1. а) Так как A и B не пересекаются, то фактически мы разбиваем множество U на 3 непересекающихся подмножества: A, B и $U\setminus(A\cup B)$. В каждое подмножество входят разные элементы. Итого 3^n способов.

б) Так же, как и в пункте а) мы разбиваем U на 3 непересекающихся подмножества: A, $B\setminus A$, $U\setminus B$. Это делаем 3^n способами.

2. $(x^3+1+x^{-2})^{10}$

Для простоты вычисления избавимся от отрицательной степени (x^{-2}) путем домножения $(x^3+1+x^{-2})^{10}$ на $(x^{10})^2=x^{20}$. То есть, будем находить коэффициент при x^{20} в многочлене:

$$(x^5+x^2+1)^{10}=((1+x^2)+x^5)^{10}=C_{10}^0(1+x^2)^{10}+C_{10}^1(1+x^2)^9x^5+C_{10}^2(1+x^2)^8x^{10}+C_{10}^3(1+x^2)^7x^{15}+$$
$$+C_{10}^4(1+x)^6x^{20}+\underbrace{C_{10}^5(1+x)^5x^{25}+\ldots+C_{10}^{10}(1+x)^0x^{50}}_{\text{можно не рассматривать, ибо степень } x \text{ больше } 20.}$$

Рассмотрим: $(1+x^2)^{10}+10(1+x^2)^9x^5+45(1+x^2)^8x^{10}+120(1+x^2)^7x^{15}+210(1+x^2)^6x^{20}$.
Найдём коэффициент при x^{20}: Заметим, что $10(1+x^2)^9x^5$ и $120(1+x^2)^7x^{15}$ можно не рассматривать, ибо они никак не дадут x^{20}, т.к. чётное число + нечётное = нечётное, а 20 — чётное.

Рассмотрим $\underbrace{(1+x^2)^{10}}_{\text{козф. при } x^{20}=1}+45(1+x^2)^8x^{10}+\underbrace{210(1+x^2)^6x^{20}}_{\text{козф при } x^{20}=210.}$

$$45(1+x^2)^8x^{10}=45(\ldots+C_8^5\cdot 1\cdot(x^2)^5+\ldots)x^{10}=45\cdot C_8^5\cdot x^{20}=$$
$$=56\cdot 45\cdot x^{20}.$$

Итого, козф. при $x^{20}=1+210+56\cdot 45=2520+210+1=\underline{2731}.$

3. $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ $B=\{1,2,3,4\}$.

Для каждого y из B можно выбрать 2 элемента из A. Однако учтём то, что они не должны повторяться, иначе $f: A\to B$ уже не функция. Итого:

$C_8^2\cdot C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2=\underline{2520 \text{ способов}}.$

4. Для решения можно посчитать кол-во сюръективных отображений из множества книг в множество людей (ибо каждый человек получил хотя бы 1 книгу).
Пусть кол-во людей $=c$, а кол-во книг $=k$.
Их кол-во: $\sum_{m=0}^{c}(-1)^m\binom{c}{p}(c-m)^k=4^{14}-4\cdot 3^{14}+6\cdot 2^{14}-4.$

5. Достаточно рассмотреть 3 случая: 1) „10" получили 2 человека 2) „10" получил 1 человек 3) „10" никто не получил.

1) „10“ получило 2 человека:

9^{23} - кол-во способов получения оценок остальными учениками.

2) „10“ получил 1 человек.

9^{24} — кол-во способов получения оценок остальных.

3) „10“ никто не получил:

9^{25} - кол-во способов получения оценок остальными.

Итого: $9^{23}+9^{24}+9^{25}$ способов. $9^{23}(1+9+9^2) = 9^{23}(91)$.

Ответ: $91 \cdot 9^{23}$.

6. Данную задачу можно сформулировать так:

У нас есть 15 фигур, из которых 6 чёрных, причем между двумя соседними чёрными фигурами есть белая;

, где ⌴ — свободные места.

Итого занято 11 позиций. Нужно расставить ещё 4 белые фигуры (осталось 7 мест)

Итого вариантов:

$C^4_{7+4-1} = C^4_{10} = 210$.

7. В слове ABRACADABRA 5 букв „A“. По условию никакие две „A“ не стоят рядом. То есть между 5 буквами „A“ есть хотя бы 1 другая буква:

⌴ A ⌴ A ⌴ A ⌴ A ⌴ A ⌴ „⌴“ - свободные места.

Всего в слове ABRACADABRA 11 букв. У нас осталось расставить 2 буквы на 6 свободных мест (⌴).

Имеем $\frac{6!}{4}$ комбинаций из BRCDBR (т.к. „B“, „R“ повторяются дважды).

| пн | вт | ср | чт | пт | сб | вс |

дата | месяц | год

И C^{2}_{6+2-1} позиций.

Итого $\frac{6!}{4} \cdot 21 = 3780$ способов.

Ответ: 3780.