюда } v_1 = \frac{m_2 u}{m_1 + m_2}.$$

90. Центр масс тележек перед началом движения лежит на прямой OO (рис. 203). По определению центра масс расстояния от тележек l_1 и l_2 до центра масс системы в любой момент времени t должны быть обратно пропорциональны их массам:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Пути, пройденные тележками за время t :

$$s_1 = v_1 t, \quad s_2 = v_2 t,$$

т.е. $\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2}.$

Согласно закону сохранения импульса скорости, полученные тележками за счет

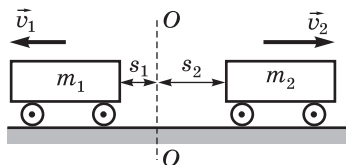


Рис. 203

действия сжатой пружины, равны $v_1 = \frac{Ft}{m_1}$ и $v_2 = \frac{Ft}{m_2}$, следовательно,

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{Ft}{m_1}}{\frac{Ft}{m_2}} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Расстояния от тележек до прямой OO удовлетворяют тому же соотношению, что и расстояния до центра масс, т. е. центр масс тележек все время остается на прямой OO .

Этот же результат непосредственно получается из закона сохранения импульса:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2, \text{ или } \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

91. Суммы импульсов осколков гранаты до и после разрыва равны соответственно $(m_1 + m_2)\vec{u}$ и $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$. Так как изменение импульсов осколков гранаты произошло только за счет внутренних сил, то согласно закону сохранения импульса в проекциях на ось X , совпадающую с направлением движения гранаты, будем иметь:

$$(m_1 + m_2)u = m_1 v_{1x} + m_2 v_2.$$

При написании этого уравнения мы учли, что $u_x = u$ и $v_{2x} = v_2$. Отсюда

$$v_{1x} = \frac{(m_1 + m_2)u - m_2 v_2}{m_1} = -12,5 \text{ м/с}.$$

Знак «-» у проекции скорости показывает, что после разрыва меньший осколок гранаты стал двигаться в сторону, противоположную направлению движения гранаты.

92. Дальность полета ракеты $s = \frac{v_1^2}{g} \sin 2\alpha$ (см. решение задачи 40). Начальная скорость ракеты определяет-

ся из закона сохранения импульса: $v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1}$. Подставляя значение v_1 в формулу для s , имеем

$$s = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2 \frac{v_2^2}{g} \sin 2\alpha = 360 \text{ м.}$$

93. Суммы импульсов шара и тележки до и после встречи равны $m_2 \vec{v}_2 + m_1 \vec{v}_1$ и $(m_2 + m_1) \vec{u}$. Согласно закону сохранения импульса

$$m_2 \vec{v}_2 + m_1 \vec{v}_1 = (m_2 + m_1) \vec{u}.$$

Запишем это уравнение в проекциях на ось X , направленную слева направо, при этом учтем, что $v_{2x} = v_2$, $v_{1x} = -v_1$:

$$m_2 v_2 - m_1 v_1 = (m_2 + m_1) u_x.$$

Отсюда

$$u_x = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_1}{m_2 + m_1} = 0,33 \text{ м/с.}$$

Проекция u_x положительна, следовательно, тележка покатится вправо,

94. Обозначим через v_1 скорость ракетоплана после выброса первой порции газа, v_2 — после выброса второй порции, v_3 — после выброса третьей и v_N — после выброса N -й порции. Пользуясь законом сохранения импульса, получим для скоростей ракетоплана:

после выброса первой порции газа

$$(M - m)v_1 - mu = 0, \text{ или } v_1 = \frac{mu}{M - m};$$

после выброса второй порции газа

$$(M - m)v_1 = (M - 2m)v_2 - mu, \text{ или } v_2 = \frac{2mu}{M - 2m};$$

после выброса третьей порции газа

$$(M - 2m)v_2 = (M - 3m)v_3 - mu, \text{ или } v_3 = \frac{3mu}{M - 3m} \approx 2 \text{ м/с.}$$

Для скорости ракетоплана после N -го взрыва будем иметь

$$v_N = \frac{Nmu}{M - Nm} \approx 13,5 \text{ м/с.}$$

95. $v_2 = \frac{2mu}{M - 2m} \approx 1 \text{ м/с}$ (см. решение задачи 94).

96. При определении скорости отката орудия следует учитывать только проекцию скорости снаряда на горизонтальное направление, так как отдача, обусловленная вертикальной проекцией этой скорости, будет погашена силами реакции поверхности Земли.

Горизонтальная проекция скорости снаряда $u_x = u \cos \alpha$. Согласно закону сохранения импульса

$$0 = Mv_x + mu_x.$$

Отсюда

$$v_x = -\frac{mu_x}{M} = -\frac{mu \cos \alpha}{M} \approx -3,5 \text{ м/с.}$$

Знак « $-$ » у проекции означает, что скорость отката \vec{v} направлена противоположно выбранному направлению оси X .

97. $v = \frac{m\sqrt{2gh \cos \alpha}}{m + M}$ (см. решение задачи 96).

§ 7. Работа. Энергия. Мощность. Закон сохранения энергии

98. Скорость ствола v в момент выстрела определится из закона сохранения импульса: $v = \frac{mu}{M}$. Кинетическая

энергия $\frac{Mv^2}{2}$, полученная стволом в момент выстрела, полностью будет израсходована на работу по преодолению силы торможения: $A = fs$, т.е. будет иметь место равенство

$$\frac{Mv^2}{2} = fs; \text{ отсюда } f = \frac{Mv^2}{2s} = \frac{m^2 u^2}{2Ms}; f = 12,5 \text{ кН.}$$

99. Энергия тела в конце падения $E = \frac{mv_0^2}{2} + mgH$.

Средняя сила сопротивления почвы определится из закона сохранения энергии:

$$fh = E; \text{ отсюда } f = \frac{E}{h} = \frac{m}{2h} (v_0^2 + 2gH); f = 12,25 \text{ кН.}$$

Задача может быть также решена путем прямого применения второго закона Ньютона и расчета ускорений тела при углублении в почву. Скорость тела у поверхности земли $v = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$. Ускорение при движении тела

в почве $a = \frac{v^2}{2h} = \frac{v_0^2 + 2gH}{2h}$. Сила сопротивления почвы

$$f = ma = \frac{m}{2h} (v_0^2 + 2gH).$$

Так как сила тяжести mg мала по сравнению с силой сопротивления f , то в решении не учитывается ее действие при движении тела в почве.

100. Сани, находясь на вершине горы, обладают потенциальной энергией, равной mgh . Эта энергия при движении расходуется на работу A_1 по преодолению силы трения на участке OB и на работу A_2 по преодолению силы трения на участке BC :

$$mgh = A_1 + A_2.$$

Для участка OB сила трения $f_1 = \frac{\mu mgl}{\sqrt{l^2 + h^2}}$, где l — длина отрезка AB , и работа $A_1 = f_1 \cdot OB = \mu mgl$. Для участка BC сила трения $f_2 = \mu mg$ и работа $A_2 = f_2 \cdot BC = \mu mg(s - l)$; отсюда

$$mgh = A_1 + A_2 = \mu mgs, \text{ т.е. } \mu = \frac{h}{s}.$$

Уравнение второго закона Ньютона для движения саней на участке OB в проекциях на ось X , направленную вдоль наклонной плоскости к ее основанию, имеет вид:

$$mg \frac{h}{\sqrt{l^2 + h^2}} - f_1 = ma_{1x}; \text{ отсюда } a_{1x} = \frac{gh}{\sqrt{l^2 + h^2}} \left(1 - \frac{l}{s} \right).$$

Так как $\frac{l}{s} < 1$, то $a_{1x} > 0$ – сани движутся равноускоренно.

Для участка BC (ось X направлена слева направо) уравнение второго закона Ньютона имеет вид: $-f_2 = ma_{2x}$.

Так как $f_2 = \mu mg$, то $a_{2x} = -\mu g$. Знак «-» у проекции ускорения означает, что на участке BC сани движутся равнозамедленно.

101. При том же коэффициенте трения μ расстояние s не будет меняться с уменьшением наклона горы.

Сани двигаться не будут. При таком угле наклона

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{s} = \mu$, и сила трения по модулю будет равна

проекции силы тяжести на ось, направленную вдоль наклонной плоскости к ее основанию.

102. Потенциальная энергия параллелепипеда, определяемая высотой, на которой расположен центр масс, в различных положениях равна: $2mgl$, когда он лежит на меньшей грани; mgl , когда он лежит на средней грани;

$\frac{mgl}{2}$, когда он лежит на большей грани. Наиболее устойчивым положением, соответствующим минимальной потенциальной энергии тела, будет последнее.

103. Работа, совершаемая силой сопротивления воздуха, равна изменению кинетической энергии пули:

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2); A = -3,75 \text{ кДж.}$$

Так как работа отрицательна, то совершалась она за счет убыли кинетической энергии тела.

104. В первом случае мальчик при бросании камня совершает работу $\frac{mv_1^2}{2}$. Если во втором случае сила, действующая на камень, та же, то он совершает такую же работу, но за ее счет кинетическую энергию приобретают камень и мальчик:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}, \quad (1)$$

где u — скорость движения мальчика. Согласно закону сохранения импульса

$$mv_2 = Mu. \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) и (2), получим скорость камня во втором случае и скорость мальчика, которую он приобрел после броска:

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{M}{M+m}} \quad (v_2 < v_1), \quad u = v_1 \sqrt{\frac{m^2}{M(M+m)}}.$$

Скорость камня относительно мальчика

$$v' = v_2 + u = v_1 \sqrt{\frac{M+m}{M}} \quad (v' > v_1).$$

Так как мощность $N = Fv$ и во втором случае камень движется относительно мальчика быстрее, чем в первом случае ($v' > v_1$), то мальчик должен во втором случае развивать большую мощность.

105. В обоих случаях человек сообщает лодке массой m одно и то же ускорение $a = \frac{F}{m}$; поэтому скорость лодки массой m к концу третьей секунды равна

$$v = at = \frac{Ft}{m} = 1 \text{ м/с},$$

т. е. будет в обоих случаях одной и той же. Работа, совершаемая в первом и во втором случаях, соответственно равна

$$A_1 = \frac{mv^2}{2} = 150 \text{ Дж}, \quad A_2 = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = 375 \text{ Дж},$$

где $u = \frac{Ft}{M}$ — скорость лодки массой M к концу третьей секунды. Мощность, развиваемая человеком к концу третьей секунды, в первом и втором случаях равна:

$$N_1 = Fv = 100 \text{ Вт}, \quad N_2 = F(v + u) = 250 \text{ Вт}.$$

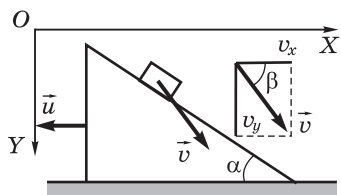


Рис. 204

106. Во втором случае скорость бруска будет меньше, так как потенциальная энергия, которой обладает брусок, находясь на высоте h , расходуется в первом случае только на сообщение кинетической энергии бруску, во

втором случае – на сообщение кинетической энергии бруску и призме одновременно.

107. Обозначим через \vec{u} скорость перемещения призмы, через v_x и v_y – проекции скорости бруска \vec{v} относительно земли на горизонтальную и вертикальную оси (рис. 204), через β – угол между направлением движения бруска и горизонтом, причем очевидно, что

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}. \quad (1)$$

Так как на призму в вертикальном направлении помимо силы давления бруска действует сила реакции опоры, то при рассмотрении поведения системы брусок – призма закон сохранения импульса можно применять только к горизонтальным проекциям скорости бруска и призмы:

$$mv_x + Mu_x = 0,$$

или учитывая знак u_x ,

$$mv_x - Mu = 0. \quad (2)$$

Допустим, что в некоторый момент времени брусок находился в точке A призмы (рис. 205). В течение пер-

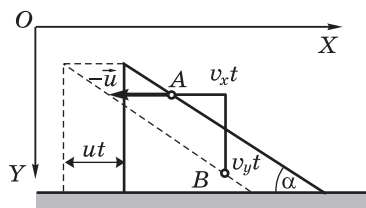


Рис. 205

вой секунды ($t = 1$ с) призма переместилась влево на расстояние ut , брусок по горизонтали переместился вправо на расстояние $v_x t$ и по вертикали – на расстояние $v_y t$. Все эти перемещения должны быть тако-

вы, чтобы после них брусок оказался снова на призме в некоторой точке B . Следовательно, величины u , v_x и v_y должны удовлетворять не только законам сохранения энергии и импульса, но и соотношению

$$\frac{v_y}{u + v_x} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (3)$$

Это соотношение является выражением того условия, что брусок при движении находится все время на призме.

Из выражения (2) находим $u = \frac{mv_x}{M}$. Подставляя значение u в уравнение (3) и используя соотношение (1), получим

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{m + M}{M} \operatorname{tg} \alpha.$$

Как и следовало ожидать, $\operatorname{tg} \beta > \operatorname{tg} \alpha$ и $\beta > \alpha$. Скорость бруска в случае спуска по подвижной призме направлена под большим углом к горизонту, чем при спуске с неподвижной призмы. Пользуясь законом сохранения энергии и зная высоту h начального положения бруска, можно вычислить скорости u и v .

108. Если массы шаров обозначить через m_1 и m_2 , то, пользуясь законом сохранения импульса, получим

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (1)$$

или в проекциях на ось X , направленную по движению первого шара:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}.$$

Применяя закон сохранения энергии и полагая, что полная кинетическая энергия шаров после удара не изменилась, можно записать

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 u_{2x}^2}{2}. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2) при $m_1 = m_2 = m$, получим $u_{2x} = v_1$ и $-u_{1x} = v_2$, т.е. после абсолютно упруго-

го удара шары одинаковой массы обмениваются скоростями. Если до удара первый шар двигался слева направо со скоростью \vec{v}_1 , то после удара он будет двигаться в противоположном направлении со скоростью \vec{v}_2 .

109. Проекции импульсов лодок на ось, направленную по движению первой лодки, равны соответственно: первой лодки до и после перекалывания груза $(M_1 + m)u_x$ и M_1u_x ; второй лодки до и после перекалывания груза M_2u_x и $(M_2 + m)v_{2x}$. Импульс обеих лодок до перекалывания груза должен быть равен импульсу лодок после перекалывания груза:

$$(M_1 + m - M_2)u = M_1u - (M_2 + m)v_2$$

(мы учли при переходе к модулям величин знаки их проекций), отсюда $M_2 = \frac{m(u + v_2)}{u - v_2} = 300$ кг.

Энергии лодок до и после перекалывания груза:

$$E_1 = \frac{(M_1 + M_2 + m)u^2}{2}; E_1 = 15,48 \text{ кДж};$$

$$E_2 = \frac{M_1u^2 + (M_2 + m)v_2^2}{2}; E_2 = 11,88 \text{ кДж}.$$

Энергия уменьшилась за счет перехода части энергии во внутреннюю при выравнивании скоростей груза и второй лодки.

$$\mathbf{110.} \quad N = \frac{mgh}{t}; N = 490 \text{ кВт}.$$

111. Полезная мощность $\eta N = Fv$; отсюда $F = \frac{\eta N}{v}$; $F \approx 48$ кН.

112. Сила трения f между колодками и валом определяется из условия равновесия рычага тормозного динамометра: момент силы трения \vec{f} равен моменту силы тяжести $m\vec{g}$, действующей на груз массой m :

$$fr = mgl; \text{ отсюда } f = \frac{mgl}{r},$$

где r — радиус вала. Скорость точек поверхности вала $v = 2\pi nr$. Мощность двигателя

$$N = fv = \frac{mgl \cdot 2\pi nr}{r} = 2\pi n mgl; N \approx 3 \text{ кВт.}$$

$$113. N = \frac{2\pi r F}{t} \approx 108 \text{ Вт.}$$

114. Максимальная мощность развивается мотором в конце разбега и равна $N = Fv$, где F — сила тяги винтов, по условию остающаяся постоянной во все время разбега. Сила F определяется из второго закона Ньютона:

$$F - \mu mg = ma.$$

Ускорение $a = \frac{v^2}{2s}$, так что $F = \mu mg + \frac{mv^2}{2s}$, а мощность $N = \mu mgv + \frac{mv^3}{2s}$; $N \approx 98,5 \text{ кВт.}$

115. Сила трения, преодолеваемая при обработке, $f = \mu F$. Скорость обода камня $v = \pi dn$. Необходимая мощность

$$N = fv = \mu F \pi dn \approx 75 \text{ Вт.}$$

116. Шкив вращается под действием силы, равной $F - f$. Скорость обода шкива $v = 2\pi rn$, мощность $N = (F - f) \cdot 2\pi rn$. Так как по условию задачи $F = 2f$, то

$$f = \frac{N}{2\pi rn}; f \approx 4,8 \text{ кН}, F = \frac{N}{\pi rn}; F \approx 9,6 \text{ кН.}$$

§ 8. Динамика вращательного движения тела

117. Модули сил \overline{F}_1 и \overline{F}_2 , действующих на шарики массами m_1 и m_2 , равны: $F_1 = m_1 \omega^2 l_1$ и $F_2 = m_2 \omega l_2$, где $l_2 = l - l_1$ (рис. 206). По условию $F_1 = F_2$, т. е.

$$m_1 \omega^2 l_1 = m_2 \omega^2 (l - l_1), \text{ или } l_1 = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2}.$$

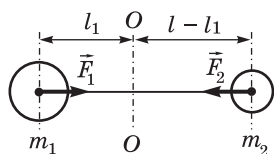


Рис. 206

Таковыми же выражениями определяются и расстояния от шаров до центра масс системы. Силы натяжения нитей одинаковы, когда центр вращения совпадает с центром масс системы. В итоге имеем $l_1 = 25$ см, $l_2 = l - l_1 = 75$ см.

118. Равновесие шариков достигается в том случае, когда сила, действующая на шарик *B* со стороны нити и создающая центростремительное ускорение, равна силе тяжести, действующей на шарик *A*:

$$m\omega^2 r = mg; \text{ отсюда } \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = 7 \text{ рад/с.}$$

Равновесие будет неустойчивым.

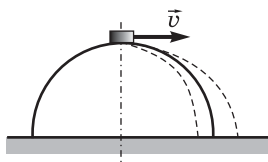


Рис. 207

119. Скорость шайбы \vec{v} должна быть такой, чтобы параболическая траектория свободного падения шайбы, соответствующая этой скорости, проходила вне полусферы, лишь касаясь ее в верхней точке (рис. 207).

Модуль вертикальной составляющей ускорения шайбы в этой точке при движении ее по параболе равен g , модуль центростремительного ускорения при движении по окружности радиусом R со скоростью v равен $\frac{v^2}{R}$. Если $g \leq \frac{v^2}{R}$, то кривизна параболы

будет меньше кривизны поверхности полусферы и парабола будет проходить вне полусферы, т. е. шайба не будет скользить по полусфере при скоростях $v \geq \sqrt{gR}$.

120. $a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 0,033 \text{ м/с}^2$, где T – период вращения Земли. Уменьшение веса тел на экваторе, вызываемое вращением Земли, составляет приблизительно 0,0034 силы тяжести, действующей на тела в этом месте.

121. Если частицы воды выходят из насоса со скоростью v , то они смогут подняться на такую высоту h , при которой их кинетическая энергия перейдет в потенциальную энергию, т. е. всегда будет иметь место равенство

$$v^2 = 2gh.$$

Считая, что скорость частиц воды равна линейной скорости концов лопастей насоса, найдем частоту вращения лопастей насоса:

$$n = \frac{v}{2\pi R} = \frac{\sqrt{2gh}}{2\pi R}.$$

Когда установится стационарный режим и вода поднимется в трубе на максимальную высоту, то давление на выходе из насоса станет равным давлению столба воды высотой h , т. е.

$$p = \rho gh = \frac{\rho v^2}{2} = \frac{\rho \omega^2 R^2}{2},$$

где $\omega = 2\pi n$ — угловая скорость движения частиц воды в насосе, ρ — плотность воды. Внутри насоса при перемещении от оси к концу лопастей давление будет расти пропорционально квадрату расстояния до оси.

Для расчета силы, сообщающей частицам воды центростремительное ускорение, выделим тонкий слой воды, ограниченный цилиндрами радиусами R_1 и R_2 (рис. 208). Толщину слоя $r = R_1 - R_2$ возьмем достаточно малой для того, чтобы можно было считать скорости всех частиц этого слоя одинаковыми. На каждый элемент объема воды, опирающийся на единицу площади поверхности внутреннего цилиндра радиусом R_2 , будет действовать давление, равное разности давлений:

$$\begin{aligned} p &= p_1 - p_2 = \rho \frac{\omega^2 R_1^2}{2} - \rho \frac{\omega^2 R_2^2}{2} = \\ &= \rho \frac{\omega^2}{2} (R_1^2 - R_2^2). \end{aligned}$$

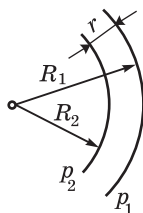


Рис. 208

Замечая, что масса воды в объеме $V = Sr$ равна $m = \rho S(R_1 - R_2)$, и полагая (в силу малости r) $R_1 + R_2 \approx 2R$, получим

$$F = pS = \frac{\omega^2}{2} \rho S(R_1 - R_2)(R_1 + R_2) = \frac{m\omega^2}{2} (R_1 + R_2) \approx m\omega^2 R,$$

т. е. в центробежном насосе устанавливается такое распределение давлений, что разность давлений, действующих на каждый слой, как раз достаточна для создания необходимых центростремительных ускорений у частиц воды, находящихся в этом слое.

122. Центростремительное ускорение при движении груза обеспечивается только силой трения:

$$f = m\omega^2 R = 4\pi^2 R m n^2; f \approx 790 \text{ мН.}$$

Груз начнет скользить по столу при такой угловой скорости ω_0 , при которой центростремительное ускорение будет создавать максимальная сила трения покоя:

$$\mu mg = m\omega_0^2 R; \text{ отсюда } \omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{R}} = 2,2 \text{ рад/с.}$$

123. Допустим, что длина шнура увеличилась на l . Тогда радиус окружности, по которой будет двигаться шарик, $R = l_0 + l$, и сила натяжения шнура $T = kl$. При вращении с угловой скоростью ω шарик будет иметь центростремительное ускорение $\omega^2 R = \omega^2(l_0 + l)$, которое создается силой упругости, действующей на шарик со стороны шнура. По второму закону Ньютона $F_{\text{упр}} = m\omega^2 R$. Сила натяжения \vec{T} шнура и сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ равны по модулю (третий закон Ньютона). Подставляя значения T и $\omega^2 R$ в уравнение второго закона Ньютона, получим

$$kl = m\omega^2(l_0 + l), \text{ или } l = \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2}.$$

С учетом этого имеем

$$R = l_0 + l = \frac{kl_0}{k - m\omega^2}, \quad T = kl = \frac{m\omega^2 kl_0}{k - m\omega^2}.$$

124. В вертикальном направлении на автомобиль действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{R} , которая, согласно третьему закону Ньютона, по модулю равна искомой силе нормального давления F_d .

а) Когда автомобиль едет по горизонтальному плоскому мосту, проекция ускорения на вертикальное направление равна нулю и векторная сумма сил, действующих на автомобиль в этом направлении, по второму закону Ньютона равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{R} = 0, \text{ или в скалярной форме } mg - R = 0;$$

отсюда $F_{\pi} = R = mg$.

б) Когда автомобиль едет по выпуклому мосту, то у него появляется в вертикальном направлении центростремительное ускорение, направленное вниз, поэтому

$$mg - R = \frac{mv^2}{r}, \text{ или } F_{\text{д}} = R = mg - \frac{mv^2}{r} (F_{\text{д}} < mg),$$


т. е. сила нормального давления автомобиля на мост меньше силы тяжести, действующей на автомобиль.

в) В случае движения по вогнутому мосту автомобиль имеет ускорение, направленное вверх, поэтому

$$R - mg = \frac{mv^2}{r}, \text{ или } F_{\text{д}} = R = mg + \frac{mv^2}{r} \quad (F_{\text{д}} > mg),$$

т. е. сила нормального давления автомобиля на мост больше силы тяжести, действующей на автомобиль.

125. В верхней точке петли сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{R}_1 , действующие на летчика, направлены вниз (рис. 209). Центробежное ускорение летчика \vec{a}_1 также направлено вниз. По



$$\vec{R}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1.$$

Направим координатную ось Y вертикально вниз и напомним это уравнение для проекций векторов на эту ось:

$$mg_y + R_{1y} = ma_{1y}.$$

Здесь $g_y = g$, $R_{1y} = R_1$, $a_{1y} = a = \frac{v^2}{r}$.

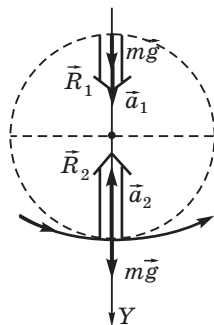


Рис. 209

Тогда $mg + R_1 = m \frac{v^2}{r}$. Отсюда

$$R_1 = \frac{mv^2}{r} - mg = 3015 \text{ Н} \approx 4mg.$$

В нижней точке петли центростремительное ускорение летчика \vec{a}_2 и сила \vec{R}_2 направлены вверх, и поэтому их проекции на ось Y отрицательны и уравнение второго закона Ньютона имеет вид

$$-R_2 + mg = -\frac{mv^2}{r}, \text{ или } R_2 = \frac{mv^2}{r} + mg = 4485 \text{ Н} \approx 6mg.$$

126. Шарик проходит положение равновесия, двигаясь по дуге окружности радиусом l со скоростью \vec{v} . В этот момент шарик имеет центростремительное ускорение \vec{a} , направленное вверх. Это ускорение сообщается равнодействующей силы тяжести $m\vec{g}$, действующей на шарик, и силы упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$, действующей со стороны нити (рис. 210). По второму закону Ньютона

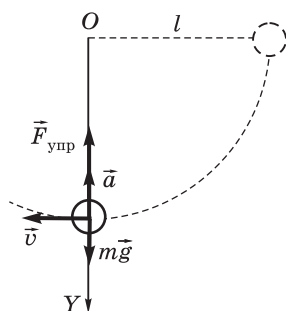


Рис. 210

$$\vec{F}_{\text{упр}} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

или в проекциях на ось Y с учетом их значений

$$-F_{\text{упр}} + mg = -m \frac{v^2}{l},$$

откуда

$$F_{\text{упр}} = m \left(g + \frac{v^2}{l} \right).$$

Скорость v определяется из закона сохранения энергии: $v = \sqrt{2gl}$. Тогда

$$F_{\text{упр}} = mg + \frac{2mgl}{l} = 3mg.$$

Так как $F_{\text{упр}} = T$ (третий закон Ньютона), то можно сказать, что нить выдерживает силу натяжения, равную утроенной силе тяжести, действующей на шарик.

127. Из второго закона Ньютона определяется скорость шарика при прохождении положения равновесия (см. решение задачи 126):

$$v^2 = \frac{(T - mg)l}{m} = gl,$$

где l – длина нити. Согласно закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = mgh, \text{ отсюда высота с которой опускался шарик,}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{l}{2}, \text{ т. е. } \cos \alpha = \frac{l-h}{l} = \frac{1}{2}, \alpha = 60^\circ.$$

128. В любом промежуточном положении вдоль нити на шарик действуют сила упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$ и составляющая силы тяжести \vec{F}_1 , модуль которой равен $mg \cos \alpha$ (рис. 211); они обеспечивают центростремительное ускорение шарика

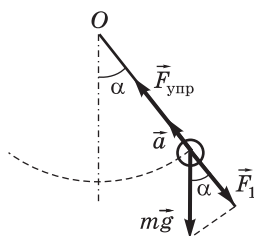


Рис. 211

ка \vec{a} ($a = \frac{v^2}{l}$, где $v^2 = 2gl \cos \alpha$,

l – длина нити); следовательно (см. решение задачи 126),

$$F_{\text{упр}} - mg \cos \alpha = \frac{2mgl}{l} \cos \alpha = 2 mg \cos \alpha.$$

Учитывая, что $T = F_{\text{упр}} = 2 mg$, получим

$$\cos \alpha = \frac{T}{3mg} = \frac{2}{3}, \alpha \approx 48^\circ 11'.$$

129. Нить испытывает наибольшую силу натяжения, когда камень проходит нижнюю точку окружности. Уравнение второго закона Ньютона в алгебраической форме для этого момента имеет вид (при его записи мы учли,

что сила упругости, действующая на тело со стороны нити, равна по модулю силе натяжения нити):

$$T - mg = m\omega^2 l;$$

отсюда угловая скорость, при которой произойдет обрыв нити,

$$\omega = \sqrt{\frac{T - mg}{ml}} = 5,5 \text{ рад/с.}$$

Скорость камня в момент обрыва нити будет направлена горизонтально и равна по модулю скорости

$$v = \omega l = l \sqrt{\frac{T - mg}{ml}}.$$

Дальность полета камня $s = vt$, где $t = \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}}$ — время свободного падения с высоты $h - l$; отсюда

$$s = \omega l \sqrt{\frac{2(h-l)}{g}} = l \sqrt{\frac{2(h-l)(T - mg)}{mgl}} \approx 4,3 \text{ м.}$$

130. Для того чтобы шайба находилась на полусфере, необходимо, чтобы в любой точке сумма сил, действующих на нее в направлении радиуса, была достаточна для создания центростремительного ускорения $\frac{v^2}{r}$. Скорость шайбы в любой точке определяется из соотношения $v^2 = 2gh$, где h — расстояние от шайбы до вершины полусферы по вертикали. Вдоль радиуса полусферы на тело действуют сила реакции опоры \vec{R} и составляющая силы тяжести \vec{F} , равная по модулю $mg \cos \alpha$ (рис. 212); отсюда

$$mg \cos \alpha - R = \frac{mv^2}{r} = \frac{2mgh}{r}.$$

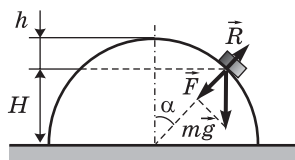


Рис. 212

При движении тела ускорение $\frac{v^2}{r}$ непрерывно растет, но сила реакции опоры R , убывая быстрее, чем $mg \cos \alpha$, обеспечивает увеличение равнодей-

ствующей, необходимой для создания возросшего ускорения. В некоторой точке сила реакции опоры R обратится в нуль и дальнейший рост ускорения $\frac{v^2}{r}$ уже не будет обеспечиваться силами, действующими на шайбу, и в этот момент шайба оторвется от полусферы.

Таким образом, условием отрыва шайбы от полусферы будет

$$R = 0, \text{ или } mg \cos \alpha = \frac{2mgh}{r}.$$

Учитывая, что $\cos \alpha = \frac{r-h}{r}$, получим, что отрыв произойдет на расстоянии от вершины $h = \frac{r}{3}$; отсюда $H = \frac{2}{3}r$.

131. По третьему закону Ньютона сила нормального давления $\bar{F}_д$ по модулю равна силе реакции опоры \bar{R} . Второй закон Ньютона и закон сохранения энергии дают

$$R + mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{r}, \quad v^2 = gr(3 - 2\cos \alpha);$$

отсюда искомая сила нормального давления

$$F_д = R = mg(3 - 2\cos \alpha - \cos \alpha) = 3mg(1 - \cos \alpha).$$

$$\mathbf{132.} \quad F_д = R = 3mg(1 + \cos \beta).$$

133. Высота, на которой шарик оторвется от желоба, определяется так же как, и в задаче 130, на основании второго закона Ньютона:

$$H_1 = \frac{5}{3}r.$$

Из точки B (рис. 213) шарик будет двигаться по параболе с начальной скоростью

$$v_0 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{\frac{2}{3}gr},$$

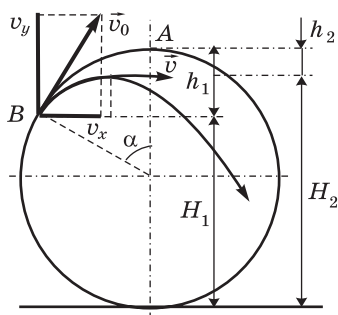


Рис. 213

направленной под углом α , определяемым из уравнения

$$\cos \alpha = \frac{r - h_1}{r} = \frac{2}{3}.$$

В наивысшей точке подъема по параболе шарик будет иметь скорость \bar{v} , равную по модулю горизонтальной проекции скорости \bar{v}_0 , т.е.

$$v = v_x = v_0 \cos \alpha = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2gr}{3}} = \sqrt{\frac{8gr}{27}}.$$

Из закона сохранения энергии следует, что в этот момент шарик должен находиться от точки A на таком расстоянии h_2 по вертикали, чтобы $v^2 = 2gh_2$; отсюда

$$h_2 = \frac{v^2}{2g} = \frac{4r}{27}, H_2 = 2r - h_2 = \frac{50r}{27}.$$

134. До высоты $H_1 = \frac{5l}{6}$ (точка B) шарик будет двигаться по дуге окружности радиусом $\frac{l}{2}$ (рис. 214). Далее, до высоты $H_2 = \frac{25l}{27}$ шарик будет двигаться по параболе (см. решение задачи 133).

