Отчёт по лабораторной работе №2

Дисциплина: Математическое моделирование

Дудырев Глеб Андреевич

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

# 1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

# 2 Задание

Вариант 14.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 7,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# 3 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка A равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки P такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки A [**wiki?**].

# 4 Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта: (1132222013 % 70) + 1 = 53 Вариант (рис. fig. 1).

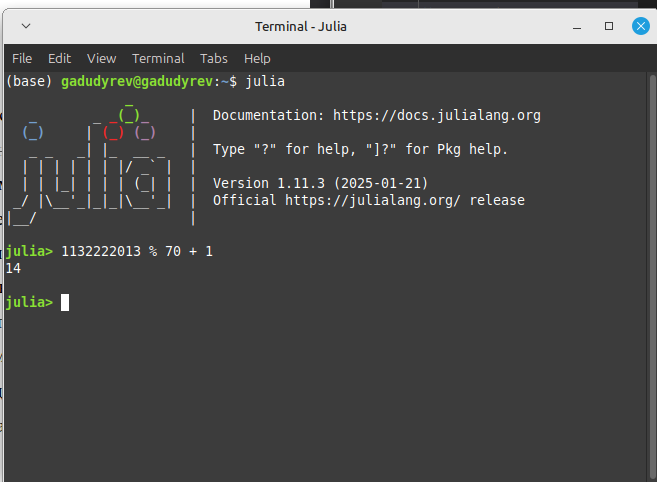


Рис. 1: Номер варианта

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за , – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров (), а полярная ось проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянииx от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (во втором случае ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

Отсюда находим два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса, . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус , .

Получаем:

Из чего можно вывести:

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

С начальными условиями для первого случая:

Или для второго:

Исключая из полученной системы производную по , можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

## 4.1 Построение модели

Построим математическую модель на языке Julia. Воспользуемся библиотеками “Plots, OrdinaryDiffEq”, которые заранее установим.

Введем известные данные:

k=7.5 //расстояние от лодки до катера  
  
//данные для лодки браконьеров  
fi=3\*pi/4  
t=0:0.01:15  
  
fl(t)=tan(fi)\*t //функция, описывающая движение лодки браконьеров  
  
f(u, p, t)=u/sqrt(8.61) //функция, описывающая движение катера береговой охраны  
  
//начальные условия для двух случаев  
x1 = k/4.1  
x2 = k/2.1  
  
tetha1 = (0.0, 2\*pi)  
tetha2 = (-pi, pi)

Обозначим и решим задачу для первого случая:

s1=ODEProblem(f, x1, tetha1)  
sol1=solve(s1, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траектороией движения катера и лодки (рис. fig. 2).

plot(sol1.t, sol1.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория катера")  
plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Траектория лодки")

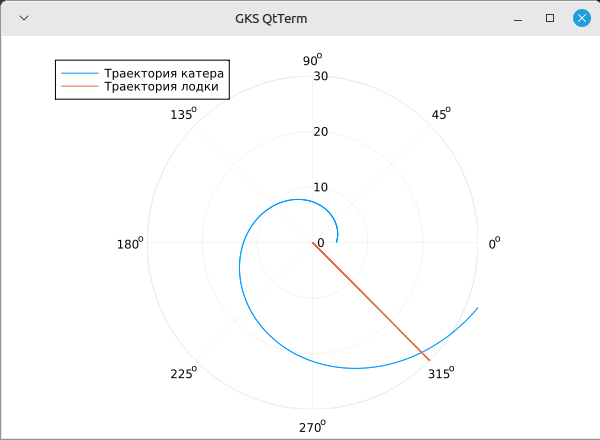


Рис. 2: Траектория движения катера и лодки для первого случая

Обозначим и решим задачу для второго случая:

s2=ODEProblem(f, x2, tetha2)  
sol2=solve(s2, Tsit5(), saveat=0.01)

Построим график с траектороией движения катера и лодки (рис. fig. 2).

plot(sol2.t, sol2.u, proj=:polar, lims=(0,15), label="Траектория катера")  
julia> plot!(fill(fi, length(t)), fl.(t), label="Траектория лодки")

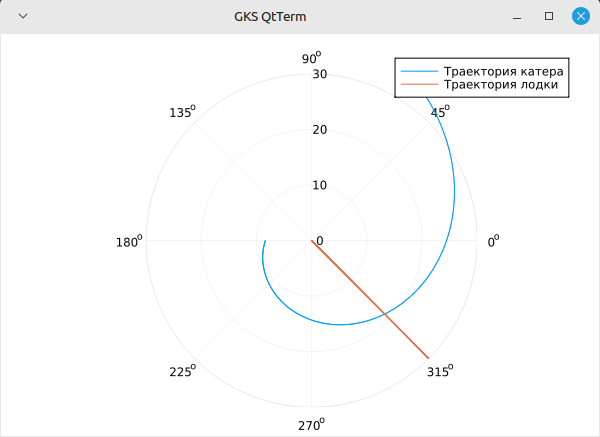


Рис. 3: Траектория движения катера и лодки для второго случая

## 4.2 Вывод точки пересечения

Найдем точку пересечения траектории катера и лодки. Для этого найдем аналитическое решение дифференциального уравнения, задающего траекторию движения катера. Решив задачу Коши получим:

Найдем точку пересечения для первого случая - .

julia> y(x)=(176\*exp(10\*x/sqrt(2109)))/57  
y (generic function with 1 method)  
julia> y(fi)  
5.157738803750548

Найдем точку пересечения для второго случая - .

julia> y2(x)=(176\*exp((10\*x/sqrt(2109))+(10\*pi/sqrt(2109))))/37  
y2 (generic function with 1 method)  
julia> y(fi-pi)  
2.6023395843910384

# 5 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задаче о погоне.

# Список литературы