

Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
Институт Радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова

Отчет  
о выполнении лабораторной работы №3  
«Моделирование следящей системы»

Студент группы ЭР-15-16

Салин Г.А.

Вариант 11

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва

2020

## **Цель работы:**

Применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;  
Получить опыт моделирования следящей системы;  
Развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

## **1. Постановка задачи**

Моделируется следящая система за частотой

Требуется:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

## **2. Математические модели**

В 11 варианте значение дисперсии формирующего шума  $D_\xi = 8$  и значение дисперсии шумов наблюдений  $D_\eta = 9$ .

Математическая модель процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T,$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij},$$

где в соответствии с вариантом задания  $D_\xi = 8$ . Начальные значения:

$$\omega_0 = 0; v_0 = 0$$

Выражения можно записать в векторном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_k, \\ \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}, \quad \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информационного параметра:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_k &= \tilde{\omega}_k + K_1 (\omega_{\text{meas},k} - \tilde{\omega}_k), \\ \hat{v}_k &= \tilde{v}_k + K_2 (\omega_{\text{meas},k} - \tilde{\omega}_k), \\ \tilde{\omega}_k &= \hat{\omega}_{k-1} + \hat{v}_{k-1}T, \quad \tilde{v}_k = \hat{v}_{k-1}, \end{aligned}$$

инициализационные значения

$$\hat{\omega}_0 = 0, \quad \hat{v}_0 = 0,$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы  $\Delta f$

$$K_1 = \frac{8}{3} \cdot \Delta f \cdot T,$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \cdot \Delta f^2 \cdot T,$$

$\omega_{\text{meas},k}$  – поступившие на  $k$ -м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{\nu}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}(\omega_{\text{meas},k} - \tilde{\omega}_k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{\nu}_k \end{bmatrix} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}.$$

### 3. Тестовое воздействие

Условия:

Исключим формирующий шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

### 4. Проверка модели в тестовых условиях

Составлена программа компьютерной модели – приложении 1.

В качестве тестовых условий сократим время моделирования до 5 секунд, также приравняем нулю дисперсии формирующего шума и шума наблюдений. Начальное значение оцениваемого процесса частоты установили на 10 рад/с больше, чем начальное значение частоты в оценке вектора состояния.

Получили следующие графики:

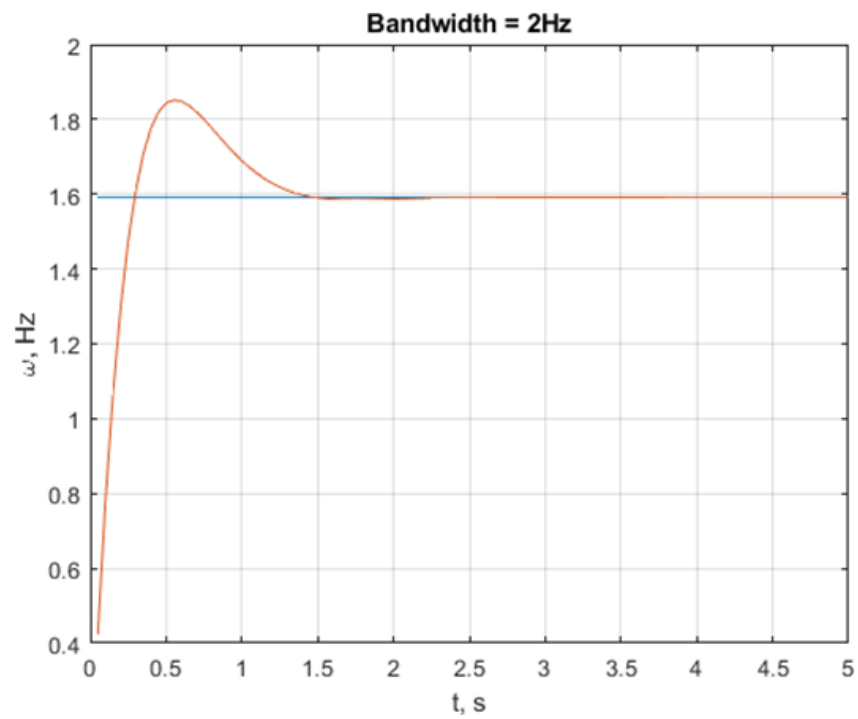


Рисунок 1 — Процесс частоты (синий) и его оценка (красный)