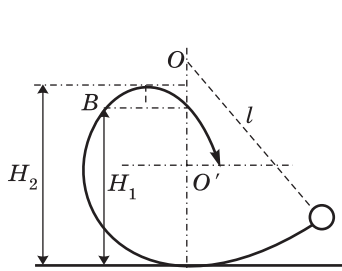


Рис. 214

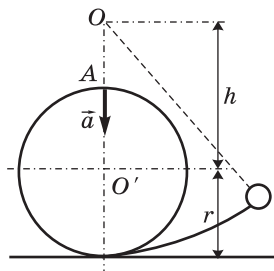


Рис. 215

135. В верхней точке A окружности радиусом r центростремительное ускорение \bar{a} шарика (рис. 215) должно быть не меньше ускорения свободного падения

\bar{g} , т.е. $\frac{v^2}{r} \geq g$. Из закона сохранения энергии скорость в

точке A равна $v = \sqrt{2g(l-2r)}$; отсюда

$$r = \frac{2l}{5}, \text{ или } h = \frac{3l}{5}.$$

136. Потенциальная энергия обоих шариков в начальный момент одинакова и равна mgl . Если шарик подвешен на нерастяжимой нити, то потенциальная энергия расходуется только на сообщение кинетической энергии шарiku. Скорость движения шарика при прохождении положения равновесия в этом случае определится на ос-

нове закона сохранения энергии: $mgl = \frac{mv_1^2}{2}$; отсюда

$v_1 = \sqrt{2gl}$. Если шарик подвешен на резиновом шнуре, то потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию только частично; другая часть ее переходит в потенциальную энергию деформации резинового шнура.

Поэтому $\frac{mv_2^2}{2} < mgl$, т. е. $v_2 < v_1$.

137. а) Закон сохранения энергии дает

$$\frac{2mv_1^2}{2} = 2mgl; \text{ отсюда } v_1 = \sqrt{2gl}.$$

б) До отклонения стержня энергии шариков 1 и 2 равны соответственно

$$\frac{mv_2^2}{2} \text{ и } \frac{m}{2} \left(\frac{v_2}{2} \right)^2 + mg \frac{l}{2}.$$

После отклонения полная энергия обоих шариков равна $2mgl$. Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{8} + mg \frac{l}{2} = 2mgl;$$

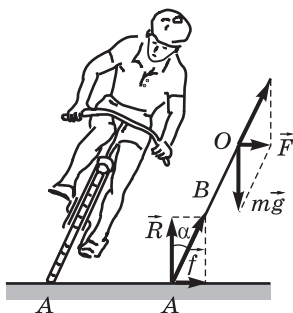


Рис. 216

отсюда получим

$$v_2 = \sqrt{\frac{12}{5} gl}.$$

138. На велосипедиста действуют (рис. 216): сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру масс велосипедиста; сила реакции опоры \vec{R} (равная по модулю силе нормального давления), направленная вертикально вверх

и приложенная в точке A; сила трения \vec{f} , направленная к центру круга, по которому движется велосипедист.

Сила трения \vec{f} в сумме с силой реакции опоры \vec{R} дает силу, направленную вдоль линии AO, проходящей через центр масс велосипедиста. Эта сила, складываясь с силой $m\vec{g}$, дает равнодействующую \vec{F} ($F = f$), направленную горизонтально и достаточную для обеспечения центростремительного ускорения велосипедиста \vec{a} $\left(a = \frac{v^2}{r}\right)$.

По второму закону Ньютона

$$F = mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{mv^2}{r}; \text{ отсюда } \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gr}, \alpha = 16^\circ 42'.$$

139. Равнодействующая всех сил, приложенных к велосипеду, равна силе трения (см. решение задачи 138). Так как наибольшее значение силы трения $f = \mu mg$, то

наименьший радиус закругления будет $r = \frac{v^2}{\mu g} = 21,8 \text{ м.}$

Наибольший угол наклона велосипедиста определится из условия $f = \mu mg = mg \operatorname{tg} \alpha$; отсюда $\operatorname{tg} \alpha = \mu$, $\alpha = 16^\circ 42'$.

140. При движении вагона по закруглению горизонтального пути давление на внешний рельс всегда будет больше, чем на внутренний; эта разница в давлениях будет тем больше, чем больше скорость вагона. При максимально допустимой скорости вагона все давление ва-

гона целиком переносится на внешний по отношению к центру закругления рельс A .

Рельс A создает две силы: силу реакции опоры \vec{R} ($R = mg$) и силу бокового давления \vec{F}_d . Эти силы вместе с силой тяжести и обеспечивают появление необходимых ускорений у вагона.

Возможны два случая.

а) Вагон идет по закруглению со скоростью v , меньшей критической; в этом случае центростремительное ускорение \vec{a} ($a = \frac{v^2}{r}$) и сила \vec{F}_d малы. Точка

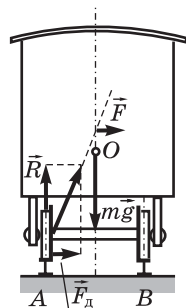


Рис. 217

ка приложения равнодействующей всех трех сил лежит выше центра масс O (рис. 217). Равнодействующая \vec{F} не только обеспечивает появление центростремительного ускорения, но и стремится повернуть вагон вокруг центра масс по направлению часовой стрелки и прижать его к рельсу B . Вагон устойчиво идет по закруглению.

б) Вагон идет по закруглению со скоростью v , большей критической; в этом случае сила \vec{F}_d велика, точка приложения равнодействующей лежит ниже центра масс. Равнодействующая \vec{F} будет поворачивать вагон вокруг центра масс против часовой стрелки. Вагон будет опрокидываться. Устойчивое движение с такой скоростью невозможно.

Максимальная скорость движения вагона по закруглению, очевидно, будет соответствовать такому случаю, когда точка приложения равнодействующей всех сил будет совпадать с центром масс вагона, т. е. когда

$$\frac{F_d}{mg} = \frac{l}{2h}, \quad \frac{mv^2}{mgr} = \frac{l}{2h}; \text{ отсюда } v = \sqrt{\frac{lgr}{2h}} = 31,3 \text{ м/с.}$$

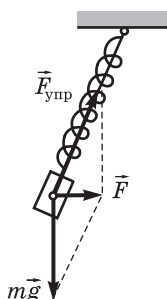


Рис. 218

141. При измерении продольного уклона уровень будет давать правильные показания только при равномерном движении поезда. При измерении поперечного уклона показания уровня будут правильными только на прямолинейных участках пути.

142. На груз, подвешенный на пружинных весах в вагоне поезда, движущегося по закруглению, действуют две силы: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила упругости пружины $\vec{F}_{\text{упр}}$ (рис. 218). Равнодействующая этих сил \vec{F} создает центростремительное ускорение \vec{a} ($a = \frac{v^2}{r}$), направленное горизонтально. По второму за-

кону Ньютона $F = m \frac{v^2}{r}$.

Из рисунка следует, что

$$F_{\text{упр}}^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mv^2}{r} \right)^2;$$

отсюда

$$F_{\text{упр}} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{mv^2}{r} \right)^2} \approx 49,25 \text{ Н.}$$

Пружинные весы показывают силу, равную $\vec{F}_{\text{упр}}$ по модулю.

143. При осуществлении виража в горизонтальной

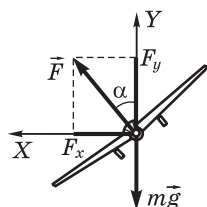


Рис. 219

плоскости проекции подъемной силы \vec{F} на координатные оси, направленные так, как показано на рис. 219, связаны соотношениями:

$$F_x = F \sin \alpha = \frac{mv^2}{r},$$

$$F_y = F \cos \alpha = mg;$$

отсюда находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{gr}, \quad \alpha \approx 22^\circ.$$

С учетом этого имеем

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \\ = \sqrt{\left(\frac{mv^2}{r}\right)^2 + (mg)^2} \approx 3175 \text{ Н.}$$

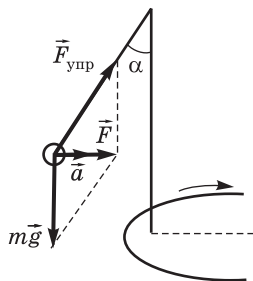


Рис. 220

144. Центробежное ускорение шарика обеспечивается равнодействующей \vec{F} силы тяжести $m\vec{g}$ и силы упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$: $\vec{F} = m\vec{a}$, где $a = \omega^2 r$ (рис. 220). Из рисунка следует, что

$$F = m\omega^2 r = mg \operatorname{tg} \alpha; \text{ здесь } r = r_1 + l \sin \alpha.$$

Отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{r}},$$

или

$$\omega = \sqrt{\frac{g \operatorname{tg} \alpha}{r_1 + l \sin \alpha}} \approx 8 \text{ рад/с.}$$

145. Силой, сообщающей шарiku центробежное ускорение, является равнодействующая \vec{F} силы тяжести $m\vec{g}$ и силы упругости нити $\vec{F}_{\text{упр}}$:

$$\vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} = m\vec{a}.$$

Модуль равнодействующей равен $F = mg \operatorname{tg} \alpha$ (см. решение задач 142–144), модуль ускорения $a = \omega^2 r$, $r = l \sin \alpha$. С учетом этих соотношений получаем:

$$mg \operatorname{tg} \alpha = m\omega^2 l \sin \alpha; \text{ отсюда } \omega^2 = \frac{g}{l \cos \alpha}.$$

Так как $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ и $l \cos \alpha = h$ — расстояние от точки подвеса до плоскости круга, по которому движется шарик, то $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$. Это выражение аналогично формуле периода математического маятника длиной h .

§ 9. Статика

146. $F = 0$.

147. Во втором случае сила натяжения каната в два раза больше.

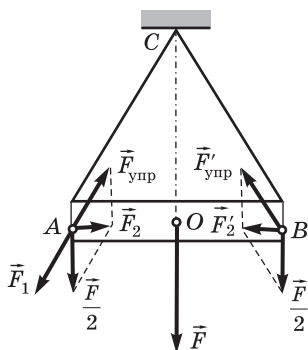


Рис. 221

148. Силу тяжести \vec{F} , действующую на стержень и приложенную к его центру масс, можно заменить двумя равными силами $\frac{\vec{F}}{2}$, приложенными к концам стержня. В первом случае (рис. 221) силу $\frac{\vec{F}}{2}$, приложенную к стержню в точке А, разложим на две состав-

ляющие: \vec{F}_1 — силу, действующую в направлении каната АС, и \vec{F}_2 — силу, действующую вдоль стержня и направленную к центру масс стержня. Используя подобие треугольника сил и треугольника АОС, вычислим модули силы упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ каната ($\vec{F}_{\text{упр}} = -\vec{F}_1$) и силы \vec{F}_2 :

$$F_{\text{упр}} = \frac{Fl}{2\sqrt{l^2 - L^2/4}} = \frac{mgl}{\sqrt{4l^2 - L^2}} = 98 \text{ Н},$$

$$F_2 = \frac{\frac{F}{2} \frac{L}{2}}{\sqrt{l^2 - L^2/4}} = \frac{mgL}{2\sqrt{4l^2 - L^2}} = 58,8 \text{ Н}.$$

Сила \vec{F}_2 и равная ей по модулю сила \vec{F}'_2 , приложенная в точке B , сжимают стержень с силой, равной 58,8 Н. Сила \vec{T} , равная по модулю $\vec{F}_{\text{упр}}$ и направленная в противоположную ей сторону, растягивает канат.

Во втором случае сила натяжения каната будет такой же, как в первом случае. Силы \vec{F}_2 и \vec{F}'_2 будут растягивать стержень AB с силой, равной 58,8 Н.

$$149. T = \frac{F}{2} \cos \frac{\alpha}{2}; T > F \text{ при } \alpha > 120^\circ.$$

$$150. Q = \frac{Fl}{4s}; Q = 2 \text{ кН.}$$

У к а з а н и е. Сила определяется из подобия треугольников OCB и OKM (рис. 222).

151. $T = \frac{mg \cos \alpha}{2}$. При изменении угла α от 0 до 90° сила натяжения каната T уменьшается от $\frac{mg}{2}$ до нуля.

У к а з а н и е. Сила натяжения T ($T = F_{\text{упр}}$) определяется из условия равновесия доски.

Сумма моментов сил $\vec{F}_{\text{упр}}$ и $m\vec{g}$ относительно точки A должна быть равна нулю, т. е. $F_{\text{упр}}l = \frac{mgl \cos \alpha}{2}$, где $l = AB$ — длина доски.

152. Сила тяжести, действующая на свешивающийся конец

балки, равна $\frac{m\vec{g}}{4}$ и приложена в точке O (рис. 223). Уравнение моментов сил относительно точки C :

$$\frac{3mg}{4} \frac{3l}{8} = F \frac{l}{4} + \frac{mg}{4} \frac{l}{8},$$

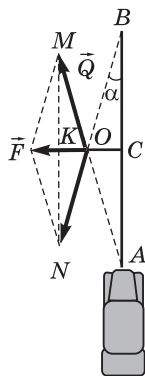


Рис. 222

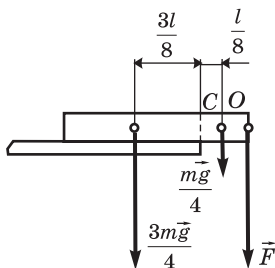


Рис. 223

где l — длина балки; отсюда

$$mg = F, \text{ или } m = \frac{F}{g} = 300 \text{ кг.}$$

153. Обозначим длину плеч коромысла весов через l_1 и l_2 . Уравнения моментов сил для первого и второго взвешиваний:

$$Pl_1 = P_1l_2, Pl_2 = P_2l_1.$$

Из этих двух уравнений находим

$$P^2 = P_1P_2, \text{ или}$$

$$P = \sqrt{P_1P_2} \approx 32 \text{ Н.}$$

154. Момент силы, создаваемый грузом, $M_1 = \frac{Pl}{2}$.

Момент силы \vec{F} , с которой человек тянет веревку,

$$M_2 = \frac{Fl \cos \alpha}{4}. \text{ Сила давления человека на чашу весов}$$

$$\text{равна } P - F \cos \alpha, \text{ и момент этой силы } M_3 = \frac{P - F \cos \alpha}{2} l.$$

Сумма моментов сил, действующих на правое плечо коромысла весов,

$$M_2 + M_3 = \frac{Fl \cos \alpha}{4} + (P - F \cos \alpha) \frac{l}{2}.$$

Очевидно, что $M_1 > M_2 + M_3$; следовательно, перетянет левая чаша.

155. Растягивающая сила $F_p = F \cos \alpha \approx 866 \text{ Н}$. Изгибающая сила $F_{\text{и}} = F \sin \alpha = 500 \text{ Н}$.

156. Так как кирпичи однородны, то точка приложения силы тяжести каждого из кирпичей будет лежать посередине его длины. Первый верхний кирпич еще будет находиться в равновесии по отношению ко второму кирпичу, когда центр масс его расположен на продолжении линии среза второго кирпича, т. е. наибольшая длина свободного конца первого кирпича равна $l/2$.

Центр масс первого и второго кирпичей, взятых вместе, будет расположен от края второго кирпича на рас-

стоянии, равно $\frac{l}{4}$. На эту длину и может быть сдвинут второй кирпич относительно третьего.

Центр масс трех кирпичей находится на линии AC , его положение определится из уравнения (рис. 224)

$$mg\left(\frac{l}{2} - x\right) = 2mgx; \text{ отсюда } x = \frac{l}{6},$$

т. е. третий кирпич может выступать над четвертым не более чем на $\frac{1}{6}$ своей длины.

157. Равновесие нарушится. Для того чтобы восстановить равновесие, необходимо к правому концу балки

приложить силу $F = \frac{mg}{4}$.

158. Сила F определится из уравнения моментов сил относительно нижнего конца лестницы:

$$mgh \operatorname{tg} \alpha = \frac{Fl}{2} \cos \alpha; \text{ отсюда } F = \frac{2mgh}{l} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha}.$$

159. Во втором случае необходимо приложить вдвое меньшую силу.

160. Чтобы брусок находился в равновесии на наклонной плоскости, необходимо, чтобы сумма сил, действующих на него, была равна нулю. Действующими силами являются сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры \vec{R} , сила трения \vec{f} и искомая сила \vec{F} (рис. 225):

$$m\vec{g} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F} = 0. \quad (1)$$

Запишем это уравнение в проекциях на оси X и Y :

$$mg_x + R_x + f_x + F_x = 0; \quad (2)$$

$$mg_y + R_y + f_y + F_y = 0.$$

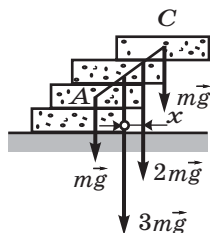


Рис. 224

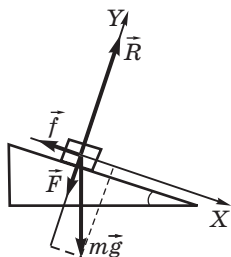


Рис. 225

Из рисунка видно, что $mg_x = mg \sin \alpha$, $R_x = 0$, $f_x = -f$, $F_x = 0$, $mg_y = -mg \cos \alpha$, $R_y = R$, $f_y = 0$, $F_y = -F$.

С учетом этого уравнения (2) примут вид:

$$mg \sin \alpha - f = 0; -mg \cos \alpha + R - F = 0.$$

Отсюда выражаем f и R :

$$f = mg \sin \alpha, R = mg \cos \alpha + F.$$

Но $f = \mu R$, следовательно,

$$mg \sin \alpha = \mu(mg \cos \alpha + F).$$

Отсюда

$$F = \frac{mg}{\mu} \left(\frac{h}{l} - \mu \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \right) \approx 13,7 \text{ Н.}$$

(Мы учли, что $\sin \alpha = h/l$, а $\cos \alpha = \sqrt{l^2 - h^2} / l$.)

161. Для того чтобы поднять бревно на высоту h , необходимо выбрать каждую из веревок на длину $2l$. На основании золотого правила механики $mgh = 2(F_{\text{упр}} \cdot 2l)$, где mgh — работа силы тяжести, $F_{\text{упр}} \cdot 2l$ — работа силы упругости, действующей со стороны одного каната

($T = F_{\text{упр}}$ — третий закон Ньютона); отсюда $T = \frac{mgh}{4l} \approx 490 \text{ Н.}$

Задачу можно также решить, рассматривая равновесие сил, приложенных к бревну.

162. Сила, необходимая для того, чтобы дифференциальный ворот был в равновесии, может быть определена из уравнения моментов сил или на основании золотого правила механики. Уравнение моментов дает

$$\frac{mg}{2} r_1 + Fl = \frac{mg}{2} r_2;$$

отсюда

$$F = mg \frac{r_2 - r_1}{2l} = 24,5 \text{ Н.}$$

$$163. h = n\pi(r_2 - r_1) = 3,14 \text{ м.}$$

164. $F = \frac{mg}{3}$. У к а з а н и е. Сила F может быть определена с помощью золотого правила механики и из рассмотрения условия равновесия сил.

Если конец каната B прикреплен на расстоянии l от центра масс бревна, то конец каната C должен быть прикреплен на расстоянии $2l$ от него. При этом условии точка приложения равнодействующей сил натяжения канатов \vec{F} и $2\vec{F}$ будет совпадать с центром масс и бревно будет подниматься, оставаясь горизонтальным.

165. На груз 1 действует сила тяжести $m_1 \vec{g}$, силы упругости нитей, равные по модулю $m_2 g$ и $m_3 g$, и сила реакции наклонной плоскости \vec{R} , равная по модулю силе давления \vec{F}_d . Условия равновесия имеют вид

$$(m_1 - m_2)g \cos \alpha = R, (m_1 - m_2)g \sin \alpha = m_3 g;$$

отсюда

$$m_3 = (m_1 - m_2) \sin \alpha, F_d = R = (m_1 - m_2)g \cos \alpha.$$

166. Если система находится в равновесии, то равнодействующая приложенных в точке A сил $m_2 \vec{g}$ и $m_1 \vec{g}$ должна быть равна по модулю силе $m_3 \vec{g}$, т. е.

$$m_3 = \frac{\sqrt{(m_2 g)^2 - (m_1 g)^2}}{g} \approx 15 \text{ кг}; \cos \alpha = \frac{m_1}{m_2}, \alpha \approx 56^\circ.$$

Задачу можно решить иначе. Пользуясь тем, что сумма проекций сил в любом направлении должна быть равна нулю, можно записать

$$m_2 g \cos \alpha = m_1 g, m_2 g \sin \alpha = m_3 g,$$

откуда определяются m_3 и α .

167. $m_2 = \frac{m_1}{2}$. Если точку A переместить вправо, то равновесие нарушится: груз 1 будет опускаться, груз 2 —

подниматься. У к а з а н и е. Результат легко получается из золотого правила механики или из рассмотрения суммы сил, действующих на подвижный блок.

168. Чтобы система находилась в равновесии, необходимо, чтобы моменты сил $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ были равны:

$$M_1 = m_1gl = M_2 = \frac{m_2gl}{3}; \text{ отсюда } m_2 = 3m_1 = 9 \text{ кг.}$$

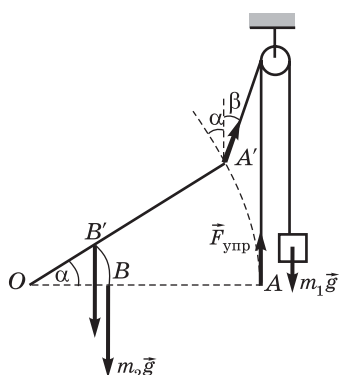


Рис. 226

Если стержень отклонить на малый угол α от положения равновесия вверх (рис. 226), то произойдет неодинаковое изменение моментов сил $m_2\vec{g}$ и $m_1\vec{g}$. После поворота момент силы $m_2\vec{g}$ будет

$$M'_2 = \frac{m_2gl \cos \alpha}{3}, \text{ т. е. } M'_2 < M_2.$$

Нетрудно заметить, что это изменение момента M_2 обусловлено только изменением направления стержня. При

повороте стержня на угол α происходит также и изменение направления силы упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ ($F_{\text{упр}} = m_1g$) на угол β , поэтому момент силы $\vec{F}_{\text{упр}}$ после поворота будет $M'_1 = m_1gl \cos(\alpha + \beta)$.

На изменение момента M_1 влияют оба поворота (стержня и нити) и притом одинаковым образом, поэтому уменьшение M_1 при заданном повороте стержня всегда будет больше уменьшения M_2 . Результирующий момент $M'_2 - M'_1 \neq 0$ и будет вызывать вращение стержня по часовой стрелке. Стержень будет стремиться вернуться в горизонтальное положение, соответствующее устойчивому положению равновесия.

Рассматривая изменение моментов M_1 и M_2 при отклонении стержня вниз и учитывая также изменение

направления силы $\vec{F}_{\text{упр}}$, можно показать, что и при отклонении вниз стержень будет стремиться вернуться в положение равновесия.

169. Центр масс системы лежит на середине биссектрисы угла, в вершине которого находится шарик массой $2m$.

170. Сила тяжести, действующая на диск до вырезания отверстия, может быть представлена как равнодействующая двух сил: силы тяжести, действовавшей на вырезанную часть, и силы тяжести, действующей на оставшуюся часть; каждая из этих сил приложена в центре масс соответствующей фигуры. Это позволяет свести решение задачи о нахождении центра масс сложной фигуры, остающейся после вырезания отверстия, к решению задачи об отыскании одной из параллельных сил по заданной равнодействующей и другой параллельной силе.

Сила тяжести $m\vec{g}$, действующая на однородный сплошной диск, пропорциональна r^2 и приложена в центре диска O . Сила тяжести $m_1\vec{g}$, действовавшая на вырезанную часть диска, пропорциональна r_1^2 и приложена в центре отверстия A (рис. 227). Сила

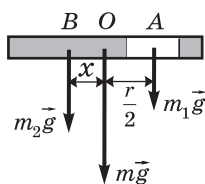


Рис. 227

тяжести $m_2\vec{g}$, действующая на оставшуюся часть диска, равна разности $m\vec{g} - m_1\vec{g}$ и приложена в некоторой точке B , расположенной на расстоянии x от точки O .

Из правила сложения параллельных сил следует, что расстояния x и $\frac{r}{2}$ от точек приложения сил $m_1\vec{g}$ и $m_2\vec{g}$ до точки O должны удовлетворять соотношению

$$\frac{x}{r/2} = \frac{m_1 g}{m_2 g}.$$

Замечая, что $\frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{m_1 g}{mg - m_1 g} = \frac{r_1^2}{r^2 - r_1^2}$, получим

$$\frac{2x}{r} = \frac{r_1^2}{r^2 - r_1^2}; \text{ отсюда } x = \frac{r r_1^2}{2(r^2 - r_1^2)}.$$

§ 10. Закон всемирного тяготения

171. $F = \frac{GMm}{r^2} = 2 \cdot 10^{20}$ Н, где гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг².

172. Если считать, что один из грузов находится непосредственно у поверхности Земли, то можно получить для сил притяжения, действующих на грузы со стороны Земли, следующие выражения:

$$F_1 = G \frac{Mm}{R^2}, F_2 = G \frac{Mm}{(R+l)^2},$$

где $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$ — масса Земли (R — радиус Земли), m — масса груза. Разность $F_1 - F_2$ определяет ошибку взвешивания:

$$\Delta mg = F_1 - F_2 = \frac{4\pi}{3} G \rho m R^3 \frac{2Rl + l^2}{R^2(R+l)^2}.$$

Так как $l \ll R$, то в числителе полученной формулы можно пренебречь членом l^2 , малым по сравнению с $2Rl$, и положить в знаменателе $R + l \approx R$. В результате имеем

$$\Delta mg = \frac{4\pi}{3} G \rho m \cdot 2l; \text{ отсюда } l = \frac{3\Delta mg}{8\pi G \rho m} \approx 3 \text{ м.}$$

173. Так как необходимо определить среднее значение силы притяжения, то предположим, что Земля обращается вокруг Солнца по окружности радиусом r . Центостремительное ускорение Земли в этом

движении, обеспечиваемое силой всемирного тяготения,

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{rT^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

По второму закону Ньютона

$$F = Ma = \frac{4\pi^2 Mr}{T^2},$$

где $M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$ – масса Земли. Подставляя значение M , получим для силы притяжения Солнца выражение

$$F = \frac{16\pi^3}{3} \frac{\rho R^3 r}{T^2} \approx 4 \cdot 10^{22} \text{ Н.}$$

174. Вес тел, находящихся на поверхности Земли, обратится в нуль при такой угловой скорости вращения Земли ω , при которой центростремительное ускорение $\omega^2 R$ (R – радиус Земли), соответствующее этой угловой скорости, будет равно ускорению свободного падения тел g , т. е. при

$$\omega^2 R = g; \text{ отсюда } \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с.}$$

Значение искомой угловой скорости может быть получено также из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона. Сила тяготения, действующая на тело

со стороны Земли, $F = \frac{4}{3}\pi G\rho Rm$, где ρ – плотность Земли, m – масса тела.

В случае, когда вес тела на поверхности Земли обращается в нуль, уравнение второго закона Ньютона для тела, вращающегося вместе с Землей с угловой скоростью ω , имеет вид

$$\frac{4}{3}\pi G\rho Rm = m\omega^2 R; \text{ отсюда } \omega = 2\sqrt{\frac{\pi G\rho}{3}} \approx 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с.}$$

(Если Земля вращается с угловой скоростью, меньшей найденного значения, то в левой части уравнения второго закона Ньютона нужно ввести, помимо силы все-

мирного тяготения, силу реакции опоры, равную по модулю весу тела.)

$$175. M = \frac{\omega^2 r^3}{G}; M \approx 2 \cdot 10^{27} \text{ т.}$$

У к а з а н и е. Для решения задачи следует написать уравнение второго закона Ньютона для движения Земли вокруг Солнца.

$$176. g_1 - g_2 = \frac{8\pi G\rho h}{3}; g_1 - g_2 \approx 7 \text{ см/с}^2.$$

У к а з а н и е. Путь решения и характер упрощений аналогичны решению задачи 172.

177. Когда в северном полушарии наступает зима, Земля в своем движении вокруг Солнца проходит точки орбиты, лежащие вблизи перигелия. Летом Земля проходит участки орбиты, расположенные в афелии. Так как в соответствии с законами Кеплера радиус-вектор, соединяющий Солнце с Землей, за равные промежутки времени должен описывать равные площади, то зимой при прохождении участка AB орбиты (рис. 228) Земля должна двигаться с большей линейной скоростью, чем летом, при прохождении участка CD .

178. Когда тело находится от центра Земли на расстоянии r , меньшем радиуса земного шара R , сила тяго-

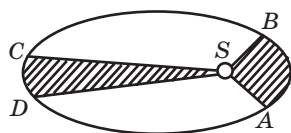


Рис. 228

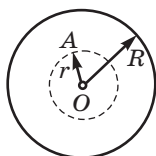


Рис. 229

тения, действующая на него со стороны Земли, может быть представлена как сумма двух сил: силы тяготения, создаваемой шаром радиусом r , и силы тяготения, создаваемой шаровым слоем, заключенным между сферами радиусами R и r (рис. 229). Покажем, что сила, создаваемая таким слоем, равна нулю для всех точек, лежащих внутри сферы радиусом r .

Сила притяжения, действующая со стороны шарового слоя

на тело, помещенное в некоторой точке C (рис. 230), будет являться векторной суммой сил притяжения, создаваемых отдельными элементами шарового слоя. Сопоставим силы притяжения, создаваемые малыми элементами S_1 и S_2 , вырезанными из слоя одинаковыми конусами с вершиной в точке C , как показано на рисунке. Так как толщина слоя по предположению всюду одинакова, то объемы, а следовательно, и массы этих элементов будут пропорциональны квадратам их расстояний до точки C , т.е.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a^2}{b^2}.$$

Сила притяжения, создаваемая элементом S_1 :

$$f_1 = \frac{Gmm_1}{a^2},$$

где m — масса тела. Сила притяжения, создаваемая элементом S_2 :

$$f_2 = \frac{Gmm_2}{b^2}.$$

Так как $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a^2}{b^2}$, то отношение этих сил

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 b^2}{m_2 a^2} = 1, \text{ т. е. } f_1 = f_2.$$

Проводя аналогичные рассуждения для любых двух других соответствующих элементов шарового слоя, можно убедиться, что все они попарно компенсируют друг друга. Таким образом, результирующая сила тяготения, создаваемая шаровым слоем в целом, должна быть тождественно равна нулю для любой точки C , лежащей внутри сферы радиусом r . Следовательно, сила притяжения, действующая на тело, перемещающееся внутри Земли, будет равна силе притяжения, создаваемой шаром радиусом r , равным расстоянию от тела до центра Земли. Эта сила может быть определена так же, как и сила,

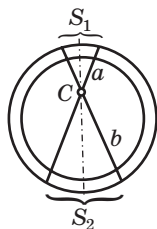


Рис. 230

действующая на тела, находящиеся на поверхности Земли. Если обозначить через ρ плотность Земли и через m — массу тела, то сила притяжения

$$F = G \frac{m \cdot 4\pi\rho r^3}{3r^2} = \frac{4\pi}{3} G\rho mr,$$

т.е. при перемещении тела внутри Земли от поверхности к центру на него действует сила притяжения, убывающая пропорционально его расстоянию до центра Земли.

§ 11. Колебания

179. При правильном ходе маятник часов в течение суток должен делать $N = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{T_1}$ колебаний (T_1 — период колебаний маятника). Если после переноса часов период колебаний маятника стал равным T_2 , то отстаивание часов за сутки

$$\Delta\tau = N(T_2 - T_1).$$

Период колебаний маятника до переноса часов

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}},$$

где g_1 — ускорение свободного падения на высоте подвала. Период колебаний маятника после переноса часов

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}},$$

где g_2 — ускорение свободного падения на высоте верхнего этажа здания. Отношение периодов

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}.$$

Из закона всемирного тяготения следует, что $\frac{g_2}{g_1} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$, где R — радиус Земли, h — высота здания.

Отсюда следует, что

$$T_2 = \frac{R+h}{R} T_1, \quad T_2 - T_1 = \frac{h}{R} T_1.$$

Отставание часов за сутки

$$\Delta\tau = \frac{Nh}{R} T_1 = 2,7 \text{ с.}$$

180. $\frac{l_1}{l_2} = \frac{N_2^2}{N_1^2} = \frac{4}{9}.$

181. Маятник не будет совершать колебаний.

182. Маятник при скатывании тележки совершает одновременно два движения: поступательное ускоренное движение вместе с тележкой относительно Земли и колебательное движение относительно тележки.

