Лабораторная работа №2

Математическое моделирование

Дудырев Г. А.

8 марта 2025

Докладчик

- Дудырев Глеб Андреевич
- НПИбд-02-22

Цели и задачи

- Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

Определение варианта

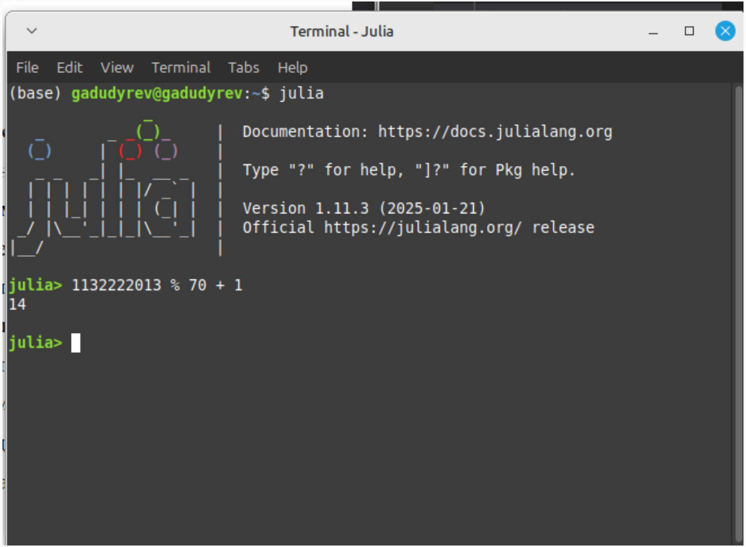

Figure 1: Номер варианта

Задача

Вариант 14.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 7.5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3.1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Чтобы найти расстояние x (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3.1v} \text{ – в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{3.1v} \text{ – во втором}$$

Отсюда находим два значения $x_1 = \dfrac{7.5}{4.1}$ и $x_2 = \dfrac{7.5}{2.1}$, задачу будем решать для двух случаев.

Решение задачи

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r, $r\frac{d\theta}{dt}$.

Получаем:

$$v_\tau = \sqrt{9.61v^2 - v^2} = \sqrt{8.61}v$$

Из чего можно вывести:

$$r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{8.61}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dr}{dt} = v \\ r\dfrac{d\theta}{dt} = \sqrt{8.61}v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \dfrac{7.5}{4.1} \end{cases} \tag{1}$$

Или для второго:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \dfrac{7.5}{2.1} \end{cases} \tag{2}$$

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{8.61}}$$

Построение модели

```
k=7.5 //расстояние от лодки до катера
//данные для лодки браконьеров
fi=3*pi/4
t=0:0.01:30
fl(t)=tan(fi)*t //функция, описывающая движение лодки браконьеров
f(u, p, t)=u/sqrt(8.61) //функция, описывающая движение катера береговой охра
//начальные условия для двух случаев
x1 = k/4.1
x2 = k/2.1
tetha1 = (0.0, 2*pi)
tetha2 = (-pi, pi)
```

```
s1=ODEProblem(f, x1, tetha1)
sol1=solve(s1, Tsit5(), saveat=0.01)

plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lims=(0,30), label="Траектория катера")
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Траектория лодки")
```

Первый случай

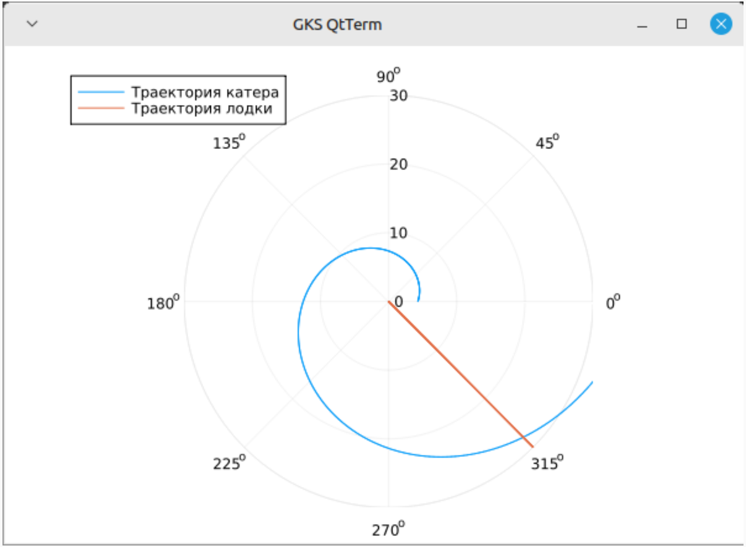

Figure 2: Траектория движения катера и лодки для первого случая

```
s2=ODEProblem(f, x2, tetha2)
sol2=solve(s2, Tsit5(), saveat=0.01)
```

```
plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0,30), label="Траектория катера")
julia> plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Траектория лодки")
```

Второй случай

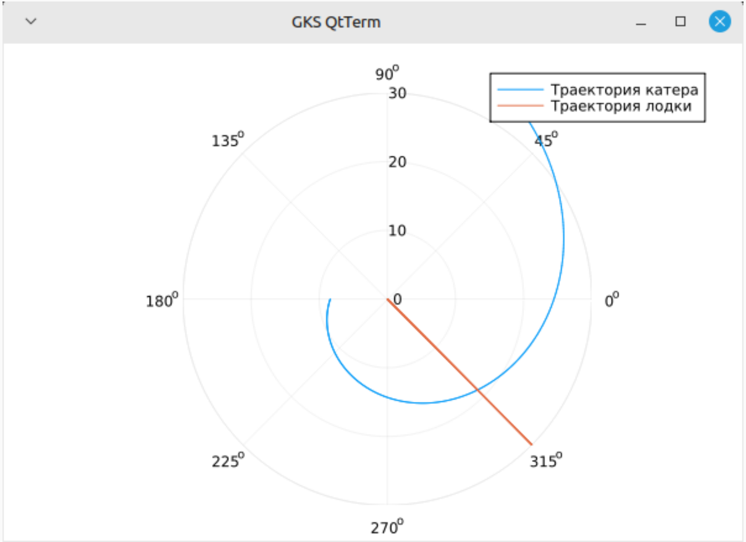

Figure 3: Траектория движения катера и лодки для второго случая

Вывод точки пересечения

Задача Коши

$$r = \frac{176\, e^{\frac{10\,\theta}{\sqrt{2109}}}}{57}$$ – для случая (1)

$$r = \frac{176\, e^{\frac{10\,\theta}{\sqrt{2109}} + \frac{10\,\pi}{\sqrt{2109}}}}{37}$$ – для случая (2)

Первый случай

Найдем точку пересечения для первого случая - $(\frac{3\pi}{4}, 5.157738803750548)$.

```
julia> y(x)=(176*exp(10*x/sqrt(2109)))/57
y (generic function with 1 method)
julia> y(fi)
5.157738803750548
```

Второй случай

Найдем точку пересечения для второго случая - $(-\frac{\pi}{4}, 2.6023395843910384)$.

```
julia> y2(x)=(176*exp((10*x/sqrt(2109))+(10*pi/sqrt(2109))))/37
y2 (generic function with 1 method)
julia> y(fi-pi)
2.6023395843910384
```

Вывод

- В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.