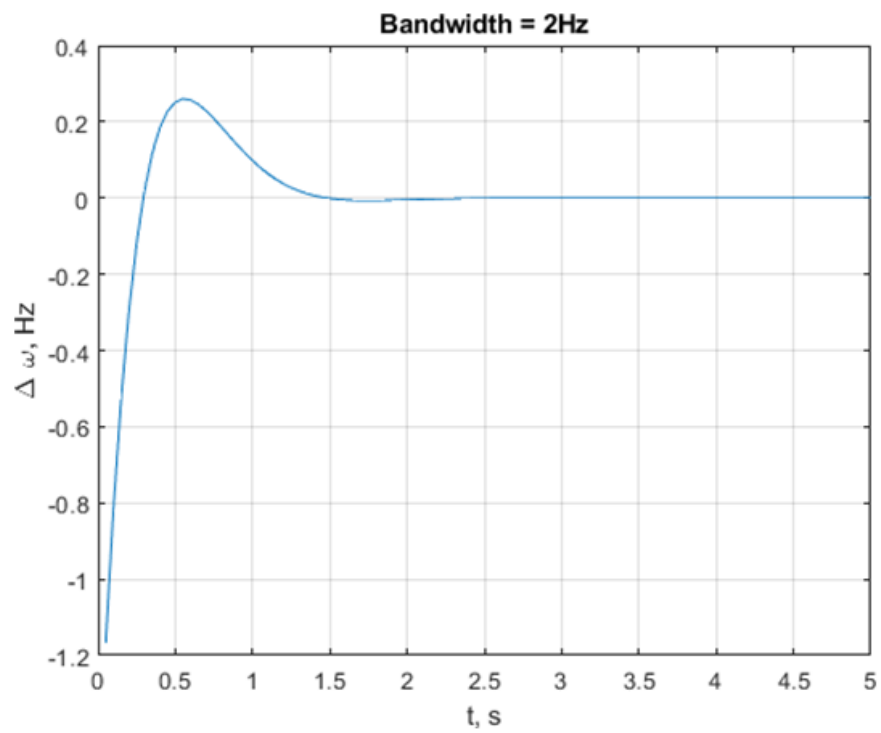


Рисунок 2 — Ошибка оценивания частоты

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке 2.

Можно сделать вывод: система слежения успешно отрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

## **5. Результаты моделирования**

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут.

Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу.

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (рисунок 3, зеленый график). Для этого дисперсия флотационных шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной ( $D_{\xi}=8$ ).

На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания ( $D_{\eta}=9$ ) (рисунок 3, красный график).

На третьем этапе построен график (рисунок 3, синий график) зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания при значениях дисперсиях шумов ( $D_{\xi}=8, D_{\eta}=9$ ).