Ускорение маятника в поступательном движении обуславливается составляющей \overline{F}_1 силы тяжести ($F_1 = mg \sin \alpha$), действующей вдоль наклонной плоскости (рис. 231). Эта составляющая силы тяжести при данных в задаче условиях не может изменять расположение маятника относительно тележки (см. решение задачи 181), а следовательно, не может влиять на период колебаний маятника.

Колебания маятника относительно тележки будут вызываться только действием составляющей \overline{F}_2 силы тяжести ($F_2 = mg \cos \alpha$), перпендикулярной к наклонной плоскости, т. е. колебания маятника будут происходить так, как если бы на него действовала сила тяжести, равная по модулю не mg , а $mg \cos \alpha$. Ускорение свободного падения, которое соответствовало бы такому значению силы тяжести, должно иметь значение $g \cos \alpha$. В соответствии с этим период колебаний маятника на дви-

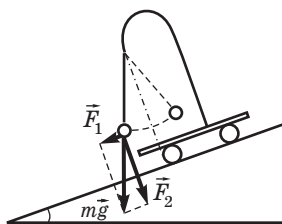


Рис. 231

жущейся с ускорением тележке должен быть равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \cos \alpha}} = \frac{T_0}{\sqrt{\cos \alpha}}.$$

Таким образом, период колебаний маятника во время скатывания тележки с наклонной плоскости становится больше.

183. Когда колеблющееся тело (маятник, груз на пружинке, песчинка на колеблющейся мембране) проходит положение, соответствующее наибольшему отклонению его от положения равновесия, оно имеет наибольшее ускорение. Когда оно приближается к положению равновесия, ускорение постепенно уменьшается и обращается в нуль при прохождении положения равновесия, так как в этот момент обращается в нуль векторная сумма сил, возвращающих тело в положение равновесия.

Так как время перехода тела из положения равновесия в положение наибольшего отклонения при заданном периоде колебаний остается неизменным при всех амплитудах, а скорость, с которой тело проходит положение равновесия, растет вместе с амплитудой, то при заданном периоде колебаний ускорения тела в крайних положениях должны также расти вместе с амплитудой. (Разные по модулю скорости должны обратиться в нуль за одно и то же время.) Следовательно, песчинки, находящиеся в местах мембраны с меньшей амплитудой колебаний, будут иметь меньшие ускорения, чем песчинки, находящиеся в местах мембраны с большей амплитудой колебаний.

Ускорение песчинок в любой момент времени обеспечивается совместным действием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы давления мембраны \vec{F} . В тот момент, когда песчинка вместе с мембраной проходит самое верхнее положение, ускорение песчинки \vec{a} направлено вниз и имеет наибольшее значение. Уравнение второго закона Ньютона для этого момента имеет вид

$$mg - F = ma.$$

При достаточно большой амплитуде колебаний ускорение \vec{a} может стать равным по модулю ускорению свободного падения \vec{g} , и при этой амплитуде сила давления \vec{F} песчинки на мембрану обратится в нуль. При дальнейшем росте амплитуды силы тяжести будет недостаточно для сообщения песчинке ускорения $a > g$. Песчинка не будет успевать следовать за движением мембраны, оторвется от нее и будет перемещаться в места мембраны с малыми амплитудами колебаний, где $a < g$.

Так как амплитуда колебаний, при которой начинается отрыв песчинок, связана только с ускорением свободного падения, то масса песчинок не будет влиять на характер их поведения.

При колебаниях с постоянной амплитудой, но с разной частотой тело должно проходить один и тот же путь в течение разного времени. При увеличении частоты скорость, с которой тело проходит положение равновесия, возрастает, время перехода тела из положения равновесия в положение наибольшего отклонения уменьшается. Следовательно, ускорения тела в крайних положениях при колебаниях с постоянной амплитудой должны возрастать вместе с частотой колебаний. Отрыв песчинок при колебаниях с большей частотой будет начинаться при меньших амплитудах, чем отрыв при колебаниях с малой частотой.

184. На ареометр, погруженный в жидкость, действуют: сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая сила \vec{F} , которая зависит от объема погруженной части ареометра. При равновесии ареометра эти две силы равны друг другу по модулю.

Допустим, что ареометр погрузили в жидкость на расстояние h ниже положения равновесия. Тогда выталкивающая сила будет больше силы тяжести на величину ρghS и будет стремиться возратить ареометр в положение равновесия. Эта дополнительная сила будет со-

общать ареометру ускорение $a = \frac{\rho gh S}{m}$. Ареометр начнет совершать колебания с амплитудой, равной h . При заданной амплитуде колебаний большим ускорениям в положении наибольшего отклонения колеблющегося тела соответствуют большие частоты колебаний (см. решение задачи 183).

При увеличении массы ареометра ускорение его будет уменьшаться, следовательно, будет уменьшаться частота колебаний. При уменьшении диаметра трубки частота будет также уменьшаться, при увеличении плотности жидкости — расти.

185. Со стороны каждого из валиков на доску будут действовать силы трения $f_1 = \mu F_{d1}$ и $f_2 = \mu F_{d2}$, где F_{d1} и F_{d2} — модули сил давления доски на соответствующие валики ($F_{d1} = R_1$; $F_{d2} = R_2$). Силы \vec{f}_1 и \vec{f}_2 направлены так, как показано на рис. 232.

Если центр масс доски сместить от средней линии OO на некоторое расстояние x , то силы \vec{F}_{d1} и \vec{F}_{d2} , а следовательно, и силы \vec{f}_1 и \vec{f}_2 не будут равны друг другу. Так как доска не может совершать движений в вертикальном направлении, то

$$F_{d1} = R_1 = \frac{l+x}{2l} mg; \quad F_{d2} = R_2 = \frac{l-x}{2l} mg,$$

т.е. $F_{d1} > F_{d2}$ и, следовательно, $f_1 > f_2$.

Равнодействующая сил \vec{f}_1 и \vec{f}_2

равна по модулю $f = \frac{\mu mg x}{l}$ и на-

правлена в сторону положения равновесия. Доска будет стремиться возвратиться в положение равновесия. Таким образом, за счет действия сил трения возникнут колебательные движения доски.

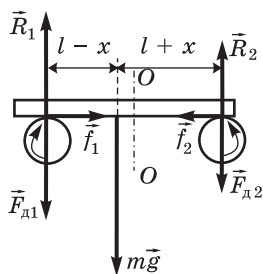


Рис. 232

§ 12. Гидро- и аэростатика

186. $h = \frac{p_0}{\rho_0 g} \approx 10,2 \text{ м.}$

У к а з а н и е. Вода будет подниматься за поршнем до тех пор, пока давление, создаваемое столбом воды, не станет равным атмосферному.

187. $p_0 = p + \rho_0 gh$; $p_0 \approx 2,11 \text{ МПа.}$

188. $F = \rho_0 ghS \approx 14,7 \text{ Н.}$

189. $p_0 = p - \frac{F}{\pi r^2}$; $p_0 \approx 100 \text{ кПа.}$

190. $\rho = \frac{h_0 \rho_0}{h} = 8,3 \cdot 10^2 \text{ кг/м}^3.$

191. Давление на отдельные элементы боковой поверхности сосуда (измеряемое высотой столба жидкости) изменяется от 0 до ρgh пропорционально расстоянию этих элементов от свободной поверхности жидкости. Поэтому для расчета полной силы давления на боковую поверхность следует взять среднее значение

давления, равное $\frac{\rho gh}{2}$. Сила давления на боковую по-

верхность сосуда пропорциональна $2\pi rh \frac{h}{2}$. Сила давления на дно сосуда пропорциональна $\pi r^2 h$. Из равенства этих сил получим, что $h = r$.

192. Давление в трубке на уровне крана А будет меньше атмосферного. Поэтому при открывании крана атмосферное давление не позволит выливаться жидкости. Через кран А в трубку будет поступать воздух до тех пор, пока внутри трубки не установится атмосферное давление и пока жидкость не опустится до первоначального уровня.

193. $p = 198 \text{ кПа.}$

194. Вода в трубке будет подниматься до тех пор, пока давление образующегося столба воды не будет уравнове-

шивать давление, создаваемое поршнем. Давление, создаваемое поршнем,

$$p = \frac{mg}{\pi(R^2 - r^2)}; p \approx 8,3 \text{ кПа.}$$

Высота столба воды определится из равенства

$$\rho_0 g h = p, \text{ т.е. } h = \frac{p}{\rho_0 g}; h \approx 85 \text{ см.}$$

195. Высота слоя воды h_0 и высота слоя ртути h определяются из соотношений

$$h_0 + h = H, h_0 \rho_0 = h \rho.$$

Давление

$$p = \frac{h_0 \rho_0}{\rho} + h = 2h = \frac{2H \rho_0}{\rho + \rho_0}; p = 40 \text{ мм рт. ст.}$$

196. При налипании воды уровень ртути в первом сосуде переместится вниз на расстояние h , во втором — вверх на такое же расстояние. Давление образующегося при этом столба ртути высотой $2h$ будет уравновешиваться давлением, создаваемым столбом воды и плавающим в нем телом, т. е. при равновесии будет иметь место равенство

$$2\rho g h = \frac{(m_0 + m)g}{S}; \text{ отсюда } h = \frac{m_0 + m}{2\rho S}; h \approx 3,7 \text{ см.}$$

$$\mathbf{197.} \quad h_0 = \frac{h\rho}{\rho_0}; h_0 \approx 18 \text{ см.}$$

198. Если смещения уровней ртути в левом и правом сосудах обозначить через h_1 и h_2 ($h_1 + h_2 = h$) и давление выражать в миллиметрах ртутного столба, то условие равновесия жидкостей примет вид

$$h_1 + h_2 = \frac{h_0 \rho_0}{\rho}.$$

Условие несжимаемости жидкости является выражением постоянства объемов ртути, переходящих из левого сосуда в правый:

$$S_1 h_1 = S_2 h_2,$$

где S_1 и S_2 — площади поперечных сечений левого и правого сосудов, связанные по условию задачи соотношением $S_2 = 16 S_1$. Из этих уравнений получаем

$$h_2 = \frac{h_0 \rho_0}{17\rho}; h_2 = 0,3 \text{ см}, h_1 = \frac{16h_0 \rho_0}{17\rho}; h_1 = 4,8 \text{ см}.$$

199. При наливании воды уровень ртути в левом колене опустится на высоту H , а в правом поднимется

на высоту $h = \frac{H}{3}$. Высота столба воды будет равна $h_0 + H$; высота уравнивающего его столба ртути будет равна $H + h$. Равновесие наступит при соблюдении равенства

$$\rho_0(h_0 + H) = \rho(H + h); \text{отсюда } h = \frac{h_0 \rho_0}{4\rho - 3\rho_0}; h \approx 0,6 \text{ см}.$$

200. Так как по условию оба колена трубки имеют одинаковую высоту, то можно не рассматривать равные по высоте столбы керосина, расположенные выше уровня воды. Уровень ртути в трубке с водой будет расположен ниже уровня ртути в другом колене (так как плотность керосина ρ_k меньше плотности воды ρ_0). Обозначим высоту, соответствующую разности уровней ртути в обоих коленах, через h , тогда условие равновесия жидкостей в трубке запишется так:

$$h_0 \rho_0 = h\rho + (h_0 - h)\rho_k, \text{отсюда } h = \frac{\rho_0 - \rho_k}{\rho - \rho_k} h_0; h \approx 0,5 \text{ см}.$$

201. $m = \rho_0 V$, где ρ_0 — плотность воды; $m = 50 \text{ г}$.

$$\textbf{202. } V = \frac{m}{\rho_0}; V = 75 \text{ дм}^3.$$

$$\textbf{203. } \rho \approx \frac{4\rho_2 V + 4\pi D d l \rho_1}{\pi D^2 l} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

У к а з а н и е. Считать $d \ll D$ и при вычислении объема стекла пренебречь членом $\approx d^2$ по сравнению с Dd .

204. Обозначим объем части шара, находящейся в верхней жидкости, через V_1 , а в нижней — через V_2 , тогда $V = V_1 + V_2$. На каждую из этих частей шара действу-

ют: силы тяжести, модули которых равны соответственно $V_1\rho_g$ и $V_2\rho_g$, а также выталкивающие силы, равные по модулю $V_1\rho_{1g}$ и $V_2\rho_{2g}$. Так как шар находится на границе жидкостей в равновесии, то сумма всех этих сил равна нулю, т. е. $(V_1 + V_2)\rho_g = V_1\rho_{1g} + V_2\rho_{2g}$; отсюда $V\rho = V_1\rho_1 + (V - V_1)\rho_2$, или

$$V_1 = \frac{V(\rho_2 - \rho)}{\rho_2 - \rho_1}.$$

Аналогично находим, что

$$V_2 = \frac{V(\rho - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1}.$$

Проверку полученных формул можно произвести методом предельных переходов. Предположим, что плотность материала шара равна плотности верхней жидкости, т.е. $\rho = \rho_1$. Подставляя $\rho = \rho_1$ в выражение для V_1 , получим

$$V_1 = \frac{V(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1} = V,$$

т. е. шар находится в верхней жидкости. Тот же результат получим, подставив $\rho = \rho_1$ в выражение для V_2 :

$$V_2 = \frac{V(\rho_1 - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1} = 0.$$

Предположим, что плотность материала шара равна плотности нижней жидкости, т. е. $\rho = \rho_2$. Получим $V_1 = 0$ и $V_2 = V$, т. е. шар плавает в нижней жидкости.

205. Так как $V_1 = V_2$ (см. решение задачи 204), то

$$\frac{V(\rho_2 - \rho)}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{V(\rho - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1}, \text{ или } \rho_2 - \rho = \rho - \rho_1;$$

отсюда $2\rho = \rho_2 + \rho_1$, или $\rho = \frac{\rho_2 + \rho_1}{2} = 7,25 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

206. Из условия задачи следует, что масса вытесненной ртути $m = 0,25\rho V$, где V – объем тела. Если v – часть объема тела, остающаяся в ртути после залива-

ния водой, то условие равновесия тела запишется в виде

$$\rho v + \rho_0(V - v) = 0,25\rho V; \text{отсюда } v = \frac{0,25\rho - \rho_0}{\rho - \rho_0} V = 0,19V.$$

$$207. \rho = \frac{\rho_0 P_1}{P_1 - P_2} \approx 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

$$208. \rho = \frac{3}{2} \rho_0 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

209. Перетянет чашка с серебром.

$$210. V = \frac{P_1 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) - P_2}{\rho_0 g}; V \approx 13,2 \text{ см}^3.$$

$$211. V = \frac{P}{(\rho - \rho_0)g}; V = 60 \text{ см}^3.$$

$$212. m = \frac{P}{g}; m \approx 11,1 \text{ г.}$$

У к а з а н и е. Если P – вес ртути, то должно иметь место равенство (плотностью воздуха пренебрегаем)

$$\frac{P}{\rho} + \frac{P_1 - P}{\rho_c} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0} = Vg,$$

где V – объем термометра.

$$213. \rho_2 = 2\rho_1 = 1,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

214. При перемещении в воде тело подвергается одновременному действию силы тяжести и гидростатических сил давления. Работа гидростатических сил, так же как и работа силы тяжести, не зависит от формы пути. Поэтому можно ввести понятие потенциальной энергии тела, находящегося под действием гидростатических сил.

При подъеме тела на высоту h произойдет увеличение его потенциальной энергии за счет действия силы тяжести на величину $V\rho gh$ и уменьшение его потенциальной энергии за счет действия гидростатических сил на величину $V\rho_0 gh$. Полное изменение потенциальной энергии тела

$$\Delta U_1 = Vgh(\rho - \rho_0).$$

Если $\rho > \rho_0$, то $\Delta U_1 > 0$ – энергия тела увеличится. Если $\rho < \rho_0$, то $\Delta U_1 < 0$ – энергия тела уменьшится.

Подъем тела на высоту h сопровождается перемещением воды объемом V вниз на такую же высоту. При этом потенциальная энергия воды этого объема в поле силы тяжести уменьшится на величину $V\rho_0gh$, а энергия за счет гидростатических сил увеличится на величину $V\rho_0gh$. Следовательно, полная потенциальная энергия воды останется неизменной:

$$\Delta U_2 = 0.$$

$$\mathbf{215.} \quad m_0 = m + \rho_{\text{в}} \left(V_0 - \frac{m}{\rho} \right) \approx 0,451 \text{ кг.}$$

216. Когда гирька сделана из материала той же плотности, что и взвешиваемое тело.

217. Для плотностей воздуха ρ_0 , углекислого газа ρ_1 и воды ρ_2 получаются соотношения

$$\rho_0 = \frac{m_0 - m}{V}, \quad \rho_1 = \frac{m_1 - m}{V}, \quad \rho_2 = \frac{m_2 - m}{V}.$$

Отсюда для плотности углекислого газа, массы и объема сосуда получим

$$\rho_1 = \frac{(m_1 - m_0)\rho_2 + (m_2 - m_1)\rho_0}{m_2 - m_0} = 1,94 \text{ кг/м}^3,$$

$$m = \frac{m_0\rho_2 - m_2\rho_0}{\rho_2 - \rho_0} = 0,128 \text{ кг}, \quad V = \frac{m_2 - m_0}{\rho_2 - \rho_0}; \quad V = 1 \text{ дм}^3.$$

$$\mathbf{218.} \quad F = \rho_0 gV - P \approx 764 \text{ Н}; \quad \rho = \frac{P}{gV} = 0,5 \text{ кг/м}^3.$$

219. Плотность смеси определяется из соотношения

$$\rho = \frac{V_1\rho_1 + V_2\rho_2}{K(V_1 + V_2)}, \quad (1)$$

где V_1 и V_2 – объемы воды и спирта, ρ_1 и ρ_2 – их плотности, $K = 0,97$ – коэффициент, характеризующий уменьшение объема смеси. Числитель и знаменатель соотношения (1) определяют соответственно массу и объем смеси. Отсюда для отношения объемов воды и спирта получаем

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{K\rho - \rho_2}{\rho_1 - K\rho} = \frac{8}{13}.$$

220. Плотность смеси должна быть такой, чтобы вес этой смеси объемом $V = 5$ л был равен весу шара с воздухом. Вес шара с воздухом равен $\rho_0 gV + P$. Если V_0 – объем воздуха, вошедшего в смесь, то вес смеси равен $\rho_0 gV_0 + \rho g(V - V_0)$. Условие равновесия шара запишется так:

$$\rho_0 gV + P = \rho_0 gV_0 + \rho g(V - V_0);$$

отсюда

$$V_0 = V + \frac{P}{g(\rho_0 - \rho)}; V_0 \approx 2,78 \text{ л, т. е. } \frac{V_0}{V - V_0} = \frac{2,78}{2,22} \approx \frac{5}{4}.$$

221. Вначале уровень воды будет равномерно подниматься до высоты h_1 . После достижения высоты h_1 часть жидкости начнет сливаться через сифон. После заполнения водой верхней части сифонной трубки уровень воды начнет понижаться, так как по условию задачи скорость истечения воды из трубки B больше, чем из трубки A . Понижение уровня будет продолжаться до тех пор, пока уровень не достигнет высоты h_2 , совпадающей с обрезом трубки B . После этого весь процесс начнется сначала, т. е. уровень воды будет совершать колебательные движения (рис. 233).

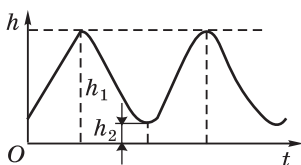


Рис. 233

II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

§ 13. Тепловое расширение тел

222. Одному полному обороту часовой стрелки соответствует определенное число N колебаний маятника.

При точном ходе эти N колебаний совершаются за время $\tau = 1$ сут $= 24$ ч. По условию задачи

$$N = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}}.$$

При изменении температуры на Δt длина маятника будет равна $l = l_0(1 + \alpha \Delta t)$, и период колебаний маятника изменится на величину

$$\begin{aligned} T - T_0 &= 2\pi \left(\sqrt{\frac{l}{g}} - \sqrt{\frac{l_0}{g}} \right) = \frac{2\pi}{g} \frac{l - l_0}{\sqrt{\frac{l}{g}} + \sqrt{\frac{l_0}{g}}} \approx \frac{\pi}{g} \frac{l - l_0}{\sqrt{\frac{l_0}{g}}} = \\ &= \frac{\pi}{g} \frac{\alpha l_0 \Delta t}{\sqrt{\frac{l_0}{g}}}. \end{aligned}$$

За $\tau = 1$ сут часы отстанут или убегут на время

$$N(T - T_0) = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}} \frac{\pi}{g} \frac{\alpha l_0 \Delta t}{\sqrt{\frac{l_0}{g}}} = 12 \cdot 60 \cdot 60 \alpha \Delta t = 8 \text{ с.}$$

223. Если бы стержень был свободен, то при нагревании на Δt его длина увеличилась бы на $l - l_0 = \alpha l_0 \Delta t$. Так как по условию задачи расстояние между опорными плитами остается неизменным, то величина $l - l_0$ будет определять собой деформацию сжатия стержня, возникающую во время нагревания. По закону Гука сила давления стержня

$$F = ES \frac{l - l_0}{l} = ES \alpha \Delta t; F = 33,99 \text{ кН.}$$

224. При температуре $t_0 = 20$ °С длина 180 делений штангенциркуля $l_0 = 180$ мм. При температуре $t = 10$ °С длина 180 делений штангенциркуля $l = l_0(1 + \alpha \Delta t)$, где Δt — разность температур, т. е. измеренная при $t = 10$ °С длина стержня будет меньше истинной его длины на величину $\Delta l = l_0 \alpha \Delta t \approx 0,02$ мм.

225. Увеличение диаметра, вызванное нагреванием детали, равно $\alpha d_0(t - t_0) = 38,5$ мкм, т.е. превышает допускаемые отклонения. Поправки следует вводить.

226. Длины железного и медного цилиндров при любых температурах:

$$l_1 = l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t), \quad l_2 = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t). \quad (1)$$

По условию задачи

$$l_1 - l_2 = \Delta l, \quad l_{01} - l_{02} = \Delta l. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) получим

$$\frac{l_{02}}{l_{01}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}, \quad (3)$$

т.е. начальные длины цилиндров должны быть обратно пропорциональны температурным коэффициентам линейного расширения. Из выражений (3) и (2) следует, что

$$l_{01} = \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \Delta l; \quad l_{01} = 28,3 \text{ см}, \quad l_{02} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \Delta l; \quad l_{02} = 18,3 \text{ см}.$$

227. Так как по условию латунная шкала выверена при температуре $t_0 = 0$ °С, то длине $L = 760$ делений шкалы при температуре $t = 18$ °С будет соответствовать длина ртутного столба

$$l = L(1 + \alpha \Delta t).$$

Столб ртути высотой l будет создавать давление $p = \rho g l$, где ρ — плотность ртути при температуре $t = 18$ °С. При температуре $t_0 = 0$ °С такое же давление будет создаваться столбом ртути высотой l_0 : $p = \rho_0 g l_0$, где ρ_0 — плотность ртути при температуре $t_0 = 0$ °С. Так как

$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \Delta t}$, то истинное давление, выраженное в миллиметрах ртутного столба, при температуре $t_0 = 0$ °С будет равно

$$l_0 = \frac{\rho}{\rho_0} l = L \frac{1 + \alpha \Delta t}{1 + \beta \Delta t}; \quad l_0 = 757,8 \text{ мм рт. ст.}$$

228. Объемы, занимаемые сосудом и шаром, будут одинаковы при всех температурах. Изменение объема при нагревании

$$V - V_0 = \beta V_0 \Delta t; \quad V - V_0 = 1,14 \text{ см}^3.$$

У к а з а н и е. Изменение полного объема тела при нагревании не зависит от наличия полостей внутри тела и рассчитывается по обычной формуле объемного расширения: $V = V_0(1 + \beta \Delta t)$, где $\beta = 3\alpha$ – температурный коэффициент объемного расширения.

229. $V = \frac{\beta_0 V_0}{\beta} = \frac{3V_0}{8}$ (см. решение задачи 226).

230. Объем сосуда при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$:

$$V_0 = \frac{m_0}{\rho},$$

где ρ – плотность ртути. Объемы сосуда и ртути после нагревания на $\Delta t = 1^\circ\text{C}$:

$$V_1 = V_0(1 + \beta_1 \Delta t), \quad V_2 = V_0(1 + \beta_2 \Delta t).$$

В результате для изменения объема и массы вытекшей при нагревания ртути имеем

$$V_2 - V_1 = V_0(\beta_2 - \beta_1)\Delta t,$$

$$\Delta m = \rho V_0(\beta_2 - \beta_1)\Delta t = m_0(\beta_2 - \beta_1)\Delta t; \quad \Delta m \approx 0,1 \text{ г}.$$

231. Для ответа на поставленные вопросы следует рассмотреть аэростатическое давление, создаваемое столбами воздуха в точках A и B шахты (рис. 234).

Полное давление в этих точках складывается из трех частей: 1) давления столба воздуха над уровнем DD' , одинакового для точек A и B ; 2) давления столбов CA и $C'B$ (эти давления также одинаковы, так как одинаковы температуры, а следовательно, и плотности воздуха); 3) давления, создаваемого столбами CD и $C'D'$.

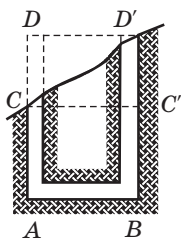


Рис. 234

Допустим, что постоянная по условию задачи температура воздуха в шахте ниже температуры наружного возду-

ха летом и выше температуры этого воздуха зимой. При этом условии летом в столбе CD температура воздуха будет выше, а плотность воздуха меньше плотности воздуха в столбе $C'D'$. Следовательно, давление, создаваемое столбом $C'D'$, летом будет больше давления, создаваемого столбом CD . Между точками A и B будет существовать некоторая разность давлений, которая нарушит равновесие воздуха в шахте и вызовет его движение от точки B к точке A . Летом воздух будет входить в отверстие шахты, лежащее на более высоком уровне, и вытекать из отверстия, лежащего ниже.

Зимой плотность воздуха в столбе CD и давление, создаваемое этим столбом, будут больше плотности воздуха и давления, создаваемого столбом $C'D'$, поэтому воздух будет двигаться в обратном направлении – от точки A к точке B .

232. Зимой воздух будет входить в нижнюю штольню и вытекать через верхнюю. Летом воздух будет двигаться в обратном направлении. Направление движения воздуха будет определяться соотношением давлений, создаваемых в нижней штольне столбами воздуха DA и CB

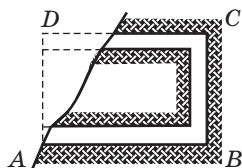


Рис. 235

(рис. 235). Зимой плотность воздуха в столбе DA и давление, создаваемое им, будут больше плотности воздуха и давления в столбе CB . Поэтому воздух будет двигаться от точки A к точке B .

§ 14. Количество теплоты. Теплообмен

233. $\theta = 0^\circ \text{C}$.

234. Плотность чугуна в момент погружения в сосуд

$\rho = \frac{m}{V}$ связана с плотностью его при температуре $t_0 = 0^\circ \text{C}$

соотношением $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}$. Отсюда по известным ρ и ρ_0

может быть определена температура чугуна:

$$t = \frac{\rho_0 - \rho}{\beta \rho} = \frac{V \rho_0 - m}{\beta m}.$$

Масса растаявшего льда определяется из уравнения теплового баланса:

$$m_{\text{л}} = \frac{mc}{r} t = \frac{mc}{r} \frac{V \rho_0 - m}{\beta m}; m_{\text{л}} \approx 64 \text{ г.}$$

235. $\lambda = \frac{\tau_2}{\tau_1} c(t - t_0); \lambda \approx 2,24 \text{ МДж/кг.}$

236. Необходимое для парообразования количество теплоты может быть получено только за счет энергии, освобождающейся при замерзании воды. При замерзании воды массой $m_{\text{л}}$ выделится количество теплоты $m_{\text{л}} r$.

За счет этой энергии образуется пар массой $m_{\text{п}} = \frac{m_{\text{л}} r}{\lambda}$.

Если $m = m_{\text{л}} + m_{\text{п}}$ — масса воды до откачивания сосуда, то масса образовавшегося льда

$$m_{\text{л}} = \frac{\lambda}{r + \lambda} m \approx 0,87 m,$$

т. е. примерно 87 % первоначальной массы воды.

§ 15. Законы идеального газа

237. $\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$; см. рис. 236.

238. $\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0}$; см. рис. 237.

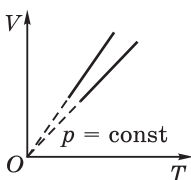


Рис. 236

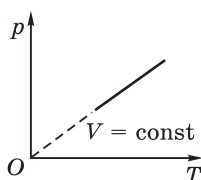


Рис. 237

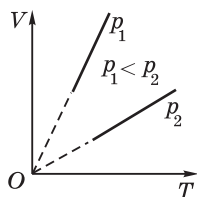


Рис. 238

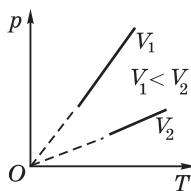


Рис. 239

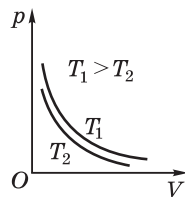


Рис. 240

239. При заданной температуре и большом давлении газ займет меньший объем, чем при той же температуре, но малом давлении.

Чем больше давление, при котором идет изобарный процесс, тем меньший угол с осью абсцисс образует изобара в системе координат V, T (рис. 238).

240. При заданной температуре газ данной массы будет создавать тем большее давление, чем меньше объем сосуда, в который он заключен. При нагревании газа в малом сосуде давление будет нарастать быстрее, чем при нагревании в большом сосуде. Изохора, соответствующая малому объему, будет составлять с осью абсцисс в системе координат p, T больший угол, чем изохора, соответствующая большому объему (рис. 239).

241. Изотерма, соответствующая более низкой температуре, в системе координат p, V располагается ближе к началу координат (рис. 240).

242. См. рис. 241–243.

243. См. рис. 244–246.

244. См. рис. 247–249.

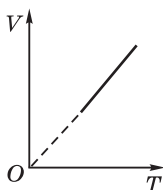


Рис. 241

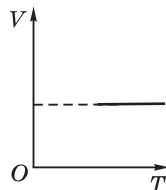


Рис. 242

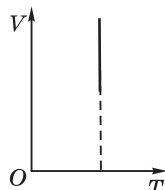


Рис. 243

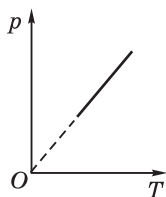


Рис. 244

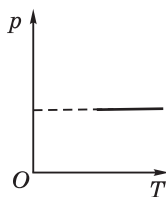


Рис. 245

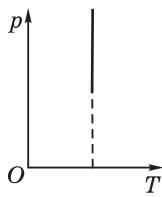


Рис. 246

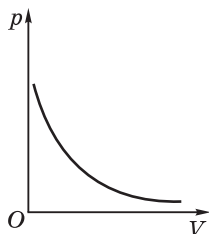


Рис. 247

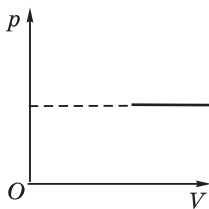


Рис. 248

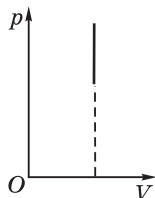


Рис. 249

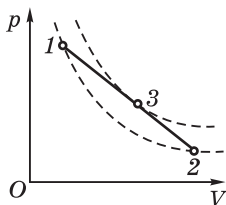


Рис. 250

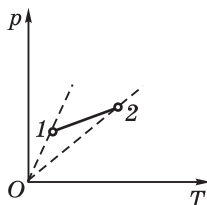


Рис. 251

245. Для определения характера изменения температуры газа следует провести на чертеже изотермы, проходящие через начальную и конечную точки 1 и 2 и некоторую точку 3 (рис. 250). Относительное расположение изотерм определяет соотношение температур в этих точках: на участке 1—3 газ нагревался, на участке 3—2 охлаждался.

246. Для определения характера изменения объема газа во время нагревания следует провести на чертеже изохоры, проходящие через начальную и конечную точки 1 и 2

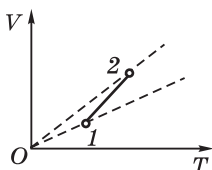


Рис. 252

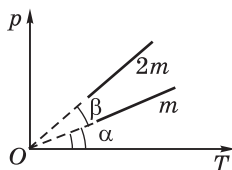


Рис. 253

(рис. 251). Точка 2 лежит на изохоре, которая составляет с осью абсцисс меньший угол, чем изохора, проходящая через точку 1; следовательно (см. решение задачи 239), в точке 2 газ занимал больший объем, чем в точке 1. Нагревание производилось при увеличении объема газа.

247. Для определения характера изменения давления необходимо провести изобары, на которых лежат точки 1 и 2 (рис. 252). Точка 1 лежит на изобаре, которая составляет с осью абсцисс меньший угол, чем изобара, проходящая через точку 2; следовательно (см. решение задачи 240), в точке 1 газ находился под большим давлением, чем в точке 2. Нагревание производилось при уменьшении давления газа.

248. При заданной температуре газ массой $2m$ производит в два раза большее давление, чем газ массой m , заключенный в том же сосуде (рис. 253). Изохора для газа массой $2m$ составляет с осью абсцисс больший угол, чем изохора для газа массой m , причем $\operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha$.

249. Если p_1 , V_1 и T_1 — давление, объем и температура газа массой m , а p_2 , V_2 и T_2 — давление, объем и температура газа массой $2m$, то всегда будет иметь место соотношение

$$\frac{p_2 V_2}{T_2} = 2 \frac{p_1 V_1}{T_1}$$

(см. решение задачи 248). При равновесии поршня $T_1 = T_2$ и $p_1 = p_2$; следовательно, поршень должен расположиться так, чтобы $V_2 = 2V_1$, т. е. газ массой $2m$ будет

занимать $\frac{2}{3}$ объема цилиндра.

250. Воспользуемся уравнением Менделеева—Клапейрона:

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{M} R$$

(M — молярная масса газа).

Для первого газа оно имеет вид:

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{m}{M} R. \quad (1)$$

Для второго газа с учетом условия задачи запишем

$$\frac{pV_2}{T_2} = \frac{m}{2M} R. \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2) следует:

$$\frac{V_1}{T_1} = 2 \frac{V_2}{T_2}.$$

Полученное соотношение означает, что при одной и той же температуре газ с меньшей молярной массой занимает больший объем. Изобара газа, имеющего большую молярную массу, в системе координат V, T идет более полого, чем изобара газа с меньшей молярной массой (рис. 254).

251. Для решения задачи необходимо провести через точки 1 и 2 изобары, соответствующие постоянным массам газа (рис. 255). Изобара, на которой лежит точка 1, проходит более круто, чем изобара, на которой лежит точка 2. Следовательно (см. решение задачи 248), масса газа в состоянии 1 была больше, чем масса газа в состоянии 2.

252. См. рис. 256.

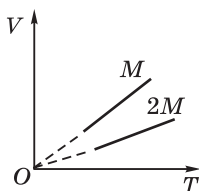


Рис. 254

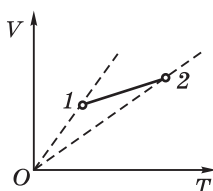


Рис. 255

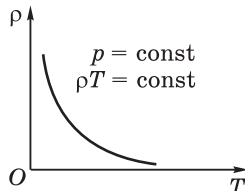


Рис. 256

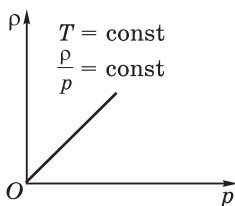


Рис. 257

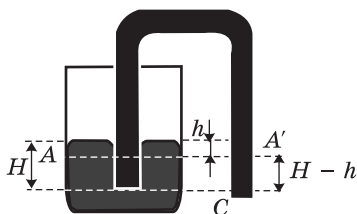


Рис. 258

253. См. рис. 257.

254. Из закона Гей-Люссака имеем

$$T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{110}{104} \cdot 278 \text{ К} \approx 295 \text{ К},$$

где V_1 и V_2 — объемы, занимаемые газом в приборе до и после нагревания. Температура помещения $t_2 \approx 22^\circ \text{С}$.

$$255. p_0 = \frac{hV_2}{V_1 - V_2}; p_0 = 750 \text{ мм рт. ст.}$$

$$256. p_0 = \frac{2h(L-h)}{L-2h}; p_0 = 710 \text{ мм рт. ст.}$$

$$257. h_2 = \frac{\sqrt{p_0^2 + 4p_0h_1} - p_0}{2}; h_2 \approx 21,8 \text{ см.}$$

$$258. h = 15,8 \text{ см.}$$

У к а з а н и е. Из условия равновесия и закона Бойля—Мариотта для воздуха в трубке получается уравнение

$$l_1 p_0 = h[p_0 + h - (l_1 + l_2)].$$

259. 96 % первоначального объема.

У к а з а н и е. Воздух в стакане после погружения будет находиться под давлением $p_0 + \frac{mg}{S}$.

260. Истечение ртути через сифон будет продолжаться до тех пор, пока давление, создаваемое ртутью в точке С внутри трубки (рис. 258), будет больше атмосферного. Допустим, что уровень ртути в сосуде понизился на величину h и при этом давление воздуха в сосуде стало равным p . Очевидно, такое же давление p установится и

в трубке на уровне AA' , соответствующем свободной поверхности ртути в сосуде.

Давление p' , создаваемое ртутью в точке C на выходе из трубки, будет складываться из давления p и давления столба ртути высотой $A'C = H - h$, т. е. будет равно $p' = p + H - h$, где H — начальная высота уровня ртути в сосуде. По мере понижения уровня ртути в сосуде давление p и вместе с ним p' будут уменьшаться и в момент прекращения истечения жидкости $p' = p_0$, где p_0 — атмосферное давление. Отсюда давление воздуха в сосуде в момент прекращения истечения ртути будет

$$p = p_0 - (H - h).$$

По условию задачи в начальный момент в сосуде было давление p_0 и объем воздуха, пропорциональный H . Объем воздуха в момент прекращения истечения ртути будет пропорционален $H + h$. Из закона Бойля—Мариотта следует, что

$$p_0 H = p(H + h), \text{ или } p_0 H = [p_0 - (H - h)](H + h).$$

Подставляя числовые данные и разрешая уравнение относительно h , найдем, насколько понизится уровень ртути, и затем определим давление в сосуде к моменту прекращения истечения ртути: $h = 15$ см, $p = 600$ мм рт. ст.

261. Обозначим через l_0 длину трубки, занимаемую газом в каждой из половин трубки при ее горизонтальном положении. Если p_1 и p_2 — давления газа в верхней и нижней частях трубки после того, как ее расположили вертикально, то уравнения изменения состояния газов в каждой из частей имеют вид:

$$l_0 p_0 = (l_0 + l)p_1, \quad l_0 p_0 = (l_0 - l)p_2, \quad \text{где } p_2 = p_1 + h.$$

Решение этих уравнений дает $l \approx 4,5$ см.

262. С учетом того, что массы газа равны и давления в обеих частях цилиндра после смещения поршня на величину l стали одинаковы, применим закон Гей-Люссака и получим соотношение

$$\frac{L - l}{T_0} = \frac{L + l}{T};$$

отсюда находим

$$l = \frac{T - T_0}{T + T_0} L; l = 2 \text{ см}, p = \frac{L}{L - l} p_0; p = 798 \text{ мм рт. ст.}$$

263. До $t = 663 \text{ }^\circ\text{C}$.

У к а з а н и е. При решении задачи учтите, что давление в трубке до нагревания было равно $(750 - 50)$ мм рт. ст., после нагревания равно $(750 + 50)$ мм рт. ст.

264. Моль любого газа при температуре $T_0 = 273 \text{ К}$ и давлении $p_0 = 101,325 \text{ кПа}$ занимает объем $V_0 = 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$. Следовательно,

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{101,325 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 2,24 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3}{273 \text{ К}} = 8,31 \text{ Дж/К.}$$

265. На сосуд без отверстия во все время погружения будет действовать постоянная выталкивающая сила $F_1 = \rho g V$, где ρ — плотность воды, V — объем сосуда. По мере погружения сосуда с отверстием вода будет проникать в него, сжимая находящийся в нем воздух. В соответствии с этим будут уменьшаться объем вытесняемой этим сосудом воды и выталкивающая сила $\overline{F_2}$. Следовательно, и работа, совершаемая против этой силы, будет в любой момент меньше, чем работа, совершаемая против силы $\overline{F_1}$.

266. Конечная температура T газа определяется из закона Гей-Люссака ($V = 2V_0$):

$$T = \frac{VT_0}{V_0} = 2T_0.$$

Количество теплоты находим из уравнения

$$Q = mc_p(T - T_0) = \nu Mc_p T_0; Q = 7,973 \text{ кДж.}$$

267. Давление, под которым находится газ, $p = \frac{mg}{S}$.

Если при нагревании на $\Delta T = 1 \text{ К}$ поршень поднялся на высоту h , то газ совершает работу

$$A = mgh = pSh.$$

Но Sh равно приращению объема газа $V - V_0$, вызванному поднятием поршня; следовательно,

$$A = p(V - V_0).$$

Уравнение состояния идеального газа дает

$$pV_0 = RT_0, \quad pV = R(T_0 + \Delta T);$$

отсюда $A = pV - pV_0 = R\Delta T$.

268. Количество теплоты, сообщаемое нагревателем, будет расходоваться не только на повышение температуры газа, но и на совершение работы по поднятию поршня.

При нагревании объем газа увеличится до $V = \frac{TV_0}{T_0}$;

$V = 11,65 \text{ л}$. Газ при расширении совершает работу (см. решение задачи 267)

$$A = \frac{mg}{S}(V - V_0) \approx 88 \text{ Дж}.$$

Количество теплоты, полученное от нагревателя, равно

$$Q = C_V(T - T_0) + A \approx 297 \text{ Дж}.$$

269. Количество теплоты, подводимое к газу, расходуется на совершение работы против внешней силы при расширении газа.

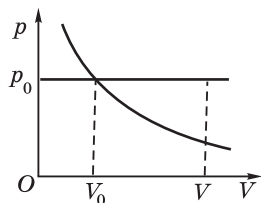


Рис. 259

270. При изобарном расширении.

У к а з а н и е. При всех значениях объемов от V_0 до V давление газа в изобарном процессе будет больше, чем в изотермическом (рис. 259); в изобарном процессе будет больше и работа, совершенная газом (см. решение задачи 267).

271. Температура газа будет понижаться, так как за счет части внутренней энергии газа совершается работа при его расширении.

§ 16. Поверхностное натяжение

272. Поверхностные натяжения спиртов будут относиться к поверхностному натяжению воды, как $\frac{7,2}{13}$ и $\frac{13,2}{13}$; $r \approx 0,2$ мм.

273. От начала заполнения водой до момента времени A (рис. 260) уровень воды будет равномерно подниматься в капилляре (кривая h_1) и оставаться неподвижным в широкой трубке (кривая h_2). Разность высот уровней $h_1 - h_2$ будет непрерывно возрастать (рис. 261). В момент времени A разность высот уровней достигнет величины

$$h_0 = \frac{2\alpha}{gr}.$$

С этого момента до момента времени B уровни в капилляре и широкой трубке будут подниматься с одинаковыми скоростями, а разность уровней по высоте будет оставаться постоянной и равной h_0 . В момент времени B уровень воды в капилляре достигнет конца капилляра и остановится на высоте h (см. рис. 260).

От момента B до момента D уровень воды в широкой трубке будет непрерывно подниматься. В капилляре уровень воды будет оставаться неизменным, но будет меняться форма мениска — от вогнутой радиусом r (в момент B) до плоской (в момент C) и выпуклой — радиусом r (в момент D). Разность высот уровней на участке BC будет уменьшаться до нуля, на участке CD изменит знак и

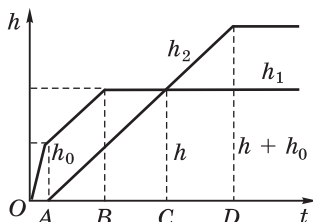


Рис. 260

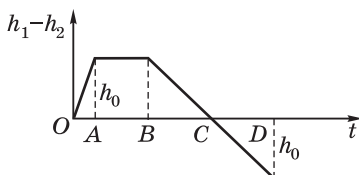


Рис. 261

будет возрастать до значения h_0 . В момент D вода начнет выливаться из капилляра и все высоты уровней, начиная с этого момента, будут постоянны. Наибольшая высота подъема воды в широкой трубке равна $h + h_0$. Наибольшая разность высот уровней равна h_0 .

274. Двигатель действовать не будет. Вода из воронки выливаться не будет. Как только вода войдет в воронку, начнет увеличиваться радиус кривизны мениска и в соответствии с этим будет происходить постепенное уменьшение сил поверхностного натяжения. Вода в воронке дойдет лишь до сечения с таким радиусом R , в котором силы поверхностного натяжения будут уравнивать силу тяжести, действующую на столб воды высотой h_0 . Радиус этого сечения определится из соотношения

$$2\pi R\alpha = \pi r^2 \rho g h_0, \text{ или } R = \frac{\rho g h_0 r^2}{2\alpha}.$$

275. Действие сил поверхностного натяжения принципиально должно сказываться на положении ареометра. В случае смачивающей жидкости силы поверхностного натяжения дают равнодействующую, направленную вверх и приложенную к частицам жидкости, расположенным около ареометра. По третьему закону Ньютона на трубку ареометра должна действовать такая же по модулю сила, но направленная вниз. Ареометр должен занимать более низкое положение, чем в отсутствие сил поверхностного натяжения.

В результате уменьшения поверхностного натяжения после наливания эфира ареометр должен немного подняться, т. е. должен показать несколько большую плотность, чем он показывал до наливания эфира.

276. Силы поверхностного натяжения действуют на внешнюю и внутреннюю поверхности трубки. Учитывая тонкость стенок и предполагая в первом приближении, что радиусы кривизны поверхности жидкости у стенок капилляра одинаковы и снаружи и внутри трубки, можно считать одинаковыми и силы, действующие на внутреннюю и внешнюю поверхности трубки. Сила, действующая на внут-

ренную поверхность, равна весу воды, поднятой в капилляр силами поверхностного натяжения, а изменение веса капилляра равно удвоенному весу этой воды. Отсюда

$$r = \frac{mg}{4\pi\alpha}; r \approx 1,5 \text{ мм.}$$

277. Ртуть хорошо смачивает чистый свинец. Плотнo сложенные листы свинца образуют тонкие капиллярные каналы и щели, по которым ртуть за счет действия сил поверхностного натяжения поднимается подобно воде в капиллярных стеклянных трубках.

278. $F = 2\alpha l$; $F = 4,8 \text{ мН}$, $A = Fs$; $A = 96 \text{ мкДж}$. При увеличении поверхности пленки за счет работы внешних сил увеличивается потенциальная энергия пленки, связанная с действием сил поверхностного натяжения. Эту энергию называют поверхностной энергией. При уменьшении поверхности пленки происходит уменьшение поверхностной энергии, за счет этого совершается работа силами поверхностного натяжения.

279. На рамку будет действовать в первые моменты сила $F = (\alpha_1 - \alpha_2)l$ (рис. 262). Рам-

ка начнет двигаться в направлении силы \vec{F} .

280. Вода не будет выливаться из решета при соблюдении двух условий: 1) нити решета не смачиваются водой; 2) высота слоя воды h

в решете не превышает $h_0 = \frac{2\alpha}{\rho g d}$; $h_0 \approx 3 \text{ см}$.

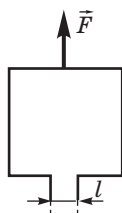


Рис. 262

Если высота решета меньше h_0 , то воду вылить можно, если больше h_0 , то при наклоне решета у его нижнего края образуется слой воды, превышающий по высоте h_0 , и вода начнет проливаться сквозь отверстия сетки решета.

281. На жидкость со стороны стенок капилляра действует направленная вертикально вверх сила, модуль которой $F = 2\pi r\alpha$. По третьему закону Ньютона такая же по модулю сила, но в противоположном направлении будет действовать со стороны жидкости на капилляр.

Потеря в весе для случая смачивающей жидкости будет меньше потери, рассчитанной по закону Архимеда. В случае несмачивающей жидкости она будет больше. Значит, потерю в весе капилляра рассчитывать по закону Архимеда нельзя: необходимо вносить поправку на действие сил поверхностного натяжения.

282. Высота поднятия жидкости в капилляре $h = \frac{2\alpha}{\rho g r}$.

Работа, совершенная при этом силами поверхностного натяжения, $A = Fh = \frac{4\pi\alpha^2}{\rho g}$. Потенциальная энергия жидкости после поднятия ее в капилляре

$$U = mg \frac{h}{2} = \rho g \pi r^2 h \frac{h}{2} = \frac{2\pi\alpha^2}{\rho g}, \text{ или } U = \frac{A}{2}.$$

На увеличение потенциальной энергии U идет половина работы, совершенной силами поверхностного натяжения. За счет другой половины совершается работа против сил трения. Если бы силы вязкости и трения о стенки отсутствовали, то уровень жидкости совершал бы в капилляре гармонические колебания около уровня, соответствующего высоте h , как положения равновесия.

283. Жир впитывается в бумагу потому, что капиллярные каналы в непроклеенной бумаге значительно меньше, чем в материи.

284. Дополнительные давления, возникающие в пузырьках воздуха внутри жидкости за счет действия сил поверхностного натяжения, можно определить из следующих простых соображений. При соприкосновении конца капилляра с поверхностью жидкости последняя

поднимается в капилляре на высоту $h = \frac{2\alpha}{\rho g r}$ под действием силы поверхностного натяжения, направленной вверх и равной по модулю $F = 2\pi r\alpha$. При этом сила \vec{F} уравнивается весом столба жидкости высотой h .

Если в капилляре над поверхностью жидкости создать дополнительное давление

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\pi r\alpha}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r}, \quad (1)$$

где $S = \pi r^2$ — площадь поперечного сечения капилляра, то действие сил поверхностного натяжения будет уже полностью уравниваться силой избыточного давления воздуха в капилляре, а вес столба жидкости в капилляре останется неуравновешенным. Поэтому уровень жидкости в капилляре должен будет опуститься до первоначальной высоты, и на конце трубки образуется пузырек воздуха — полусфера радиусом R , равным радиусу капилляра r . Искомое давление в пузырьке

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (2)$$

где R — радиус пузырька. Можно показать, что это выражение всегда определяет избыточное давление, создаваемое силами поверхностного натяжения в замкнутых пузырьках внутри жидкости.

Из выражения (2) видно, что давление в пузырьке уменьшается с увеличением радиуса пузырька. Из непосредственного рассмотрения процесса образования пузырька на конце капилляра следует, что наименьшее значение радиуса пузырька равно радиусу капилляра. Следовательно, при расчете α по данным задачи необходимо

в расчетную формулу $\alpha = \frac{\Delta p R}{2}$ подставить вместо R значение радиуса капилляра, т.е.

$$\alpha = \frac{\Delta p r}{2} = 0,070 \text{ Н/м.}$$

285. Обозначим через h_1 и h_2 высоты уровней ртути до откачки воздуха. Ртуть в трубке будет находиться в равновесии, если в сечении AB (рис. 263) давления, создаваемые

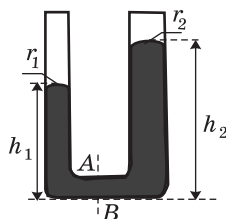


Рис. 263

столбами ртути с обеих сторон, будут равны. Полное давление в сечении AB с каждой стороны складывается из давления ρgh , создаваемого весом столба ртути, и давления, создаваемого силами поверхностного натяжения и равного

$$\frac{F}{S} = \frac{2\pi r\alpha}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r}.$$

Поэтому условие равновесия запишется в виде

$$\rho gh_1 + \frac{2\alpha}{r_1} = \rho gh_2 + \frac{2\alpha}{r_2},$$

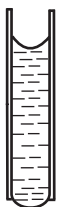
или

$$h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{2\alpha}{g} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}.$$

Разность давлений воздуха должна скомпенсировать эту разность высот столбов ртути, т. е. должна быть равна

$$\Delta p = h_1 - h_2 = \frac{2\alpha}{\rho g} \frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}; \Delta p \approx 3,6 \text{ мм рт. ст.}$$

Насос должен быть присоединен к узкому каналу трубки.



286. Столб воды в поставленной вертикально трубке будет удерживаться верхним и нижним менисками (рис. 264), каждый из которых будет действовать на воду с силой, направленной вертикально вверх и равной по модулю $F = 2\pi r\alpha$. Поэтому высота столба оставшейся в трубке воды будет определяться из уравнения

Рис. 264 $\rho g \pi r^2 h = 2F = 4\pi r\alpha$, т.е. $h = \frac{4\alpha}{\rho g r}$; $h \approx 3 \text{ см.}$

287. Вода, поднявшись в трубке на высоту h , сожмет находящийся в ней воздух и создаст избыточное давление Δp , которое может быть рассчитано по закону Бойля—Мариотта:

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{p_0 h}{l - h}.$$

Так как жидкость в капилляре находится в равновесии, то должно выполняться условие: $p_{\text{н}} = \Delta p + p$, где

$p_{\pi} = \frac{2\alpha}{r}$ — давление, создаваемое силами поверхностного натяжения; $p = \rho gh$ — давление, создаваемое весом столба воды. Следовательно,

$$\frac{2\alpha}{r} = \frac{p_0 h}{l - h} + \rho gh;$$

отсюда

$$l = \frac{p_0 r h}{2\alpha - \rho g r h} + h; \quad l \approx 5,52 \text{ м.}$$

§ 17. Влажность воздуха

288. Если атмосферное давление равно H (в миллиметрах ртутного столба), то для появления у дна пробирки первого пузырька, заполненного насыщенным водяным паром, необходимо, чтобы давление насыщенного пара было не меньше $H - h$. Поэтому в начале нагревания, когда температура воды еще мала и давление насыщенного пара меньше $H - h$, вода будет заполнять всю пробирку полностью. При температуре $t < 100^\circ\text{C}$, которая соответствует давлению насыщенного пара $H - h$, уровень воды оторвется от дна пробирки. При дальнейшем нагревании, по мере роста температуры и давления насыщенного пара, уровень воды в пробирке будет опускаться и при температуре $t_2 = 100^\circ\text{C}$ займет такое же положение, как и уровень воды в стакане.

289. $\rho = \frac{Mp_2}{RT_2}$; $\rho = 8,42 \text{ г/м}^3$, $f = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}$; $f = 48,6 \%$, где

M — молярная масса воды, R — газовая постоянная.

290. При повышении температуры.

291. Из равенства смешиваемых масс воздуха и их теплоемкостей следует, что после смешения температура смеси $\theta = 15^\circ\text{C}$. Из пропорциональности давления насыщенного пара температуре следует, что давление насыщенного пара при температуре $\theta = 15^\circ\text{C}$ равно $p = 13 \text{ мм рт. ст.}$ Абсолютные влажности при $10, 15$ и 20°C

будут соответственно равны 9, 13 и 17 г/м³. Избыточная масса водяного пара в воздухе при 15 °С равна 9 + 17 – 2·13 = 0, т.е. выпадения росы не произойдет.

$$292. f_2 = \frac{3f_1\rho_1RT_2}{Mp_0} = 2,87 \text{ \%}.$$

У к а з а н и е. При $t = 100$ °С давление насыщенного водяного пара равно нормальному атмосферному давлению.

$$293. m = \frac{f}{100 \text{ \%}} \rho_0 V - \rho_0 \frac{V}{4}; m = 4,32 \text{ г}.$$

III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

§ 18. Закон Кулона

$$294. N = \frac{q}{e} \approx 6,25 \cdot 10^{18}.$$

$$295. F = \frac{kZe^2}{r^2} = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ Н, где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2, \\ Z = 1 (\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} - \text{электрическая постоянная}).$$

$$296. v = \sqrt{\frac{kZe^2}{mr}}. \text{ Для водорода } v = 1,59 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

У к а з а н и е. Сила электростатического взаимодействия электрона с ядром должна обеспечивать появление необходимого центростремительного ускорения, т. е. по второму закону Ньютона должно быть

$$k \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2.$$

297. На расстоянии $b = \frac{a}{3}$ от заряда q . Равновесие будет устойчивым при продольных смещениях, если заряд q_0 положителен, и неустойчивым, если заряд q_0 отрицателен.

У к а з а н и е. Для определения характера равновесия следует рассмотреть силы, возникающие при малом смещении заряда q из положения равновесия.

298. На расстоянии $b = \frac{a}{3}$ от заряда q следует распо-

ложить отрицательный заряд, модуль которого $q_0 = \frac{4q}{9}$.

При этом сумма сил, действующих на каждый заряд системы, будет равна нулю.

299. Положение равновесия находим из уравнения

$$k \frac{qq_0}{b^2} = k \frac{2qq_0}{(a+b)^2}; \text{ отсюда } b = a(1 + \sqrt{2}).$$

Характер равновесия определим из рассмотрения сил, возникающих при малых смещениях заряда q_0 из положения равновесия. При смещении заряда q_0 из положения равновесия относительное изменение расстояния до положительного заряда q всегда будет больше, чем относительное изменение расстояния до отрицательного заряда. Иными словами, если заряд q_0 переместится на расстояние x из положения равновесия в сторону системы зарядов, то

$$\frac{1}{(b-x)^2} > \frac{1}{[(a+b)-x]^2}.$$

Поэтому при приближении заряда q_0 к положительному заряду силы отталкивания, создаваемые зарядом q , возрастают на большее значение, чем силы притяжения, создаваемые отрицательным зарядом, и возникает равнодействующая, возвращающая заряд q_0 в положение равновесия. При удалении заряда q_0 от заряда q по тем же причинам убывание сил отталкивания будет более быстрым, чем убывание сил притяжения. Равнодействующая будет направлена в сторону системы зарядов, т.е. опять будет возвращать заряд в положение равновесия. Равновесие будет устойчивым.

Качественно кривую зависимости проекции F_r на горизонтальную прямую силы \vec{F} , действующей на заряд q_0 ,

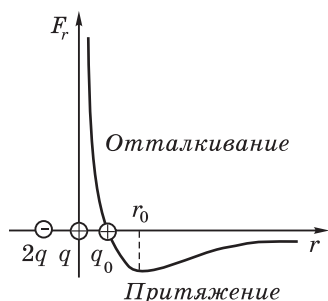


Рис. 265

от расстояния r между ним и зарядом q можно построить, пользуясь следующими рассуждениями. Если заряд q_0 из положения равновесия перемещать все ближе к заряду q , то различие в относительном изменении влияния зарядов q и $-2q$ будет становиться все больше, и в соответствии с этим сила отталкивания, действующая на заряд q_0 , по мере приближения его к системе зарядов будет непрерывно и очень быстро нарастать (рис. 265).

Если заряд q_0 из положения равновесия перемещать все дальше от заряда q , то различие в относительном изменении влияния зарядов q и $-2q$ будет становиться все меньше, и одновременно будут быстро уменьшаться силы, создаваемые зарядами q и $-2q$. Поэтому при смещении заряда q_0 от системы из положения равновесия модуль проекции силы притяжения сначала возрастает (различие в относительном изменении расстояний влияет сильнее, чем убывание сил), а затем, начиная с некоторого расстояния r_0 , уменьшается и быстро приближается к нулю. (Различие в относительном изменении расстояний стало исчезающе малым, решающую роль играет убывание каждой из сил, создаваемых зарядами q и $-2q$.)

300. Заряд определится из равенства силы электростатического взаимодействия и силы всемирного тяготения:

$$k \frac{q^2}{r^2} = G \frac{m^2}{r^2}; \text{ отсюда } q = m \sqrt{\frac{G}{k}} \approx 8,6 \cdot 10^{-13} \text{ Кл},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}$ ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — электрическая постоянная), $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ — гравитационная постоянная.

301. До соединения друг с другом шарики взаимодействуют с силой $F = 1$ мкН, после соединения – с силой $F' \approx 1,225$ мкН. Заряды шариков после соединения будут одинаковы и равны $q'_1 = q'_2 = 3,5$ нКл.

У к а з а н и е. При соединении проволочкой заряды распределяются поровну между шариками.

302. После соединения проволочкой модуль заряда каждого из шариков равен $|q'_1| = |q'_2| = \frac{|q_1| - |q_2|}{2}$, где q_1 и q_2 – заряды шариков до соединения. Сила взаимодействия шариков до и после соединения:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}, \quad F' = k \frac{(|q_1| - |q_2|)^2}{4r^2};$$

отсюда

$$|q_1| |q_2| = \frac{r^2 F}{k}, \quad |q_1| - |q_2| = 2r \sqrt{\frac{F'}{k}}.$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$|q_1| = r \left(\sqrt{\frac{F'}{k}} + \sqrt{\frac{F' + F}{k}} \right) \approx 2,67 \text{ нКл},$$

$$|q_2| = r \left(-\sqrt{\frac{F'}{k}} + \sqrt{\frac{F' + F}{k}} \right) \approx 0,67 \text{ нКл}.$$

Мы нашли модули первоначальных зарядов. При решении мы учли, что заряд второго шарика отрицателен: $q_2 = -0,67$ нКл.

303. На шарик действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила упругости со стороны нити $\vec{F}_{\text{упр}}$ и сила электростатического взаимодействия зарядов \vec{F} (рис. 266, а). Шарик находится в равновесии, следовательно, равнодействующая этих сил равна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F} = 0.$$

Это означает, что прямоугольный треугольник, образованный силами, замкнут (рис. 266, б).

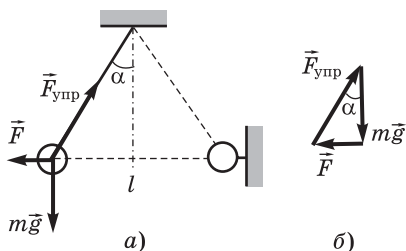


Рис. 266

Из треугольника имеем:

$$F = mg \operatorname{tg} \alpha.$$

Так как $F = k \frac{q^2}{l^2}$, то

$$mg \operatorname{tg} \alpha = k \frac{q^2}{l^2},$$

откуда находим $q = l \sqrt{\frac{mg \operatorname{tg} \alpha}{k}}$.

304. Обозначим через q и m заряд и массу каждого шарика до соприкосновения. Так как по условию задачи $l \gg a$, то условие равновесия шариков до соприкосновения (см. решение задачи 303) можно записать в виде

$$k \frac{q^2}{a^2} = mg \operatorname{tg} \alpha \approx mg \frac{a}{2l}.$$

После того как один из шариков разрядили, шарики вначале опустятся, коснутся друг друга, а затем разойдутся на расстояние b . При соприкосновении оставшийся на одном из шариков заряд q поровну распределится между обоими шариками, и условие нового равновесия шариков будет ($l \gg b$) таким:

$$k \frac{q^2}{4b^2} = mg \operatorname{tg} \beta \approx mg \frac{b}{2l} \approx k \frac{q^2 b}{a^3};$$

отсюда

$$b = \frac{a}{\sqrt[3]{4}} \approx 6,3 \text{ см.}$$

305. На отклоненную нить действуют сила тяжести $\vec{F}_1 = m\vec{g}$, приложенная к центру масс нити, и сила электростатического взаимодействия зарядов \vec{F}_2 (рис. 267), приложенная к концу нити и равная по модулю $F_2 = \frac{kq^2}{a^2} \left(a = 2l \sin \frac{\alpha}{2} \right)$. Условием рав-

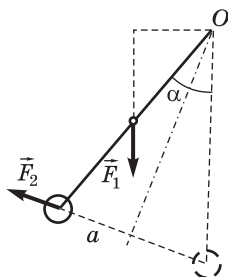


Рис. 267

новесия нити является равенство нулю алгебраической суммы моментов этих сил относительно точки O .

Из геометрических соображений (см. рис. 267) следует, что моменты сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 равны:

$$\frac{mgl}{2} \sin \alpha, k \frac{q^2 l}{a^2} \cos \frac{\alpha}{2} = k \frac{q^2}{4l} \frac{\operatorname{ctg}(\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)}.$$

Условие равновесия имеет вид

$$\frac{mgl}{2} \sin \alpha = k \frac{q^2}{4l} \frac{\operatorname{ctg}(\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)};$$

отсюда

$$q = \frac{2l}{k} \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{mg \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

306. Положительные заряды q (рис. 268) действуют на заряд q_0 с силой $F_1 = \frac{\sqrt{3}kqq_0}{r^2}$; $F_1 = 1,8$ мкН. Вектор силы \vec{F}_1 направлен перпендикулярно к линии, соединяющей заряды.

Разноименные заряды действуют с силой $F_2 = k \frac{|q \parallel q_0|}{r^2}$; $F_2 \approx 0,9$ мкН.

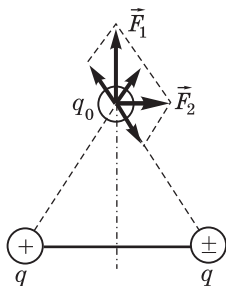


Рис. 268

Вектор силы \vec{F}_2 направлен параллельно линии, соединяющей заряды q (рис. 268).

307. На каждый из зарядов q , находящихся в вершинах квадрата, действуют четыре силы (рис. 269): две силы отталкивания \vec{F}_1 и \vec{F}_2 $\left(F_1 = F_2 = \frac{kq^2}{a^2} \right)$, создаваемые зарядами 1 и 2; сила отталкивания \vec{F}_3 $\left(F_3 = \frac{kq^2}{2a^2} \right)$, создаваемая зарядом 3; сила притяжения \vec{F}_4 $\left(F_4 = \frac{2k|q||q_0|}{a^2} \right)$, создаваемая зарядом q_0 . Для равновесия необходимо, чтобы векторная сумма этих сил была равна нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$. Векторное равенство можно привести к алгебраическому:

$$\frac{2k|q||q_0|}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{a^2};$$

отсюда $q_0 = \frac{q}{4}(1 + 2\sqrt{2})$.