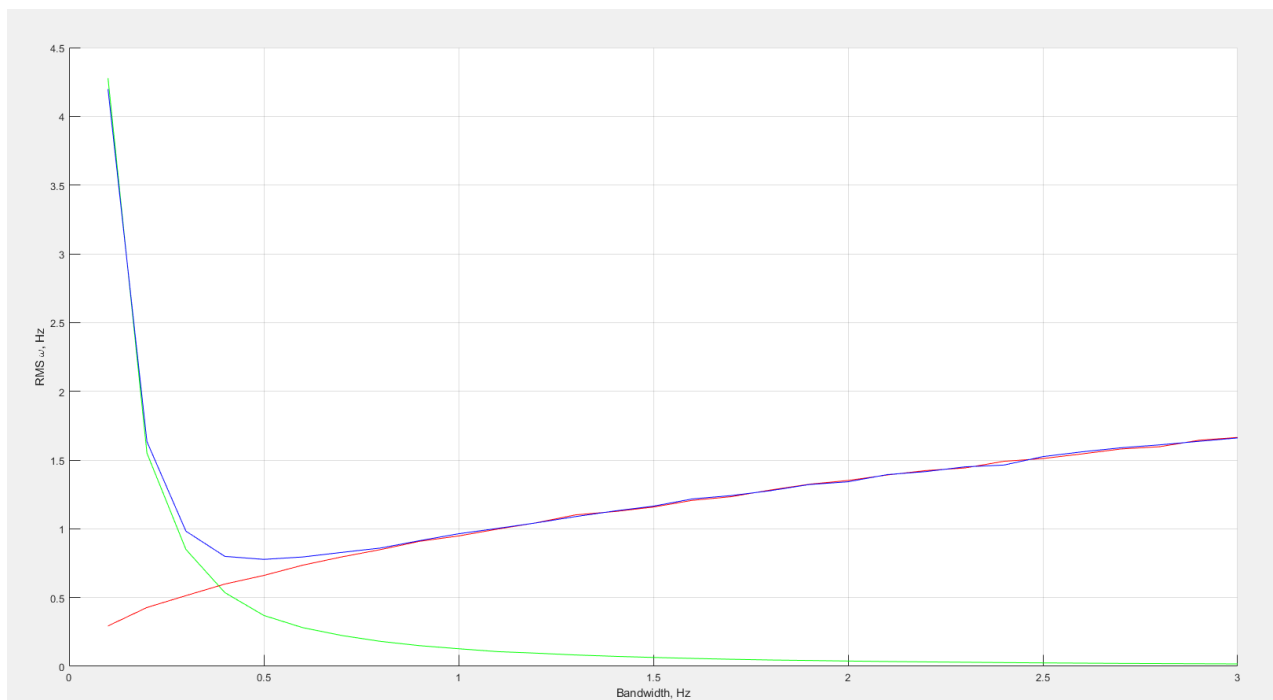


Рисунок 3 — Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (синий), динамическая (зеленый), флуктуационная (красный)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 Гц.

## 6. Анализ результатов моделирования

Поставленные цели моделирования выполнены:

найжены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;

определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.5 Гц.

Результат моделирования соответствует ожидаемому результату. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.

## Приложение 1. Исходный код программы

### lab4.m

```
clear all; clc; close all;
global S;
S = struct('dw',0,'wk',0, 'RMS_Omega',0, 'i',0);
Tmax = 60*60;
tk = 0.05:0.05:Tmax;
T = tk(length(tk))-tk(length(tk)-1);
F = [1 T;
0 1]
G= [0 0;
0 T];
Band = 0.1:0.1:3; % 0.05: 0.05 :3 ;%Полоса СС
df= Band;
df_stop=2;
K1 = (8/3)*df*T;
K2 = (32/9)*(df.^2)*T;
Dksi_ist = 8; % 13 8
Dn_ist= 9; % 10 11
Dksi =Dksi_ist*1; %8
Dn = Dn_ist*0;%11
S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
wk = S.wk;
dw= S.dw;
RMS_Omega = S.RMS_Omega;
figure (1);
plot (tk , dw/(2*pi));
xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;
% xlim= [0:1:5]
figure(2);
plot(tk, [wk; wk + dw]/2/pi);
xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
title(['Bandwidth = ' num2str(Band(S.i)) 'Hz']);
grid on;
figure(3)
hold on
plot(df, S.RMS_Omega, 'g');
Dksi = Dksi_ist*0;
Dn = Dn_ist*1;
S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
plot(df, S.RMS_Omega, 'r ');
Dksi = Dksi_ist*1;
Dn = Dn_ist*1;
S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk);
plot(df, S.RMS_Omega, 'b ');
grid on;
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');
```

### raschet.m

```
function S = raschet( Dksi, Dn, F,G, K1,K2, df, df_stop, tk)
for i = 1:length(df)
xk = [0 0]';
xest = [0 0]';
```



```

xextr = F*xest;
for k=1:length(tk)
    ksi = sqrt(Dksi)*randn(1,1); xk = F*xk + G*[0;ksi];
    wk(k) = xk(1); % Истинное значения
    nk = sqrt(Dn)*randn(1,1);
    wmeas = wk(k) + nk;
    xest = xextr + [K1(i);K2(i)] * (wmeas - xextr(1));%wkextr = xetre(1)
    xextr = F*xest;
    dw (k) = xest(1)-wk(k);% Ошибка оценивания
end
if df(i) == df_stop
    S.dw = dw;
    S.wk = wk;
end
RMS_Omega(i) = sqrt ( mean (dw.^2) );
end
S.RMS_Omega = RMS_Omega;
S.i = i;
en

```