Для определения характера равновесия системы достаточно задать малое смещение одному из зарядов и оценить характер изменения сил, создаваемых остальными зарядами. Для простоты рассмотрим малое смещение s одного из зарядов q по диагонали от центра квадрата (рис. 270). Так как расстояние от этого заряда

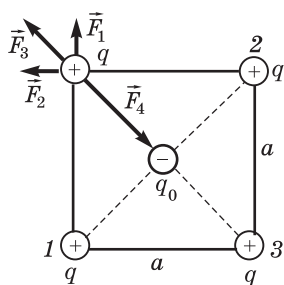


Рис. 269

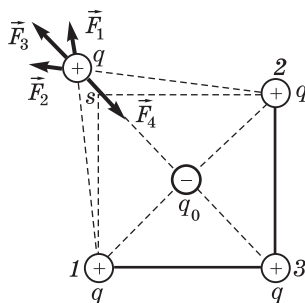


Рис. 270

до заряда q_0 является наименьшим, то смещение s создаст значительно большее относительное изменение расстояния до заряда q_0 , чем относительные изменения расстояний до других зарядов. Следовательно, при смещении s модуль силы \overline{F}_4 уменьшится на большее значение, чем модули сил \overline{F}_1 , \overline{F}_2 и \overline{F}_3 . Кроме того, смещение s вызовет уменьшение угла между силами \overline{F}_1 и \overline{F}_2 , создаваемыми зарядами 1 и 2. Это уменьшение угла даст некоторое увеличение равнодействующей сил \overline{F}_1 и \overline{F}_2 .

Таким образом, при новом положении заряда сила \overline{F}_4 будет заведомо меньше векторной суммы сил $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3$. На заряд в новом положении будет действовать равнодействующая, направленная от положения равновесия, т.е. равновесие системы будет неустойчивым.

§ 19. Электрическое поле

308. $E = \frac{kq}{r^2} = 9 \text{ В/м}$, где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ — электрическая постоянная).

309. $E = 0$; $\varphi = \frac{2kq}{a} \approx 36 \text{ В}$.

У к а з а н и е. Для решения задачи необходимо воспользоваться принципом независимости действия электрических полей. Напряженность \overline{E} поля в точке A будет равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов. Потенциал φ точки A будет равен сумме потенциалов, которые создавались бы в этой точке каждым из зарядов в отдельности.

310. Заряд q равномерно распределяется по всему кольцу. Линейная плотность заряда $\tau = \frac{q}{2\pi R}$. Напряжен-

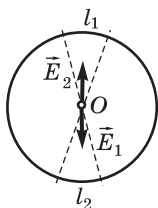


Рис. 271

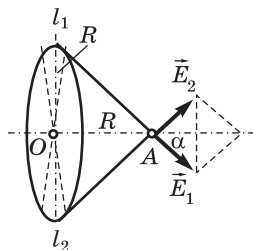


Рис. 272

ность \vec{E} поля, создаваемого заряженным кольцом, в каждой точке пространства будет являться векторной суммой напряженностей, создаваемых отдельными элементами кольца.

а) Каждый элемент кольца l_1 несет заряд τl_1 (рис. 271) и создает в точке

O напряженность $E_1 = \frac{k\tau l_1}{R^2}$. Симмет-

рично расположенный элемент кольца l_2 создает в этой точке напряженность, равную по модулю \vec{E}_1 , но противоположную ей по направлению. Поэтому при суммировании по всем элементам кольца напряженности взаимно скомпенсируют друг друга, и полная напряженность поля в центре кольца $E_O = 0$.

б) Элемент l_1 в точке A создает напряженность \vec{E}_1 , направленную под углом $\alpha = 45^\circ$ к оси кольца (рис. 272)

и равную по модулю $E_1 = \frac{k\tau l_1}{2R^2}$. Элемент l_2 в этой точке

создает напряженность $E_2 = \frac{k\tau l_2}{2R^2}$. При сложении напря-

женностей от этих элементов кольца в сумму войдут только проекции векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 на ось кольца. Точно так же попарно войдут проекции векторов напряженностей, создаваемых всеми другими элементами кольца. Поэтому напряженность поля в точке A равна

$$E_A = k \frac{\tau \cdot 2\pi R}{2R^2} \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\sqrt{2}}{4R^2}.$$

311. Листочки будут расходиться на разные углы. Наибольший угол расхождения между листочками получается при переносе заряда из точки A; меньший — при

переносе из точки B и равный нулю – после прикосновения в точке C .

У к а з а н и е. При указанном в условии задачи способе переноса зарядов на электроскоп угол расхождения листочков электроскопа пропорционален плотности распределения заряда в точках прикосновения шарика. Заряды на поверхности распределяются так, что их плотность больше в точках поверхности, обладающих большей кривизной, и меньше в точках с меньшей кривизной. В точке A кривизна, а следовательно, и плотность заряда больше, чем в точке B .

312. См. рис. 273. На шаре появятся индуцированные отрицательные заряды со стороны положительно заряженной пластины и положительные – со стороны отрицательно заряженной пластины. Линии напряженности поля перпендикулярны к поверхности шара. Искажения в форме и расположении линий напряженности поля вызываются наложением на поле конденсатора электрического поля зарядов, индуцированных на поверхности шара.

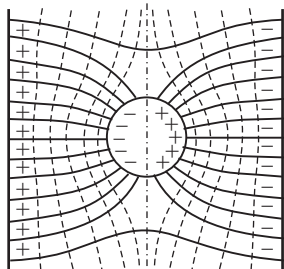


Рис. 273

314. Электрическое поле существует внутри и вне сферы. На внутренней поверхности сферы появится отрицательный заряд, на внешней – положительный. Изменится электрическое поле внутри сферы. Изменится электрическое поле вне сферы.

315. Сфера имеет заряд $-q$. Заряд распределен по внешней поверхности сферы; внутри сферы напряженность поля равна нулю. Вне сферы существует электрическое поле, подобное полю точечного заряда, созданному зарядом $-q$, помещенным в центре сферы.

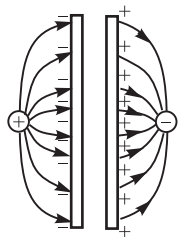


Рис. 274

316. Пластины разойдутся за счет взаимодействия точечных зарядов с зарядами, индуцированными на каждой пластине. См. рис. 274.

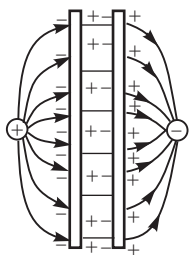


Рис. 275

317. См. рис. 275. На поверхностях пластин, обращенных к точечным зарядам, плотность индуцированных зарядов убывает к краям пластин; на внутренних поверхностях пластин индуцированные заряды противоположных знаков распределяются равномерно.

318. а) $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \frac{U}{3}$; $\varphi_3 = \frac{2U}{3}$;

$\varphi_4 = U$. б) $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \frac{U}{2}$; $\varphi_3 = \frac{U}{2}$; $\varphi_4 = U$. В промежутках 1-2 и 3-4 напряженность поля возрастает, в промежутке 2-3 обратится в нуль. Заряды на пластинах 1 и 4 возрастут. в) После замыкания пластина 2 имеет положительный заряд, пластина 3 – отрицательный.

319. На заряд в электростатическом поле действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$. Уравнение второго закона Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$ для движения заряда примет вид $qE = ma$; отсюда $a = \frac{qE}{m}$; $a = 1,5 \text{ см/с}^2$.

320. Напряженность поля внутри конденсатора $E = \frac{U}{d}$. На электрон в вертикальном направлении дей-

ствует сила $\vec{F} = e\vec{E}$ (рис. 276). В однородном поле конденсатора электрон совершает равноускоренное движение, перемещаясь в сторону к положительно заряженной пластине. В соответствии с законами равноускоренного движения (оси системы координат OX и OY проведены так, как показано на рис. 276) запишем

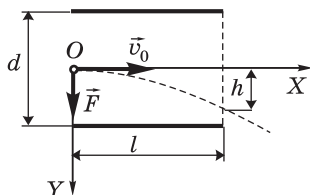


Рис. 276

$$x = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2,$$

где $x = l$, $v_{0x} = v_0$, $a_x = 0$, так что

$$l = v_0 t \quad (1)$$

и

$$y = v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2,$$

где $y = h$, $v_{0y} = 0$, $a_y = a$, так что $h = \frac{1}{2} a t^2$.

Ускорение электрон приобретает под действием электрического поля. Сила \vec{F} направлена вертикально вниз, следовательно, $F_y = F$, поэтому

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{md}.$$

Уравнение для h будет иметь вид:

$$h = \frac{eU}{md} \frac{t^2}{2}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) показывают, что движение электрона подобно движению тела, брошенного горизонтально над поверхностью Земли. Следовательно, траекторией является парабола. К моменту вылета из конденсатора электрон сместится от первоначального направления на расстояние

$$h = \frac{e}{m} \frac{U}{d} \frac{l^2}{2v_0^2}; h = 2,8 \text{ мм.}$$

321. $E = \frac{mg}{q}$; $E = 100 \text{ кВ/м.}$

322. Если на шарик помещен положительный заряд q , а верхняя пластина заряжена, то в вертикальном направлении на шарик помимо силы тяжести $m\vec{g}$ будет действовать сила $q\vec{E}$, где \vec{E} – напряженность электрического поля конденсатора. За счет действия этой силы из-

меняется ускорение свободного падения шарика в конденсаторе. Это ускорение определится из уравнения второго закона Ньютона:

$$m\vec{g}' = m\vec{g} + q\vec{E}.$$

В проекциях на ось Y , направленную вертикально вниз, будем иметь:

$$mg'_y = mg + qE_y.$$

Отсюда

$$g'_y = g + \frac{q}{m} E_y.$$

а) Если верхняя пластина заряжена положительно, то $E_y = E$ и $g' = g + \frac{q}{m} E$.

б) Если верхняя пластина заряжена отрицательно, то $E_y = -E$ и $g' = g - \frac{q}{m} E$.

Подставляя значение g' в формулу периода колебаний маятника, найдем, что:

$$\text{а) } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \left(\frac{q}{m}\right)E}} \quad (\text{период колебаний уменьшится});$$

$$\text{б) } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - \left(\frac{q}{m}\right)E}} \quad (\text{период колебаний увеличится}).$$

323. Период колебаний шарика в отсутствие зарядов

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \text{ отсюда } l = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2}; l = 9,8 \text{ см.} \quad (1)$$

После того как шарик и конденсатор были заряжены, период колебаний стал равным $T < T_0$, т.е. для его определения служит формула

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + \frac{F}{m}}}, \quad (2)$$

а это значит, (см. решение задачи 322), что верхняя пластина конденсатора и шарик имели заряды одинакового знака. Возводя (1) и (2) в квадрат и разрешая их относительно F , получим

$$F = \frac{T_0^2 - T^2}{T^2} mg = 3mg; F = 29,4 \text{ мН.}$$

Так как сила электрического взаимодействия шарика с пластинами конденсатора оказывается больше силы тяжести, то при перемене знака заряда изменится положение равновесия шарика. Точка А, соответствующая положению равновесия шарика, будет располагаться над точкой подвеса О (рис. 277). Ускорение шарика при одновременном действии силы тяжести и силы электрического поля будет направлено вверх и равно

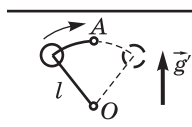


Рис. 277

$$g' = \frac{F}{m} - g = 2g;$$

отсюда период колебаний шарика около точки А

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\frac{F}{m} - g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}} \approx 0,44 \text{ с.}$$

324. Если шарик имеет массу m и положительный заряд q и напряженность поля в конденсаторе равна E , то нить при равновесии шарика будет составлять с вертикалью угол α (рис. 278), такой, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{qE}{mg}.$$

Ускорение шарика при одновременном действии силы тяжести и силы электрического поля определится из уравнения второго закона Ньютона:

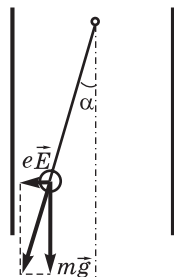


Рис. 278

$$mg' = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2};$$

отсюда

$$g' = \frac{\sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2}.$$

Период колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + \left(\frac{Eq}{m}\right)^2}}}.$$

Таким образом, если шарик и пластины конденсатора зарядить, то положение равновесия шарика изменится, а период колебаний уменьшится.

325. Напряженность электрического поля точечного заряда $E = \frac{kq}{R^2}$, где $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$; отсюда $q = \frac{ER^2}{k} \approx 5,9 \cdot 10^5 \text{ Кл}$.

§ 20. Работа сил электрического поля

326. Работа сил электрического поля при движении электрона

$$A = Fd = eEd.$$

По закону сохранения энергии должно быть $eEd = \frac{mv^2}{2}$; отсюда $v = \sqrt{\frac{2eEd}{m}} = 3,26 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

327. $d = \frac{U}{E}$; $d = 5 \text{ см}$.

328. Заряженная металлическая сфера во внешнем пространстве создает такое же электрическое поле, какое создавал бы точечный заряд q , помещенный в ее центре. Потенциал в любой точке такого поля

$$\varphi = \frac{kq}{R}, \text{ отсюда } q = \frac{\varphi R}{k} \left(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right).$$

Поверхностная плотность распределения заряда равна

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{\Phi}{4\pi kR} = \frac{\varepsilon_0 \Phi}{R},$$

где $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная; $\sigma = 26,55$ нКл/м².

329. Принцип независимости действия электрических полей дает возможность рассчитывать потенциал любой точки поля, создаваемого системой точечных зарядов, как сумму потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = 900 \text{ В.}$$

330. $A = q(\varphi_C - \varphi_B)$; $A = 27$ мкДж.

331. Для решения задачи необходимо воспользоваться принципом независимости действия электрических полей. Потенциал первого шарика φ_1 является суммой двух потенциалов: потенциала, создаваемого собственным зарядом шарика и равного $\frac{kq_1}{R}$, и потенциала, со-

здаваемого зарядом второго шарика и равного $\frac{kq_2}{r}$ (учитывается, что $R \ll r$). Аналогично определяется потенциал второго шарика. В результате имеем

$$\varphi_1 = k \left(\frac{q_1}{R} + \frac{q_2}{r} \right), \quad \varphi_2 = k \left(\frac{q_2}{R} + \frac{q_1}{r} \right).$$

Решая эту систему уравнений относительно q_1 и q_2 , найдем

$$q_1 = \frac{rR}{k} \frac{R\varphi_2 - r\varphi_1}{R^2 - r^2}, \quad q_2 = \frac{rR}{k} \frac{R\varphi_1 - r\varphi_2}{R^2 - r^2}.$$

Используя $R^2 \ll r^2$, можно упростить эти выражения и получить

$$q_1 = -\frac{R}{kr}(R\varphi_2 - r\varphi_1); \quad q_1 \approx +3,42 \text{ нКл},$$

$$q_2 = -\frac{R}{kr}(R\varphi_1 - r\varphi_2); \quad q_2 \approx -3,42 \text{ нКл}.$$

332. Для решения задачи следует воспользоваться тем, что заряд, распределенный по поверхности сферы, создает вне сферы поле, подобное полю точечного заряда, расположенного в центре сферы.

Вне сфер заряд малой сферы q_1 создает напряженность $E_1 = \frac{kq_1}{r^2}$ и потенциал $\varphi_1 = \frac{kq_1}{r}$. Заряд большой сферы q_2

создает напряженность $E_2 = \frac{kq_2}{r^2}$ и потенциал $\varphi_2 = \frac{kq_2}{r}$.

Поэтому на основании принципа независимости действия электрических полей напряженность и потенциал поля вне сфер

$$E = k\left(\frac{q_1}{r^2} + \frac{q_2}{r^2}\right) = k\frac{q_1 + q_2}{r^2}, \quad \varphi = k\frac{q_1 + q_2}{r}.$$

Внутри большой сферы заряд q_2 создает напряженность поля $E_2 = 0$, и потенциал поля этого заряда

будет одинаков для всех точек и равен $\varphi_2 = \frac{kq_2}{R_2}$. Заряд q_1

создает в этих же точках напряженность $E_1 = \frac{kq_1}{r^2}$ и

потенциал $\varphi_1 = \frac{kq_1}{r}$. Поэтому в пространстве между сферами полная напряженность и потенциал поля равны

$$E = E_1 + E_2 = k\frac{q_1}{r^2}, \quad \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = k\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{R_2}\right).$$

Соответственно, внутри малой сферы напряженности полей обоих зарядов $E_1 = E_2 = 0$, а потенциалы постоянны и равны $\varphi_1 = kq_1 / R_1$ и $\varphi_2 = kq_2 / R_2$. Поэтому

$$E = 0, \varphi = k \left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \right).$$

333. Так как по условию заряд распределен с одинаковой плотностью σ по поверхности обеих сфер, то заряд внутренней сферы $q_1 = 4\pi R_1^2 \sigma$ и внешней $q_2 = 4\pi R_2^2 \sigma$. Искомый заряд $q = q_1 + q_2$. Работа A переноса заряда в центр сфер равна произведению потенциала φ этого центра на переносимый заряд. При этом (см. решение задачи 332)

$$A = \varphi q_0 = k \left(\frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \right) q_0, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2, \\ q_0 = 1 \text{ Кл.}$$

Подставляя значения q_1 и q_2 , получим

$$\sigma = \frac{\varphi q_0}{4\pi k(R_1 + R_2)}.$$

Для q_1 , q_2 и q получим соответственно

$$q_1 = \frac{\varphi R_1^2 q_0}{k(R_1 + R_2)}, \quad q_2 = \frac{\varphi R_2^2 q_0}{k(R_1 + R_2)}, \quad q = \frac{\varphi(R_1^2 + R_2^2)q_0}{k(R_1 + R_2)}; \\ q = 27,7 \text{ нКл.}$$

334. $U_1 = Ed$; $U_1 = 1,5 \text{ кВ}$; $U_2 = E(d - b)$; $U_2 = 1,2 \text{ кВ}$.

У к а з а н и е. При введении металлической пластины исчезает электрическое поле во всем объеме, занимаемом пластиной. При переносе пробного заряда с одной пластины конденсатора на другую электрическое поле совершает работу только на пути $d - b$ и в соответствии с этим после введения металлической пластины произойдет уменьшение разности потенциалов между пластинами конденсатора до значения $U_2 = E(d - b)$.

335. Листочки все время будут разведены на один и тот же угол.

У к а з а н и е. При указанном в условии задачи способе подключения электроскопа его показания будут пропорциональны потенциалу поверхности тела. А так

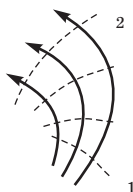


Рис. 279

как потенциалы всех точек поверхности проводника в электростатическом поле одинаковы, то и расхождение листочков электрооскопа для всех точек будет одинаково.

336. Линии напряженности поля проходят всюду перпендикулярно к эквипотенциальным поверхностям и направлены в сторону убывания потенциала (рис. 279).

Напряженность поля больше там, где эквипотенциальные поверхности расположены ближе друг к другу.

337. Работа при перемещении заряда q на участках NK и LM равна нулю, так как сила $\vec{F} = q\vec{E}$ перпендикулярна к направлению движения (рис. 280). Работы силы \vec{F} на участках MN и KL равны друг другу по модулю, но противоположны по знаку. Следовательно, работа на всем замкнутом контуре будет равна нулю. Этот результат справедлив для всех электростатических полей и замкнутых контуров любой произвольной формы.

338. Для доказательства следует рассчитать работу электрических сил при перемещении заряда q по замкнутому прямоугольному контуру $MNKL$ (рис. 281).

Так как линии напряженности поля параллельны, то напряженность поля \vec{E} вдоль каждой линии постоянна. Линии напряженности на участке MN расположены реже, чем на участке KL , поэтому напряженность поля \vec{E}_1 , а значит, и работа A_1 перемещения заряда на участке MN по модулю заведомо меньше, чем напряженность \vec{E}_2 и работа A_2 на участке KL . Работа перемещения на участ-

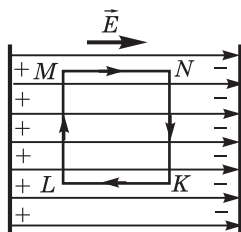


Рис. 280

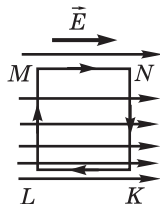


Рис. 281

ках NK и LM равна нулю, так как вектор \vec{E} перпендикулярен к направлению движения заряда. Следовательно, работа на всем замкнутом контуре $MNKL$, равная $A_1 - A_2$, отлична от нуля.

В электростатическом поле работа электрических сил на любом замкнутом контуре всегда равна нулю (см. решение задачи 337), т.е. полученный результат несовместим с основными свойствами электростатических полей и существование указанного в условии задачи поля невозможно.

339. Для доказательства следует рассчитать работу электрических сил на замкнутом контуре $MNKL$ (рис. 282), ограниченном отрезками радиусов NK и LM и дугами окружностей MN и KL , совпадающих с соответствующими линиями напряженности.

Из параллельности линий напряженности поля следует постоянство напряженности поля \vec{E}_1 на линии MN и \vec{E}_2 на линии KL . Работа на участке MN равна $E_1 R \alpha$, работа на участке KL равна $E_2 r \alpha$, где R и r – расстояния линий напряженности поля MN и KL от точки O . На участках NK и LM работа сил поля равна нулю (вектор \vec{E} перпендикулярен к направлению движения заряда). Так как в электростатическом поле работа электрических сил на замкнутом пути всегда равна нулю (см. решение задач 337 и 338), то должно быть

$$E_1 R \alpha - E_2 r \alpha = 0, \text{ или } \frac{E_1}{E_2} = \frac{r}{R},$$

что и требовалось доказать.

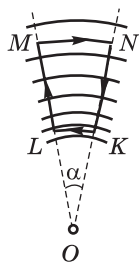


Рис. 282

§ 21. Электрическое поле в диэлектрике

340. Скачкообразное изменение числа линий напряженности поля при переходе границы диэлектрика (рис. 283) объясняется действием поляризационных зарядов, воз-

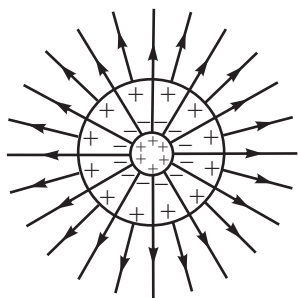


Рис. 283

никающих на границе диэлектрика в электрических полях.

$$341. E_1 = \frac{kq}{\varepsilon r_1^2}; E_1 = 3 \text{ кВ/м};$$

$$E_2 = \frac{kq}{r_2^2}; E_2 = 2,25 \text{ кВ/м}.$$

342. Если бы вокруг шара не было диэлектрика, то он создал бы в окружающем пространстве

поле напряженностью $E_1 = \frac{kq}{r^2}$.

При наличии же диэлектрика возникает поле напряженностью $E_2 = \frac{kq}{\varepsilon r^2}$. Разность $E' = E_1 - E_2 = k \frac{q}{r^2} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}$

равна той напряженности, которую создают поляризационные заряды q' , возникшие около заряженного тела (рис. 284). Так как эти заряды расположены также равномерно по поверхности сферы, то можно положить

$E' = \frac{kq'}{r^2}$. Сопоставляя полученные выражения для E' , найдем, что

$$q' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} q.$$

Поверхностная плотность поляризационных зарядов

$$\begin{aligned} \sigma' &= \frac{q'}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{q}{4\pi R^2} = \\ &= \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma, \end{aligned}$$

где σ — поверхностная плотность распределения заряда q на шаре.

343. При опускании шариков в масло на них будут дей-

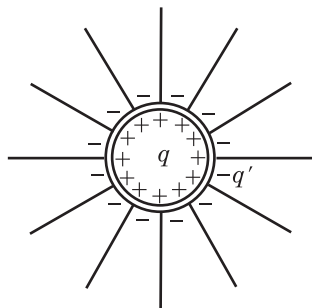


Рис. 284

ствовать сила тяжести $m\vec{g}$ и выталкивающая сила $\overrightarrow{F_A}$ $\left(F_A = \frac{mg\rho_0}{\rho}\right)$, которые дадут равнодействующую, модуль которой равен $\frac{mg(\rho - \rho_0)}{\rho}$. Модуль силы электростатического взаимодействия зарядов шариков равен $\frac{kq^2}{\epsilon b^2}$. Условие равновесия шариков запишется в виде

$$mg \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \operatorname{tg} \alpha = k \frac{q^2}{\epsilon b^2}. \quad (1)$$

Замечая, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{2l}$, а $l = \frac{mga^3}{2kq^2}$ (см. решение задачи 304), и подставляя эти значения в уравнение (1), получим

$$b = a \sqrt[3]{\frac{\rho}{\epsilon(\rho - \rho_0)}}.$$

§ 22. Электрическая емкость. Конденсаторы

344. а) $q_1 = \frac{\epsilon_0 \epsilon S \mathcal{E}}{d}$; $q_1 = 2,33$ нКл; б) $q_2 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{d}$; $q_2 = 1,06$ нКл.

У к а з а н и е. а) При заливании масла заряд на пластинах возрастет в ϵ раз за счет возрастания емкости, но разность потенциалов и напряженность поля останутся неизменными; б) заряд на пластинах при заливании масла останется неизменным, емкость конденсатора возрастет в ϵ раз и в соответствии с этим в ϵ раз уменьшится разность потенциалов между пластинами и напряженность поля в конденсаторе.

345. Если одно из тел имеет заряд q , а другое тело в месте расположения первого тела создает напряженность поля E , то на первое тело действует сила $F = qE$.

Так как потенциалы проводников поддерживаются постоянными, то при помещении тел в диэлектрик напряженность E поля, создаваемого каждым из тел, во всех точках должна остаться также неизменной. С другой стороны, помещение тел в диэлектрик приведет к возрастанию их электрической емкости в ϵ раз. Поэтому для сохранения постоянства потенциалов необходимо будет увеличить заряды тел также в ϵ раз.

Если q — заряд первого тела в воздухе, то после помещения тел в диэлектрик заряд этого тела должен принять значение ϵq и сила взаимодействия тел будет $F_2 = \epsilon q E = \epsilon F_1$, где $F_1 = q E$ — сила, действовавшая на тело в воздухе.

346. Если заряд q остается постоянным, то при смене диэлектриков напряженность поля E будет уменьшаться в ϵ раз, т.е. $E' = \frac{E}{\epsilon}$. В соответствии с этим сила, действующая на каждый из шаров и равная $F = q E$, будет уменьшаться в ϵ раз. Если остаются постоянными потенциалы шаров, то сила, действующая на каждый из шаров, будет увеличиваться в ϵ раз (см. решение задачи 345).

347. Для решения задачи следует определить потенциалы каждого из шаров. Шары достаточно удалены друг от друга, поэтому можно положить $\phi_1 = \frac{k q_1}{R_1}$, $\phi_2 = \frac{k q_2}{R_2}$. Так как $\phi_1 > \phi_2$, то заряды будут перемещаться ко второму шару. Перемещение зарядов прекратится, когда потенциалы шаров выравняются. При этом будут иметь место равенства

$$\phi'_1 = \phi'_2 = \frac{k q'_1}{R_1} = \frac{k q'_2}{R_2}, \quad q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2.$$

Отсюда заряд первого шара после соединения

$$q'_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (q_1 + q_2),$$

и заряд, перешедший с первого шара на второй,

$$q = q_1 - q'_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} q_1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} q_2; \quad q \approx 6,67 \text{ нКл.}$$

После соединения проволокой шары будут иметь заряды $q'_1 = 13,33$ нКл и $q'_2 = 26,67$ нКл, а их общий потенциал $\varphi \approx 2,4$ кВ.

$$348. U = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2} = 260 \text{ В.}$$

У к а з а н и е. Для решения задачи следует определить суммарные заряды конденсаторов и емкость батареи параллельно соединенных конденсаторов.

349. Заряды конденсаторов до соединения равны $q_1 = C_1 U_1$ и $q_2 = C_2 U_2$. Заряд, остающийся на конденсаторах после соединения, равен $C_1 U_1 - C_2 U_2$. Емкость конденсаторов после соединения равна $C_1 + C_2$. Разность потенциалов между пластинами конденсаторов после соединения

$$U = \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2}.$$

Заряд, остающийся на пластинах первого конденсатора после соединения,

$$q'_1 = C_1 U = C_1 \frac{C_1 U_1 - C_2 U_2}{C_1 + C_2}.$$

Заряд, перешедший с первого конденсатора на второй, равен

$$q = q_1 - q'_1 = \frac{C_1 C_2 (U_1 + U_2)}{C_1 + C_2}; q = 0,6 \text{ мКл.}$$

$$350. \varphi = k \frac{q}{r} \sqrt[3]{N^2} = 8,4 \text{ В.}$$

У к а з а н и е. Для решения следует воспользоваться формулой емкости шара и рассчитать радиус большой капли.

351. Нельзя, конденсаторы будут пробиты. Из равенства зарядов на пластинах конденсаторов следует, что

$$U_1 C_1 = U_2 C_2, U_2 C_2 = U_3 C_3, U_1 + U_2 + U_3 = U.$$

Решая эту систему уравнений, получим $U_1 = 6$ кВ, $U_2 = 3$ кВ и $U_3 = 2$ кВ.

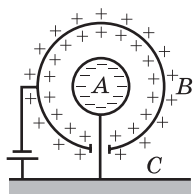


Рис. 285

352. $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d - b}$; $C \approx 4,65$ пФ. При перемещении металлической пластины емкость конденсатора меняться не будет.

У к а з а н и е. Для решения задачи конденсатор с вдвинутой в него пластиной следует рассматривать как систему двух последовательно соединенных плоских конденсаторов.

353. Емкость будет различна. В первом случае заряды на большой сфере располагаются только с внутренней стороны. Во втором случае они располагаются с обеих сторон (рис. 285), и емкость всего конденсатора нужно рассчитывать как емкость системы двух параллельно соединенных конденсаторов с обкладками AB и BC , т. е. емкость будет больше.

$$354. F = qE = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q^2}{S}; A = Fd = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{q^2}{S} d = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

355. $\sigma = \epsilon_0 \sqrt{\frac{2F}{dC}}$; $\sigma = 0,56$ мкКл/м² (см. решение задачи 354).

356. Сила, действующая на верхнюю пластину, $mg = \frac{CU^2}{2d}$ (см. решение задачи 354). Емкость плоского

конденсатора $C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$; отсюда

$$mg = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d^2}, \text{ т.е. } U = \sqrt{\frac{2d^2 mg}{\epsilon_0 S}}; U \approx 5,9 \text{ кВ.}$$

357. В первом случае при раздвигании пластин разность потенциалов остается постоянной, но емкость, а следовательно, и заряд на пластинах уменьшаются. Это вызовет постепенное уменьшение силы взаимодействия пластин. Во втором случае заряд на пластинах остается постоянным, сила взаимодействия пластин сохранит начальное значение во все время раздвигания пластин.

Поэтому при одинаковом перемещении пластин работа во втором случае будет больше.

358. $\varepsilon = 3$.

§ 23. Законы постоянного тока

359. $R = \frac{\rho l}{S}$; $R = 17$ мОм.

360. Единица сопротивления Якоби равна 5,75 Ом.

361. $\rho = \frac{RS}{l}$; $\rho = 0,1$ мкОм·м.

362. Сопротивление провода летом на 313 Ом больше. Учет изменения длины провода даст поправку, не превышающую 0,6 Ом.

363. Сопротивление нити лампочки $R = \frac{U^2}{N} = \frac{\rho l}{S}$.

Удельное сопротивление накаливаемой нити $\rho = \frac{\rho_0 T}{T_0}$. Длина нити

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{RST_0}{\rho_0 T} = \frac{U^2 ST_0}{N \rho_0 T}; l \approx 19 \text{ см.}$$

364. $I = 2$ А, т. е. в 10 раз больше, чем при нормальном режиме.

365. Емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$. Сопротивление

конденсатора после заполнения электролитом $R = \frac{d}{\gamma S}$; его проводимость

$$G = \frac{1}{R} = \frac{\gamma S}{d}; \text{отсюда } C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\gamma} G.$$

Полученное выражение имеет общий характер, справедливо для конденсаторов любой формы и широко используется при электротехнических расчетах.

366. Из законов электролиза следует, что масса вещества, выделяющегося на одном из электродов,

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{n} I \tau,$$

где $F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль – постоянная Фарадея, I – сила тока, τ — время, M – молярная масса, n – валентность вещества.

Объем выделившегося при прохождении тока кислорода на основании закона Авогадро составляет при давлении 760 мм рт. ст. $\frac{1}{3}$ объема гремучего газа и равен $V = 13,72$ см³. Масса выделившегося кислорода $m = 0,0196$ г. Сила тока, соответствующая единице силы тока Ленца,

$$I = F \frac{Mn}{M\tau} = 0,065 \text{ А.}$$

367. Сила тока при выключенном реостате $I_0 = \frac{U}{R_0} = 4 \text{ А.}$

Сопротивление R_1 определяется из уравнения

$$R_1 + R_0 = \frac{U}{I_0 - \Delta I}, \text{ или } R_1 = \frac{U}{I_0 - \Delta I} - R_0 = 10 \text{ Ом.}$$

Соответственно,

$$R_2 = \frac{U}{I_0 - 2\Delta I} - (R_1 + R_0) = 20 \text{ Ом,}$$

$$R_3 = \frac{U}{I_0 - 3\Delta I} - (R_2 + R_1 + R_0) = 60 \text{ Ом.}$$

368. Гальванометр следует включить в цепь последовательно. Шкала прибора: $\infty, 12, 6, 4, \dots, 12/n$ МОм. Наименьшее сопротивление, которое можно измерить гальванометром, равно 0,3 МОм.

У к а з а н и е. Значения сопротивлений R_k , соответствующие отдельным делениям шкалы гальванометра, определяются по формуле

$$R_k = \frac{U}{ki_0}, \text{ где } k - \text{номер деления шкалы.}$$

369. Если напряжение в цепи равно U , то сила тока в цепи до включения амперметра $I = \frac{U}{R}$. Сила тока после включения амперметра

$$I_0 = \frac{U}{R + R_0}, \text{ отсюда } I = \frac{R + R_0}{R} I_0 = 5,05 \text{ А.}$$

$$\mathbf{370.} \quad R = \frac{R_0}{n - 1} = 50 \text{ Ом.}$$

У к а з а н и е. Для уменьшения чувствительности гальванометра в n раз необходимо, чтобы при силе тока в цепи I сила тока в шунте была $I(n - 1)/n$.

371. $R = \frac{I_0 R_0}{I - I_0} \approx 0,032 \text{ Ом.}$ Чувствительность прибора уменьшается в $n = 250$ раз.

$$\mathbf{312.} \quad U_0 = 0,5 \text{ В/дел.}$$

У к а з а н и е. Для того чтобы через прибор протекал ток $I = 1 \text{ мА}$, необходимо, чтобы на его зажимах было напряжение

$$U = IR_0 = 10^{-3} \text{ А} \cdot 500 \text{ Ом} = 0,5 \text{ В.}$$

373. Напряжение до включения вольтметра было

$$U = U_0 \left(1 + \frac{R}{R_0} \right) = 105 \text{ В. Погрешность составляет } \Delta U = 5 \text{ В.}$$

374. $R = \frac{UR_0}{IR_0 - U} = 61,2 \text{ Ом.}$ Если считать, что сопротивление вольтметра $R_0 \rightarrow \infty$, то сопротивление резистора будет на $1,2 \text{ Ом}$ меньше истинного.

375. Если U и I – показания вольтметра и амперметра, то рассчитанное по этим показаниям сопротивление

резистора $R' = \frac{U}{I}$ равно сопротивлению участка цепи bb' при измерениях по схеме рис. 116, *а* и сопротивлению участка cc' при измерениях по схеме рис. 116, *б*,

т.е. связано с сопротивлением R в первом и втором случаях соотношениями

$$R'_1 = R + R_a, R'_2 = \frac{RR_b}{R + R_b}.$$

Сопоставляя рассчитанные по этим соотношениям значения с истинным значением сопротивления R , можно найти сопротивления вольтметра, допускаемые при измерениях по указанным схемам. Для сопротивления $R = 1$ Ом при измерении по схеме рис. 116, *а* погрешность $\Delta R_1 = 0,1$ Ом, или 10 %; по схеме рис. 116 погрешность $\Delta R_2 = 0,001$ Ом, или 0,1 %. Для сопротивления $R = 0,5$ кОм имеем, соответственно, $\Delta R_1 = 0,1$ Ом, или 0,02 %; $\Delta R_2 = 167$ Ом, или 33,4 %.

Появление этих погрешностей связано с тем, что при расчете по схеме рис. 116, *а* из показаний вольтметра не вычитается падение напряжения на амперметре, а при расчете по схеме рис. 116, *б* не учитывается, что часть тока ответвляется в вольтметр. Поэтому рассчитанное только по показаниям приборов сопротивление R' оказывается в первом случае больше, а во втором случае меньше истинного сопротивления R .

При уменьшении сопротивления R падение напряжения на амперметре в схеме рис. 116, *а* будет составлять все возрастающую долю показаний вольтметра и схема будет давать все возрастающие относительные погрешности. При уменьшении сопротивления R часть тока, ответвляющаяся в вольтметр, в схеме рис. 116, *б* уменьшается. Погрешность в показаниях амперметра, а следовательно, и относительная погрешность в расчете также уменьшаются. Таким образом, для малых сопротивлений выгодно применение схемы рис. 116, *б*, для больших — схемы рис. 116, *а*.

376. Сопротивление участка ab потенциометра и силу тока в потенциометре находим по формулам

$$R_{ab} = \frac{R_0 R}{R_0 + 2R}, I = \frac{2\mathcal{E}_0}{2R_{ab} + R_0}.$$

Напряжение, снимаемое с потенциометра,

$$U = IR_{ab} = \frac{2\mathcal{E}_0 R}{R_0 + 4R} = 51,2 \text{ В.}$$

377. Сопротивления лампочки и прибора:

$$R_1 = \frac{U^2}{P_1} = 240 \text{ Ом}, R_2 = \frac{U^2}{P_2} = 60 \text{ Ом.}$$

Сопротивление цепи до и после включения прибора:

$$R = R_0 + R_1 = 246 \text{ Ом}, R' = R_0 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 54 \text{ Ом.}$$

Сила тока в цепи до и после включения прибора:

$$I = \frac{U}{R} \approx 0,49 \text{ А}, I' = \frac{U}{R'} = 2,22 \text{ А.}$$

Падения напряжения на проводах, соответственно:

$$U_0 = IR_0 = 2,9 \text{ В}, U'_0 = I'R_0 = 13,3 \text{ В},$$

т.е. напряжение, подводимое к лампочке, изменяется на $\Delta U_0 = 10,4 \text{ В}$.

$$\mathbf{378.} \quad S = \frac{2nI\rho l}{U}.$$

У к а з а н и е. Сопротивление подводящих проводов

$$R = \frac{2\rho l}{S}.$$

379. Ток возникнет, так как потенциалы проводников bb' и cc' будут различны; направления возникающих токов указаны на рис. 286. Потенциалы точек b , b' и c , c' изменятся. Разность потенциалов между точками b и c , а также между точками b' и c' уменьшится. Потенциал точки a станет ниже потенциалов точек b и b' , потенциал точки a' станет выше потенциалов точек c и c' .

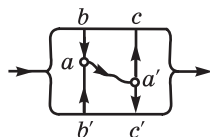


Рис. 286

380. Если мостик неуравновешен, то потенциалы точек a и b различны. При замыкании ключа по проводни-

ку ab протекает ток и, следовательно, изменяется все распределение токов в схеме. Это будет равноценно изменению полного сопротивления схемы и вызовет изменение силы тока в источнике тока. В неуравновешенной схеме показания гальванометра при замыкании и размыкании ключа будут различны.

Если мостик уравновешен, то потенциалы точек a и b одинаковы. Распределение токов в схеме и показания амперметра будут одинаковы как при замкнутом, так и при разомкнутом ключе.

381. Единица ЭДС Ленца равна 0,38 В.

382. Из закона Ома для замкнутой цепи определяется внутреннее сопротивление батареи: $r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R = 1 \text{ Ом.}$

Сила тока при коротком замыкании батареи $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r} = 6 \text{ А.}$

383. Сопротивление лампочки $R = \frac{U_0^2}{P} = 220 \text{ Ом.}$ Сила тока в цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = 0,46 \text{ А.}$ Напряжение на полюсах батареи $U = IR = 93 \text{ В, т. е. на } \Delta U = 17 \text{ В ниже напряжения } U_0 = 110 \text{ В, соответствующего нормальному режиму работы лампы;}$ лампа гореть полным накалом не будет.

Этот же результат можно получить, сопоставляя силу тока I в цепи и силу тока $I_0 = \frac{P}{U_0}$, необходимую для нормального накала лампы.

384. Сила тока в цепи в первом и во втором случаях связана с ЭДС и внутренним сопротивлением аккумулятора соотношениями

$$\mathcal{E} = I_1(R_1 + r), \quad \mathcal{E} = I_2(R_2 + r).$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$r = \frac{I_2 R_2 - I_1 R_1}{I_1 - I_2} = 0,5 \text{ Ом.}$$

385. Если R — сопротивление цепи, то сила тока в цепи в первом и во втором случаях определяется соотношениями

$$I_1 R = \mathcal{E} + \mathcal{E}_0, \quad I_2 R = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0;$$

отсюда $\mathcal{E} = \frac{I_1 + I_2}{I_1 - I_2} \mathcal{E}_0 \approx 4,7 \text{ В.}$

$$\mathbf{386.} \quad \mathcal{E} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \mathcal{E}_0 \approx 0,86 \text{ В.}$$

У к а з а н и е. См. решение задачи 385.

Надо учесть, что при включении аккумулятора и элемента навстречу друг другу сила тока и ЭДС аккумулятора будут иметь разные знаки и уравнение закона Ома для этого случая имеет вид $I_2 R = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}$.

$$\mathbf{387.} \quad U = \frac{\mathcal{E} R}{R + r} \approx 1,43 \text{ В.}$$

388. ЭДС элемента и аккумулятора на участке ab потенциометра создают токи противоположных направлений. Очевидно, что ток в цепи гальванометра прекратится тогда, когда разность потенциалов U , создаваемая элементом на концах участка ab , будет равна по модулю ЭДС \mathcal{E} аккумулятора:

$$U = \mathcal{E}.$$

При равновесии схемы не происходит ответвления тока в цепь гальванометра, поэтому можно считать, что потенциалы отдельных точек потенциометра растут пропорционально сопротивлению R участка ab :

$$\frac{U}{U_0} = \frac{R}{R_0}; \text{ отсюда } U = \frac{R}{R_0} U_0, \text{ т.е. } \mathcal{E} = U = 1,8 \text{ В.}$$

389. При смещении движка от положения равновесия сила тока в цепи гальванометра будет определяться разницей между ЭДС аккумулятора и разностью потенциалов, создаваемой элементом на концах участка ab . При смещении движка на одно деление разность потенциалов возрастает или убывает на

$$\Delta U = \frac{U_0}{n},$$

где n — число делений шкалы потенциометра (см. решение задачи 388). Силу тока в цепи гальванометра находим из уравнения

$$I(r + R_r) = \Delta U;$$

отсюда

$$R_r = \frac{\Delta U}{I} - r = \frac{U_0}{nI} - r.$$

При максимально допустимом значении R_r смещение движка потенциометра на одно деление должно обеспечивать силу тока $I_0 = 10^{-4}$ А, достаточную для отклонения стрелки гальванометра на одно деление, т. е.

$$R_r = \frac{2 \text{ В}}{500 \cdot 10^{-4} \text{ А}} - 0,5 \text{ Ом} = 39,5 \text{ Ом}.$$

$$\mathbf{390.} \quad R = 6 \text{ Ом}; \quad r = \frac{\mathcal{E}}{I} - R = 4 \text{ Ом}.$$

У к а з а н и е. Искомые сопротивления найдутся из закона Ома для замкнутой цепи и участка цепи: $I(R + r) = \mathcal{E}$, $U = IR$.

391. Так как аккумуляторы соединены последовательно, то ЭДС батареи, действующей в цепи, равна $2\mathcal{E}$. Полное сопротивление цепи равно $2r$. Сила тока после соединения аккумуляторов определится из уравнения

$$2\mathcal{E} = I \cdot 2r, \text{ или } I = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

Разность потенциалов на полюсах любого из аккумуляторов

$$U = Ir - \mathcal{E} = 0.$$

392. Если \mathcal{E} — ЭДС и r — внутреннее сопротивление аккумулятора, то при последовательном соединении в цепи действует ЭДС $n\mathcal{E}$, сопротивление цепи равно $R + nr$ и сила тока

$$I_1 = \frac{n\mathcal{E}}{R + nr};$$

при параллельном соединении

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{n}} = \frac{n\mathcal{E}}{nR + r}.$$

Сопоставляя эти уравнения, находим, что $I_1 = I_2$ при $r = R$.

393. Сопротивление и сила тока в каждой лампе равны соответственно:

$$R_0 = \frac{U^2}{P}, \quad I_0 = \frac{P}{U}.$$

При параллельном соединении m лампочек сопротивление цепи $R = \frac{R_0}{m} = \frac{U^2}{mP}$. Для создания нормального накала лампочек в цепи должна быть создана сила тока $I = mI_0 = \frac{mP}{U}$. Подставляя эти значения R и I в уравнение закона Ома для всей цепи, получим

$$\mathcal{E} = I(R + r) = \frac{mP}{U} \left(\frac{U^2}{mP} + r \right);$$

отсюда

$$m = \frac{(\mathcal{E} - U)U}{Pr} = 4.$$

394. Батарея из n последовательно соединенных аккумуляторов имеет ЭДС $n\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление nr . При силе тока I потеря напряжения на внутреннем участке цепи (в батарее) равна Inr . Согласно закону Ома для всей цепи должно быть

$$n\mathcal{E} - U = Inr; \text{ отсюда } n = \frac{U}{\mathcal{E} - Ir} = 110.$$

395. Закон Ома для первого и второго случаев дает

$$\mathcal{E} - U_1 = I_1 r, \quad U_1 = I_1 R_1; \quad \mathcal{E} - U_2 = I_2 r, \quad U_2 = I_2 R_2.$$

Решая эту систему уравнений, находим

$$r = \frac{(U_2 - U_1)R_1 R_2}{U_1 R_2 - R_1 U_2} = 1 \text{ Ом}, \quad \mathcal{E} = \frac{U_1 U_2 (R_2 - R_1)}{U_1 R_2 - R_1 U_2} = 3 \text{ В}.$$

396. Сопротивление цепи $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1,6$ Ом. Сила тока и падение напряжения в цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = 2 \text{ А}, U = IR = 3,2 \text{ В}.$$

Силы тока в резисторах равны $I_1 = 1,6$ А и $I_2 = 0,4$ А.

397. Если в группе последовательно соединено n аккумуляторов, то сопротивление и ЭДС каждой группы равны nr и $n\mathcal{E}$. Если k – общее число аккумуляторов, то в батарее будет $\frac{k}{n}$ групп, сопротивление и ЭДС батареи равны $\frac{n^2 r}{k}$ и $n\mathcal{E}$.

Сила тока в цепи определится из закона Ома:

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{\frac{n^2 r}{k} + R} = \frac{k\mathcal{E}}{nr + \frac{kR}{n}}.$$

Сила тока I будет наибольшей при таком значении n , при котором знаменатель дроби будет наименьшим. Так как произведение членов знаменателя не зависит от n и постоянно $\left(\frac{nrkR}{n} = kRr\right)$, то наименьшее значение знаменателя достигается тогда, когда его члены равны:

$$nr = \frac{kR}{n}, \text{ или } \frac{n^2 r}{k} = R,$$

т. е. когда внутреннее сопротивление батареи станет равным сопротивлению внешней цепи. Отсюда наименьшему значению знаменателя и, следовательно, наибольшей силе тока в цепи будет соответствовать

$$n = \sqrt{\frac{kR}{r}} = 3.$$

При этом наибольшее значение силы тока $I = 10$ А.

$$398. n = \sqrt{\frac{kR}{r}}; m = \sqrt{\frac{kr}{R}}.$$

У к а з а н и е. Сопротивление каждой группы равно $\frac{r}{m}$, число групп $n = \frac{k}{m}$, т.е. сопротивление и ЭДС батареи элементов (см. решение задачи 397) равны соответственно:

$$r_6 = \frac{nr}{m} = \frac{kr}{m^2}, \mathcal{E}_6 = n\mathcal{E} = \frac{k\mathcal{E}}{m}.$$

При любом значении m сила тока в цепи

$$I = \frac{k\mathcal{E}}{\frac{kr}{m} + mR}.$$

399. Сила тока в цепи

$$I = \frac{k\mathcal{E}}{\frac{kr}{m} + mR} \quad (1)$$

(см. решение задачи 398). Батарея из k элементов дает наибольшую силу тока тогда, когда она составлена так, что ее внутреннее сопротивление равно сопротивлению внешней цепи (см. решение задачи 397), т. е. когда в знаменателе уравнения (1)

$$\frac{kr}{m} = mR. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), найдем

$$k = \frac{4rRI^2}{\mathcal{E}^2} = 160, m = \sqrt{\frac{kr}{R}} = 4.$$

Найденные таким образом k и m определяют наименьшее число аккумуляторов, которое следует взять, и способ соединения их в батарею. Батарея должна быть составлена из $\frac{k}{m} = 40$ последовательно соединенных групп, каждая группа – из $m = 4$ параллельно соединенных аккумуляторов.

400. Если внутри участка цепи включен источник тока с ЭДС \mathcal{E} , то сила тока в этом участке определяется этой ЭДС и разностью потенциалов, приложенной к концам участка. Аккумулятор для зарядки подключается так, как показано на рис. 287. В этом случае знак силы тока и знак ЭДС противоположны.

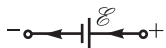


Рис. 287

Уравнение закона Ома для участка цепи с аккумулятором запишется в виде

$$U - \mathcal{E} = Ir; \text{ отсюда } \mathcal{E} = U - Ir = 12 \text{ В.}$$

401. Уравнение закона Ома для участка цепи с аккумулятором и резистором сопротивлением R имеет вид

$$U - \mathcal{E} = I(r + R); \text{ отсюда } R = \frac{U - \mathcal{E} - Ir}{I} = 1 \text{ Ом.}$$

402. Для того чтобы ток через батарею не проходил, необходимо, чтобы разность потенциалов на полюсах генератора была равна ЭДС батареи, т.е. $U = \mathcal{E}_0$, или, иначе, чтобы падение напряжения внутри генератора

$$Ir = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0. \quad (1)$$

Используя равенство $U = \mathcal{E}_0$ и замечая, что весь ток, создаваемый генератором, проходит через резистор (2) сопротивлением R_0 , можно записать

$$IR_0 = \mathcal{E}_0.$$

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$R_0 = \frac{\mathcal{E}_0 r}{\mathcal{E} - \mathcal{E}_0} = 5,5 \text{ Ом.}$$

Если $R > R_0$, батарея заряжается; если $R < R_0$, батарея разряжается.

403. Напряжение, подаваемое зарядной станцией, определится из уравнения

$$U - \mathcal{E}_1 = I_1 r, \text{ т.е. } U = \mathcal{E}_1 + I_1 r = 110 \text{ В.}$$

Сила тока в конце зарядки

$$I_2 = \frac{U - \mathcal{E}_2}{r} = 5 \text{ А.}$$

§ 24. Тепловое действие тока. Мощность тока

$$404. \tau = \frac{mc\Delta T}{I^2 R} = 1,42 \text{ с.}$$

$$405. \tau = 4 \text{ мин } 40,6 \text{ с.}$$

$$406. R = \frac{rR_0}{(\sqrt{n} - 1)(r + R_0)} = 2 \text{ Ом.}$$

У к а з а н и е. Пользуясь законом Ома, следует определить силы токов в цепи до и после включения шунта и затем подсчитать по закону Джоуля — Ленца количество теплоты, выделяющейся в нагревателе в обоих случаях.

407. Сила тока в цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$. Полезная мощность P и полная мощность P_0 , развиваемая батареей, равны:

$$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}, \quad P_0 = \mathcal{E} I = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}.$$

КПД батареи

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{R}{R + r}.$$

С учетом этого получаем $P_1 = 40 \text{ Вт}$, $P_2 = 45 \text{ Вт}$, $P_3 = 30 \text{ Вт}$; $\eta_1 = 33\%$, $\eta_2 = 50\%$, $\eta_3 = 71\%$.

При росте сопротивления внешнего участка цепи происходит одновременно уменьшение полной мощности, развиваемой батареей, и уменьшение потерь на выделение энергии на внутреннем участке (в батарее). При этом потери уменьшаются быстрее, чем полная мощность.

При больших сопротивлениях на изменение полезной мощности сильнее влияет уменьшение полной мощности батареи. При малых сопротивлениях большую роль играет уменьшение потерь. Поэтому, когда производится увеличение малого сопротивления резистора, включенного во внешнюю цепь, полезная мощность увеличивается, несмотря на уменьшение полной мощности. Наибольшую полезную мощность батарея отдает при равенстве внешнего и внутреннего сопротивлений.

408. Если \mathcal{E} и r — ЭДС и внутреннее сопротивление каждого элемента, а сопротивление единицы длины проволоки равно R_l , то при включении проволоки длиной l сила тока

$$I = \frac{n\mathcal{E}}{nr + lR_l}.$$

В проволоке длиной l в единицу времени выделяется количество теплоты

$$I^2 R_l l = \frac{n^2 \mathcal{E}^2}{(nr + lR_l)^2} R_l l$$

и на единице длины проволоки выделяется количество теплоты, равное

$$\frac{n^2 \mathcal{E}^2}{(nr + lR_l)^2} R_l.$$

При включении проволоки длиной pl и k элементов на единице длины проволоки выделяется количество теплоты, равное

$$\frac{k^2 \mathcal{E}^2}{(kr + plR_l)^2} R_l.$$

При одинаковом накаливании обеих проволок на единице длины каждой из них должно выделяться одинаковое количество теплоты, т. е. должно быть

$$\frac{n^2 \mathcal{E}^2}{(nr + lR_l)^2} = \frac{k^2 \mathcal{E}^2}{(kr + plR_l)^2}; \text{ отсюда } k = pn.$$

409. Сила зарядного тока аккумулятора $I = \frac{U - \mathcal{E}}{r} = 5 \text{ А}$.

Мощность, расходуемая станцией, $P_0 = UI = 65 \text{ Вт}$. Мощность, расходуемая на нагревание аккумулятора, $P = I^2 r = 10 \text{ Вт}$, т. е. 15,4 % от P_0 .

410. Электродвигатель потребляет мощность $P_0 = UI = 1100 \text{ Вт}$. На обмотках двигателя расходуется мощность $P = I^2 R$. В механическую энергию превращается мощность $P_0 - P = I(U - IR)$, т. е. 82% от P_0 .

411. Если R_1 и R_2 – сопротивления первой и второй обмоток и U – напряжение сети, то при нагревании выделяется количество теплоты

$$Q = \frac{U^2}{R_1} \tau_1 = \frac{U^2}{R_2} \tau_2; \text{отсюда } \frac{R_1}{R_2} = \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{1}{2}.$$

При последовательном соединении обмоток сопротивление нагревателя чайника $R = R_1 + R_2$ и время нагревания определится из уравнения

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} \tau = \frac{U^2}{R_1} \tau_1, \text{ или } \tau = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tau_1; \tau = 45 \text{ мин.}$$

При параллельном включении обмоток $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ и

$$Q = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1 R_2} \tau = \frac{U^2}{R_1} \tau_1, \text{ или } \tau = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tau_1; \tau = 10 \text{ мин.}$$

412. Сопротивление охлажденной части проволоки становится значительно меньше сопротивления неохлажденной части, в соответствии с этим возрастает сила тока в цепи. Так как сила тока в обеих частях проволоки одна и та же, то большее количество теплоты начинает выделяться на неохлажденной части проволоки.

413. Количество теплоты, выделяющееся на единице длины проволоки предохранителя,

$$Q_l = I^2 \frac{\rho_1}{S_1} \tau.$$

Количество теплоты, необходимое для нагревания единицы длины этой проволоки до температуры плавления,

$$Q_l = c_1 D_1 S_1 (t_{\text{пл}} - t_0).$$

Уравнения для расчета нагревания медного провода имеют такой же вид. С учетом этого получим

$$\tau = \frac{c_1 D_1 S_1^2}{I^2 \rho_1} (t_{\text{пл}} - t_0) = 0,09 \text{ с,}$$

$$t - t_0 = \frac{I^2 \rho_2}{c_2 D_2 S_2^2} \tau = \frac{c_1 D_1 S_1^2 \rho_2}{c_2 D_2 S_2^2 \rho_1} (t_{\text{пл}} - t_0) = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C.}$$

414. Если R – сопротивление каждой из проволок и I – сила тока, то количества теплоты, выделяющиеся в калориметрах, одинаковы и равны

$$Q = I^2 R \tau.$$

Уравнение теплового баланса для калориметров с водой и жидкостью дает

$$Q = c_1 m \Delta t_1, \quad Q = c_2 m \Delta t_2;$$

отсюда

$$c_2 = \frac{c_1 \Delta t_1}{\Delta t_2}; \quad c_2 = 2,47 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}.$$

415. При последовательном соединении большее количество теплоты выделится в железной проволоке, при параллельном – в медной.

416. Уменьшится в $\frac{(R + 2r)^2}{(R + r)^2} = 2,25$ раза.

417. $r = \sqrt{R_1 R_2}.$

§ 25. Постоянные магниты.

Магнитное поле тока

418. Магнитное поле Земли на расстояниях, соизмеримых с длиной магнитной стрелки, практически однородно, т. е. индукция магнитного поля остается постоянной по модулю и направлению. Поэтому магнитное поле Земли, действуя на магнитную стрелку, может создавать только вращающие моменты, но не может создать равнодействующей силы, отличной от нуля.

Поле магнита на расстояниях, соизмеримых с длиной магнитной стрелки, неоднородно, т. е. индукция магнитного поля у одного конца стрелки оказывается больше, чем у другого. Поэтому поле магнита, действуя на стрелку, создает равнодействующую силу, отличную от нуля, и вызывает не только вращение, но и поступательное движение стрелки.

419. Бруски следует сложить так, как показано на рис. 288. Если брусок *A* сделан из мягкого железа, то он не будет притягивать брусок *B*.

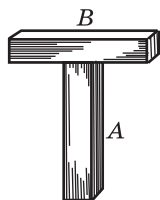


Рис. 288

420. Если стрелку расположить в плоскости, перпендикулярной к магнитному меридиану, то она займет вертикальное положение. Поэтому для определения направления магнитного меридиана следует, постепенно поворачивая прибор вокруг вертикальной оси, найти такое положение, при котором стрелка будет вертикальна. В этом случае направление магнитного меридиана совпадет с направлением оси вращения стрелки.

421. Сначала иголки разойдутся, так как магнит создает в нижних концах иголок одноименные магнитные полюса, отталкивающие друг друга. Когда магнит приблизится на достаточно малое расстояние, взаимодействие между ним и каждой из иголок станет сильнее, чем взаимодействие между иглоками, и они опустятся, притягиваясь к магниту. После удаления магнита иголки снова разойдутся за счет остаточного намагничивания.

423. Рис. 289, *a* соответствует положению устойчивого равновесия; рис. 289, *б* – положению неустойчивого равновесия.

424. При прикосновении пластины *B* часть линий индукции магнитного поля накоротко замыкается через эту пластину (рис. 290); число линий индукции, пронизывающих пластину *A*, резко уменьшается. Поэтому

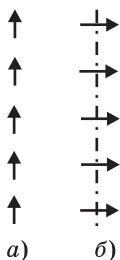


Рис. 289

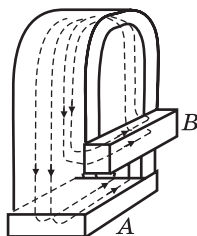


Рис. 290



Рис. 291

уменьшается сила взаимодействия между магнитом и пластиной А и она падает.

425. Во втором случае большая часть линий индукции магнитного поля замыкается накоротко внутри прилегающей к магниту части стержня (рис. 291) и поэтому последний не может намагничиваться так же сильно, как в первом случае.

426. В первом случае по мере приближения магнита цилиндры будут один за другим отрываться от гирлянды и притягиваться к нижнему магниту. Во втором случае прочность гирлянды будет возрастать по мере приближения нижнего магнита. Когда магнит вплотную приблизится к нижнему цилиндру, он притянется к гирлянде и останется на ней.

427. Отрывание магнитов друг от друга связано с резким уменьшением числа линий индукции магнитного поля, проходящих внутри каждого из них. В момент отрыва в катушке возникает индукционный ток, обусловленный этим уменьшением числа линий индукции поля.

428. а) За счет действия вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли стержень намагничивается и магнитная стрелка при приближении к концам стержня притягивается к нему.

б) За счет действия горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли стержень намагничивается и магнитная стрелка поворачивается в сторону ближайшего к ней конца стержня.

в) Стержень не намагничивается магнитным полем Земли и магнитная стрелка не изменяет своего положения при приближении стержня.

Во всех трех случаях предполагается, что при приближении стрелки к стержню расстояние между ними остается еще настолько большим, что можно пренебречь подмагничиванием стержня за счет магнитного поля самой стрелки. При переворачивании стержня во всех трех случаях поведение стрелки не изменяется.

429. При некоторой достаточно высокой температуре железо теряет магнитные свойства и ведет себя как любое

немагнитное вещество (медь, стекло и др.). При нагревании гвоздя в пламени горелки до этой температуры сила взаимодействия магнита и гвоздя резко уменьшается, гвоздь выходит из пламени, возвращается в исходное положение. После остывания магнитные свойства гвоздя восстанавливаются, силы взаимодействия между ним и магнитом увеличиваются, и гвоздь снова притягивается к магниту.

430. Движение вертушки возникает за счет того, что сила притяжения магнита, действующая на спицы, еще не попавшие в пламя горелки, значительно больше сил, действующих на горячие спицы, находящиеся в пламени горелки или только что вышедшие из него (см. решение задачи 429).

431. См. рис. 292.

У к а з а н и е. Так как индукция магнитного поля прямолинейного тока убывает пропорционально r , то линии располагаются гуще около провода и реже — вдали от него. Индукция магнитного поля \vec{B} направлена по касательной к этим линиям.

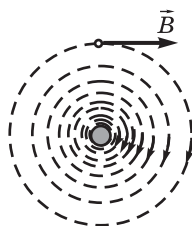


Рис. 292

432. $B = 8 \cdot 10^{-6}$ Тл.

433. Для того чтобы индукция \vec{B} результирующего магнитного поля в точке A была направлена по вертикали, необходимо, чтобы магнитное поле тока скомпенсировало полностью горизонтальную составляющую магнитного поля Земли, т. е. чтобы

$$B_r = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}; \text{ отсюда } r = \frac{\mu_0 I}{2\pi B_r}; r \approx 5 \text{ см.}$$

Таким образом, ток должен протекать с запада на восток; провод с током должен проходить на расстоянии $r = 5$ см ниже точки A .

434. В точках, находящихся на расстоянии

$$r = \frac{\mu_0 I}{2\pi \sqrt{B_r^2 + B_B^2}}; r \approx 1,8 \text{ см,}$$

в северном полушарии — выше и севернее провода, в южном полушарии — выше и южнее провода. Направле-

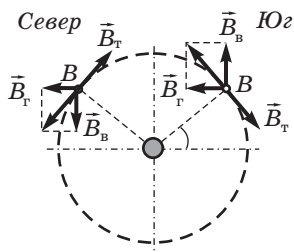


Рис. 293

ние от провода на эту точку в обоих случаях составляет с горизонталью такой угол α , что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_r}{B_B} = 0,4$.

У к а з а н и е. В рассматриваемом случае магнитное поле тока должно полностью скомпенсировать магнитное поле Земли. Индукция магнитного

поля Земли имеет модуль, равный $\sqrt{B_r^2 + B_B^2}$, и составляет с горизонталью угол α такой, что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_r}{B_B}$. Очевидно,

что индукция магнитного поля \vec{B}_r должна иметь такой же модуль и проходить под таким же углом к горизонтальной, но в противоположном направлении (рис. 293).

435. Ток, протекающий по трубе, можно представить как сумму множества одинаковых линейных токов, равномерно распределенных по поверхности трубы. В соответствии с этим индукцию магнитного поля в любой точке пространства можно представить как сумму индукций магнитных полей, создаваемых такими линейными токами.

На рис. 294 изображено поперечное сечение трубы, вдоль которой проходит ток. Сравним индукции магнитных полей,

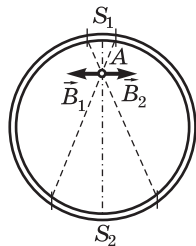


Рис. 294

создаваемых в точке A линейными токами, проходящими через достаточно малые дуги S_1 и S_2 . Силы токов I_1 и I_2 будут прямо пропорциональны S_1 и S_2 ,

т. е. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{S_1}{S_2}$. Но S_1 и S_2 пропорциональны расстояниям до точки A ; следовательно,

но, $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1}{r_2}$. Индукция магнитного поля,

создаваемого каждым из этих элементов тока в точке A , может быть рассчитана по формуле:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}, B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}; \text{отсюда } \frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2} \frac{r_2}{r_1} = 1,$$

т. е. $B_1 = B_2$, или $B_1 - B_2 = 0$. Так как для каждого элемента поперечного сечения трубы можно таким образом подобрать соответствующий другой элемент, полностью компенсирующий магнитное поле первого элемента в точке A , то результирующая индукция магнитного поля тока в трубе в любой точке внутри трубы будет равна нулю.

436. Индукция магнитного поля в точках, лежащих внутри кабеля, будет равна индукции магнитного поля, создаваемого током, протекающим по внутреннему про-

воду кабеля, т. е. $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$ (см. решение задачи 435).

437. Пробка будет вначале поворачиваться так, чтобы плоскость витка стала перпендикулярной к магниту, и затем будет приближаться к нему.

438. Электрические заряды, движущиеся вместе с диском, создают в окружающем пространстве магнитное поле, подобное полю кругового тока. Над диском линии индукции этого поля направлены перпендикулярно к плоскости чертежа, за него. Магнитная стрелка повернется по часовой стрелке (если смотреть на нее снизу).

439. На магнитную стрелку действуют магнитное поле Земли (его действие определяется только горизонтальной составляющей индукции \vec{B}_r) и магнитное поле тока

с индукцией \vec{B}_t . Стрелка располагается всегда так, чтобы сумма вращающих моментов, создаваемых этими полями, была равна нулю. Сумма моментов равна нулю, если равнодействующая всех сил направлена вдоль стрелки

(рис. 295), т. е. если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_t}{B_r}$. Так как по условию

стрелка достаточно мала и расположена в центре кольца, то можно считать, что индукция поля кругового тока, действующего на стрелку,

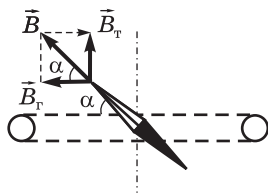


Рис. 295

$$B_t = \frac{\mu_0 I}{2R}; \text{ отсюда } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_0 I}{2B_r R}.$$

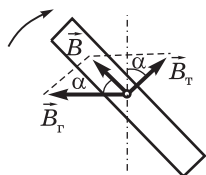


Рис. 296

440. При повороте кольца на угол α вместе с ним поворачивается на угол α и вектор индукции \vec{B}_r магнитного поля тока (рис. 296). Для того чтобы стрелка после поворота лежала в плоскости кольца, необходимо, чтобы в этой плоскости лежал вектор индукции \vec{B} результирующего поля, образующегося от сложения магнитного поля Земли и магнитного поля тока. Так как индукция \vec{B}_r магнитного поля тока всегда перпендикулярна к плоскости кольца с током, то из простых геометрических соображений следует, что при этом $B = \frac{B_r}{\operatorname{tg} \alpha}$

и $B = B_r \cos \alpha$; отсюда

$$\frac{B_r}{\operatorname{tg} \alpha} = B_r \cos \alpha, \text{ или } \sin \alpha = \frac{B_r}{B} = \frac{1}{2}, \text{ т. е. } \alpha = 30^\circ.$$

$$\mathbf{441. } B \approx 1,6\pi \cdot 10^{-3} \text{ Тл.}$$

§ 26. Сила, действующая в магнитном поле на проводник с током

442. Проводник вначале повернется в горизонтальной плоскости против часовой стрелки (если смотреть на него сверху) и затем опустится вниз.

У к а з а н и е. В точке C (рис. 297) линии индукции

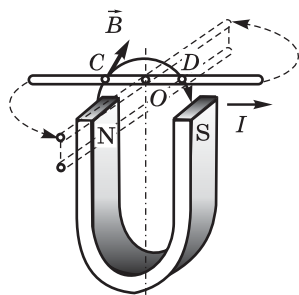


Рис. 297

магнитного поля проходят снизу вверх под углом к проводнику. В точке O они идут параллельно проводнику, в точке D — сверху вниз под углом к проводнику. Характер движения проводника можно установить, применяя правило левой руки к участку COD проводника.

443. Проводник обовьется около магнита, как показано на рис. 298.

У к а з а н и е. Для установления характера движения проводника следует определить направление линий индукции магнитного поля на участках проводника, прилегающих к точкам C и D , и затем применить правило левой руки.

444. Проводники вначале повернутся, стремясь встать параллельно друг другу, и затем притянутся друг к другу.

У к а з а н и е. Для решения задачи следует рассмотреть действие магнитного поля тока I_1 на участки проводника с током I_2 , прилегающие к точкам C , O и D (рис. 299).

445. Линии индукции магнитного поля тока I_2 представляют собой концентрические окружности. Ток I_1 проходит вдоль одной из таких линий. Поэтому магнитное поле на ток I_1 действовать не будет. Все элементы провода с током I_2 также всюду совпадают по направлению с осевой линией индукции магнитного поля, создаваемого током I_1 . На ток I_2 также не будут действовать силы со стороны магнитного поля.

446. При замыкании цепи каждый виток пружины, подобно круговому току, будет создавать магнитное поле и притягивать к себе соседние витки. Пружина сожмется, нижний конец пружины поднимется из ртути, цепь разомкнется, магнитное поле исчезнет и пружина начнет распрямляться. После опускания кончика пружины в ртуть весь процесс начнется сначала, т. е. конец пружины будет совершать периодические колебательные движения.

447. Поток движущихся заряженных частиц подобен некоторому току I , имеющему направление скорости частиц \vec{v} . Если линии индукции \vec{B} магнитного поля на-

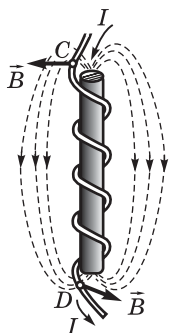


Рис. 298

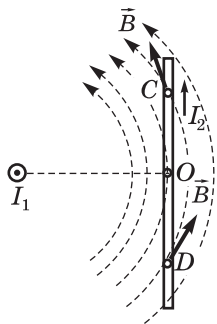


Рис. 299

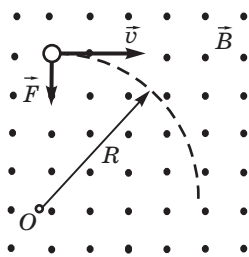


Рис. 300

правлены на нас (рис. 300), то на частицы, движущиеся со скоростью \vec{v} , действует со стороны поля перпендикулярно к скорости \vec{v} и индукции \vec{B} сила \vec{F} , вызывающая искривление траектории частиц. Направление силы определяется правилом левой руки.

Так как по условию магнитное поле однородно, то сила \vec{F} постоянна по модулю и создает у частиц постоянное по модулю центростремительное ускорение \vec{a} . Из постоянства модулей скорости и центростремительного ускорения частиц следует, что радиус кривизны траектории частиц должен быть также всюду постоянен $\left(a = \frac{v^2}{R} \right)$, т. е. траектория должна быть окружностью.

448. Направление движения каждого из элементов проводника CD определяется правилом левой руки. Так как проводник CD по условию однороден, то центр масс его лежит в точке O (рис. 301, *a*). Индукция магнитного поля в точке C будет больше, чем в точке D (см. решение задачи 431). На элементы, прилегающие к точке C , со стороны магнитного поля будут действовать большие силы, чем на такие же элементы, прилегающие к точке D . Точка приложения равнодействующей всех сил, действующих на проводник CD , будет лежать слева от его центра масс. Поэтому проводник CD , двигаясь под действием

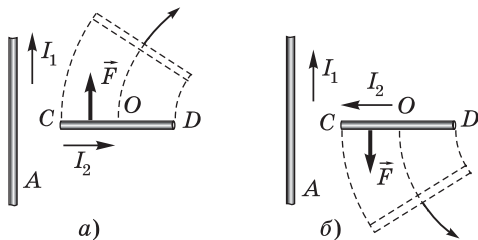


Рис. 301

этой силы вверх, одновременно будет поворачиваться по часовой стрелке вокруг точки O .

Если пустить ток по проводнику CD в противоположном направлении, то проводник, двигаясь вниз, одновременно будет поворачиваться против часовой стрелки (рис. 301, б).

449. Проводники повернутся и встанут параллельно так, чтобы направления токов в них были одинаковы.

450. Кольцо притянется к магниту, наденется на магнит и остановится на нейтральной линии магнита. При этом направление линий индукции магнитного поля тока будет совпадать с направлением линий индукции поля магнита.

Если направление тока в кольце изменить на противоположное, кольцо соскочит с магнита, перевернется и наденется на него другой стороной.

451. Диск начнет вращаться по часовой стрелке.

452. При произвольном начальном положении рамка будет стремиться повернуться и расположиться в плоскости, проходящей через прямолинейный провод, так, чтобы в ближайшей к проводу стороне рамки направление тока совпало с направлением тока в прямолинейном проводе.

453. Силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 достигают наибольшего значения, когда плоскость рамки перпендикулярна к линиям индукции магнитного поля (рис. 302). Силы обращаются в нуль, когда плоскость рамки расположена параллельно линиям индукции магнитного поля.

Когда рамка повернется на 180° от положения, указанного на рис. 302, силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 изменят свои направления на противоположные и будут стремиться сжать рамку вдоль оси ее вращения.

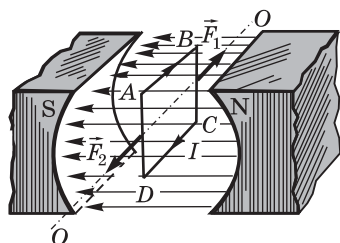


Рис. 302

§ 27. Электромагнитная индукция

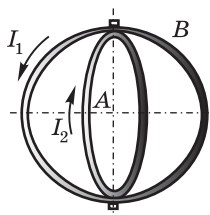


Рис. 303

454. См. рис. 303.

455. Ток будет идти в направлении от D к C . При изменении направления движения проводника индукционный ток также изменит свое направление на противоположное.

456. а) Если проводник расположен над магнитом, то при повороте магнита на восток ток в проводнике пойдет с юга на север, при повороте магнита на запад ток пойдет с севера на юг. б) Если проводник расположен под магнитом, то в первом случае ток пойдет с севера на юг, а во втором – с юга на север.

457. а) Ток идет от оси диска к нижнему краю; б) ток имеет противоположное направление.

458. При сближении проводников направление индукционного тока I_2 будет противоположно направлению тока I_1 ; при удалении проводников направления токов будут совпадать.

459. Ток направлен против часовой стрелки (вид со стороны магнита).

460. При прохождении положения A ток направлен против часовой стрелки (если смотреть со стороны северного полюса магнита) и рамка будет двигаться с ускорением $a_A < g$. При прохождении положения B индукционного тока не будет и рамка будет двигаться с ускорением $a_B = g$. При прохождении положения C ток направлен по часовой стрелке и рамка будет двигаться с ускорением $a_C > g$.

461. При колебаниях маятника вследствие периодических изменений площади контура в последнем будут возникать индукционные токи. Индукционные токи будут направлены так, чтобы своим магнитным полем скомпенсировать изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром.

При колебаниях маятника, связанных с увеличением площади контура, ток направлен против часовой стрел-

ки, при колебаниях, связанных с уменьшением площади контура, — по часовой стрелке. За счет взаимодействия магнитного поля индукционных токов с полем постоянного магнита колебания маятника будут затухать быстрее.

462. ЭДС возникнет, так как при внесении провода в пространство между полюсами электромагнита изменяется число линий индукции магнитного поля, пронизывающих поверхность, ограниченную контуром.

463. Потенциалы концов крыльев различны. При полете по любому другому направлению разность потенциалов сохранит такое же значение, так как она зависит только от модуля вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли и от горизонтальной скорости самолета.

464. Наименьшая ЭДС возникает тогда, когда рамка расположена в плоскости, проходящей через прямолинейный провод. Наибольшая ЭДС возникает, когда рамка перпендикулярна к этой плоскости.

465. Не будет.

IV. ОПТИКА

§ 28. Природа света

466. Длина волны красного света в вакууме $\lambda = \frac{c}{\nu}$, скорость распространения красного света в стекле $c' = \frac{c}{n}$. Длина волны красного света в стекле $\lambda' = \frac{c'}{\nu}$.

Изменение длины волны

$$\lambda - \lambda' = \frac{c}{\nu} \frac{n-1}{n}; \lambda - \lambda' = 250 \text{ нм.}$$

$$467. c'_1 = \frac{c}{n_1} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}; c'_2 = \frac{c}{n_2} = 1,95 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$468. v > 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

469. Радужные полосы в тонких пленках возникают в результате интерференции световых волн, отраженных от верхней и нижней границ пленки. Волна, отраженная от нижней границы, должна пройти дополнительный путь по сравнению с волной, отраженной от верхней границы. Поэтому волна, отраженная от нижней границы, отстает по фазе от волны, отраженной от верхней границы. Это отставание, выраженное в длинах световой волны, зависит от толщины пленки в том месте, где произошло отражение, и от длины световой волны в материале пленки.

Волны, соответствующие различным цветам, при отражении приобретают разность хода, равную нечетному числу полуволн, в местах, имеющих разную толщину. В каждом данном месте пленки вследствие интерференции отраженных лучей происходит гашение одних цветов спектра и усиление других. Поэтому места пленки, обладающие разной толщиной, будут казаться окрашенными в различные цвета.

470. Каждая из горизонтальных интерференционных полос соответствует некоторой определенной толщине пленки. Вода во внутреннем слое пленки постепенно стекает в ее нижнюю часть, нижняя часть пленки утолщается, а верхняя становится тоньше. Места, соответствующие какой-либо определенной толщине пленки, постепенно перемещаются. Вместе с ними перемещаются вниз и соответствующие интерференционные полосы. Через некоторое время толщина пленки в верхней части становится меньше четверти длины волны самых коротких волн падающего на пленку света. В этих местах пленки при интерференции отраженных от пленки лучей будет происходить гашение волн всех длин, поэтому это место пленки будет казаться в отраженном свете черным.

471. Так как после заполнения пространства жидкостью условия отражения волн от нижней поверхности линзы и от верхней поверхности пластинки становятся одинаковыми (обе волны отражаются от оптически более плотной среды), то в центре колец, в отраженном свете, появится светлое пятно вместо темного пятна, которое наблюдалось до заполнения жидкостью пространства между пластинкой и линзой. Вследствие уменьшения скорости распространения света в пространстве между пластинкой и линзой произойдет смещение колец и изменение их ширины. Кольца станут уже и будут располагаться плотнее.

472. Свет отражается от верхней и нижней поверхностей пленки. Условия отражения в обоих случаях одинаковы. Поэтому после выхода из пленки отраженные лучи имеют разность хода, равную половине длины волны, и при интерференции полностью гасят друг друга.

473. $E = h\nu = 3,31 \cdot 10^{-20}$ Дж.

474. $E = h\nu = 3,03 \cdot 10^{-19}$ Дж.

475. На поверхность Земли попадает солнечное излучение, распространяющееся внутри телесного угла, опирающегося на поперечное сечение земного шара. Полный поток излучения, поглощаемый Землей, $\Phi = \pi R^2 \varphi$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Сила давления света на Землю (в случае полного поглощения его энергии поверх-

хностью Земли) $F = pS = \frac{\Phi}{c} \pi R^2 = \frac{\Phi}{c} \approx 5,8 \cdot 10^8$ Н.

476. $F = \frac{\Phi}{c} = 6,9 \cdot 10^{-11}$ Н (см. решение задачи 475).

477. Поток солнечного излучения, падающего на какой-либо элемент поверхности площадью S , пропорционален телесному углу, под которым виден этот элемент с Солнца. При удалении его от Солнца телесный угол убывает пропорционально квадрату расстояния от Солнца. В соответствии с этим энергия, приходящаяся на элемент, а следовательно, и сила светового давления должны при удалении элемента также убывать пропорционально квадрату этого расстояния.

§ 29. Фотометрия

$$478. h = \sqrt{\frac{I}{E}} = 1 \text{ м.}$$

$$479. \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{B}{b}\right)^2 = 4 \cdot 10^4; E_1 = 1,6 \cdot 10^5 \text{ лк.}$$

$$480. E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha = \frac{Ih}{(h^2 + a^2)^{3/2}} = 25 \text{ лк.}$$

481. Один фонарь на расстоянии $a = \frac{l}{2}$ создает на поверхности Земли освещенность

$$\frac{E}{2} = \frac{Ih}{(h^2 + a^2)^{3/2}}; \text{ отсюда } a = \sqrt{\left(\frac{2Ih}{E}\right)^{2/3} - h^2} \approx 27,5 \text{ м,}$$

т. е. $l \approx 55 \text{ м.}$

482. Освещенности в точках B и C :

$$E_1 = \frac{I}{4R^2}, E_2 = \frac{I}{r^2} \cos \alpha.$$

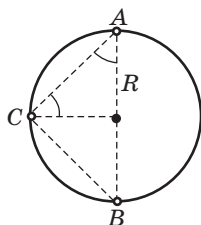


Рис. 304

Из треугольника ABC (рис. 304) следует, что

$$r = AC = 2R \cos \beta;$$

$$\text{отсюда } E_2 = E_1 \frac{\cos \alpha}{\cos^2 \beta}.$$

$$\text{При } \alpha = \beta = 45^\circ \text{ имеем } E_2 = E_1 \sqrt{2},$$

т. е. освещенность в точке C будет в $\sqrt{2}$ раз больше, чем в точке B .

$$483. E = 5 \text{ лк.}$$

$$484. E = \frac{3I}{l^2} \text{ и одинакова для обеих сторон.}$$

485. Освещенность пластинки в фотоаппарате зависит от светового потока, пропущенного объективом, и от отношения площади фотографируемого предмета к площади его изображения на пластинке.

Световой поток Φ_V , проходящий через объектив фотоаппарата, пропорционален телесному углу, под которым виден объектив из точки предмета, т. е. прямо пропорционален площади отверстия объектива S и обратно пропорционален квадрату расстояния a_1 от предмета до объектива (рис. 305):

$$\Phi_V \sim \frac{S}{a_1^2}.$$

Отношение линейных размеров предмета к линейным размерам изображения равно отношению расстояний от предмета и изображения до объектива (рис. 306). Следовательно, отношение площади предмета σ_1 к площади изображения σ_2 должно быть равно отношению квадратов расстояний от предмета и изображения до объектива, т. е.

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}.$$

Сопоставляя полученные результаты, получим

$$E \sim \frac{\Phi_V \sigma_1}{\sigma_2} \sim \frac{S}{a_1^2} \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{S}{a_2^2},$$

т. е. освещенность изображения в фотоаппарате оказывается обратно пропорциональной квадрату расстояния от изображения до объектива.

Изображение удаленного предмета расположено ближе к объективу, чем изображение близкого предмета, т. е. освещенность изображения удаленного предмета будет больше освещенности изображения близкого предмета. Поэтому для близкого предмета придется делать большую выдержку.

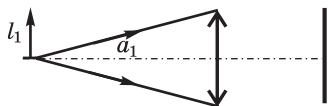


Рис. 305

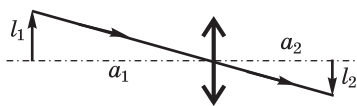


Рис. 306

486. $\eta = \frac{\Phi \cdot 100\%}{P_1 I} \approx 4\%$. Поток излучения, посылае-

мый лампой, $\Phi = \frac{4\pi I}{K} \approx 2$ Вт.

487. Поток солнечного излучения, падающий на Землю,

$$\Phi_1 = \pi R_1^2 \varphi \approx 10^{22} \text{ Вт},$$

где πR_1^2 – площадь поперечного сечения Земли. Отношение этого потока ко всему потоку излучения Солнца

$$\frac{\Phi_1}{\Phi} = \frac{\Omega_1}{4\pi} = \frac{R_1^2}{4r_1^2} \approx 4,6 \cdot 10^{-10},$$

где Ω_1 – телесный угол, под которым видна Земля с Солнца. Отношение потоков излучения, получаемых Землей и Юпитером (Ω_2 – телесный угол, под которым виден Юпитер с Солнца), равно

$$\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{R_1^2 r_2^2}{R_2^2 r_1^2} \approx 0,22.$$

§ 30. Закон прямолинейного распространения света. Закон отражения света

488. На одной прямой так, чтобы плоскости предмета и экрана были перпендикулярны к этой прямой.

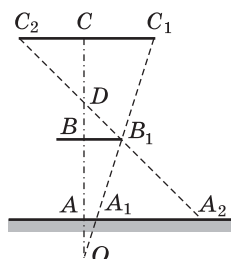


Рис. 307

489. Радиус полутени $R_1 = 15$ см, радиус тени $R_2 = 7,5$ см. Тень исчезнет, когда мяч будет на высоте $h = 2,5$ м. Размеры тени будут одинаковы, если радиус мяча будет равен радиусу шара.

У к а з а н и е. Радиус полутени может быть найден из подобия треугольников CC_2D , BB_1D и AA_2D (рис. 307); радиус тени – из рассмот-

рения треугольников OAA_1 , OBB_1 и OCC_1 . Длина отрезка CC_1 равна радиусу шара r_1 ; длина отрезка BB_1 – радиусу мяча r_2 ; длины отрезков AC и AB равны соответственно высотам h_1 и h_2 от пола, на которых расположены шар и мяч.

490. Источники следует перемещать вдоль касательных к стержню, проходящих через точку O . При перемещениях по другим направлениям полутени будут расходиться или накладываться друг на друга.

491. При заданном в условии расположении каждая точка предмета изображается светлым кружком, диаметр которого определяется из соотношения (рис. 308)

$$\frac{d'}{d} = \frac{AC}{BC}, \text{ т. е. } d' = \frac{AC}{BC} d; d' = 2 \text{ мм.}$$

Следовательно, различить детали размером меньше 2 мм при заданном расположении нельзя, так как светлые кружки, которыми изображаются отдельные точки этих деталей, будут накладываться друг на друга.

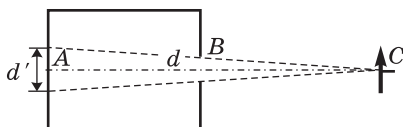


Рис. 308

492. Форма светового «зайчика» зависит от формы источника света и от расположения экрана, на который проецируется «зайчик». Если источник имеет форму круга, а экран расположен под различными углами по отношению к падающим на него лучам, то «зайчик» будет иметь форму круга или более или менее вытянутого эллипса. При указанных в задаче условиях форма «зайчика» не зависит от формы зеркала.

493. Цвет поверхности определяется спектральным составом лучей, отражаемых ею. Когда поверхность сухая, то на свет, соответствующий окраске поверхности, накладывается белый свет, рассеянный от шероховатостей и неровностей поверхности (например, от ворсинок тка-

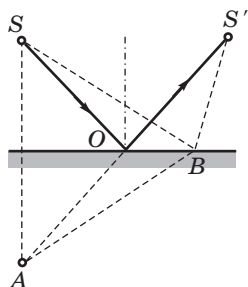


Рис. 309

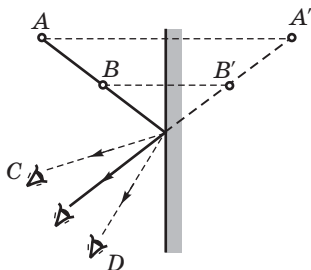


Рис. 310

ни). Присутствие этого рассеянного белого света делает основной цвет поверхности блеклым и менее ярким.

Когда поверхность пропитана водой, то все эти неровности затягиваются поверхностной пленкой воды и рассеянный белый свет исчезает. Остается только основной тон окраски поверхности, который воспринимается нами как более сочный и яркий, чем до смачивания.

494. У к а з а н и е. Для доказательства следует построить изображение S' источника S в зеркале и рассмотреть соотношение длин путей AOS' и ABS' (рис. 309).

495. В положении C наблюдатель увидит изображение булавки B справа от изображения булавки A . В положении D он увидит изображение булавки B слева от изображения булавки A . Если наблюдатель будет смотреть вдоль линии, проходящей через изображения A' и B' булавок в зеркале (рис. 310), то он увидит эти изображения наложенными друг на друга.

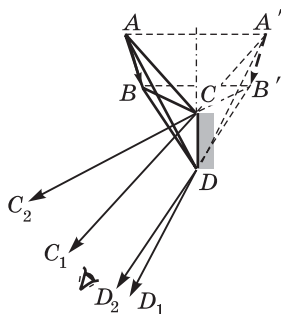


Рис. 311

496. Лучи, исходящие из точки A , после отражения от зеркала будут распространяться внутри полосы, ограниченной прямыми CC_1 и DD_1 (рис. 311). Лучи, исходящие из точки B , будут распространяться внутри полосы, ограниченной прямыми CC_2 и DD_2 . Только между прямыми CC_1 и DD_2 в каждой точке пространства будут встречаться лучи, исходящие из всех точек предмета. Глаз

может видеть изображение всего предмета в случае, если он будет находиться внутри полосы, заключенной между лучами CC_1 и DD_2 .

497. $\Delta a = 10$ см.

499. Под углом $\alpha = 45^\circ$.

500. $\alpha = 2^\circ$; $x = \text{tg } \alpha \approx l\alpha$;

$x = 5 \text{ см} \cdot 0,035 = 17,5 \text{ см}$.

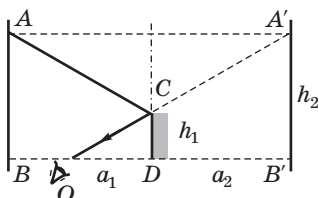


Рис. 312

501. Изображение участка стены будет находиться за зеркалом на расстоянии $a_2 = 4$ м. Если глаз находится в точке O (рис. 312), то в него могут попасть после отражения в зеркале CD лишь лучи, исходящие из всех точек участка изображения стены $A'B'$. Таким образом, видимый в зеркале участок стены будет иметь высоту

$$h_2 = \frac{a_1 + a_2}{a_1} h_1 = 3 \text{ м}.$$

502. При расположении глаза внутри треугольника DEH , ограниченного лучами DG и EF (рис. 313).

503. Перпендикуляры к зеркалам A_1 и A_2 должны составлять с падающими лучами углы $22^\circ 30'$; перпендикуляры к зеркалам A_3 и A_4 — углы $77^\circ 30'$ (см. рис. 163). Высота всех зеркал должна быть не меньше диаметра

линз d ; ширина зеркал A_1 и A_2 равна $\frac{d}{\cos 22^\circ 30'} \approx 1,03d$;

ширина зеркал A_3 и A_4 равна $\frac{d}{\cos 77^\circ 30'} \approx 2,61d$.

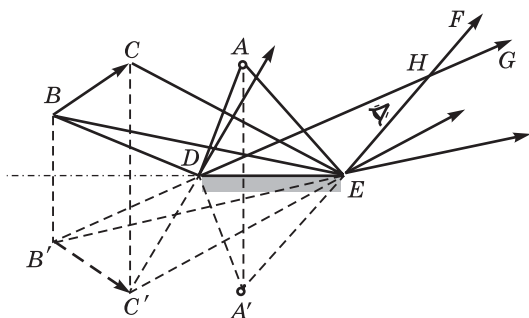


Рис. 313

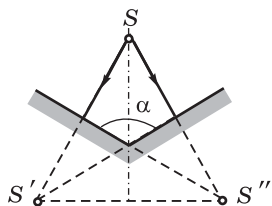


Рис. 314

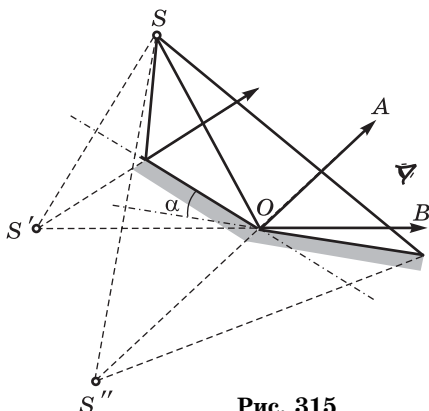


Рис. 315

504. См. рис. 314; $\alpha = 120^\circ$.

505. Центр окружности лежит в точке O пересечения зеркал. Глаз наблюдателя должен находиться внутри полосы, ограниченной лучами OA и OB (рис. 315).

§ 31. Сферические зеркала

506. $f = \sqrt{pq}$; $f = 40$ см.

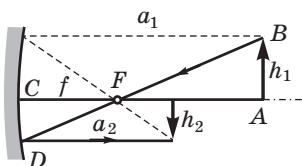


Рис. 316

507. Из подобия треугольников ABF и CDF (рис. 316) следует, что

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{a_1 - f}.$$

Из формулы вогнутого зеркала имеем

$$a_2 = \frac{a_1 f}{a_1 - f}; \text{ отсюда } \frac{h_2}{h_1} = \frac{a_2}{a_1}.$$

508. $a_2 = \frac{a_1}{3} \approx 0,33$ м (см. решение задачи 507). Из

формулы для вогнутого зеркала $f = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} = 0,25$ м;
 $R = 2f = 0,5$ м.

509. $f = 2,5$ см.

У к а з а н и е. Если a_1 и a_2 – начальные расстояния от предмета и изображения до зеркала, h_1 и h_2 – высоты предмета и изображения, a_2' – расстояние от изображения до зеркала после перемещения предмета, то фокусное расстояние f зеркала можно найти из уравнений

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{a_1}{a_2} = 4, \quad \frac{a_1 - d}{a_2'} = 2,$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{a_1 - d} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f}.$$

510. $\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{p}.$

У к а з а н и е. Отношение $\frac{h_2}{h_1}$ определяется из уравнений (см. решение задачи 507)

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{a_2}{a_1}, \quad a_1 = p + f, \quad a_2 = q + f, \quad pq = f^2.$$

511. $f = \frac{l}{2}$; $f = 50$ см; $d = 2l\varphi$.

512. На расстоянии $a_2 = 50$ см от зеркала и $d_2 = 2$ см друг от друга.

У к а з а н и е. При раздвигании половинок зеркала источник окажется смещенным на 0,5 см в сторону от оптических осей половинок зеркала. Расстояния от изображений до новых оптических осей половинок зеркала можно рассчитывать, как в задаче 507.

513. Если a_1 и a_2 – расстояния от источника и изображения до зеркала, то согласно условию задачи имеют место соотношения $a_1 = a + b$, $a_2 + a = b$. Подставляя найденные отсюда значения a_1 и a_2 в формулу выпуклого зеркала, получим

$$b = \sqrt{2af + a^2}; \quad b = 15 \text{ см.}$$

Совпадение изображений можно установить, наблюдая изменения относительного расположения изображе-

ний при перемещениях глаза в сторону от оптической оси зеркала. Если изображения находятся на разных расстояниях от глаза, то при перемещениях глаза изображения смещаются друг относительно друга (явление параллакса). Если изображения находятся на одном и том же расстоянии, то при любых положениях глаза они совпадают друг с другом.

514. $f = \frac{d(b-a)}{b-(a+d)}$; нельзя (рис. 317).

У к а з а н и е. Расстояния a_1 и a_2 от первой иглы и ее изображения до вогнутого зеркала должны удовлетворять соотношениям $a_1 = d$ и $a_2 = b - a$. При подстановке значений a_1 и a_2 в формулу зеркала следует помнить, что a_2 должно быть отрицательным.

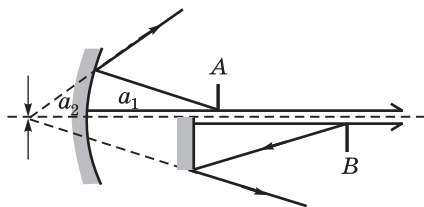


Рис. 317

Для того чтобы установить возможность одновременного наблюдения изображений, следует рассмотреть ход лучей, действительно участвующих в образовании изображений. Все лучи, отраженные от вогнутого зеркала и образующие изображение первой иглы, проходят выше оптической оси. Все лучи, образующие изображение второй иглы в плоском зеркале, проходят ниже оптической оси вогнутого зеркала. Так как лучи, отраженные от обоих зеркал, нигде не перекрываются, то одновременно наблюдать оба изображения невозможно.

Для сопоставления положения изображений наблюдатель должен перемещать глаз в вертикальной плоскости около оптической оси и наблюдать изображения поочередно.

515. Если $M'N'$ – изображение предмета MN , то лучи, образующие изображение точки M , пойдут внутри конуса, ограниченного лучами $M'A$ и $M'B$ (рис. 318). Лучи, образующие изображение точки N , пойдут внутри конуса, ограниченного лучами $N'D$ и $N'C$. Для того чтобы видеть изображение всего предмета, наблюдатель должен расположить глаз внутри полосы между прямыми $M'A$ и $N'C$, в которой накладываются друг на друга лучи, исходящие из всех точек предмета.

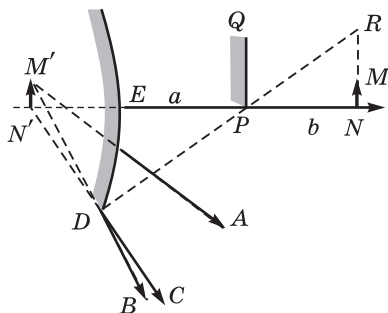


Рис. 318

Наибольшая высота предмета определяется из подобия треугольников DEP и PNR (при этом кривизной отрезка DE пренебрегаем):

$$\frac{NR}{DE} = \frac{b}{a}, NR = h_{\max} = \frac{bd}{2a}; h_{\max} = 5 \text{ см.}$$

516. Если l_2 – длина изображения лица (рис. 319), a_2 – расстояние от изображения до зеркала, то для того, чтобы глаз мог видеть изображение всего лица при наименьшем расстоянии a_1 от зеркала, должно соблюдаться условие

$$\frac{a_1}{d} = \frac{a_1 + a_2}{l_2}.$$

Определяя величины a_2 и l_2 по формулам выпуклого зеркала (см. решение задачи 506), найдем

$$a_1 = \frac{f(l_1 + 2d)}{d}; a_1 = 45 \text{ см.}$$

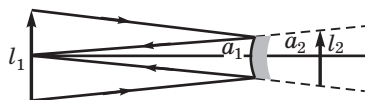


Рис. 319

517. На расстоянии $\frac{5R}{6} = 30$ см от ближней стенки

шара; на расстоянии $\frac{R}{2} = 18$ см от дальней стенки шара.

У к а з а н и е. Для решения задачи необходимо в первом случае найти сначала положение изображения S' , даваемого дальней стенкой, и затем, рассматривая его как источник, найти положение изображения S'' этого источника, которое создается ближней стенкой.

Для определения положения изображений S' и S'' следует рассмотреть ход некоторого произвольного луча SA (рис. 320, а), идущего от источника S под малым углом к оптической оси. Для определения направления этого луча после первого отражения в точке A необходимо провести побочную оптическую ось aa , такую, чтобы луч SA пересекал ее в фокусе. Отраженный луч AB идет параллельно этой оси. Изображение S' находится в точке пересечения луча AB с главной оптической осью. После второго отражения в точке B луч идет параллельно побочной оптической оси bb , через фокус которой проходит луч AB . Изображение S'' находится в точке пересечения луча BC с главной оптической осью.

Порядок действий при определении положения изображения S' во втором случае ясен из рис. 320, б).

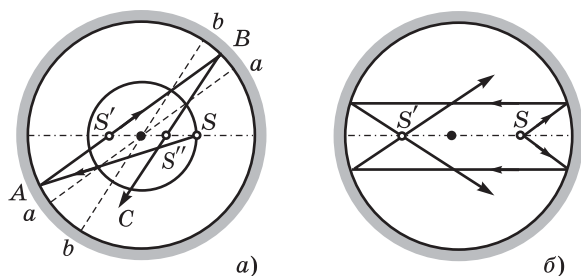


Рис. 320

518. $a = 90$ см; не изменится.

У к а з а н и е. Плоское зеркало должно находиться на середине расстояния между источником S и его изображением S' (рис. 321), т.е. должно быть

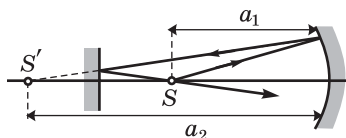


Рис. 321

$$a = \frac{a_2 - a_1}{2} + a_1 = \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{a_1^2}{2(a_1 - f)} = \frac{a_1^2}{2\left(a_1 - \frac{R}{2}\right)}.$$

519. Если a – расстояние от источника до вогнутого зеркала, а b – расстояние от изображения, даваемого выпуклым зеркалом, до этого зеркала (рис. 322), то для изображения, даваемого выпуклым зеркалом, имеет место соотношение

$$\frac{1}{2R - a} - \frac{1}{b} = \frac{2}{R}.$$

Изображение в выпуклом зеркале является источником по отношению к вогнутому зеркалу. В случае совпадения с источником точки встречи лучей после двух отражений должно выполняться соотношение

$$\frac{1}{2R + b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R}.$$

Решая эту систему уравнений, найдем $a = 0,28 R$.

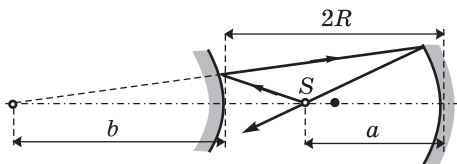


Рис. 322

В силу обратимости хода световых лучей при изменении первоначального направления лучей положение точки встречи останется прежним.

§ 32. Преломление света на плоской границе

520. Из геометрического построения следует, что $i + r = 90^\circ$, или $r = 90^\circ - i$ (рис. 323). Из закона преломления $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ с учетом, что $\sin r = \cos i$, получаем $\operatorname{tg} i = n = 1,5$, т. е. $i = 56^\circ 24'$.

521. $L = 2,9$ м.

У к а з а н и е. Длина тени от подводной части сваи $l = (H - h) \operatorname{tg} r = 3 \text{ м} \cdot 0,62 \approx 1,9$ м.

522. Предмет кажется расположенным в точке S' , в которой встречаются продолжения лучей, попадающих в глаз пловца (рис. 324). Из треугольников OAS и OAS' следует, что

$$\begin{aligned} OA &= OS \operatorname{tg} i = h \operatorname{tg} i, \\ OA &= OS' \operatorname{tg} r = h' \operatorname{tg} r; \end{aligned}$$

отсюда $h' = \frac{h \operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r}$. Так как углы i и r

малы, то можно положить $\operatorname{tg} i \approx \sin i$, $\operatorname{tg} r \approx \sin r$. С учетом этого имеем

$$h' = \frac{h \sin i}{\sin r} = nh = 1 \text{ м.}$$

523. На расстоянии $d + \frac{4h}{3}$ вниз от дна сосуда.

У к а з а н и е. В зеркале нужно строить изображение точки S' .

524. Если S — положение изображения, найденное в задаче 523, и $OS = H = 2d + \frac{4h}{3}$, то наблюда-

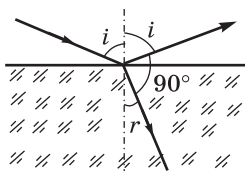


Рис. 323

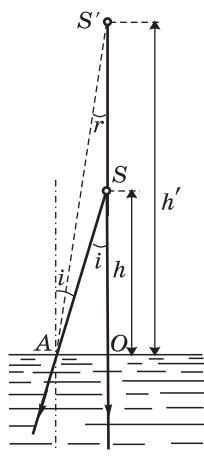


Рис. 324

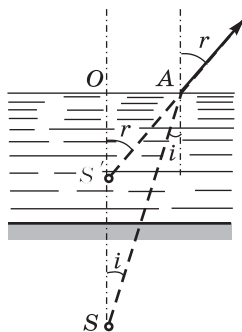


Рис. 325

тель увидит это изображение в точке S' на расстоянии h' от поверхности воды. Из треугольников OAS и OAS' (рис. 325) и малости углов i и r следует, что

$$h' = \frac{H}{n} = \frac{3}{4} \left(2d + \frac{4h}{3} \right) = \frac{3d}{2} + h.$$

525. $n = 1,41$.

У к а з а н и е. Так как преломленный луч по условию задачи перпендикулярен ко второй грани призмы, то из простых геометрических соображений следует, что угол преломления луча $r = 30^\circ$.

526. $h = 30$ см. Совпадение изображений устанавливается по отсутствию параллакса (см. решения задач 506 и 513).

527. Если $n < 2$, то луч преломится и выйдет через вторую грань. Если $n > 2$, то луч претерпит на второй грани полное отражение и выйдет из призмы через третью грань перпендикулярно к ней.

528. Если на верхней границе пластинки появляется яркое изображение точечного источника, то лучи, проходящие от него внутрь пластинки под малыми углами i (рис. 326), свободно уходят через нижнюю границу. Если же угол падения лучей на нижнюю границу больше предельного i_0 , то они претерпевают полное отражение, подсвечивают чувствительный фотослой снизу и образуют ореол. Расчет показателя преломления вытекает из рис. 326 и определения предельного угла:

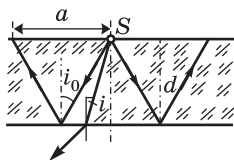


Рис. 326

$$\sin i_0 = \frac{1}{n}; \text{ отсюда } n = \frac{1}{\sin i_0} = \frac{\sqrt{4d^2 - a^2}}{a} = 1,34.$$

§ 33. Тонкие линзы. Оптические системы

531. $d = f\varphi$; $d = 2,35$ мм.

У к а з а н и е. Изображение Солнца находится в фокальной плоскости линзы (рис. 327) и видно из опти-

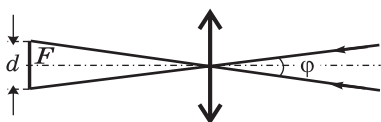


Рис. 327

ческого центра линзы так же, как и Солнце, под углом φ .

Пользуясь малостью угла φ , можно положить $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$.

532. В плоскости, проходящей через оптический центр линзы.

У к а з а н и е. Для доказательства достаточно проследить движение изображения при приближении предмета к линзе (рис. 328). Следует учесть, что направление луча AF при любых положениях предмета остается неизменным. Луч, проходящий через оптический центр линзы O , по мере приближения предмета к линзе постепенно поворачивается вокруг точки O , составляя с оптической осью все больший угол.

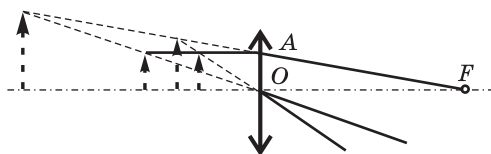


Рис. 328

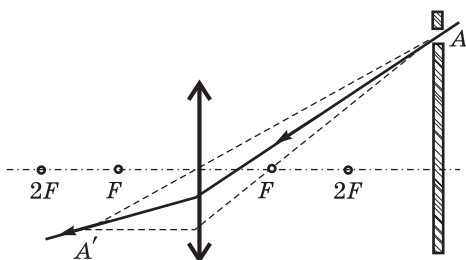


Рис. 329

533. См. рис. 329.

534. Переместится на $d = 5$ см ближе к экрану.

У к а з а н и е. При расчете нового положения точки встречи лучей A' по формуле тонкой линзы точ-

ку A следует рассматривать как предмет. Следует учесть, что если в обычном случае (точка предмета — вершина расходящегося пучка лучей) вершина пучка лежит с той же стороны, с которой падают на линзу лучи, то в рассматриваемом случае вершина пучка лежит по отношению к падающим лучам с другой стороны линзы. Поэтому при расчете расстояние a_1 от предмета до линзы следует вводить в формулу тонкой линзы со знаком «-», т. е. $a_1 = -15$ см.

При построении следует определить ход вспомогательных лучей BA и CA , проходящих на линзу слева в точку A . Точка встречи этих лучей после линзы и определит новое положение вершины пучка A' (рис. 330).

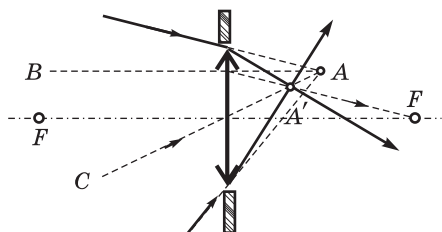


Рис. 330

535. $f = 30$ см (см. решение задачи 534).

536. См. рис. 331.

537. Источник должен находиться за двойным фокусным расстоянием, а наблюдатель — в одной из точек области BAC (рис. 332).

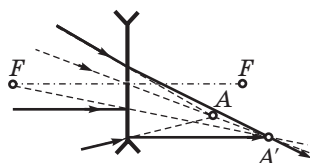


Рис. 331

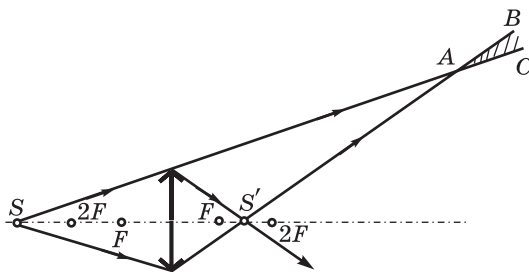


Рис. 332

У к а з а н и е. Лучи, идущие от источника мимо оправы линзы к наблюдателю, и лучи от изображения распространяются внутри конусов.

Одновременное наблюдение источника и его изображения возможно лишь в том случае, когда имеются области пространства, в которых указанные пучки перекрывают друг друга.

$$538. h' = \frac{hf}{p} = 4 \text{ см.}$$

$$539. a_2 = 60 \text{ см; } f = 20 \text{ см.}$$

У к а з а н и е. Отношение линейных размеров предмета и изображения равно отношению расстояний от них до линзы; следовательно, отношение площадей предмета и изображения равно отношению квадратов расстояний от них до линзы.

$$540. 1 : 4000; 1 : 2000.$$

$$541. S_1 \approx 0,52 \text{ км}^2; S_2 \approx 0,13 \text{ км}^2.$$

542. При неизменном расстоянии между лампой и экраном линза после перемещения даст снова резкое изображение тогда, когда новое расстояние от лампы до линзы (рис. 333, б) станет равным прежнему расстоянию от линзы до экрана (рис. 333, а). В силу этого

$$a_1 - a_2 = 36 \text{ см.}$$

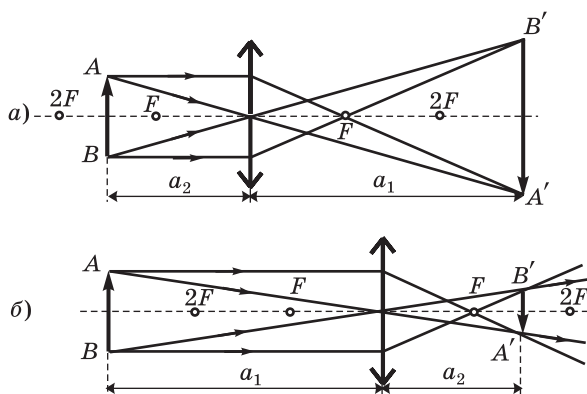


Рис. 333

Из формулы увеличения линзы и на основании условия задачи получим

$$\frac{a_1}{a_2} = 2.$$

Решая совместно эти уравнения и используя формулу линзы, найдем

$$f = \frac{2a_2}{3}; f = 24 \text{ см.}$$

543. $a = l \operatorname{tg} \varphi$; $a = 60 \text{ см.}$

У к а з а н и е. Размер деталей предмета определяется наименьшим углом зрения человеческого глаза.

544. В фокусе линзы.

545. Для определения положения изображения, даваемого всей системой в целом, следует рассчитать положения изображений, даваемых последовательно по ходу лучей отдельными частями системы.

Линза для предмета A дает мнимое изображение B (рис. 334), лежащее слева от линзы на расстоянии

$$a = \frac{a_1 f}{a_1 - f}; a = 30 \text{ см.}$$

Плоское зеркало для изображения B как предмета дает изображение C , лежащее на расстоянии $a + b = 45 \text{ см}$ за зеркалом, или, иначе, на расстоянии $a' = a + 2b = 60 \text{ см}$ от линзы. На линзу справа лучи поступают от изображения

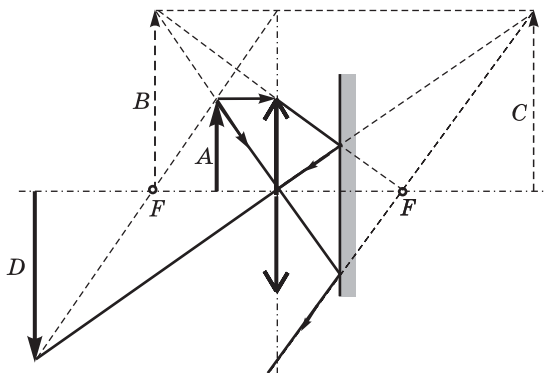


Рис. 334

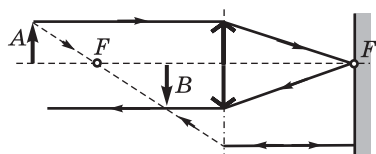


Рис. 335

С как предмета, и линза дает действительное изображение D, лежащее слева от линзы на расстоянии

$$a_2 = \frac{a'f}{a' - f}; a_2 = 60 \text{ см.}$$

546. Система дает действительное изображение B, лежащее между линзой и ее фокусом (рис. 335).

547. $a_2 = 100$ см; см. рис. 336.

У к а з а н и е. При расчете учесть, что первое изображение, даваемое линзой, лежит за зеркалом. Для построения удобнее взять лучи, идущие параллельно оптической оси и через передний фокус линзы (см. решение задачи 545).

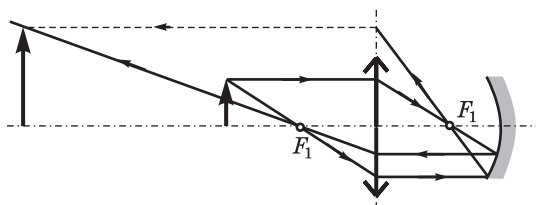


Рис. 336

548. Источник должен быть бесконечно удален.

549. См. рис. 337; $a_2 = 2,5$ см.

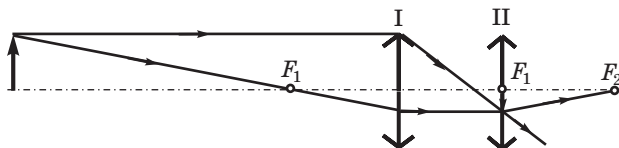


Рис. 337

550. Если расстояние между половинками исчезающе мало, то пучок практически останется параллельным. Если это расстояние велико, но меньше фокусного расстояния каждой из половинок, то пучок параллельных лучей будет преобразовываться в пучок сходящихся лучей. При расстоянии между линзами, большем фокусного расстояния каждой из них, параллельный пучок будет превращаться системой в пучок расходящийся.

ПРИЛОЖЕНИЯ

I. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

| | |
|--|---|
| Гравитационная постоянная | $G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$ |
| Ускорение свободного падения (нормальное) | $g = 9,80665 \text{ м/с}^2$ |
| Скорость света в вакууме | $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ |
| Магнитная постоянная | $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} =$ $= 1,256637061 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ |
| Электрическая постоянная | $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ |
| Масса электрона | $m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ |
| Масса протона | $m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ |
| Масса нейтрона | $m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ |
| Элементарный заряд | $e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ |
| Отношение модуля заряда электрона к его массе | $e/m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ |
| Постоянная Планка | $h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ |
| Постоянная Авогадро | $N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ |
| Постоянная Больцмана | $k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ |
| Универсальная (молярная) газовая постоянная | $R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ |
| Постоянная Фарадея | $F = 9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$ |
| Молярный объем идеального газа при нормальных условиях ($p_0 = 101\,325 \text{ Па}$, | $V_m = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$ |

II. МНОЖИТЕЛИ И ПРИСТАВКИ ДЛЯ ОБРАЗОВАНИЯ ДЕСЯТИЧНЫХ КРАТНЫХ И ДОЛЬНЫХ ЕДИНИЦ

| Множи- тель | Приставка | | Множи- тель | Приставка | |
|----------------|-------------------|------------------|----------------|-------------------|------------------|
| | наимено- вание | обозна- чение | | наимено- вание | обозна- чение |
| 10^{18} | эксо | Э | 10^{-1} | деци | д |
| 10^{15} | пета | П | 10^{-2} | санتي | с |
| 10^{12} | тера | Т | 10^{-3} | милли | м |
| 10^9 | гига | Г | 10^{-6} | микро | мк |
| 10^6 | мега | М | 10^{-9} | нано | н |
| 10^3 | кило | к | 10^{-12} | пико | п |
| 10^2 | гекто | г | 10^{-15} | фемто | ф |
| 10^1 | дека | да | 10^{-18} | атто | а |

III. РАЗМЕРНОСТИ И ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН В СИ

Определения единиц физических величин приведены для основных (выделены полужирным шрифтом) и дополнительных единиц СИ. Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ, отмечены кружком.

| Величина | | Единица | | |
|---------------|----------------|--------------------------------|----------------|--|
| наименование | размерность | наименование | обозначение | связь с основными единицами СИ |
| Длина | L | метр | м | Основная единица Метр равен 1 650 763,73 длины волны в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86 |
| | | °астрономическая единица длины | а. е. | 1 а. е. = $1,49598 \cdot 10^{11}$ м |
| | | °световой год | св. год | 1 св. год = $9,4605 \cdot 10^{15}$ м |
| | | °парсек | пк | 1 пк = $3,0857 \cdot 10^{16}$ м |
| Площадь | L ² | квадратный метр | м ² | |
| Объем | L ³ | °гектар | га | 1 га = 10 ⁴ м ² |
| | | кубический метр | м ³ | |
| Плоский угол | | °литр | л | 1 л = 10 ⁻³ м ³ |
| | | радиан | рад | <i>Дополнительная единица</i> Радийан равен углу между двумя радиусами окружности, длина дуги между которыми равна радиусу |
| | | °градус | ...° | 1° = (π/180) рад |
| | | °минута | ...' | 1' = (π/10 800) рад |
| Телесный угол | — | °секунда | ..." | 1" = (π/648 000) рад |
| | | стерадиан | ср | <i>Дополнительная единица</i> Стерерадиан равен телесному углу с вершиной в центре сферы, вырезающему на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы |
| | | | | |
| | | | | |

| Величина | | Единица | | |
|-------------------|------------------|--------------------------------|--------------------|--|
| наименование | размер- ность | наименование | обозна- чение | связь с основными единицами СИ |
| Время | Т | секунда | с | Основная единица Секунда равна 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133 |
| | | °минута | мин | 1 мин = 60 с |
| | | °час | ч | 1 ч = 3600 с |
| | | °сутки | сут | 1 сут = 86 400 с |
| Скорость | LT^{-1} | метр в секунду | м/с | |
| Ускорение | LT^{-2} | метр на секунду в квадрате | м/с ² | |
| Угловая скорость | T^{-1} | радиан в секунду | рад/с | |
| Угловое ускорение | T^{-2} | радиан на секунду в квадрате | рад/с ² | |
| Частота | T^{-1} | герц | Гц | |
| Частота вращения | T^{-1} | секунда в минус первой степени | с ⁻¹ | |
| Масса | М | килограмм | кг | Основная единица Килограмм равен массе международного прототипа килограмма |
| | | °тонна | т | 1 т = 10 ³ кг |
| | | °атомная единица массы | а.е.м. | 1 а.е.м = 1,6605655·10 ⁻²⁷ кг |
| Плотность | $L^{-3}M$ | килограмм на кубический метр | кг/м ³ | |
| Удельный объем | L^3M^{-1} | кубический метр на килограмм | м ³ /кг | |
| Массовый расход | MT^{-1} | килограмм в секунду | кг/с | |

| Величина | | Единица | | |
|---|-----------------|-------------------------------------|----------------------|---|
| наименование | размерность | наименование | обозначение | связь с основными единицами СИ |
| Объемный расход | L^3T^{-1} | кубический метр в секунду | m^3/c | |
| Сила | LMT^{-2} | ньютон | Н | $1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Давление | $L^{-1}MT^{-2}$ | паскаль | Па | $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2 = 1 \text{ м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Жесткость | MT^{-2} | ньютон на метр | Н/м | $1 \text{ Н}/\text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Напряжение | $L^{-1}MT^{-2}$ | паскаль | Па | $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н}/\text{м}^2 = 1 \text{ м}^{-1} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Поверхностное натяжение | MT^{-2} | ньютон на метр | Н/м | $1 \text{ Н}/\text{м} = 1 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Импульс | LMT^{-1} | килограмм-метр в секунду | кг·м/с | |
| Момент силы | L^2MT^{-2} | ньютон-метр | Н·м | $1 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Момент импульса | L^2MT^{-1} | килограмм-метр в квадрате в секунду | кг·м ² /с | |
| Импульс силы | LMT^{-1} | ньютон-секунда | Н·с | |
| Работа, энергия | L^2MT^{-2} | джоуль | Дж | $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Мощность | L^2MT^{-3} | ватт | Вт | $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж}/\text{с} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$ |
| Температура (термодинамическая) | Θ | кельвин | К | Основная единица Кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды |
| Температура Цельсия | Θ | °градус Цельсия | °С | $t = T - 273,15$ |
| Температурный коэффициент: линейного расширения, объемного расширения | Θ ⁻¹ | кельвин в минус первой степени | К ⁻¹ | |
| Количество вещества | N | моль | моль | Основная единица Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг |

| Величина | | Единица | | | |
|--|--|---------------------------------|--|--|--|
| наименование | размерность | наименование | обозначение | связь с основными единицами СИ | |
| Молярная масса | MN^{-1} | килограмм на моль | $\frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ | | |
| Молярный объем | L^3N^{-1} | кубический метр на моль | $\frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$ | | |
| Количество теплоты | L^2MT^{-2} | джоуль | Дж | $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ | |
| Удельная теплота сгорания (плавления, парообразования) | L^2T^{-2} | джоуль на килограмм | Дж/кг | $1 \text{ Дж/кг} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ | |
| Теплоемкость | $\text{L}^2\text{MT}^{-2}\Theta^{-1}$ | джоуль на кельвин | Дж/К | $1 \text{ Дж/К} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ | |
| Удельная теплоемкость | $\text{L}^2\text{T}^{-2}\Theta^{-1}$ | джоуль на килограмм-кельвин | $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ | $1 \text{ Дж/}(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$ | |
| Молярная теплоемкость | $\text{L}^2\text{MT}^{-2}\Theta^{-1}\text{N}^{-1}$ | джоуль на моль-кельвин | $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ | $1 \text{ Дж/}(\text{моль} \cdot \text{К}) = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$ | |
| Тепловой поток | L^2MT^{-3} | ватт | Вт | $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$ | |
| Теплопроводность | $\text{LMT}^{-3}\Theta^{-1}$ | ватт на метр-кельвин | $\frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ | $1 \text{ Вт/}(\text{м} \cdot \text{К}) = 1 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-1}$ | |
| Коэффициент теплопередачи | $\text{MT}^{-3}\Theta^{-1}$ | ватт на квадратный метр-кельвин | $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ | $1 \text{ Вт/}(\text{м}^2 \cdot \text{К}) = 1 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-1}$ | |
| Концентрация (плотность числа частиц) | L^{-3} | метр в минус третьей степени | м^{-3} | | |
| Молярная концентрация | L^{-3}N | моль на кубический метр | моль/м ³ | | |
| Коэффициент диффузии | L^2T^{-1} | квадратный метр на секунду | м ² /с | | |

| Величина | | Единица | | |
|--|--------------------|--------------------------|-------------------|---|
| наименование | размерность | наименование | обозначение | связь с основными единицами СИ |
| Сила тока | I | ампер | A | Основная единица Ампер равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал бы на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н |
| Плотность тока | $L^{-2}I$ | ампер на квадратный метр | A/м ² | |
| Электрический заряд (количество электричества) | TI | кулон | Кл | 1 Кл = 1с·A |
| Плотность (поверхностная) электрического заряда | $L^{-2}TI$ | кулон на квадратный метр | Кл/м ² | 1 Кл/м ² = 1 м ⁻² ·с·A |
| Плотность (пространственная) электрического заряда | $L^{-3}TI$ | кулон на кубический метр | Кл/м ³ | 1 Кл/м ³ = 1 м ⁻³ ·с·A |
| Разность электрических потенциалов | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ | вольт | B | 1 B = 1 Вт/A = 1 м ² ·кг·с ⁻³ ·A ⁻¹ |
| Электродвижущая сила | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ | вольт | B | 1 B = 1 Вт/A = 1 м ² ·кг·с ⁻³ ·A ⁻¹ |
| Электрическое напряжение, электрический потенциал | $L^2MT^{-3}I^{-1}$ | вольт | B | 1 B = 1 Вт/A = 1 м ² ·кг·с ⁻³ ·A ⁻¹ |

| Величина | | Единица | | |
|-----------------------------------|--|-------------------------|-------------------|--|
| наименование | размерность | наименование | обозначение | связь с основными единицами СИ |
| Напряженность электрического поля | $\text{ЛМТ}^{-3}\text{Г}^{-2}$ | вольт на метр | В/м | $1 \text{ В/м} = 1 \text{ Вт}/(\text{А} \cdot \text{м}) = 1 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}$ |
| Сопротивление | $\text{Л}^2\text{МТ}^{-3}\text{Г}^{-2}$ | ом | Ом | $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/А} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}$ |
| Проводимость | $\text{Л}^{-2}\text{М}^{-1}\text{Г}^2$ | сименс | См | $1 \text{ См} = 1 \text{ Ом}^{-1} = 1 \text{ м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{А}^2$ |
| Электрическая емкость | $\text{Л}^{-2}\text{М}^{-1}\text{Т}^4\text{Г}^2$ | фарад | Ф | $1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл/В} = 1 \text{ м}^{-2} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$ |
| Электрическая постоянная | $\text{Л}^{-3}\text{М}^{-1}\text{Т}^4\text{Г}^2$ | фарад на метр | Ф/м | $1 \text{ Ф/м} = 1 \text{ м}^{-3} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$ |
| Магнитный поток | $\text{Л}^2\text{МТ}^{-2}\text{Г}^{-1}$ | вебер | Вб | $1 \text{ Вб} = 1 \text{ В} \cdot \text{с} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$ |
| Магнитная индукция | $\text{МТ}^{-2}\text{Г}^{-1}$ | тесла | Тл | $1 \text{ Тл} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/м}^2 = 1 \text{ Вб/м}^2 = 1 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$ |
| Индуктивность | $\text{Л}^2\text{МТ}^{-2}\text{Г}^{-2}$ | генри | Гн | $1 \text{ Гн} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$ |
| Магнитная постоянная | $\text{ЛМТ}^{-2}\text{Г}^{-2}$ | генри на метр | Гн/м | $1 \text{ Гн/м} = 1 \text{ м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$ |
| Энергия излучения | $\text{Л}^2\text{МТ}^{-2}$ | джоуль | Дж | $1 \text{ Дж} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2}$ |
| Мощность излучения | $\text{Л}^2\text{МТ}^{-3}$ | ватт | Вт | $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$ |
| Интенсивность излучения | МТ^{-3} | ватт на квадратный метр | Вт/м ² | $1 \text{ Вт/м}^2 = 1 \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3}$ |
| Сила света | Ж | кандела | кд | Основная единица Кандела равна силе света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила света которого в этом направлении составляет $1/683$ Вт/ср |
| Световой поток | Ж | люмен | лм | $1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot \text{ср}$ |
| Световая энергия | ТЖ | люмен-секунда | лм·с | $1 \text{ лм} \cdot \text{с} = 1 \text{ с} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$ |
| Освещенность | $\text{Л}^{-2}\text{Ж}$ | люкс | лк | $1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/м}^2 = 1 \text{ м}^{-2} \cdot \text{кд} \cdot \text{ср}$ |
| Оптическая сила | Л^{-1} | диоптрия | дптр | $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$ |

Содержание

| | Задачи | Ответы и решения |
|--|--------|---------------------|
| I. МЕХАНИКА | 5 | 125 |
| § 1. Прямолинейное равномерное движение | 5 | 125 |
| § 2. Прямолинейное равнопеременное движение .. | 10 | 132 |
| § 3. Криволинейное движение | 13 | 137 |
| § 4. Вращательное движение твердого тела | 15 | 140 |
| § 5. Динамика прямолинейного движения тела. Второй закон Ньютона | 16 | 141 |
| § 6. Импульс. Закон сохранения импульса | 23 | 153 |
| § 7. Работа. Энергия. Мощность. Закон сохранения энергии | 27 | 158 |
| § 8. Динамика вращательного движения тела ... | 32 | 165 |
| § 9. Статика | 39 | 180 |
| § 10. Закон всемирного тяготения | 46 | 188 |
| § 11. Колебания | 47 | 192 |
| § 12. Гидро- и аэростатика | 49 | 197 |
| II. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА | 55 | 203 |
| § 13. Тепловое расширение тел | 55 | 203 |
| § 14. Количество теплоты. Теплообмен | 58 | 207 |
| § 15. Законы идеального газа | 58 | 208 |
| § 16. Поверхностное натяжение | 65 | 217 |
| § 17. Влажность воздуха | 69 | 223 |
| III. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА | 70 | 224 |
| § 18. Закон Кулона | 70 | 224 |
| § 19. Электрическое поле | 73 | 231 |
| § 20. Работа сил электрического поля | 77 | 238 |
| § 21. Электрическое поле в диэлектрике | 80 | 243 |
| § 22. Электрическая емкость. Конденсаторы | 81 | 245 |
| § 23. Законы постоянного тока | 85 | 249 |
| § 24. Тепловое действие тока. Мощность тока | 93 | 261 |
| § 25. Постоянные магниты. Магнитное поле тока ... | 97 | 264 |
| § 26. Сила, действующая в магнитном поле на проводник с током | 103 | 270 |
| § 27. Электромагнитная индукция | 106 | 274 |
| IV. ОПТИКА | 109 | 275 |
| § 28. Природа света | 109 | 275 |
| § 29. Фотометрия | 111 | 278 |
| § 30. Закон прямолинейного распространения света. Закон отражения света | 113 | 280 |
| § 31. Сферические зеркала | 117 | 284 |
| § 32. Преломление света на плоской границе | 120 | 290 |
| § 33. Тонкие линзы. Оптические системы | 122 | 291 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ | | 297 |